

УДК 629.735,054,07(045)

Т. І. Лукінова
Ю. О. Подгорна

В. О. Рогожин, канд. техн. наук

**ОПТИМАЛЬНИЙ АЛГОРИТМ ОБРОБКИ ІНФОРМАЦІЇ
В ПІЛОТАЖНО-НАВІГАЦІЙНИХ КОМПЛЕКСАХ**

Інститут електроніки та систем управління НАУ, e-mail: iesy@nau.edu.ua

Розглянуто питання комплексної обробки інформації в пілотажно-навігаційних комплексах методом максимуму правдоподібності. Наведено результати моделювання коефіцієнтів корекції за визначенням їх оптимальних значень.

Вступ. Основні завдання пілотажно-навігаційних комплексів (ПНК) – спільна обробки інформації, яка знаходиться на борту літака, та на цій основі забезпечення високої надійності функціонування (ПНК) та безпеки польотів за рахунок резервування джерел інформації.

Висока ефективність використання бортової інформації забезпечується застосуванням різних методів її обробки, зокрема й оптимальних, що визначають головні алгоритми перспективних ПНК.

Найкращі результати, у розумінні підвищення точнісних характеристик вимірювальних комплексів, досягається в системах зі структурною надмірністю. Під структурною надмірністю в ПНК розуміють можливість визначення пілотажно-навігаційної інформації паралельно декількома способами з використанням сигналів різних приладів і вимірювальних систем.

Постановка завдання. Метою досліджень було отримання значень оцінок вимірюваного параметра за визначених значень коефіцієнтів корекції та проведення дослідження щодо впливу коефіцієнтів корекції в разі відхилення їх значень від визначених.

У практиці створення ПНК набули поширення такі способи спільної обробки інформації декількох вимірників:

- спосіб взаємної компенсації і фільтрації похибок вимірювальних пристроїв, що вимірюють один і той самий параметр;
- спосіб оптимального оцінювання вектора стану з використанням апріорної інформації про контрольований процес і поточних вимірів, що реалізує алгоритм оптимальної обробки.

Оптимальна обробка пілотажно-навігаційної інформації в ПНК має на меті одержання оцінок вектора стану літального апарата (чи деякої частини цього вектора) у процесі вимірів в умовах впливу випадкових збурень і перешкод. При цьому зазвичай оцінюють не самі параметри польоту, а їх похибки.

Дослідження алгоритму комплексної обробки навігаційної інформації. У роботі оцінювалися навігаційні параметри, що визначають місце положення літака за допомогою інерціальної навігаційної системи (ІНС), радіостанції ближньої навігації (РСБН), супутникової системи навігації (ССН). Ці системи мають різні точнісні характеристики, а в ІНС похибка до того ж є функцією часу, тобто $\sigma(t)$. При цьому передбачається обробляти пілотажно-навігаційну інформацію за методом максимуму правдоподібності.

Алгоритм оцінювання за методом максимуму правдоподібності потребує накопичення вимірювань, тобто наявності вектора спостережень.

Передбачається, що похибки вимірювання розподілені за нормальним законом. Тоді щільність розподілу ймовірностей вектора \mathbf{V}_{z_m} має вигляд

$$P(\mathbf{V}_{z_m}) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^m |\mathbf{R}_z|}} \exp \left[-\frac{1}{2} \mathbf{V}_{z_m}^T \mathbf{R}_z^{-1} \mathbf{V}_{z_m} \right], \quad (1)$$

де \mathbf{R}_z – кореляційна матриця похибок вимірювання; $|\mathbf{R}_z|$ – визначник матриці \mathbf{R}_z .

Використання алгоритму оцінювання за методом максимуму правдоподібності передбачає виконання умови $|\mathbf{R}_z| \neq 0$, тобто матриця \mathbf{R}_z не має бути особливою.

Нехай вектор стану динамічної системи описується векторно-матричним рівнянням

$$\dot{\mathbf{X}}(t) = \mathbf{A}(t)\mathbf{X}(t) + \mathbf{B}(t)\mathbf{V}_x(t) \quad , \quad (2)$$

де $\dot{\mathbf{X}}(t)$ – n -мірний вектор стану системи; $\mathbf{A}(t)$ – квадратна матриця розмірності $n \times n$, яка являє собою матрицю коефіцієнтів системи; $\mathbf{V}_x(t)$ – k -вимірний вектор збурень, що діють на вході динамічної системи; $\mathbf{B}(t)$ – матриця збурень.

Якщо виконано m вимірювань координат \mathbf{X} (параметрів) системи (2), тоді

$$\mathbf{Z} = \mathbf{H}\mathbf{X} + \mathbf{V}_z \quad , \quad (3)$$

де \mathbf{H} – матриця спостереження; \mathbf{Z} , \mathbf{X} і \mathbf{V}_z – вектори, компонентами яких є реалізація вектора вимірювання \mathbf{Z}_i , вектора стану системи \mathbf{X}_i і вектора помилок вимірювання \mathbf{V}_{z_i} відповідно, причому $i = 1, m$.

Підставивши вираз (3) у рівняння (1), отримаємо вираз для функції правдоподібності

$$\psi(\mathbf{X}) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^m |\mathbf{R}_z|}} \exp \left[-\frac{1}{2} (\mathbf{Z}_m - \mathbf{H}\mathbf{X}_m)^T \mathbf{R}_z^{-1} (\mathbf{Z}_m - \mathbf{H}\mathbf{X}_m) \right],$$

яка являє собою щільність розподілу помилок вимірювання.

Необхідно обрати таку оцінку $\hat{\mathbf{X}}_m$, за якої функція правдоподібності $\psi(\mathbf{X})$ перетворюється в максимум, що відповідає мінімуму квадратів відхилень вимірних координат вектора \mathbf{X} від їх дійсного значення. Для цього необхідно, щоб

$$\frac{\partial \psi(\mathbf{X})}{\partial \mathbf{X}} = 0.$$

На практиці зручніше обчислювати максимум не самої функції правдоподібності, а її логарифма, тобто

$$\ln \psi(\mathbf{X}) = \ln \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^m |\mathbf{R}_z|}} - \frac{1}{2} (\mathbf{Z}_m - \mathbf{H}\mathbf{X}_m)^T \mathbf{R}_z^{-1} (\mathbf{Z}_m - \mathbf{H}\mathbf{X}_m).$$

Узявши похідні за компонентами вектора \mathbf{X}_m і прирівнявши їх суму до нуля, одержимо

$$\frac{1}{2} \mathbf{H}^T \mathbf{R}_z^{-1} (\mathbf{Z}_m - \mathbf{H}\hat{\mathbf{X}}_m) + \frac{1}{2} \mathbf{H} \mathbf{R}_z^{-1} (\mathbf{Z}_m - \mathbf{H}\hat{\mathbf{X}}_m)^T = 0 \quad . \quad (4)$$

Зауважимо, що один із доданків виразу (4) є транспонованим відносно іншого. Отже, доданки цього виразу рівні між собою, вони не можуть бути від'ємними, тому кожний з них дорівнює нулю. Припустимо, що

$$\mathbf{H}^T \mathbf{R}_z^{-1} (\mathbf{Z}_m - \mathbf{H}\hat{\mathbf{X}}_m) = 0,$$

тоді

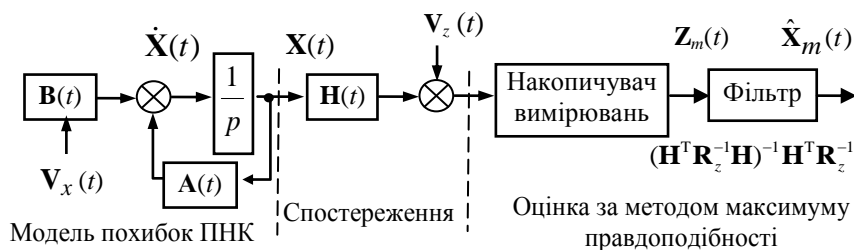
$$\hat{\mathbf{X}}_m = (\mathbf{H}^T \mathbf{R}_z^{-1} \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{R}_z^{-1} \mathbf{Z}_m. \quad (5)$$

Вираз (5) стає вихідним для розроблення алгоритму отримання оптимальних оцінок за методом максимуму правдоподібності.

Для визначення цих оцінок необхідно:

- накопичити m спостережень – \mathbf{Z}_m ;
- знати кореляційну матрицю \mathbf{R}_z похибок вимірника;
- знати матрицю зв'язків спостереження \mathbf{H} .

Структурну схему отримання оптимальних оцінок за методом максимуму правдоподібності показано на рисунку.



Структурна схема оптимального оцінювання за методом правдоподібності

Алгоритм отримання оцінки $\hat{\mathbf{X}}_m$ пов'язано з накопиченням вимірювань \mathbf{Z}_m , тому в пілотажно-навігаційних системах цей метод можна використовувати лише для вимірювання одного параметра декількома системами. Інакше нова оцінка помилок ПНК не буде збігатися з поточним значенням помилок на час, що дорівнює часу накопичення спостережень.

Вектор стану являє собою вектор-стовпчик:

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}^T.$$

Оскільки канали вимірювання координат x і y незалежні, тому їх оцінювати можна окремо.

Оцінки координат за методом максимуму правдоподібності визначають за таким алгоритмом:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{X}} &= (\mathbf{H}^T \mathbf{R}_z^{-1} \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{R}_z \mathbf{Z}_m \\ \hat{\mathbf{Y}} &= (\mathbf{H}^T \mathbf{R}_z^{-1} \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{R}_z \mathbf{Z}_m \end{aligned} \quad (6)$$

Координати x і y безпосередньо вимірюються ІНС і ССН, а РСБН вимірює азимут A і дальність D .

Таким чином, матриці зв'язку \mathbf{H} мають вигляд:

$$\mathbf{H}_x = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ \sin A \end{bmatrix}, \quad \mathbf{H}_y = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ \cos A \end{bmatrix}. \quad (7)$$

Матриця \mathbf{R}_z відповідно до паспортних даних на окремі вимірники має вигляд:

$$\mathbf{R}_z = \begin{bmatrix} \delta_{\text{ІНС}}^2 & 0 & 0 \\ 0 & \delta_{\text{ССН}}^2 & 0 \\ 0 & 0 & \delta_{\text{РСБН}}^2 \end{bmatrix} \quad (8)$$

Таким чином, урахувавши рівняння (7) і (8), оцінку координат відповідно до матриці (6) визначаємо такими виразами:

Для координати x :

$$\begin{aligned} \hat{X} &= \frac{\delta_C^2 \delta_P^2 \sin A}{\delta_C^2 \delta_P^2 \sin A + \delta_I^2 \delta_P^2 \sin A + \delta_I^2 \delta_C^2} Z_I + \frac{\delta_I^2 \delta_P^2 \sin A}{\delta_C^2 \delta_P^2 \sin A + \delta_I^2 \delta_P^2 \sin A + \delta_I^2 \delta_C^2} Z_C + \\ &+ \frac{\delta_I^2 \delta_P^2 \sin A}{\delta_C^2 \delta_P^2 \sin A + \delta_I^2 \delta_P^2 \sin A + \delta_I^2 \delta_C^2 \sin A} Z_P. \end{aligned}$$

Для координати y :

$$\begin{aligned} \hat{Y} &= \frac{\delta_C^2 \delta_P^2 \cos A}{\delta_C^2 \delta_P^2 \cos A + \delta_I^2 \delta_P^2 \cos A + \delta_I^2 \delta_C^2} Z_I + \frac{\delta_I^2 \delta_P^2 \cos A}{\delta_C^2 \delta_P^2 \cos A + \delta_I^2 \delta_P^2 \cos A + \delta_I^2 \delta_C^2} Z_C + \\ &+ \frac{\delta_I^2 \delta_P^2 \cos A}{\delta_C^2 \delta_P^2 \cos A + \delta_I^2 \delta_P^2 \cos A + \delta_I^2 \delta_C^2 \cos A} Z_P. \end{aligned}$$

За аналізом похибок оцінок відповідно до паспортних даних матриця \mathbf{R}_z має вигляд:

$$\mathbf{R}_z = \begin{vmatrix} 500 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 200 \end{vmatrix}.$$

За показаннями вимірників:

$$\begin{aligned} z_1 = X_{\text{ИНС}} &= 105 \text{ км}, & z_4 = Y_{\text{ССН}} &= 100,5 \text{ км}; \\ z_2 = Y_{\text{ИНС}} &= 103 \text{ км}, & z_5 = D &= 140 \text{ км}; \\ z_3 = X_{\text{ССН}} &= 101 \text{ км} & z_6 = A &= 45^\circ. \end{aligned}$$

Оцінки за таких вихідних даних мають такі значення:

$$\begin{aligned} \hat{X} &= 101,139; \\ \hat{Y} &= 100. \end{aligned}$$

Висновок: Обробка навігаційної інформації за методом максимуму правдоподібності як одному з оптимальних алгоритмів дозволяє одержати достовірні оцінки навігаційних параметрів з підвищеною точністю.

Список літератури

1. Рогожин В. О., Філяшкін М. К., Синєглазов В. М. Пілотажно-навігаційні комплекси повітряних суден. – К.: Вид-во НАУ, 2005 – 316 с.
2. Синєглазов В. М., Філяшкін М. К. Автоматизовані системи управління повітряних суден. – К.: Вид-во НАУ, 2004 – 502 с.
3. Бабич О. А. Обробка інформації в навігаційних комплексах. – М.: Машинобудування, 1991 – 598 с.

Ю. А. Подгорная, Т. И. Лукинова, В. А. Рогожин

Оптимальный алгоритм обработки информации в пилотажно-навигационных комплексах

Рассмотрен вопрос комплексной обработки информации в пилотажно-навигационных комплексах методом максимума правдоподобности. Приведены результаты моделирования коэффициентов коррекции по определению их оптимальных значений.

J. O. Podgorna, T. I. Lykinova, V. O. Rogozhin

Information handling optimal algorithm in flight integrated navigation systems

Complex information handling in flight integrated navigation systems using method of maximum plausibility was examined. The results of modeling compensation factor and estimation their optimal level were produced.