

Л.Я.Ільницький, докт. техн. наук, професор
Л.В.Сібрук, докт. техн. наук, професор
Є.І.Габрусенко, канд. техн. наук, доцент

ОСОБЛИВОСТІ КОЛОВОГО ОРТОГОНАЛЬНОГО ПОЛЯРИЗАЦІЙНОГО БАЗИСУ

Інститут електроніки та систем управління НАУ, e-mail:nau.edu.ua

Визначено переваги і недоліки лінійного поляризаційного базису перед коловим поляризаційним базисом. Розглянуті такі аналітичні перетворення, які відтворюються при поширенні електромагнітних хвиль в різних середовищах за допомогою антен та пристроїв надвисоких частот. Проаналізовані і визначені основні особливості колового поляризаційного базису, а також вказані аспекти його практичного застосування.

Аналіз останніх досліджень. Незважаючи на те, що в сучасних радіоелектронних системах часто використовують електромагнітні хвилі колової поляризації, в радіовимірюваннях, для радіомоніторингу, в пристроях контролю надають перевагу антенам лінійної поляризації. Більш того, всі підручники з антен орієнтують майбутніх фахівців виключно на вивчення лінійного ортогонального поляризаційного базису і, відповідно, на теорію антен, характеристики яких визначаються тільки при випромінюванні лінійно поляризованих хвиль. З іншого боку, з техніки антен відомо, що значна кількість типів випромінюючих пристроїв створюють поля, в яких вектор напруженості має обертову поляризацію. Навіть такі класичні представники антен лінійної поляризації, як несиметричні вібратори, при встановленні їх на мобільних об'єктах випромінюють хвилі, вектор напруженості електричного поля яких може обертатися навколо напрямку поширення.

Отже, виходячи з існуючого стану в теорії та практиці антен, можна було б зробити висновок, що лінійний ортогональний поляризаційний базис має деякі переваги перед коловим базисом. Але чи дійсно є такі переваги і в чому вони полягають, в роботах, що присвячені поляризаційним властивостям антен, нічого не говориться.

Постановка мети та задачі дослідження. З наведеного стислого огляду сучасного стану використання ортогональних поляризаційних базисів випливає необхідність аргументованого визначення переваг і недоліків лінійного поляризаційного базису перед коловим поляризаційним базисом. Очевидно, що для цього потрібно визначити переваги і недоліки аналітичного представлення гармонічних процесів із лінійною і коловою поляризацією, тобто необхідно розглянути такі аналітичні перетворення, які відтворюються при поширенні електромагнітних хвиль в різних середовищах, за допомогою антенних пристроїв та пристроїв надвисоких частот. До таких перетворень відносяться аналітичні операції, що моделюють вплив анізотропних, неоднорідних або гіромагнітних середовищ на хвильовий процес, явища інтерференції, процеси наведення струмів або напруг на затискачах антен тощо. Це, так би мовити, теоретичний аспект порівняння двох систем поляризаційних базисів.

В практичному, або більш технічному аспекті важливо виявити особливості поляризаційних базисів (лінійного і колового), які сприяють спрощенню антенних систем, структурних схем обробки сигналів та підвищенню точності оцінки показників електромагнітного поля. Хоча коло теоретичних питань не менш важливе, ніж коло технічних питань, але з точки зору споживача радіотехнічних систем, друге коло питань є значно більш актуальним. Тому правильний вибір поляризаційного базису за питаннями технічного аспекту має більші можливості для впровадження в практику організаціями, що займаються радіоконтролем, радіозв'язком, сертифікацією радіосистем та іншим подібним застосуванням радіопристроїв. У зв'язку з цим, вважаючи, що для гармонічних коливань, які представлені в лінійному поляризаційному базисі, всі особливості викладені у відомих

монографіях та підручниках, розглянемо коловий поляризаційний базис і визначимо його особливості.

Теоретичні положення. Вектор напруженості електричного поля гармонічної хвилі, яка розкладається в лінійному ортогональному поляризаційному базисі, записується у вигляді

$$\vec{E} = \bar{x}_0 E_x \cos \omega t + \bar{y}_0 E_y \cos(\omega t + \psi), \quad (1)$$

де \bar{x}_0, \bar{y}_0 – орти прямокутної системи координат;

E_x, E_y – амплітуди напруженостей поля лінійно-поляризованих складових;

ω – кутова частота;

ψ – зсув фаз напруженостей електричного поля лінійно-поляризованих складових досліджуваної хвилі.

Якщо хвиля має колову поляризацію, то у формулі (1) необхідно встановити рівність між амплітудами складових та прийняти значення кута $\psi = \pm \frac{\pi}{2}$. В полярній системі координат хвиля колової поляризації також записується за допомогою двох компонент

$$\vec{e} = \bar{\rho}_0 E + \bar{\varphi}_0 (\pm \omega t + \Phi), \quad (2)$$

де $\bar{\rho}_0, \bar{\varphi}_0$ – орти полярної системи координат;

Φ – початкове значення фази для моменту часу $t = 0$.

Знак “плюс” або “мінус” обирають у залежності від напрямку обертання вектора \vec{E} : при правому напрямі обертання проти годинникової стрілки (знак “плюс”), при лівому напрямі – проти годинникової стрілки (знак “мінус”).

Хвиля з довільною поляризацією в полярній системі координат описується у вигляді двох ортогональних компонент

$$\vec{e} = \begin{cases} \bar{\rho}_0 E_1 + \bar{\varphi}_0 (\omega t + \Phi_1); \\ \bar{\rho}_0 E_2 + \bar{\varphi}_0 (-\omega t + \Phi_2). \end{cases} \quad (3)$$

Оскільки формули (1) та (3) визначають напруженість поля електромагнітної хвилі з довільною поляризацією, то можна було б зробити висновок, що аналітичні вирази в полярній системі координат дещо складніші. Щоб виявити деякі переваги виразу (3) у порівнянні з (1), доведемо теорему про положення великої осі поляризаційного еліпсу в полярній системі координат.

Теорема 1. При розкладанні електромагнітної гармонічної хвилі в коловому ортогональному поляризаційному базисі кут нахилу поляризаційного еліпса відносно полярної осі визначається півсумою початкових фазових зсувів.

Із виразів (3) випливає, що велика вісь поляризаційного еліпсу буде формуватися в той момент часу, коли обидва вектори будуть знаходитися на одній і тій же прямій. Значення великої півосі буде пропорційним величині

$$a_e = E_1 + E_2. \quad (4)$$

Позначимо цей момент часу через t_1 . Колінеарність векторів \vec{E}_1 та \vec{E}_2 забезпечується за умови, що фазові зсуви відносно полярної осі є однаковими, тобто

$$\left. \begin{aligned} \omega t_1 + \Phi_1 &= \gamma \\ -\omega t_2 + \Phi_2 &= \gamma \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

де γ - кут нахилу поляризаційного еліпса. Підсумовуючи рівняння (5), знаходимо:

$$\gamma = \frac{\Phi_1 + \Phi_2}{2}. \quad (6)$$

Таким чином, теорему 1 доведено. Вона наочно ілюструє простоту визначення кута нахилу поляризаційного еліпса в полярній системі координат.

Із співвідношення (6) можна зробити ще один важливий висновок. Мала вісь поляризаційного еліпса $2b$ формується за умови, що вектори \bar{E}_1 і \bar{E}_2 знаходяться на одній прямій, але спрямовані протилежно один одному. Отже, значення малої півосі знаходиться як

$$b_e = E_1 - E_2. \quad (6)$$

Кут нахилу малої осі еліпса відносно полярної осі набуває значення

$$\gamma_b = \gamma \pm \frac{\pi}{2} = \frac{\Phi_1 + \Phi_2}{2} \pm \frac{\pi}{2}. \quad (8)$$

Для порівняння, наведемо формулу розрахунку кута нахилу еліпса при використанні лінійного поляризаційного базису [1]

$$\operatorname{tg} 2\gamma = \frac{2a \cos \psi}{1 - a^2}, \quad (9)$$

де $a = \frac{E_y}{E_x}$ - модуль поляризаційного відношення.

Якщо досліджується одна й та сама електромагнітна хвиля, а полярна вісь суміщена із віссю ОХ прямокутної системи координат, то вирази (6) і (9) визначають одну й ту величину. Порівнюючи ці два вирази, бачимо, що формула (6) значно простіша і не приводить до неоднозначних оцінок кута γ . Коефіцієнт еліптичності дорівнює відношенню півосей еліпса і в коловому базисі визначається за допомогою формул (4) і (7) як

$$K_e = \frac{b_e}{a_e} = \frac{E_1 - E_2}{E_1 + E_2}. \quad (10)$$

В лінійному поляризаційному базисі коефіцієнт еліптичності обчислюється за відомими значеннями модуля a і фази ψ поляризаційного відношення [1]

$$K_e = \pm \sqrt{\frac{a \cos^2 \gamma - \sin 2\gamma \cos \psi + (1/a) \sin^2 \gamma}{a \sin^2 \gamma + \sin 2\gamma \cos \psi + (1/a) \cos^2 \gamma}}. \quad (11)$$

Очевидно, що формула (11) значно складніша, ніж (10).

Для того, щоб визначити зв'язок між величинами складових електромагнітної хвилі, отриманих при розкладенні її в лінійному базисі (1) і в коловому базисі (3), представимо вираз (1) як сукупність чотирьох складових:

$$\bar{e}_x = \left\{ \begin{array}{l} \bar{e}^x_{i\bar{a}} = \bar{x}_0 \frac{E_x}{2} \cos \omega t + \bar{y}_0 \frac{E_x}{2} \sin \omega t; \\ \bar{e}^x_{\bar{a}i} = \bar{x}_0 \frac{E_x}{2} \cos \omega t - \bar{y}_0 \frac{E_x}{2} \sin \omega t \end{array} \right\} \quad (12)$$

та

$$\bar{e}_y = \left\{ \begin{array}{l} \bar{e}^y_{i\bar{a}} = -\bar{x}_0 \frac{E_y}{2} \cos \omega t + \bar{y}_0 \frac{E_y}{2} \sin(\omega t + \psi); \\ \bar{e}^y_{\bar{a}i} = \bar{x}_0 \frac{E_y}{2} \cos \omega t + \bar{y}_0 \frac{E_y}{2} \sin(\omega t + \psi) \end{array} \right\}. \quad (13)$$

Приведемо отримані вирази (12) та (13) до двох складових правого та лівого напрямів обертання. Використовуючи модуль поляризаційного відношення $a = E_y / E_x$, введемо такі позначення:

$$\left. \begin{array}{l} b_1 = \sqrt{1 + a^2 - 2a \sin \psi}; \\ b_2 = \sqrt{1 + a^2 + 2a \sin \psi}; \\ \cos \Phi_1 = \frac{1 - a \sin \psi}{b_1}; \\ \cos \Phi_2 = \frac{1 + a \sin \psi}{b_2}; \\ \sin \Phi_1 = \frac{a \cos \psi}{b_1}; \\ \sin \Phi_2 = \frac{a \cos \psi}{b_2}. \end{array} \right\} \quad (14)$$

Враховуючи співвідношення (14), знаходимо:

$$\left. \begin{array}{l} \bar{e}_{i\bar{a}} = E_1 [\bar{x}_0 \cos(\omega t + \Phi_1) + \bar{y}_0 \sin(\omega t + \Phi_1)]; \\ \bar{e}_{\bar{a}i} = E_2 [\bar{x}_0 \cos(\omega t - \Phi_2) - \bar{y}_0 \sin(\omega t - \Phi_2)], \end{array} \right\} \quad (15)$$

де

$$\left. \begin{array}{l} E_1 = 0,5 b_1 E_x; \\ E_2 = 0,5 b_2 E_y. \end{array} \right\} \quad (16)$$

Вирази (15) – це ті ж вирази (3), але записані в прямокутній системі координат. Дійсно, права частина другого рівняння системи (15) може бути представлена ідентично другому рівнянню системи (3), а саме:

$$\begin{aligned} \bar{e}_{\bar{a}i} &= E_2 [\bar{x}_0 \cos(\omega t - \Phi_2) - \bar{y}_0 \sin(\omega t - \Phi_2)] = \\ &= E_2 [\bar{x}_0 \cos(-\omega t + \Phi_2) + \bar{y}_0 \sin(-\omega t + \Phi_2)] = \\ &= \bar{\rho}_0 E_2 + \bar{\varphi}_0(-\omega t + \Phi_2). \end{aligned}$$

Отже, зв'язок між величинами, що характеризують складові електромагнітної хвилі в лінійному і коловому поляризаційних базисах, визначається формулами (14) та (16).

Якщо для вимірювань використовують антени лінійної поляризації, то напруга на затискачах антен лінійної поляризації визначається як

$$\begin{aligned} U_x(t) &= l_a E_x \cos \omega t; \\ U_y(t) &= l_a E_y \cos(\omega t + \psi), \end{aligned} \quad (17)$$

де l_a – діюча довжина антен лінійної поляризації.

У випадку антен колової поляризації діюча довжина є вектором з двома складовими

$$\bar{l}_a = \bar{x}_0 l_{a1} + \bar{y}_0 l_{a2}. \quad (18)$$

Використовуючи вираз (18) і вирази для напруженості поля (15), знаходимо напруги на затискачах антен колової поляризації:

$$\left. \begin{aligned} U_{i0}(t) &= \sqrt{2} l_a E_1 \cos(\omega t + \Phi_1 - \frac{\pi}{4}) \\ U_{e3a}(t) &= \sqrt{2} l_a E_2 \cos(\omega t - \Phi_2 + \frac{\pi}{4}) \end{aligned} \right\}. \quad (19)$$

Враховуючи співвідношення (16), відношення амплітуд напруг (19) визначимо як

$$\frac{U_{e3a}}{U_{i0}} = \frac{E_2}{E_1} = \frac{b_2}{b_1}. \quad (20)$$

Вираз (20) є цікавим тим, що для випадків лінійної поляризації при $\psi = 0$ відношення амплітуд напруг дорівнює одиниці, а при $\psi = \pi/2$ вираз (20) дає можливість безпосередньо визначити модуль поляризаційного відношення a , оскільки

$$\frac{U_{e3a}}{U_{i0}} = \frac{1-a}{1+a}.$$

У загальному випадку зв'язок між амплітудами напруг $U_{лів}$, $U_{пр}$, U_x та U_y значно складніший.

Для порівняння переваг колового базису перед лінійним при вимірюванні параметрів поляризації, доведемо таку теорему.

Теорема 2. Зсув фаз гармонічних напруг, що наводяться на затискачах антен колової поляризації, дорівнює сумі кута між полярною віссю і великою віссю поляризаційного еліпса γ , та кута між полярною віссю і малою віссю поляризаційного еліпса.

Для доведення цієї теореми визначимо різницю фаз φ напруг (19). Із формул (19) випливає, що

$$\varphi = \Phi_1 + \Phi_2 - \frac{\pi}{2}. \quad (21)$$

З виразів (14) знаходимо значення відповідних функцій:

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{tg} \Phi_1 &= \frac{a \cos \psi}{1 - a \sin \psi}; \\ \operatorname{tg} \Phi_2 &= \frac{a \cos \psi}{1 + a \sin \psi}. \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

За відомою формулою

$$\operatorname{tg}(\Phi_2 + \Phi_1) = \frac{\operatorname{tg} \Phi_1 + \operatorname{tg} \Phi_2}{1 - \operatorname{tg} \Phi_1 \operatorname{tg} \Phi_2}$$

обчислюємо тангенс суми кутів

$$\operatorname{tg}(\Phi_1 + \Phi_2) = \frac{2a \cos \psi}{1 + a^2}. \quad (23)$$

Права частина отриманого рівняння (23) тотожна правій частині (9). Отже, ліві частини рівнянь (9) та (23) дорівнюють одна одній, тобто

$$\operatorname{tg} 2\gamma = \operatorname{tg}(\Phi_1 + \Phi_2), \quad (24)$$

звідки

$$\gamma = \frac{\Phi_1 + \Phi_2}{2}.$$

З іншого боку, використовуючи формули (6) і (8), визначимо суму кутів нахилу поляризаційного еліпса γ_B відносно полярної осі:

$$\gamma + \gamma_a = \Phi_1 + \Phi_2 - \frac{\pi}{2}. \quad (25)$$

Праві частини виразів (21) та (25) тотожні, що й підтверджує справедливості теореми 2.

У випадку довільної обертової поляризації, за період обертання вектор напруженості поля змінює свою величину та положення, і в полярній системі координат, як й в прямокутній, може також записуватися через дві компоненти:

$$\bar{e}(t) = \bar{\rho}_0 E(t) + \bar{\Phi}_0 \varphi(t). \quad (26)$$

В цьому випадку, на відміну від формули (2), амплітуда й кут є функціями часу. Виходячи з виразу (26) можна сформулювати та довести ще одну теорему.

Теорема 3. Швидкість обертання вектора \bar{E} при еліптичній поляризації змінюється протягом періоду і залежить від відношення амплітуд ортогональних складових електромагнітної хвилі.

Для доведення цієї теореми використаємо формули (15). В прямокутній системі координат маємо дві компоненти:

$$\begin{aligned} \bar{E}(t) &= \bar{x}_0 [E_1 \cos(\omega t + \Phi_1) + E_2 \cos(\omega t - \Phi_2)] + \\ &+ \bar{y}_0 [E_1 \sin(\omega t + \Phi_1) - E_2 \sin(\omega t - \Phi_2)]. \end{aligned} \quad (27)$$

Позначимо відношення амплітуд із коловою поляризацією як

$$c = \frac{E_1}{E_2}. \quad (28)$$

Тоді після нескладних перетворень отримаємо:

$$E(t) = E\sqrt{1+c^2+2c\cos(2\omega t+\Phi_1-\Phi_2)}. \quad (29)$$

З виразу (27) визначаємо і кут в полярній системі координат:

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{\sin(\omega t + \Phi_1) - c \sin(\omega t - \Phi_2)}{\cos(\omega t + \Phi_1) + c \cos(\omega t - \Phi_2)}. \quad (30)$$

Використовуючи позначення

$$\left. \begin{aligned} g_1 &= \sqrt{1+c^2-2c\cos(\Phi_1+\Phi_2)}; \\ g_2 &= \sqrt{1+c^2+2c\cos(\Phi_1+\Phi_2)}; \\ \cos\beta_1 &= \frac{\cos\Phi_1 - c\cos\Phi_2}{g_1}; \\ \cos\beta_2 &= \frac{\cos\Phi_1 + c\cos\Phi_2}{g_2}; \\ \sin\beta_1 &= \frac{\sin\Phi_1 + c\sin\Phi_2}{g_1}; \\ \sin\beta_2 &= \frac{\sin\Phi_1 - c\sin\Phi_2}{g_2}, \end{aligned} \right\} \quad (30)$$

формулу для кута φ можна істотно спростити:

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{g_1 \sin(\omega t + \beta_1)}{g_2 \cos(\omega t + \beta_2)}. \quad (31)$$

При цьому швидкість обертання вектора E визначається як

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{\omega g_1 g_2 \cos(\beta_1 - \beta_2)}{g_1^2 \sin^2(\omega t + \beta_1) + g_2^2 \cos^2(\omega t + \beta_2)}. \quad (32)$$

Отже, в рівнянні (26) полярний кут дорівнює

$$\varphi(t) = \operatorname{arctg} \left[\frac{g_1 \sin(\omega t + \beta_1)}{g_2 \cos(\omega t + \beta_2)} \right]. \quad (33)$$

Швидкість обертання вектора, як випливає з формули (32), залежить від відношення амплітуд (28), від часу t в межах періоду T . Отже, справедливості теореми 3 доведено.

З формул (30), (31) та (32) можна визначити граничні значення швидкості обертання вектора \bar{E} . Так, при $c = 0$, що відповідає коловій поляризації, $\frac{d\varphi}{dt} = \omega$, та $\varphi = \omega t$. Для лінійної поляризації $c = 1$, тоді $\frac{g_1}{g_2} = \text{tg}\gamma$, $\frac{d\varphi}{dt} = 0$, та $\text{tg}\varphi = \text{tg}\gamma$.

Результати обчислення залежності швидкості обертання v вектора \bar{E} (32) від значень коефіцієнта еліптичності K_e (10) при величині кута нахилу еліпсу $\gamma = 45^\circ$ (24) наведемо у вигляді відповідних графіків $v(t/T)$ (рис.1 – 3), де по осі абсцис відкладено відносне значення поточного часу t до періоду коливань T , а по осі ординат – відносне значення швидкості обертання $v = \frac{1}{\omega} \frac{d\varphi}{dt}$.

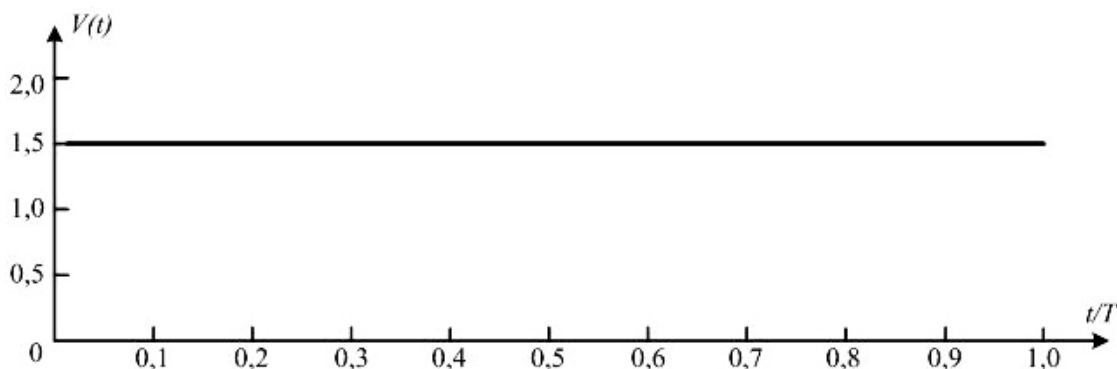


Рис.1. Графік залежності $v(t/T)$ при $K_e = 1$.

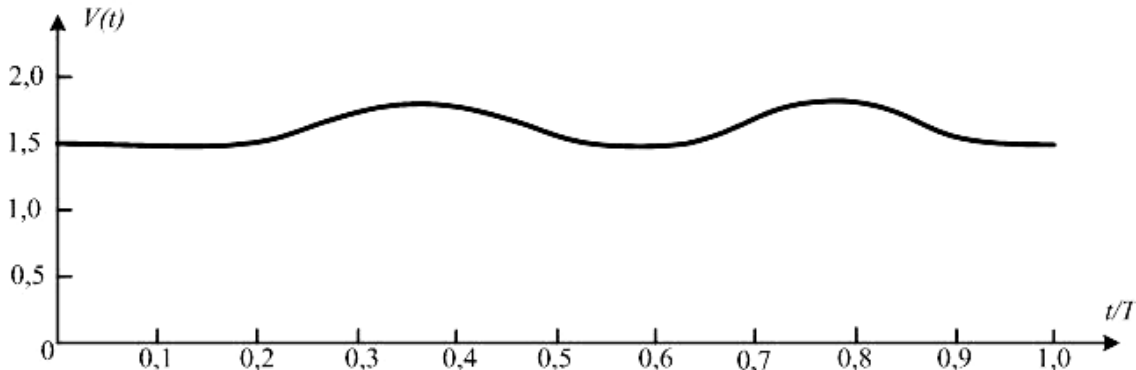


Рис.2. Графік залежності $v(t/T)$ при $K_e = 0,8$.

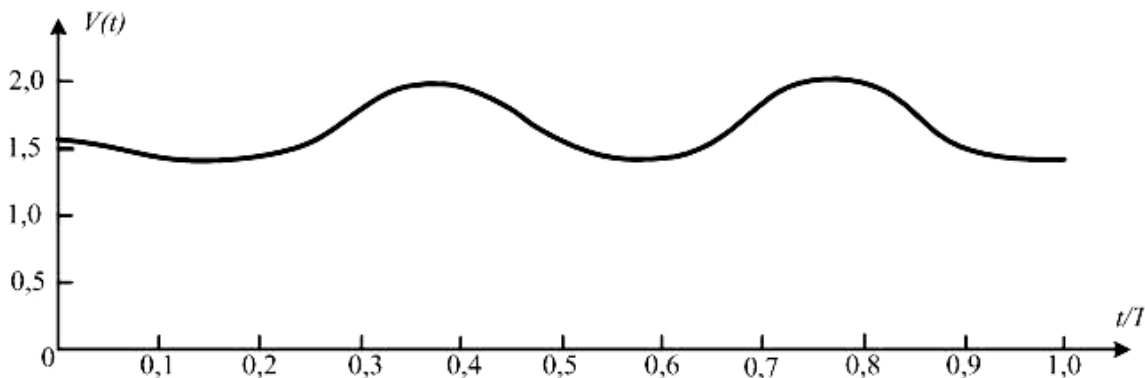


Рис.3. Графік залежності $v(t/T)$ при $K_e = 0,6$.

З розгляду отриманих графіків випливає, що при $K_e = 1$ вектор \bar{E} обертається рівномірно, що є притаманним коловій поляризації. При менших величинах K_e швидкість обертання вектора \bar{E} стає змінною, при чому за період T спостерігається два максимуми та два мінімуми. Подальше зменшення K_e обумовлює зростання екстремумів та відносне загострення максимумів функції залежності швидкості обертання вектора \bar{E} від часу.

Висновки. В результаті проведеного аналізу встановлено:

1. Використання колового ортогонального поляризаційного базису підвищує наочність аналітичних перетворень та більш чітко моделює фізичні явища, що пов'язані з хвилями еліптичної поляризації.

2. Практичне значення отриманих співвідношень полягає у тому, що вони дають можливість визначити всі показники електромагнітного поля при використанні колового базису.

3. Виведені формули для параметрів поляризаційного еліпсу значно простіші, ніж розрахункові формули для аналогічних параметрів при вимірюваннях поля в лінійному базисі.

4. В коловому поляризаційному базисі є потенціальні можливості для підвищення точності вимірювань порівняно з вимірюваннями в лінійному базисі.

5. З результатів моделювання залежності швидкості обертання вектора \bar{E} від часу при різних значеннях коефіцієнту еліптичності випливає, що контроль параметрів еліптичної поляризації може використовуватись для томографії середовищ із вільними зарядами. Це стає можливим за рахунок того, що зміна параметрів еліптичної поляризації може обумовити появу додаткових спектральних складових вторинного випромінювання внаслідок взаємодії первинного електромагнітного поля з вільними зарядами середовища.

Література

1. Ільницький Л.Я., Савченко О.Я., Сібрук Л.В. Антени та пристрої НВЧ: Підручник для ВНЗ / за ред. Л.Я.Ільницького. – К.: “Укртелеком”, 2003. – 496 с.

Л.Я.Ильницкий, Л.В.Сибрук, Е.И.Габрусенко

ОСОБЕННОСТИ КРУГОВОГО ОРТОГОНАЛЬНОГО ПОЛЯРИЗАЦИОННОГО БАЗИСА
Определены недостатки и преимущества линейного поляризаационного базиса перед круговым поляризаационным базисом. Рассмотрены такие аналитические преобразования, которые воспроизводятся при распространении электромагнитных волн в различных средах при помощи антен и устройств сверхвысоких частот. Проанализированы и определены основные особенности кругового поляризаационного базиса, а также указаны аспекты его практического применения.

L.Y.Ilnitsky, L.V.Sibruk, E.I.Gabrusenko

FEATURES OF CIRCULAR ORTHOGONAL POLARIZING BASIS

Lacks and advantages of linear polarizing basis before circular polarizing basis are determined. Analytical transformations which are reproduced at distribution of electromagnetic waves to various environments with the help aerials and devices of ultrahigh frequencies are considered too. The basic features of circular polarizing basis are analysed and determined, and also aspects of its practical application are specified.