

# Обробка інформації в складних технічних системах

УДК 62.505

В.Н. Азарсков<sup>1</sup>, Л.Н. Блохин<sup>1</sup>, С.И. Осадчий<sup>2</sup>, В.А. Зубенко<sup>2</sup>

<sup>1</sup> *Национальный авиационный университет, Киев*

<sup>2</sup> *Кировоградский национальный технический университет, Кировоград*

## АНАЛИТИЧЕСКОЕ КОНСТРУИРОВАНИЕ ОПТИМАЛЬНЫХ СТРУКТУР РЕГУЛЯТОРОВ В СИСТЕМЕ УПРАВЛЕНИЯ ВСТРЕЧЕЙ ДВУХ ПОДВИЖНЫХ ОБЪЕКТОВ НА ТРАЕКТОРИЯХ ИХ ДВИЖЕНИЙ

*В статье предложены новые алгоритмы аналитического конструирования оптимальных либо оптимизированных структур матриц передаточных функций регуляторов в системе управления встречей двух линейных объектов. Благодаря использованию частотной области эти алгоритмы имеют две отличительные особенности. Первая особенность заключается в предотвращении исчезновения положительной определенности одной из весовых матриц критерия качества управления. Второе отличие снимает необходимость одновременного синтеза управления и базовым объектом, и целью. Оптимизированная структура матрицы передаточных функций регулятора находится, если в трактах управления действуют детерминированные сигналы. При действии случайных сигналов новый алгоритм позволяет найти оптимальную структуру соответствующего тракта регулятора..*

**Ключевые слова:** *подвижный объект, стохастический, разомкнутая система, регулятор, синтез, факторизация, сепарация, матрица, оптимальная структура.*

### Введение

Задачи управления встречей двух объектов исследуются давно. Достаточно привести следующие примеры работ в этой области [1 – 3]. Однако, построение оптимальных по точности систем, обеспечивающих встречу двух подвижных объектов в заданной точке, остается актуальным. Методы построения оптимальных систем управления, предложенные в работах [1, 3] используют пространство состояний решения задачи синтеза. Основная сложность такого подхода связана с возможностью отсутствия положительной определенности одной из матриц весовых функций в критерии качества. Метод, предложенный в монографии [2] не имеет такого ограничения за счет использования частотной области, для решения задачи синтеза. Однако, последний метод предполагает возможность синтеза регуляторов для обоих объектов, участвующих в конфликте. Настоящая статья посвящена решению задачи синтеза оптимальной системы управления встречей двух объектов: базового и цели, в частотной области. При этом полагается, что управление возможно лишь базовым объектом.

### 1. Синтез оптимальной системы управления встречей двух объектов

Результатом решения поставленной задачи является определение оптимальных или оптимизиро-

ванных структур регуляторов в контурах управления подвижным объектом при детерминированных и случайных. Полагается, что исследуемые объекты движутся в системе координат OXYZ (рис.1) в её диагональной плоскости, а траектория первого (базового) объекта расположена под углом 45 градусов к горизонту и выделена более плотной линией. Траектория второго объекта горизонтальна. Ось времени  $t$  расположена в горизонтальной плоскости исследуемой системы координат.

Высота движения второго объекта обозначена  $h$ , протяженность траектории базового объекта обозначена  $l$ . Точка  $A$  – точка встречи объектов, а встреча должна происходить в момент времени  $a$  величинами  $x_a, y_a, z_a$  обозначены координаты точки встречи объектов. Постоянная скорость движения базового объекта по траектории обозначена  $V_0$ , протяженность траектории базового объекта должна быть такой:

$$l = V_0 \cdot a.$$

Из очевидного равенства  $2h^2 = l^2$  нетрудно определить высоту движения второго объекта и встречи

$$h = \frac{1}{\sqrt{2}} V_0 \cdot a,$$

а в соответствии с рис. 1 также и остальные координаты точки встречи объектов ( $x_a = y_a = s$ )

$$2s^2 = h^2 = V_0^2 \cdot a^2 / 2, \quad x_a = y_a = V_0 \cdot a / 2.$$

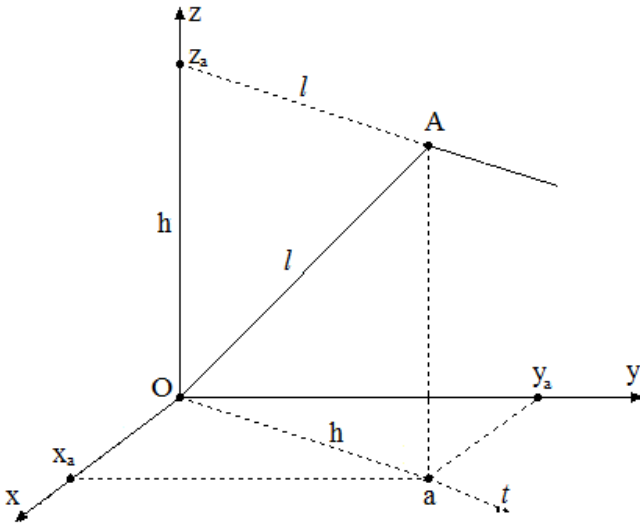


Рис. 1. Кинематическая схема движения исследуемых объектов в системе координат OXYZ

Таким образом, вектор линейных координат базового объекта в точке встречи равен

$$\xi_{ал}(a) = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} V_0 \cdot a = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \sqrt{2} \end{bmatrix} \cdot 1, \quad (1)$$

а его изображение по Фурье

$$\xi_{ал}(s) = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \sqrt{2} \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{s}, \quad s = j\omega; \quad (2)$$

Изображение вектора сигналов угловых координат базового объекта в точке встречи таково

$$\xi_{аб}(s) = \begin{bmatrix} \psi_{аб}(s) \\ \gamma_{аб}(s) \\ \nu_{аб}(s) \end{bmatrix}. \quad (3)$$

По аналогии с выражениями (1)-(3) изображение по Фурье вектора линейных координат произвольной точки траектории базового объекта можно записать так

$$\xi_{л}(s) = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \sqrt{2} \end{bmatrix} \cdot V_0 \cdot \frac{1}{s^2}, \quad (4)$$

а изображение по Фурье вектора угловых координат произвольной точки траектории базового объекта равно:

$$\xi_{б}(s) = \begin{bmatrix} \psi(s) \\ \gamma(s) \\ \nu(s) \end{bmatrix}. \quad (5)$$

Изображение по Фурье вектора координат базового объекта в произвольной точке траектории движения таково:

$$\xi(s) = \begin{bmatrix} \xi_{л}(t) \\ \xi_{б}(t) \end{bmatrix}.$$

Очевидно, что кроме составляющих вектора программных сигналов входных координат  $\xi_a(s)$  вектор координат входных сигналов базового объекта должен быть дополнен и вектором возмущаемых сигналов  $\xi_m(s)$ , что составит реальный полный вектор координат входных сигналов  $\xi(s)$ .

$$\xi(s) = \begin{bmatrix} \xi_{л}(t) \\ \xi_{б}(t) \end{bmatrix} = \left\{ \begin{bmatrix} \xi_{0л}(t) \\ \xi_{0б}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \xi_{fl}(t) \\ \xi_{fb}(t) \end{bmatrix} \right\} \quad (6)$$

Структурную схему модернизированной системы управления линейным базовым объектом на траектории его движения можно представить следующим образом (рис. 2).

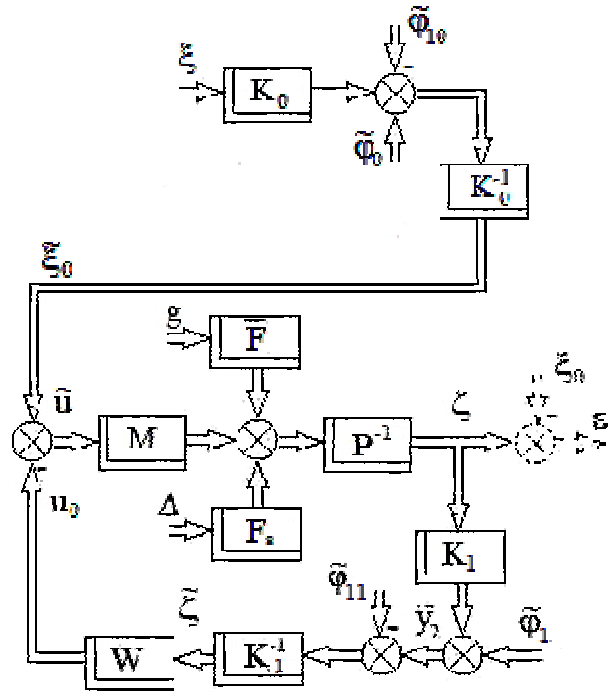


Рис. 2. Структурная схема модернизированной системы управления линейным базовым подвижным объектом на его траектории

В соответствии со схемой (рис. 2) движение управляемого объекта описывается системой обыкновенных дифференциальных уравнений преобразованной по Фурье, вида

$$P\zeta = M\tilde{u} + \bar{F}g + F_s\Delta, \quad (7)$$

где  $\zeta$  – изображение вектора выходных сигналов объекта,

$\tilde{u}$  – вектор управляющих сигналов объекта,

$F^-$  и  $F_s$  – матрицы передаточных функций детерминированного  $g=1,0$  и случайного « $\Delta$ » («белый шум») возмущений, действующих на объект;

$K_0$  и  $K_1$  – матрицы передаточных функций задатчика вектора входных сигналов и измерителя вектора выходных сигналов объекта;

$\tilde{\varphi}_0, \tilde{\varphi}_{10}$  и  $\tilde{\varphi}_1, \tilde{\varphi}_{11}$  – частотные характеристики векторов помех задания и измерения соответствующих сигналов;

$K_0^{-1}$  и  $K_1^{-1}$  – матрицы обратных передаточных функций задатчика и измерителя.

В работе встречаются следующие обозначения индексов над векторами: «-» и нижний индекс «s» указывают на детерминированный или случайный характер вектора, индексы «~» и нижний индекс «1» указывают на экспериментальный характер оценки вектора.

В соответствии со схемами преобразования векторов входов и выходов в системе (рис. 2) целесообразно записать выражения выходных векторов сигналов трактов преобразования векторов такими:

$$\begin{aligned} \tilde{\xi} &= \xi + K_0^{-1} [\tilde{\varphi}_0 - \tilde{\varphi}_{10}] = \xi + K_0^{-1} \tilde{\theta}_{\varphi_0}; \\ \tilde{\zeta} &= \zeta + K_1^{-1} [\tilde{\varphi}_1 - \tilde{\varphi}_{11}] = \zeta + K_0^{-1} \tilde{\theta}_{\varphi_1}, \end{aligned} \quad (8)$$

причем каждый из векторов  $\tilde{\xi}$  и  $\tilde{\zeta}$  имеют детерминированные и случайные составляющие.

Используя выражения (7) и (8), структурную схему системы управления можно преобразовать к виду, представленному рис. 3. На структурных схемах (рис. 2, 3) показана искомая в решаемых задачах аналитического конструирования матрица передаточных функций регулятора  $W$ , расположенная в обратной связи системы.

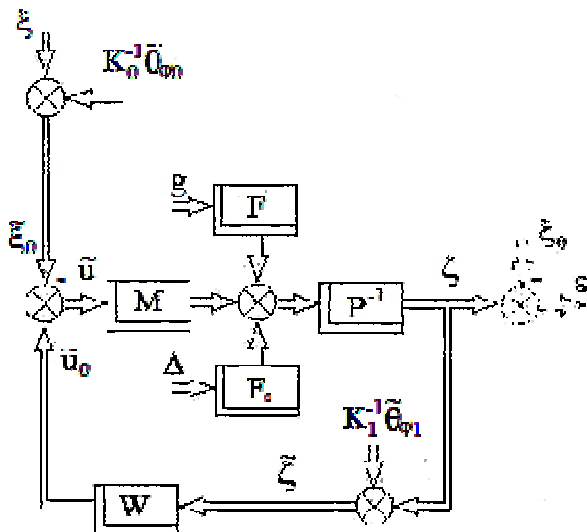


Рис. 3. Преобразованная структурная схема системы управления движением базового объекта по своей траектории

Исследуемую систему управления (рис. 2, 3) целесообразно представить как систему стабилизации, ввода понятия приведенных детерминированных и случайных воздействий на объект.

Детерминированная составляющая указанного выше приведенного воздействия такова:

$$\bar{\eta}_0 = M [\bar{\xi} + K_0^{-1} \tilde{\theta}_{\varphi_0}] + \bar{F}g + PK_0^{-1} \tilde{\theta}_{\varphi_{10}} \quad (9)$$

и в эрмитовом сопряжении соответственно

$$\bar{\eta}_{0*} = M^* [\bar{\xi}_* + K_0^{-1} \tilde{\theta}_{\varphi_{0*}}] + \bar{F}_*g + P^*K_0^{-1} \tilde{\theta}_{\varphi_{10*}}$$

Случайные составляющие указанного выше приведенного воздействия таковы:

$$\eta_{0s} = M [\xi_s + K_0^{-1} \tilde{\theta}_{\varphi_{0s}}] + F_s\Delta + PK_1^{-1} \tilde{\theta}_{\varphi_{1s}}, \quad (10)$$

Учитывая схему (рис. 3) и выражения (9) и (10), структурную схему эквивалентной системы стабилизации можно представить так (рис. 4).

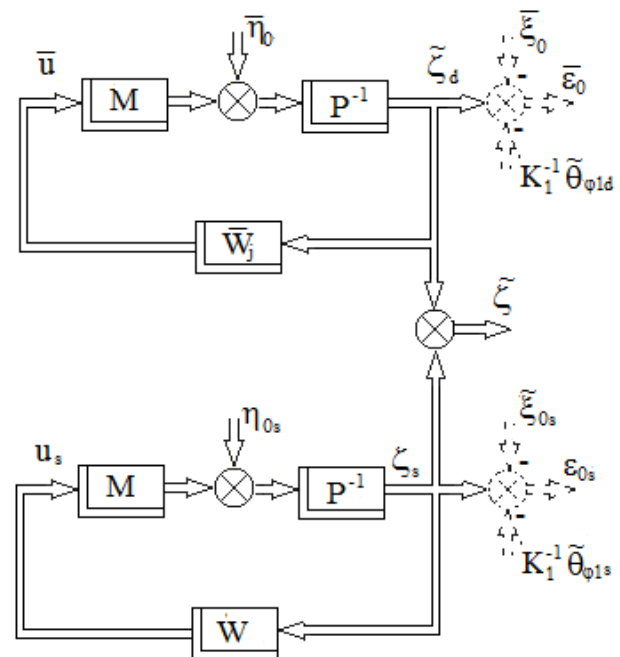


Рис. 4. Структурная схема эквивалентной системы стабилизации базового объекта и траектории движения

По схеме (рис. 4) нетрудно установить выражения составляющих векторов ошибок управления объектом. Вектор детерминированной составляющей сигналов ошибок управления имеет вид.

$$\bar{\varepsilon}_0 = \bar{\zeta} - \bar{\xi}_0 - K_1^{-1} \tilde{\theta}_{\varphi_{11}}. \quad (11)$$

Вектор случайной составляющей сигналов управления таков:

$$\bar{\varepsilon}_{01} = \tilde{\zeta}_1 - \xi_{01} - K_1^{-1} \tilde{\theta}_{\varphi_{11}}. \quad (12)$$

По теореме Винера-Хинчина транспонированная матрица спектральных плотностей вектора  $\varepsilon_{01}$  с учетом некоррелированности отдельных сигналов:

$$\begin{aligned} S'_{\varepsilon_0\varepsilon_0} &= S'_{\zeta_s\zeta_s} - S'_{\zeta_s\xi_{0s}} - S'_{\xi_{0s}\zeta_s} + S'_{\xi_{0s}\xi_{0s}} + \\ &+ K_1^{-1} S'_{\theta_{\varphi_{0s}}\theta_{\varphi_{0s}}} K_1^{-1*}. \end{aligned} \quad (13)$$

С учетом выражения

$$\begin{aligned} P^{-1} [M u_s + \eta_{0s}] &= \Phi F_{u_s} \eta_{0s} + P^{-1} \eta_{0s} = \\ &= [\Phi F_{u_s} + P^{-1}] \eta_{0s} \end{aligned}$$

транспонированные матрицы взаимных спектральных плотностей  $S'_{\zeta_s \xi_{0s}}$  и  $S'_{\xi_{0s} \zeta_s}$  будут иметь такой вид:

$$\begin{aligned} S'_{\zeta_s \xi_{0s}} &= [\Phi F_{u_s} + P^{-1}] M S'_{\xi_{0s} \zeta_{0s}}, \\ S'_{\xi_{0s} \zeta_s} &= S'_{\xi_{0s} \zeta_{0s}} M_* [\Phi_* F_{u_*s} + P_*^{-1}]. \end{aligned}$$

Таким образом, транспонированную матрицу спектральных плотностей  $S'_{\varepsilon_{0s} \varepsilon_{0s}}$  следует записать так:

$$\begin{aligned} S'_{\varepsilon_{0s} \varepsilon_{0s}} &= [\Phi F_{u_s} + P^{-1}] S'_{\eta_{0s} \eta_{0s}} [F_{u_*s} \Phi_* + P_*^{-1}] - \\ &- [\Phi F_{u_s} + P^{-1}] M S'_{\xi_{0s} \zeta_s} - S'_{\xi_{0s} \zeta_{0s}} M_* \end{aligned} \quad (14)$$

а транспонированная матрица спектральных плотностей  $S'_{uu}$ , будет иметь вид:

$$S'_{uu} = F_{u_s} S'_{\eta_{0s} \eta_{0s}} F_{u_*s}. \quad (15)$$

Показатель качества (функционал) стабилизации объекта при детерминированных воздействиях

$$\bar{I}_0 = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} [\bar{\varepsilon}_0 \bar{\varepsilon}_0^* \bar{R} + \bar{u} \bar{u}^* \bar{C}] ds, \quad (16)$$

$$\bar{u} = F_{u_s} \bar{\eta}_0, \quad \bar{u}^* = \eta_{0s}^* F_{u_*s}.$$

Показатель качества (функционал) стабилизации объекта при случайных воздействиях имеет вид

$$e_{0s} = \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} [S'_{\varepsilon_{0s} \varepsilon_{0s}} R_s + S'_{uu} C_s] ds \quad (17)$$

## 2. Аналитическое конструирование оптимальной (оптимизированной) системы управления базовым объектом на траектории его движения до момента встречи объектов

Сначала рассматриваются задачи синтеза структур регуляторов в системе управления объектом при детерминированных воздействиях. Подстановка выражений (11) в функционал (16) представляет последний в виде

$$\begin{aligned} \bar{I}_0 &= (2\pi j)^{-1} \times \\ &\times \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} \left\{ \left[ (\Phi F_{u_s} + P^{-1}) \bar{\eta}_0 \bar{\eta}_0^* (F_{u_*s} \Phi_* + P_*^{-1}) - \right. \right. \\ &- (\Phi F_{u_s} + P^{-1}) \bar{\eta}_0 (\xi_{0s}^* + \tilde{\theta}_{\phi 1}^* K_{1*}^{-1}) - (K_{1*}^{-1} \tilde{\theta}_{\phi 1} + \\ &+ \xi_{0s}) \bar{\eta}_0^* (F_{u_*s} \Phi_* + P_*^{-1}) + \bar{\xi}_{0s} \bar{\xi}_{0s}^* + \bar{\xi}_{0s} \tilde{\theta}_{\phi 1}^* K_{1*}^{-1} + \\ &+ K_{1*}^{-1} \tilde{\theta}_{\phi 1} \bar{\xi}_{0s}^* + \bar{\xi}_{0s} \tilde{\theta}_{\phi 1}^* K_{1*}^{-1} + K_{1*}^{-1} \tilde{\theta}_{\phi 1} \tilde{\theta}_{\phi 1}^* K_{1*}^{-1} \left. \right] \bar{R} + \\ &+ F_{u_s} \bar{\eta}_0 \bar{\eta}_0^* F_{u_*s} \bar{C} \left. \right\} ds. \end{aligned} \quad (18)$$

Поставленная задача синтеза структуры регулятора в системе управления решается методом Винера-Колмогорова.

Первая вариация функционала (18) имеет вид

$$\begin{aligned} \delta \bar{I}_0 &= (2\pi j)^{-1} \times \\ &\times \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} \left\{ \left[ (\Phi_* \bar{R} \Phi + C) F_{u_s} \bar{\eta}_0 \bar{\eta}_0^* - \right. \right. \\ &- \Phi_* \bar{R} (\bar{\xi}_0 + K_{1*}^{-1} \tilde{\theta}_{\phi 21}) \bar{\eta}_0^* \left. \right] \delta F_{u_*s} + \\ &+ \delta F_{u_s} \left[ \bar{\eta}_0 \bar{\eta}_0^* F_{u_*s} (\Phi_* \bar{R} \Phi + C) - \right. \\ &\left. \left. - \bar{\eta}_0 (\bar{\xi}_0^* + \tilde{\theta}_{\phi 21}^* K_{1*}^{-1}) \bar{R} \Phi \right] \right\} ds. \end{aligned} \quad (19)$$

В вариации (19) целесообразно ввести такие обозначения

$$\begin{aligned} \bar{\Gamma}_* \bar{\Gamma} &= \Phi_* \bar{R} \Phi + \bar{C}; \\ \tilde{D}_1 \tilde{D}_1^* &= \bar{\eta}_0 \bar{\eta}_0^*; \\ \bar{T} &= \bar{T}_0 + \bar{T}_+ + \bar{T}_- = \\ &= [\bar{\Gamma}_*]^{-1} \Phi_* \bar{R} [\xi_0 + \tilde{\theta}_{\phi 1} K_{1*}^{-1}] \bar{\eta}_0^* \tilde{D}_1^*. \end{aligned} \quad (20)$$

С учетом обозначений (20) вариация (19) примет такой вид:

$$\begin{aligned} \delta \bar{I}_0 &= (2\pi j)^{-1} \times \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} \left[ \bar{\Gamma}_* (\bar{\Gamma}_u \tilde{D}_1 - \bar{T}) \tilde{D}_1^* \delta F_{u_*s} + \right. \\ &\left. + \delta F_{u_s} \tilde{D}_1 (-\bar{T}_* + \tilde{D}_1^* F_{u_*s} \bar{\Gamma}_*) \bar{\Gamma} \right] ds. \end{aligned}$$

Так как определитель  $|\bar{\eta}_0 \bar{\eta}_0^*| = 0$ , то решение задачи синтеза будет приближительным. Условие приближительного равенства вариации (19) будет таким

$$\bar{\Gamma}_u \tilde{D}_1 \approx [\bar{T}_0 + \bar{T}_+].$$

Здесь индексы «0» «+» указывают на применение в выражении операции разложения матрицы  $\bar{T}$  (20) по Девису [4].

Приближительный алгоритм синтеза оптимизированной матрицы  $F_{uk}$  таков

$$F_{uk} \approx [\bar{\Gamma}^{-1}] [\bar{T}_0 + \bar{T}_+] [\tilde{D}_1^{-1}]. \quad (21)$$

Уравнение связи матриц  $F_{u-}$  и  $F_{\zeta}$  (рис. 4) имеет вид

$$\Phi F_{uk} + P^{-1} = F_{\zeta k} \quad (22)$$

Учитывая структурную схему системы уравнения (рис. 4) и уравнение (22), есть возможность представить оптимизированную структуру регулятора  $W_k$  в исследуемом контуре управления так

$$\begin{aligned} \bar{W}_k &= [F_{uk}] [F_{\zeta k}]^{-1} = \\ &= F_{uk} [\Phi F_{uk} + P^{-1}]^{-1}. \end{aligned} \quad (23)$$

### 3. Частный вариант задачи аналитического конструирования оптимальной структуры регулятора в системе управления встречей подвижных объектов

Пусть в этом варианте задачи все особенности модели динамики вектора сигналов  $\eta_{-0}$  лежат в левой полуплоскости комплексного переменного  $s=j\omega$

$$\delta \bar{I}_0 = (2\pi j)^{-1} \times \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} \left\{ \left[ (\Phi_* \bar{R} \Phi + C) F_{\bar{u}} \bar{\eta}_0 - \Phi_* \bar{R} (\bar{\xi}_0 + K_1^{-1} \bar{\theta}_{\phi 21}) \right] \bar{\eta}_0^* \delta F_{\bar{u}}^* + \delta F_{\bar{u}} \bar{\eta}_0 \left[ \bar{\eta}_0^* F_{\bar{u}}^* \times \right. \right. \\ \left. \left. \times (\Phi_* R \Phi + C) - (\bar{\xi}_0^* + \bar{\theta}_{\phi 21}^* K_1^{-1}) \bar{R} \Phi \right] \right\} ds. \quad (24)$$

Условие равенства вариации (23) нулю будет таким:

$$\bar{\Gamma} F_{\bar{u}} \bar{\eta}_0 = [\bar{T}_0 + \bar{T}_+]. \quad (25)$$

Алгоритм синтеза оптимальной структуры  $F_{\bar{u}k}$  должен иметь вид:

$$F_{\bar{u}k} = [\bar{\Gamma}]^{-1} [\bar{T}_0 + \bar{T}_+] \bar{\eta}_0^{\#}. \quad (26)$$

По Гантмахеру [3]

$$\bar{\eta}_0^{\#} = A^+ = C^* (CC^*)^{-1} (B^* B)^{-1} B^*,$$

где  $B = \bar{\eta}_0$ ,  $C = (1, 0)$ ; знак «\*» - знак транспонирования;

$$CC^* = 1, 0; B^* B = \bar{\eta}_0' \bar{\eta}_0, \\ (B^* B)^{-1} = \bar{\eta}_0^{-1} [\bar{\eta}_0']^{-1}; \\ (B^* B)^{-1} B^* = \bar{\eta}_0^{-1}. \quad (27)$$

Подстановка вектора (27) в уравнение (26) определяет оптимальную структуру матрицы  $F_{\bar{u}k}$  так

$$F_{\bar{u}k} = [\bar{\Gamma}]^{-1} [\bar{T}_0 + \bar{T}_+] \bar{\eta}_0^{-1}. \quad (28)$$

Уравнение связи матриц  $F_{\bar{u}k}$  и  $F_{\zeta k}$  таково

$$F_{\zeta k} = \Phi F_{\bar{u}k} + P^{-1}$$

а оптимальную структуру регулятора  $W_k^-$  в исследуемой системе управления следует записать так:

$$\bar{W}_k = [F_{\bar{u}k}] [F_{\zeta k}]^{-1} = F_{\bar{u}k} [\Phi F_{\bar{u}k} + P^{-1}]^{-1}. \quad (29)$$

Поставленная выше частная задача решена.

### 4. Аналитическое конструирование системы управления встречей на траектории движения двух объектов при случайных воздействиях

Очевидно, критерием (функционалом) качества движения объектов при случайных воздействиях

по своим траекториям будет выражение (17) после подстановки в него выражений (14) и (15).

В рассматриваемом варианте поставленной задачи функционал качества управления встречей будет таким:

$$e_{0s} = \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} \left[ \left( \Phi F_{us} S'_{\eta_0 s \eta_0 s} F_{us}^* \Phi_* + \right. \right. \\ \left. \left. + \Phi F_{us} S'_{\eta_0 s \eta_0 s} P_*^{-1} + P^{-1} S'_{\eta_0 s \eta_0 s} F_{us}^* \Phi_* + \right. \right. \\ \left. \left. + P^{-1} S'_{\eta_0 s \eta_0 s} P_*^{-1} - \Phi F_{us} M S'_{\xi_s \xi_s} - \right. \right. \\ \left. \left. - P^{-1} M S'_{\xi_s \xi_s} - S'_{\xi_s \xi_s} M P_*^{-1} - S'_{\xi_s \xi_s} M F_{us}^* \Phi_* + \right. \right. \\ \left. \left. + K_1^{-1} S'_{\theta_{\phi 0 s} \theta_{\phi 0 s}} K_1^{-1} \right) R_s + F_{us} S'_{\eta_0 s \eta_0 s} F_{us}^* C_s \right] ds. \quad (30)$$

Решение задачи синтеза оптимальной структуры матрицы  $F_{\bar{u}^s}$  выполняется методом Винера-Колмагорова. Первая вариация функционала (30) будет иметь вид

$$\delta e_{0s} = \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} \left\{ \left[ (\Phi_* R_s \Phi + C_s) F_{us} S'_{\eta_0 s \eta_0 s} + \right. \right. \\ \left. \left. + \Phi_* R_s \times \left( P^{-1} S'_{\eta_0 s \eta_0 s} - S'_{\xi_s \xi_s} M_* \right) \right] \delta F_{us}^* + \right. \\ \left. + \delta F_{us} \left[ S'_{\eta_0 s \eta_0 s} F_{us}^* \times (\Phi_* R_s \Phi + C_s) + \right. \right. \\ \left. \left. + \left( S'_{\eta_0 s \eta_0 s} P_*^{-1} - M S'_{\xi_s \xi_s} \right) R_s \Phi \right] \right\} ds. \quad (31)$$

В вариацию (31) введены следующие обозначения.

$$\Gamma_{*s} \Gamma_s = \Phi_* R_s \Phi + C_s; \\ D_{1s} D_{*s} = S'_{\eta_0 s \eta_0 s}; \\ T_s = T_{0s} + T_{+s} + T_{-s} = \\ = [\Gamma_{*s}]^{-1} \Phi_* R_s \left[ P^{-1} S'_{\eta_0 s \eta_0 s} P_*^{-1} - \right. \\ \left. - S'_{\xi_s \xi_s} M_* \right] D_{*s}^{-1}. \quad (32)$$

После подстановки обозначений (32) в вариацию (31) последняя получит вид

$$\delta e_{0s} = \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} \left[ \Gamma_{*s}^* (\Gamma_s F_{us} D_s + T_s) D_{*s}^* \delta F_{us}^* + \right. \\ \left. + \delta F_{us} D_s (D_{*s} F_{us}^* \Gamma_{*s}^* + T_{*s}^*) \Gamma_s \right] ds,$$

условие равенства вариации (31) нулю будет таким:

$$\Gamma_s F_{us} D_s = -[T_{0s} + T_{+s}],$$

а алгоритм синтеза оптимальной структуры матрицы  $F_{usk}$  представлен в виде

$$F_{usk} = -[\Gamma_s]^{-1} [T_{0s} + T_{+s}] D_s^{-1}. \quad (33)$$

Учитывая известное уравнение связи матриц  $F_{us}$  и  $F_{\zeta s}$  вид

$$F_{\zeta s} = \Phi F_{us} + P^{-1},$$

оптимальную структуру регулятора в системе управления встречей объектов следует записать таким образом:

$$W_{sk} = [F_{usk}] [F_{cusk}]^{-1} = \\ = F_{usk} [\Phi F_{usk} + P^{-1}]^{-1}.$$

Таким образом, поставленная в работе задача аналитического конструирования оптимальной (оптимизированной) структуры регуляторов в системе управления встречей двух подвижных объектов решена полностью.

### Заключение

Предложены новые алгоритмы аналитического конструирования оптимальных либо оптимизированных структур матриц передаточных функций регуляторов в системах управления встречей на траекториях движения двух линейных объектов, подверженных детерминированным и случайным воздействиям.

Основное внимание в работе уделено синтезу оптимальных структур в системе управления базовым подвижным объектом. Рассмотрены три варианта задачи управления встречей объектов, для решения каждой из них предложены строгие алгоритмы синтеза искомых структур регуляторов в системе управления, реализация которых гарантирует высшие достижимые рубежи качества управления встречами.

Полагается, что результаты данной статьи окажутся полезными специалистам, занятым

практической разработкой систем управления подвижных объектов, а также основных элементов этих систем.

### Список литературы

1. Брайсон А. Прикладная теория оптимального управления [Текст]: монография / А. Брайсон, Хо Ю Ши. – М.: Мир, 1972. – 544 с.
2. Алиев Ф.А. Оптимизация линейных инвариантных во времени систем управления [Текст]: / Ф.А. Алиев, В.Б. Ларин, К.И. Науменко, В.Н. Сунцев. – К.: Наук. думка, 1978. – 327 с.
3. Системы командного радиоуправления. Автономные и комбинированные системы наведения [Текст] / В.И. Меркулов, А.И. Канащенков, В.С. Чернов и др. // Авиационные системы радиоуправления в 3 т. – М.: Радиотехника, 2004. – 320 с.
4. Азарсков В.Н. Методология конструирования оптимальных систем стохастической стабилизации [Текст]: монография / В.Н. Азарсков, Л.Н. Блохин, Л.С. Житецкий. – К.: НАУ, 2006. – 437 с.
5. Блохин Л.Н. Оптимальные системы стабилизации [Текст] / Л.Н. Блохин. – К.: Техника, 1982 – 144 с.
6. Гантмахер Ф.Р. Теория матриц: [Текст] / Ф.Р. Гантмахер. – М.: Наука, 1988. – 575 с.
7. Davis M.C. Factoring the Spectral Matrix [Text] / M.C. Davis // IEEE Trans. Auto. Cont. – 1963 – AG-8, N. 4. – P. 296-305.

Поступила в редколлегию 22.04.2016

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. А.А. Смирнов, Кировоградский национальный технический университет, Кировоград.

### АНАЛІТИЧНЕ КОНСТРУЮВАННЯ ОПТИМАЛЬНИХ СТРУКТУР РЕГУЛЯТОРІВ В СИСТЕМІ УПРАВЛІННЯ ЗУСТРІЧІ ДВОХ РУХЛИВИХ ОБ'ЄКТІВ НА ТРАЕКТОРІЯХ ЇХ РУХІВ

В.Н. Азарсков, Л.Н. Блохін, С.І. Осадчий, В.О. Зубенко

*У статті запропоновані нові алгоритми аналітичного конструювання оптимальних або оптимізованих структур матриць передавальних функцій регуляторів в системі управління зустріччю двох лінійних об'єктів. Завдяки використанню частотної області ці алгоритми мають дві відмітних особливості. Перша особливість полягає в запобіганні зникнення позитивної визначеності однієї з вагових матриць критерію якості управління. Друга відмінність знімає необхідність одночасного синтезу управління і базовим об'єктом, і метою. Оптимізована структура матриці передавальних функцій регулятора знаходиться, якщо в трактах управління діють детерміновані сигнали. При дії випадкових сигналів новий алгоритм дозволяє знайти оптимальну структуру відповідного тракту регулятора.*

**Ключові слова:** рухливий об'єкт, стохастичний, розомкнута система, регулятор, синтез, факторизація, сепарація, матриця, оптимальна структура.

### ANALYTICAL DESIGN OF OPTIMAL STRUCTURES REGULATORS IN THE MANAGEMENT MEETING OF TWO MOVING OBJECTS ON THE TRAJECTORY OF THEIR MOVEMENT

V.N. Azarskov, L.M. Blokhin, S.I. Osadchy, V.A. Zubenko

*New algorithms for analytical design of optimal or optimized structures of transfer functions matrixes of the regulator, which is included in the meeting of two linear objects control system, are offered in the article. Through the use of the frequency domain, these algorithms have two distinctive features. The first feature makes it possible to prevent the disappearance of the positive definiteness of a weight matrix in a quality control criteria. The second difference eliminates the need for a simultaneous synthesis of the object and target control systems. The optimized structure of the controller transfer functions matrix can be synthesized if deterministic signals are acting in the control paths. Under the influence of random signals a new algorithm allows you to find the optimal structure of the relevant regulator tract.*

**Keywords:** moving object, stochastic, open-loop system, the regulator, synthesis, factorization, separation, matrix, optimal structure.