## УДК 62.505

# В. Н. АЗАРСКОВ<sup>1</sup>, Л. Н. БЛОХИН<sup>1</sup>, В. А. ЗУБЕНКО<sup>2</sup>, С. И. ОСАДЧИЙ<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Национальный авиационный университет, Украина

<sup>2</sup> Кировоградский национальный технический университет, Украина

## АНАЛИТИЧЕСКОЕ КОНСТРУИРОВАНИЕ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ТРАЕКТОРНЫМ ДВИЖЕНИЕМ МНОГОМЕРНОГО НЕЛИНЕЙНОГО ОБЪЕКТА ПРИ СТОХАСТИЧЕСКИХ ВОЗДЕЙСТВИЯХ

В статье представлен новый подход к проектированию системы управления траекторным движением нелинейного объекта. Идея представленного подхода состоит в выделении ряда режимов движения объекта, в которых его динамику можно рассматривать состоящей из двух частей. Первая часть характеризует изменение выходных координат объекта под действием детерминированных воздействий. Вторая часть описывает движение объекта под действием стационарных центрированных случайных воздействий. Определение линеаризованных моделей динамики объекта в различных режимах предлагается проводить с помощью обоснованных новых алгоритмов структурной идентификации. Обоснована структурная схема оптимальной системы управления для каждого режима движения, которая включает два контура: детерминированных и случайных сигналов. Синтез регуляторов, предназначенных для работы в этих контурах, предлагается проводить в частотной области на основе разработанных новых алгоритмов.

Ключевые слова: нелинейный объект, стохастический сигнал, идентификация, регулятор, синтез, факторизация, сепарация, матрица, оптимальная структура.

#### Введение

Создание беспилотных летательных аппаратов, предназначенных для выполнения заданной траектории полета с повышенной точностью в условиях совместного действия случайных и детерминированных факторов, связано с разработкой оптимальной или оптимизированной системы управления движением многомерного нелинейного объекта. Как и монографии [1] аддитивную смесь детерминированного и случайного сигналов будем называть стохастическим сигналом.

Рассмотрение ряда работ [2-5] позволяет утверждать, что сложившаяся сегодня теория сложных оптимальных нелинейных систем управления позволяет выполнять аналитическое конструирование в основном в двух случаях. Первый - это создание детерминированных систем управления, а второй – синтез оптимальных систем управления, а второй – синтез оптимальных систем стохастической стабилизации. Основная проблема, возникающая при управлении траекторным движением рассматриваемого класса объектов, связана с возникновением эффекта самоорганизации [5]. Возникновение такого эффекта в оптимальной системе стабилизации при случайных воздействиях успешно преодолено в статье [3].

Как развитие идей, изложенных в монографии [1] и статье [3], в данной работе ставится и решается задача аналитического конструирования системы автоматического управления траекторным движением нелинейного объекта, которое происходит при действии многомерных стохастических внешних сигналов.

В соответствии с идеями, изложенными в источниках [1, 3], для организации эффективного управления траекторным движением многомерного нелинейного объекта необходимо иметь результаты предварительно проведенных этапов структурной идентификации моделей динамики исследуемого объекта в различных режимах функционирования системы управления. Имея указанные выше модели динамики исследуемого объекта при наличии эффективных алгоритмов аналитического конструирования оптимальных или оптимизированных структур регуляторов, есть возможность при соответствующих постановках и решениях задач синтеза получать интересующие результаты.

## 1. Структурная идентификация моделей динамики нелинейного многомерного объекта управления при стохастических воздействиях

Будем полагать, что траекторное движение нелинейного объекта можно разделить на ряд режимов, в каждом из которых его динамика характеризуется системой обыкновенных дифференциальных уравнений. Структура такой системы преобразованной по Лапласу для режима номер ј имеет вид

© В. Н. Азарсков, Л. Н. Блохин, В. А. Зубенко, С. И. Осадчий

$$P_{j}(s)x_{j}(s) = M_{j}(s)u_{j}(s) + \overline{\Psi}_{j}(s)g + \overset{\circ}{\Psi}_{j}(s)\Delta, \quad (1)$$

где  $P_j(s)$  - полиномиальная матрица комплексного аргумента s, имеющая размерность  $n \times n$ ;

x<sub>j</sub>(s) – n-мерный вектор изображений выходных координат объекта;

 $M_j(s)$  – полиномиальная матрица размерности  $m \times n;$ 

u<sub>j</sub>(s) – т-мерный вектор изображений управляющих воздействий;

Ψ<sub>j</sub>(s) - n-мерный вектор передаточных функций фильтра, формирующего детерминированную часть возмущения, из единичной дельта функции g;

 $\Psi_{j}(s)$  - матрица передаточных функций фильтра, формирующего случайную составляющую возмущения их белого шума  $\Delta$  размерности n×n. В дальнейшем комплексный аргумент s для сокращения записи будет опущен.

На структурной схеме рис. 1 дополнительно представлены векторы изображений желаемых сигналов на выходе объекта идентификации  $\xi_j(s)$  и ошибок идентификации  $\varepsilon_i(s)$ .



Рис. 1. Структурная схема идентифицируемого объекта управления

Очевидно, что вектор ошибок идентификации имеет две составляющие: детерминированную  $\overline{\epsilon}_{j}$  и случайную  $\epsilon_{sj}$ , которые легко представить в виде

$$\overline{\varepsilon}_{j} = \overline{\Phi}_{j} \overline{u}_{j} + \overline{f}_{j} g - \overline{\xi}_{j}, \qquad (2)$$

$$\varepsilon_{sj} = \Phi_{sj} u_{sj} + f_{sj} \Delta - \xi_{sj} , \qquad (3)$$

где  $\overline{\Phi}_{j}$ ,  $\Phi_{sj}$  – матрицы передаточных функций от вектра сигналов управления в режиме ј к вектору ошибок идентификации при детерминированных и случайных сигналах  $u_{j}$ ;  $\overline{f}_{j}$  – вектор передаточных функций от сигнала g к вектору (2) соответствующей размерности;  $f_{sj}$  – матрица передаточных функций от сигнала  $\Delta$  к вектору (3). Отличие в динамике объекта при детерминированных сигналах и случайных возникает вследствие его нелинейности. Учет структурной схемы (рис. 1) позволяет определить, что

$$\overline{\Phi}_{j} = \overline{P}_{j}^{-1} \overline{M}_{j}; \Phi_{sj} = P_{sj}^{-1} M_{sj}; \qquad (4)$$

$$\overline{f}_{j} = \overline{P}_{j}^{-1} \overline{\Psi}_{j}; \ f_{sj} = P_{sj}^{-1} \stackrel{o}{\Psi}_{j}.$$
 (5)

Задача структурной идентификации состоит в том, чтобы по записям детерминированной и случайной составляющих векторов сигналов  $u_j$  и  $x_j$  найти такие матрицы  $\overline{\Phi}_j$ ,  $\Phi_{sj}$ ,  $\overline{f}_j$ ,  $f_{sj}$  при которых достигают минимума следующие функционалы качества

$$I_{j} = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} tr(\overline{\varepsilon}_{j} \overline{\varepsilon}_{j*} \overline{R}) ds , \qquad (6)$$

$$e_{j} = \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} tr \left( S_{\varepsilon\varepsilon} R_{s} \right) ds , \qquad (7)$$

в которых переменная j – комплексная единица; tr – знак операции поиска следа матрицы [6]; индекс \* – знак ермитового сопряжения [6];  $\overline{R}$ ,  $R_s$  – положительно определенные весовые матрицы для нормировки детерминированных и случайных составляющих векторов ошибки идентификации;  $S_{\epsilon\epsilon}^{\ /}$  – транспонированная матрица спектральных плотностей случайной составляющей вектора ошибок идентификации;  $I_j$  – сумма интегральных квадратичных ошибок идентификации;  $e_j$  – сумма дисперсий случайной составляющей ошибки идентификации.

Как видим, поиск матриц (4), (5) сводится к структурной идентификации при детерминированных сигналах по критерию (6) и идентификации при случайных сигналах по критерию (7).

## 1.1. Структурная идентификация моделей динамики нелинейного объекта управления при детерминированных воздействиях

В выражение (2) целесообразно ввести матрицу

$$\overline{V}_{j} = \begin{bmatrix} \overline{\Phi}_{j} & \overline{f}_{j} \end{bmatrix}$$

и переписать уравнение (2) в векторно-матричной форме

$$\overline{\varepsilon}_{j} = \overline{V}_{j} \begin{bmatrix} \overline{u}_{j} \\ g \end{bmatrix} - \overline{\xi}_{j}.$$
(8)

Подстановка вектора (8) в функционал (6) приводит последний к виду

$$I_{j} = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} tr \left\{ \left( \overline{V}_{j} \begin{bmatrix} \overline{u}_{j} \overline{u}_{j*} & \overline{u}_{j} g_{*} \\ g \overline{u}_{j*} & g g_{*} \end{bmatrix} \overline{V}_{j*} - \right. \right\}$$

$$-\overline{V}_{j}\left[\begin{matrix}\overline{\overline{u}}_{j}\overline{\xi}_{j^{*}}\\g\overline{\xi}_{j^{*}}\end{matrix}\right] - \left[\overline{\xi}_{j}\overline{u}_{j^{*}} \quad \overline{\xi}_{j}g_{*}\right]\overline{V}_{j^{*}} + \overline{\xi}_{j}\overline{\xi}_{j^{*}}\right]\overline{R} \left\{ds. (9)\right\}$$

Минимизацию этого функционала следует произвести методом Винера – Колмогорова [1]. Первая вариация функционала на классе устойчивых и физически реализуемых матриц  $\overline{V}_{j}$  имеет вид

$$\begin{split} \delta I_{j} &= \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} tr \Biggl\{ \overline{R} \Biggl( \overline{V}_{j} \Biggl[ \begin{matrix} \overline{u}_{j} \overline{u}_{j^{*}} & \overline{u}_{j} g_{*} \\ g \overline{u}_{j^{*}} & g g_{*} \end{matrix} \Biggr] - \\ & - \Bigl[ \overline{\xi}_{j} \overline{u}_{j^{*}} & \overline{\xi}_{j} g_{*} \Bigr] \Biggr) \delta \overline{V}_{j^{*}} + \delta \overline{V}_{j} \Biggl( \Biggl[ \begin{matrix} \overline{u}_{j} \overline{u}_{j^{*}} & \overline{u}_{j} g_{*} \\ g \overline{u}_{j^{*}} & g g_{*} \end{matrix} \Biggr] \overline{V}_{j^{*}} - \\ & - \Biggl[ \begin{matrix} \overline{u}_{j} \overline{\xi}_{j^{*}} \\ g \overline{\xi}_{j^{*}} \end{matrix} \Biggr] \Biggr) \overline{R} \Biggr\} ds \,. \end{split}$$
(10)

Если в результате винеровской факторизации [7] найти дробно-рациональную матрицу Г, устойчивую вместе с обратной и такую, что

$$\overline{\Gamma}_*\overline{\Gamma} = \overline{R} , \qquad (11)$$

в результате j-спектральной факторизации [8] найти дробно-рациональную матрицу  $\overline{D}_j$  со свойствами аналогичными матрице (11) и диагональную числовую вырожденную матрицу J<sub>0</sub>

$$\mathbf{J}_0 = \begin{bmatrix} \mathbf{E} & \mathbf{O} \\ \mathbf{O} & \mathbf{O} \end{bmatrix},$$

связанные соотношением

$$\overline{\mathbf{D}}_{j}\mathbf{J}_{0}\overline{\mathbf{D}}_{j*} = \begin{bmatrix} \overline{\mathbf{u}}_{j}\overline{\mathbf{u}}_{j*} & \overline{\mathbf{u}}_{j}g_{*} \\ g\overline{\mathbf{u}}_{j*} & gg_{*} \end{bmatrix},$$
(12)

а также выполнить винеровскую сепарацию [1] матрицы Т вида

$$T_{j} = T_{j0} + T_{j+} + T_{j-} = \overline{\Gamma} \Big[ \overline{\xi}_{j} \overline{u}_{j*} \quad \overline{\xi}_{j} g_{*} \Big] \overline{D}_{j*}^{-1} J_{0}^{\#},$$
(13)

где # – символ операции псевдообращения матрицы [6], то первую вариацию функционала (10) можно переписать так:

$$\begin{split} \delta I_{j} &= \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} tr \Big[ \overline{\Gamma}_{*} \left( \overline{\Gamma} \overline{V}_{j} \overline{D}_{j} - T_{j} \right) \overline{D}_{j*} J_{0} \delta \overline{V}_{j*} + \\ &+ \delta \overline{V}_{j} J_{0} \overline{D}_{j} \left( \overline{D}_{j*} \overline{V}_{j*} \overline{\Gamma}_{*} - T_{j*} \right) \overline{\Gamma} \Big] ds , \end{split}$$
(14)

а условие равенства нулю вариации (14) на классе устойчивых и физически реализуемых матриц  $\overline{V}_{j}$  представить таким

$$\overline{\Gamma V}_{j}\overline{D}_{j} = T_{j0} + T_{j+} .$$
<sup>(15)</sup>

Используя условие (15), алгоритм структурной идентификации в детерминированном варианте представляется следующим уравнением

$$\bar{V}_{j} = \overline{\Gamma}^{-1} \left( T_{j0} + T_{j+} \right) \overline{D}_{j}^{-1}.$$

$$(16)$$

Таким образом, поставленная выше задача структурной идентификации моделей динамики объекта в детерминированном режиме номер ј его функционирования решена.

### 1.2. Структурная идентификация моделей динамики нелинейного объекта управления при случайных воздействиях

Для решения этой задачи в выражение (3) целесообразно ввести матрицу

$$\mathbf{V}_{sj} = \begin{bmatrix} \Phi_{sj} & \mathbf{f}_{sj} \end{bmatrix},$$

и переписать уравнение (3) в векторно-матричной форме

$$\varepsilon_{sj} = V_{sj} \begin{bmatrix} u_{sj} \\ \Delta \end{bmatrix} - \xi_{sj} \,. \tag{17}$$

Согласно теоремы Винера-Хинчина [1] транспонированная матрица спектральных плотностей случайных составляющих вектора ошибок идентификации будет такой

$$\begin{split} \mathbf{S}_{\epsilon\epsilon}^{\prime} &= \mathbf{V}_{sj} \mathbf{S}_{zz}^{\prime} \mathbf{V}_{sj*} - \mathbf{V}_{sj} \begin{bmatrix} \mathbf{S}_{u\xi}^{\prime} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} - \\ & - \begin{bmatrix} \mathbf{S}_{\xi u}^{\prime} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \mathbf{V}_{sj*} + \mathbf{S}_{\xi\xi}^{\prime}, \end{split} \tag{18}$$

где S<sup>/</sup><sub>zz</sub> – транспонированная матрица спектральных плотностей случайных воздействий на объект управления в режиме ј вида

$$\mathbf{S}_{zz}^{\prime} = \begin{bmatrix} \mathbf{S}_{uu}^{\prime} & \mathbf{S}_{\Delta u}^{\prime} \\ \mathbf{S}_{u\Delta}^{\prime} & \frac{\sigma_{\Delta}^{2}}{\pi} \end{bmatrix};$$

 $S'_{uu}$ ,  $S'_{u\xi}$ ,  $S'_{\xi u}$ ,  $S'_{\xi \xi}$ ,  $S'_{u\Delta}$ ,  $S'_{\Delta u}$  – транспонированные матрицы спектральных и взаимных спектральных плотностей случайных составляющих векторов сигналов, указанных в нижних индексах, для режима номер j;  $\sigma^2_{\Delta}$  – интенсивность белого шума.

Подстановка матрицы (18) в функционал (7) приводит последний к виду

$$e_{j} = \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} tr \left\{ \left( V_{sj} S'_{zz} V_{sj*} - V_{sj} \begin{bmatrix} S'_{u\xi} \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} S'_{\xi u} & 0 \end{bmatrix} V_{sj*} + S'_{\xi \xi} \right) R_{s} \right\} ds .$$
(19)

Минимизацию этого функционала также следует произвести методом Винера – Колмогорова [1]. Первая вариация функционала (19) на классе устойчивых и физически реализуемых матриц V<sub>sj</sub> имеет вид

$$\delta e_{j} = \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} tr \left\{ R_{s} \left( V_{sj} S_{zz}^{\prime} - \begin{bmatrix} S_{\xi u}^{\prime} & 0 \end{bmatrix} \right) \delta V_{sj^{*}} + \delta V_{sj} \left( -\begin{bmatrix} S_{u\xi}^{\prime} \\ 0 \end{bmatrix} + S_{zz}^{\prime} V_{sj^{*}} \right) R_{s} \right\} ds .$$
(20)

Если в результате винеровской факторизации [7] найти дробно-рациональные матрицы  $\Gamma_s$  и  $D_{sj}$  устойчивые вместе с обратными и такие, что

$$\Gamma_{s*}\Gamma_{s} = R_{s}, \qquad (21)$$

$$\mathbf{D}_{\mathrm{sj}}\mathbf{D}_{\mathrm{sj}^*} = \mathbf{S}_{\mathrm{zz}}^{/}, \qquad (22)$$

а также выполнить винеровскую сепарацию [1] матрицы T<sub>si</sub> вида

$$T_{sj} = T_{sj0} + T_{sj+} + T_{sj-} = \Gamma_s \begin{bmatrix} S'_{\xi u} & 0 \end{bmatrix} D_{sj^*}^{-1}, \quad (23)$$

то первую вариацию функционала (20) можно переписать так:

$$\begin{split} \delta \mathbf{e}_{j} &= \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} tr \Big[ \Gamma_{s} * \left( \Gamma_{s} \mathbf{V}_{sj} \mathbf{D}_{sj} - \mathbf{T}_{sj} \right) \mathbf{D}_{sj} * \delta \mathbf{V}_{sj*} + \\ &+ \delta \mathbf{V}_{sj} \mathbf{D}_{sj} \left( \mathbf{D}_{sj*} \mathbf{V}_{sj*} \Gamma_{s*} - \mathbf{T}_{sj*} \right) \Gamma_{s} \Big] ds , \end{split}$$

а условие равенства нулю вариации (21) на классе устойчивых и физически реализуемых матриц V<sub>sj</sub> представить таким

$$\Gamma_{s} V_{sj} D_{sj} = T_{sj0} + T_{sj+}$$
 (22)

Используя условие (22), алгоритм структурной идентификации при случайных сигналах представляется следующим уравнением

$$V_{sj} = \Gamma_s^{-1} \left( T_{sj0} + T_{sj+} \right) D_{sj}^{-1} .$$
 (23)

Таким образом, поставленная выше задача структурной идентификации моделей динамики объекта при случайных воздействиях решена.

После идентификации моделей динамики нелинейного объекта управления алгоритмы (16) и (23) в режиме номер ј функционирования объекта идентификации появляется возможность синтезировать оптимальные структуры моделей динамики регуляторов в обоих контурах системы управления также для режимов функционирования исследуемой системы управления с номером ј.

## 2. Аналитическое конструирование моделей динамики регуляторов в обоих контурах управления объектом при стохастических воздействиях

На рис. 2 представлена нормативная траектория движения в пространстве многомерного нелинейного объекта управления, подверженного стохастическим воздействиям. Особенностью исследуемой траектории является наличие наклонного и горизонтального участков, а всю предлагаемую траекторию оказалось целесообразно разбить на 6 зон, 5 из которых на наклонном её участке. Параметры и элементы системы управления, находящейся в предписанной зоне, помечены индексом «i». Модели динамики нелинейного объекта и их параметры помечены индексом «j», что соответствует режимам функционирования объекта, на которых проведены процессы структурной идентификации его моделей динамики по алгоритмам, описанным ранее.

С ориентировочными целями ниже приведены некоторые данные о параметрах исследуемой траектории. Пусть протяженность участка  $Ot_5$  проекции наклонной траектории на горизонт 100 км, а протяженность самой наклонной траектории ~100,5 км. Максимальная высота  $At_5$  траектории 10 км. Пусть время прохождения объектом каждой из первых пяти зон  $\tau = 20$  сек, соответственно общее время движения объекта по наклонному участку траектории  $t_0 = 100$  сек.



Рис. 2. Заданная траектория движения нелинейного объекта

Ниже в таблице 1 приведены ориентировочные выходные координаты каждой из исследуемых зон.

Полагается, что скорость движения объекта по первым пяти зонам траектории постоянна и равна

$$\mathbf{V}_{0} = \begin{bmatrix} 0,707\\ 0,707\\ 0,1 \end{bmatrix}, \text{KM/c},$$

а в шестой зоне

$$\mathbf{V}_6 = \mathbf{V}_0 - \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{V}_z \end{bmatrix}.$$

Таблица 1

Координаты исследуемых зон

	Нумерация зон								
	1	2	3	4	5	6			
х <sub>і</sub> (км)	14,14	28,3	42,4	56,6	70,7	0,707t			
у <sub>і</sub> (км)	14,14	28,3	42,4	56,6	70,7	0,707t			
z <sub>i</sub> (км)	2	4	6	8	10	10			

Векторы изображений желаемых сигналов на выходе объекта управления в первых пяти зонах  $\xi_j$  равны

$$\xi_j = V_0 \frac{1}{s^2},$$

а в шестой зоне

$$\xi_6 = V_6 \frac{1}{s^2}$$
.

При решении задачи оптимизированного управления движением нелинейного объекта с учётом уже имеющихся результатов структурной идентификации моделей динамики объекта в исследованных режимах его функционирования целесообразно усреднить в каждой зоне работы объекта его входные и выходные координаты и считать их входными сигналами в исследуемую систему управления. Вектор полученных сигналов входов будет таким

$$\chi_{i}(t) = \begin{bmatrix} \chi_{xi} \\ \chi_{yi} \\ \chi_{zi} \end{bmatrix} = 0, 5 \begin{bmatrix} x_{i-1} + x_{i} \\ y_{i-1} + y_{i} \\ z_{i-1} + z_{i} \end{bmatrix}.$$
 (24)

В таблице 2 приведены ориентировочные величины выше указанных компонентов входных сигналов системы.

Будем полагать, что для задания каждого участка программы движения объекта (рис. 2) используется специальный тракт (рис. 3). На его входах действуют вектор усреднённых входных сигналов (24), вектор погрешностей преобразования программы  $\tilde{\phi}_0$ , вектор оценок погрешности задания программы  $\tilde{\phi}_1$ , полученный экспериментально.

Таблица 2

Компоненты векторов входов в разных зонах

	Нумерация зон								
	1	2	3	4	5	6			
χ <sub>xi</sub> (км)	7,07	21,2	35,35	49,5	63,65	95,5			
χ <sub>уі</sub> (км)	7,07	21,2	35,35	49,5	63,65	95,5			
χ <sub>zi</sub> (км)	1	3	5	7	9	10			
	χ1	χ2	χ3	χ4	χ5	χ6			



Рис. 3. Структурная схема тракта задания программы

Будем полагать, что желаемый вектор выходных сигналов каждой зоны обозначен как

$$\xi_{0i}(t) = \begin{bmatrix} x_{0i} \\ y_{0i} \\ z_{0i} \end{bmatrix}.$$

В таком случае, учитывая соотношение (24), можно представить изображение вектора усредненных входных сигналов для всех зон в виде

$$\chi_{i}(s) = 0.5(\xi_{i-1} + \xi_{i}) \frac{e^{-(i-1)\tau s} - e^{-i\tau s}}{s}, (i=1\div 5), (25)$$

$$\chi_6(s) = 0.5(\xi_5 + \xi_6) \frac{e^{-s_5} - e^{-r_5s_6}}{s},$$
 (26)

$$\xi_{0i}(s) = \begin{bmatrix} x_{0i} \\ y_{0i} \\ z_{0i} \end{bmatrix} \frac{1}{s}, \qquad (27)$$

где  $\xi_i$  – вектор, компоненты которого равны координатам зон траектории (рис. 2)

$$\xi_i = \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{bmatrix}.$$

Используемая в рассматриваемом тракте (рис. 3) матрица коэффициентов задания программы движения K<sub>0</sub>(t) такова:

$$\mathbf{K}_{0}(t) = \mathbf{K}_{0} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{0x} & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{K}_{0y} & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{K}_{0z} \end{bmatrix}.$$
 (28)

Принимая во внимание структурную схему (рис. 2), изображение вектора выходных сигналов  $\tilde{\chi_i}$  следует определить так

$$\widetilde{\chi}_{i} = \chi_{i} + K_{0}^{-1} \widetilde{\Theta}_{0i} , \qquad (29)$$

где  $\tilde{\theta}_{0i}$  – вектор, характеризующий неточность задания программы

$$\widetilde{\Theta}_{0i} = \widetilde{\varphi}_{0i} - \widetilde{\varphi}_{1i} \,. \tag{30}$$

Учитывая последнее соотношение (29) и полагая имеющимся в наличии блок перенастраиваемых по необходимости коэффициентов с матрицей передаточных функций В вида

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\beta}_{\mathrm{X}} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{\beta}_{\mathrm{Y}} & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{\beta}_{\mathrm{Z}} \end{bmatrix},$$

разработана структурная схема системы управления траекторным движением нелинейного объекта при стохастических воздействиях (рис. 4).



Рис. 4. Структурная схема системы управления траекторным движением объекта

Основная особенность этой системы состоит в наличии контура согласования моделей динамики объекта в зонах траектории с идентифицированными моделями динамики объекта в режимах функционирования системы с номером j. Такое согласование осуществляется изменением коэффициентов матрицы В таким образом, чтобы вектор γ был равен нулю.

Матрица К<sub>1</sub> описывает динамику усилителей и имеет диагональный вид

$$\mathbf{K}_{1} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{x} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{K}_{y} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{K}_{z} \end{bmatrix}$$

Динамику измерителей в системе управления характеризует матрица передаточных функций К<sub>2</sub>.

Вектор  $\tilde{\phi}_{20}$  - это вектор помех измерений, которые действуют в процессе управления. Вектор  $\tilde{\phi}_{21}$  – это тоже вектор помех измерений, однако его характеристики получены в процессе аттестации соответствующего датчика.

Динамика нелинейного объекта управления характеризуется набором систем линеаризованных дифференциальных уравнений, с точностью до обозначений, совпадающих с уравнением (1).

Задача аналитического конструирования состоит в том, чтобы по заданным матрицам передаточных функций элементов системы в режиме с номером ј и характеристиками входных воздействий найти матрицу передаточных функций регулятора W<sub>j</sub> (рис. 4), которая обеспечивает устойчивость замкнутой системы и минимизирует отклонение вектора выходных сигналов системы ζ<sub>i</sub> от вектора желаемых сигналов i.

Для решения поставленной задачи использованы идеи, предложенные в монографиях[1, 2], и с помощью структурных преобразований векторы сигналов управления  $u_{j1}$ , возмущений и помех, действующих на систему, приведены к одному входу (рис. 5). Так как компоненты вектора  $\gamma$  обнуляются соответствующим выбором элементов матрицы B, то в дальнейшем тексте уже отсутствует индекс i на элементах схем. Предполагается также, что переход из одной зоны работы системы в следующую происходит по специальным командам.

Сравнение структурных схем, представленных на рис. 4 и 5, позволило определить вектор  $\tilde{\theta}_{2j}$  в виде разности

$$\widetilde{\theta}_{2j} = \widetilde{\varphi}_{20} - \widetilde{\varphi}_{21} \tag{31}$$

и вектор η<sub>ј</sub> в виде суммы детерминированной и случайной составляющих

$$\eta_j = \overline{\eta}_j - \eta_{sj},$$

где  $\eta_j$  – следующий вектор детерминированных составляющих воздействий:



Рис. 5. Уточненная структурная схема системы управления траекторным движением объекта

$$\overline{\eta}_{j} = \overline{M}_{j} B K_{1} \left( \overline{\chi} + K_{0}^{-1} \widetilde{\theta}_{0d} \right) + \overline{\Psi}_{j} g + \overline{P}_{j} K_{2}^{-1} \widetilde{\theta}_{2dj}; \quad (32)$$

 η<sub>sj</sub> – следующий вектор случайных составляющих воздействий:

$$\eta_{sj} = M_{sj} B K_1 \left( \chi_s + K_0^{-1} \tilde{\theta}_{0s} \right) + \Psi_j \Delta + P_{sj} K_2^{-1} \tilde{\theta}_{2sj}; \quad (33)$$

 $\hat{\theta}_{0d}$  – детерминированная составляющая вектора неточности задания программы (30);

 $\tilde{\theta}_{0s}$  – случайная составляющая вектора неточности задания программы (30);

 $\tilde{\theta}_{2dj}, \ \tilde{\theta}_{2sj}$  – детерминированная и случайная составляющие вектора помех (31).

Проведенные структурные преобразования и найденные векторы (32) и (33) позволяют представить схему системы управления траекторным движением нелинейного объекта в режиме с номером ј в виде комбинации из двух одноконтурных систем (рис. 6). Верхний контур предназначен для синтеза детерминированного тракта системы управления (матрица передаточных функций  $\overline{W}_j$ ), а нижний контур предназначен для синтеза тракта преобразования случайных сигналов (матрица передаточных функций  $W_{sj}$ ).

Таким образом, качество управления траекторным движением нелинейного объекта управления при стохастических воздействиях характеризуют два функционала



Рис. 6. Перестроенная структурная схема системы управления траекторным движением объекта

$$I_{0j} = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} tr\left(\overline{\varepsilon}_{0j}\overline{\varepsilon}_{0j^*}\overline{R} + \overline{u}_j\overline{u}_{j^*}\overline{C}\right) ds, \qquad (34)$$

$$e_{0j} = \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} tr \left( S_{\varepsilon 0 \varepsilon 0}^{\prime} R_{s} + S_{uu}^{\prime} C_{s} \right) ds , \qquad (35)$$

в которых  $\overline{\epsilon_{0i}}$  – вектор изображений детерминированной составляющей ошибки управления (рис. 6) в режиме номер j; ū<sub>i</sub> – детерминированная составляющая вектора изображений сигналов управления; S'<sub>ε0ε0</sub> – матрица спектральных плотностей вектора случайных составляющих ошибок управления  $\varepsilon_{si}$ (рис. 6); S'<sub>ии</sub> – матрица спектральных плотностей случайной составляющей вектора сигналов управления в режиме номер j  $u_{si}$ ;  $\overline{R}$ ,  $\overline{C}$ ,  $R_s$ ,  $C_s$  – соответствующие весовые матрицы. Следовательно, аналитическое конструирование системы управления траекторным движением объекта рассматриваемого класса сводится к тому, чтобы по известным динамическим характеристикам обобщенного воздействия η и идентифицированным матрицам  $\overline{M}_i$ ,  $\overline{P}_i$ ,  $M_{si}$ ,  $P_{si}$ найти такие матрицы передаточных функций  $\tilde{W}_{si}$  и Wi, при которых оба контура управления (рис.6) будут устойчивыми и будут достигать минимума функционалов качества (34), (35).

Как видим, задача аналитического конструирования сводится к поиску двух регуляторов для контура детерминированных воздействий и для контура случайных воздействий.

#### 2.1. Аналитическое конструирование оптимизированной структуры матрицы передаточных функций регулятора в контуре детерминированных воздействий

В соответствии с методологией решения таких задач в частотной области [2] синтез матрицы передаточных функций регулятора  $\overline{W}_j$  можно осуществить с помощью уравнения

$$\overline{W}_{j} = \overline{F}_{uj}\overline{F}_{\varsigma j}^{-1}, \qquad (36)$$

где  $\overline{F}_{uj}$  — матрица передаточных функций контура детерминированных сигналов от вектора  $\overline{\eta_j}$  к вектору  $\overline{u_j}$ ;  $\overline{F}_{\zeta j}$  — матрица передаточных функций этого же контура от входа  $\overline{\eta_j}$  к выходу  $\zeta_{dj}$ , связанные следующим соотношением

$$\overline{P}_{j}\overline{F}_{\varsigma j} + \overline{MF}_{uj} = E_{n}, \qquad (37)$$

где  $E_n$  – единичная матрица размерности n×n; n – размерность вектора  $\zeta_{dj}$ . Следовательно, для нахождения матрицы передаточных функций (36) необходимо найти физически реализуемую матрицу  $\overline{F}_{uj}$ , доставляющую минимум функционалу (34).

Рассмотрение контура детерминированных сигналов (рис. 6) позволяет определить изображения векторов  $\overline{\epsilon_{0j}}$  и  $\overline{u_j}$  в виде

$$\overline{\varepsilon}_{0j} = \overline{\Phi}_{j}\overline{F}_{uj}\overline{\eta}_{j} - \overline{\xi}_{0j} + \overline{\Phi}_{j}BK_{1}\left(\overline{\chi}_{j} + K_{0}^{-1}\widetilde{\theta}_{0dj}\right) + \overline{f}_{j}g, (38)$$
$$\overline{u}_{j} = \overline{F}_{uj}\overline{\eta}_{j}.$$
(39)

Подстановка выражений (38), (39) позволяет представить функционал качества (34) следующим образом

$$\begin{split} I_{0j} &= \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} tr \left\| \left\{ \overline{\Phi}_{j} \overline{F}_{uj} \overline{\eta}_{j} \overline{\eta}_{j*} \overline{F}_{uj*} \overline{\Phi}_{j*} - \overline{\Phi}_{j} \overline{F}_{uj} \overline{\eta}_{j} \left[ \overline{\xi}_{0j*} - \left( \overline{\chi}_{j*} + \widetilde{\theta}_{0dj*} K_{0*}^{-1} \right) K_{1*} B_* \overline{\Phi}_{j*} - g_* \overline{f}_{j*} \right] - \left[ \overline{\xi}_{0j} - \overline{f}_{j} g - \left( \overline{\Phi}_{j} B K_1 \left( \overline{\chi}_{j} + K_0^{-1} \widetilde{\theta}_{0dj} \right) \right) \right] \overline{\eta}_{j*} \overline{F}_{uj*} \overline{\Phi}_{j*} + \left[ \overline{\xi}_{0j} - \overline{f}_{j} g - \left( \overline{\Phi}_{j} B K_1 \left( \overline{\chi}_{j} + K_0^{-1} \widetilde{\theta}_{0dj} \right) \right) \right] \left[ \overline{\xi}_{0j*} - \left( \overline{\chi}_{j*} + \widetilde{\theta}_{0dj*} K_{0*}^{-1} \right) K_{1*} \times B_* \overline{\Phi}_{j*} - g_* \overline{f}_{j*} \right] \right\} \overline{R} + \overline{F}_{uj} \overline{\eta}_{j} \overline{\eta}_{j*} \overline{F}_{uj*} \overline{C} \right\| ds . \end{split}$$

$$(40)$$

Задача минимизации функционала (40) на классе варьируемых физически реализуемых матриц передаточных функций  $\overline{F}_{uj}$  решается методом Винера-Колмогорова [1].

Первая вариация функционала (40) на оговоренном классе варьируемых матриц передаточных функций будет такой:

$$\begin{split} \delta I_{0j} &= \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} tr \left\| \left\{ \left( \overline{\Phi}_{j*} \overline{R} \overline{\Phi}_{j} + \overline{C} \right) \overline{F}_{uj} \eta_{j} \eta_{j*} - \overline{\Phi}_{j*} \overline{R} \left[ \overline{\xi}_{0j} - \overline{\Phi}_{j} B K_{1} \left( \overline{\chi}_{j} + K_{0}^{-1} \overline{\theta}_{0dj} \right) - \overline{f}_{j} g \right] \overline{\eta}_{j*} \right\} \delta \overline{F}_{uj*} + \delta \overline{F}_{uj} \left\{ \overline{\eta}_{j} \overline{\eta}_{j*} \times \overline{F}_{uj*} \left( \overline{\Phi}_{j*} \overline{R} \overline{\Phi}_{j} + \overline{C} \right) \right] - \overline{\eta}_{j} \left[ \overline{\xi}_{0j*} - \left( \overline{\chi}_{j*} + \overline{\theta}_{0dj*} K_{0}^{-1} \right) K_{1*} \times B_{*} \overline{\Phi}_{j*} - g_{*} \overline{f}_{j*} \right] \overline{R} \overline{\Phi}_{j} \right\} \| ds \,. \end{split}$$

$$(41)$$

Если в результате винеровской факторизации [7] найти дробно-рациональную матрицу Г, устойчивую вместе с обратной и такую, что

$$\overline{\Gamma}_*\overline{\Gamma} = \overline{\Phi}_*\overline{R\Phi} + \overline{C}, \qquad (42)$$

в результате такой же факторизации найти дробнорациональную матрицу  $\overline{D}_j$  со свойствами аналогичными матрице (43) и такую, что

$$\overline{D}_{j}\overline{D}_{j^{*}} = \overline{\eta}_{j}\overline{\eta}_{j^{*}}, \qquad (43)$$

а также выполнить винеровскую сепарацию [1] матрицы Т<sub>і</sub> вида

$$\begin{split} \Gamma_{j} &= T_{j0} + T_{j+} + T_{j-} = \overline{\Gamma}_{*}^{-1} \overline{\Phi}_{j*} \overline{R} \Big[ \overline{\xi}_{0j} - \overline{f}_{j} g - \\ &- \overline{\Phi}_{j} B K_{1} \Big( \overline{\chi}_{j} + K_{0}^{-1} \widetilde{\theta}_{0dj} \Big) \Big] \overline{D}_{j*}^{-1}, \end{split}$$
(44)

то первую вариацию функционала (41) можно переписать так:

$$\delta I_{0j} = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} tr \Big[ \overline{\Gamma}_* \Big( \overline{\Gamma} \overline{F}_{uj} \overline{D}_j - T_j \Big) \overline{D}_{j*} \delta \overline{F}_{uj*} + \delta \overline{F}_{uj} \overline{D}_j \Big( \overline{D}_{j*} \overline{F}_{uj*} \overline{\Gamma}_* - T_{j*} \Big) \overline{\Gamma} \Big] ds .$$
(45)

Из-за плохой обусловленности матрицы (43) возможно лишь приближенное (оптимизированное) решение поставленной выше задачи синтеза матрицы  $\overline{F}_{uj}$ , а условие приближенного равенства нулю вариации (45) на классе устойчивых и физически реализуемых варьируемых матриц таково

$$\overline{\Gamma}\overline{F}_{uj}\overline{D}_{j} \approx T_{j0} + T_{j+} .$$
(46)

Следовательно, уравнение для определения искомой оптимизированной структуры и параметров матрицы  $\overline{F}_{ui}$  будет иметь вид

$$\overline{F}_{uj} \approx \overline{\Gamma}^{-1} \left( T_{j0} + T_{j+} \right) \overline{D}_j^{-1}.$$
(47)

Подстановка результата (48) в уравнение связи (37)

и учет выражения (36) позволяют утверждать, что оптимизированная структура и параметры матрицы передаточных функций регулятора в контуре детерминированных сигналов должны удовлетворять уравнению

$$\overline{W}_{j} \approx \overline{F}_{uj} \left( \overline{\Phi}_{j} \overline{F}_{uj} + \overline{P}_{j}^{-1} \right)^{-1}.$$
(48)

Таким образом, в общем случае (при произвольном положении нулей и полюсов элементов вектора  $\overline{\eta_i}$ ) приближенное решение задачи аналитического конструирования регулятора в контуре детерминированных воздействий. В тоже время, если компоненты вектора  $\overline{\eta_i}$  представляют собой аналитические в правой полуплоскости комплексной переменной s=j $\omega$  функции, то результат факторизации матрицы (43) можно представить в виде

$$D_j = \overline{\eta}_j \tag{49}$$

и сепарировать следующее выражение

$$T_{j} = T_{j0} + T_{j+} + T_{j-} = \overline{\Gamma}_{*}^{-1}\overline{\Phi}_{j*}\overline{R} \left[\overline{\xi}_{0j} - \overline{f}_{j}g - \overline{\Phi}_{j}BK_{1}\left(\overline{\chi}_{j} + K_{0}^{-1}\tilde{\theta}_{0dj}\right)\right].$$
(50)

Подстановка результатов (49), (50) в условие (46) позволяет получить решение задачи в виде

$$\overline{F}_{uj} = \overline{\Gamma}^{-1} \left( T_{j0} + T_{j+} \right) \overline{\eta}_j^{\#}, \qquad (51)$$

где знак # – это символ псевдообращения вектора.

По Ганмахеру [6] псевдообратный вектор  $\eta_j^{\#}$  равен

$$\overline{\eta}_{j}^{\#} = \frac{\overline{\eta}_{j}^{\prime}}{\sum_{\nu=1}^{3} \overline{\eta}_{j\nu}^{2}},$$
(52)

где / – это знак транспонирования вектора; v – номер компонента вектора  $\eta_{j}$ . Подстановка выражения (52) в уравнение (51) позволяет найти оптимальную матрицу варьируемых передаточных функций  $\overline{F}_{uj}$ , подстановка которой в выражение (48) позволяет найти оптимальную матрицу передаточных функций регулятора в контуре детерминированных сигналов.

### 2.2. Аналитическое конструирование оптимальной структуры матрицы передаточных функций регулятора в контуре случайных воздействий

В соответствии с методологией решения таких задач в частотной области [2] синтез матрицы передаточных функций регулятора  $W_{sj}$  можно осуществить с помощью аналогичного выражению (36) уравнения

$$W_{sj} = F_{uj}F_{\varsigma j}^{-1}, \qquad (53)$$

где  $F_{uj}$  – матрица передаточных функций контура случайных сигналов от вектора  $\eta_{sj}$  к вектору  $u_{sj}$ ;  $F_{\zeta j}$  – матрица передаточных функций этого же контура от входа  $\eta_{sj}$  к выходу  $\zeta_{sj}$ , связанные следующим соотношением

$$P_{sj}F_{\varsigma j} + M_{sj}F_{uj} = E_n .$$
(54)

Следовательно, для нахождения матрицы передаточных функций (53) необходимо найти физически реализуемую матрицу F<sub>uj</sub>, доставляющую минимум функционалу (35).

Рассмотрение контура случайных сигналов (рис. 6) позволяет определить изображения векторов  $\epsilon_{si}$  и  $u_{sj}$  в виде

$$\epsilon_{sj} = \Phi_{sj} F_{uj} \eta_{sj} + \Phi_{sj} B K_1 K_0^{-1} \widetilde{\theta}_{0s} + f_{sj} \Delta , \quad (55)$$

$$u_{sj} = F_{uj}\eta_{sj}.$$
 (56)

В соответствии с теоремой Винера-Хинчина транспонированные матрицы спектральных плотностей векторов (55), (56) таковы:

$$\begin{split} S_{\epsilon\epsilon}^{\prime} &= \Phi_{sj} F_{uj} S_{\eta\eta}^{\prime} F_{uj*} \Phi_{sj*} + \Phi_{sj} F_{uj} \Biggl[ \frac{\sigma_{\Delta}^{2}}{\pi} \stackrel{0}{\Psi} f_{sj*} + \\ &+ M_{sj} B K_{1} K_{0}^{-1} S_{\theta\theta}^{\prime} K_{0}^{-1} K_{1*} B_{*} \Phi_{sj*} \Biggr] + \Biggl[ \frac{\sigma_{\Delta}^{2}}{\pi} f_{sj} \stackrel{0}{\Psi} + \\ &+ \Phi_{sj} B K_{1} K_{0}^{-1} S_{\theta\theta}^{\prime} K_{0}^{-1} K_{1*} B_{*} M_{sj*} \Biggr] F_{uj*} \Phi_{sj*} + \\ &+ \frac{\sigma_{\Delta}^{2}}{\pi} f_{sj} f_{sj*} + \Phi_{sj} B K_{1} K_{0}^{-1} S_{\theta\theta}^{\prime} K_{0}^{-1} K_{1*} B_{*} \Phi_{sj*} ; \quad (57) \end{split}$$

$$S'_{uu} = F_{uj}S'_{\eta\eta}F_{uj^*}; \qquad (58)$$

где  $S'_{\eta\eta}$  – матрица спектральных плотностей случайного процесса  $\eta_{si}$  вида

$$S_{\eta\eta}^{\prime} = \frac{\sigma_{\Delta}^{2}}{\pi} \Psi_{j}^{0} \Psi_{j*}^{0} + M_{sj} B K_{1} K_{0}^{-1} S_{\theta\theta}^{\prime} K_{0*}^{-1} K_{1*} B_{*} M_{sj*} + P_{sj} K_{2}^{-1} S_{\theta2\theta2}^{\prime} K_{2*}^{-1} P_{sj*}.$$
(59)

Подстановка выражений (57)-(59) в функционал (35) позволяет представить последний следующим образом

$$\begin{split} & e_{0\,j} = \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} tr \left\{ \left[ \Phi_{sj} F_{uj} S_{\eta\eta}^{/} F_{uj*} \Phi_{sj*} + \right. \\ & + \Phi_{sj} F_{uj} \left( \frac{\sigma_{\Delta}^2}{\pi} \frac{0}{\Psi_j} f_{sj*} + M_{sj} B K_1 K_0^{-1} S_{\theta\theta}^{/} K_0^{-1} K_{1*} B_* \Phi_{sj*} \right) + \\ & + \left( \frac{\sigma_{\Delta}^2}{\pi} f_{sj} \frac{0}{\Psi_j^*} + \Phi_{sj} B K_1 K_0^{-1} S_{\theta\theta}^{/} K_0^{-1} K_{1*} B_* M_{sj*} \right) F_{uj*} \Phi_{sj*} + \\ & \left. + \left( \frac{\sigma_{\Delta}^2}{\pi} f_{sj} f_{sj*} + \Phi_{sj} B K_1 K_0^{-1} S_{\theta\theta}^{/} K_0^{-1} K_{1*} B_* \Phi_{sj*} \right) \right] R_s + \\ & \left. + F_{uj} S_{\eta\eta}^{/} F_{uj*} C_s \right\} ds \,. \end{split}$$

Минимизация функционала (60) произведена методом Винера-Колмогорова [1]. Первая вариация этого функционала найдена в виде

$$\begin{split} \delta e_{0j} &= \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} tr \left\| \left\{ \left( \Phi_{sj^*} R_s \Phi_{sj} + C_s \right) F_{uj} S_{\eta\eta}' + \Phi_{sj^*} R_s \times \right. \\ & \left. \times \left( \frac{\sigma_{\Delta}^2}{\pi} f_{sj} \frac{0}{\Psi_{j^*}} + \Phi_{sj} B K_1 K_0^{-1} S_{\theta\theta}' K_0^{-1} K_{1^*} B_* M_{sj^*} \right) \right\} \delta F_{uj^*} + \\ & \left. + \delta F_{uj} \left\{ S_{\eta\eta}' F_{uj^*} \left( \Phi_{sj^*} R_s \Phi_{sj} + C_s \right) + \left( \frac{\sigma_{\Delta}^2}{\pi} \frac{0}{\Psi} f_{sj^*} + \right. \\ & \left. + M_{sj} B K_1 K_0^{-1} S_{\theta\theta}' K_0^{-1} K_{1^*} B_* \Phi_{sj^*} \right) R_s \Phi_{sj} \right\} \right\| ds \; . \end{split}$$

Если в результате винеровской факторизации [7] найти дробно-рациональную матрицу Г, устойчивую вместе с обратной и такую, что

$$\Gamma_*\Gamma = \Phi_{sj} * R_s \Phi_{sj} + C_s , \qquad (61)$$

в результате такой же факторизации найти дробнорациональную матрицу D<sub>sj</sub> со свойствами аналогичными матрице (61) и такую, что

$$D_{sj}D_{sj^*} = S'_{\eta\eta}, \qquad (62)$$

а также выполнить винеровскую сепарацию [1] матрицы Т<sub>si</sub> вида

$$T_{sj} = T_{sj0} + T_{sj+} + T_{sj-} = \Gamma_*^{-1} \Phi_{sj*} R_s \left[ \frac{\sigma_{\Delta}^2}{\pi} f_{sj} \Psi_{j*} + \Phi_{sj} B K_1 K_0^{-1} S_{\theta\theta}^{/} K_{0*}^{-1} K_{1*} B_* M_{sj*} \right] D_{sj*}^{-1}, \quad (63)$$

то первую вариацию функционала (61) можно переписать так:

$$\begin{split} \delta e_{0j} &= \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} tr \Big[ \Gamma_* \Big( \Gamma F_{uj} D_{sj} - T_{sj} \Big) D_{sj*} \delta F_{uj*} + \\ &+ \delta F_{uj} D_{sj} \Big( D_{sj*} F_{uj*} \Gamma_* - T_{sj*} \Big) \Gamma \Big] ds \;. \end{split} \tag{64}$$

Условие равенства нулю вариации (64) таково

$$\Gamma F_{uj} D_{sj} = -(T_{sj0} + T_{sj+}),$$

а алгоритм синтеза оптимальной структуры матрицы F<sub>ui</sub> имеет вид

$$F_{uj} = -\Gamma^{-1} \left( T_{sj0} + T_{sj+} \right) D_{sj}^{-1}.$$
 (65)

Учитывая уравнения (53), (54), есть возможность записать результат аналитического конструирования оптимальной структуры матрицы передаточных функций регулятора в контуре случайных сигналов так

$$W_{sj} = F_{uj} \left( \Phi_{sj} F_{uj} + P_{sj}^{-1} \right)^{-1}.$$
 (66)

Поставленная задача синтеза оптимальной структуры регуляторов в контурах управления траекторным движением нелинейного объекта решена.

#### Заключение

Предложены новые постановки и алгоритмы решения задач аналитического конструирования оптимальных или оптимизированных структур регуляторов в системах управления траекторным движением многомерного нелинейного объекта при стохастических воздействиях.

Обоснованные алгоритмы решения задач синтеза имеют практическую направленность и позволяют учитывать результаты аттестации измерителей в процессе аналитического конструирования. Кроме того, поставлены и получены алгоритмы решений задач структурной идентификации моделей динамики нелинейного объекта в интересующих режимах его функционирования.

Работа рассчитана на специалистов по созданию и эксплуатации автономных подвижных объектов.

Дальнейшее развитие исследований требует детального изучения методов и способов разделения стохастического сигнала на регулярную и случайную составляющие.

#### Литература

1. Азарсков, В. Н. Методология конструирования оптимальных систем стохастической стабилизации [Текст] : монография / В. Н. Азарсков, Л. Н. Блохин, Л. С. Житецкий. – К. : НАУ, 2006. – 437 с.

2. Технологии конструирования современных конкурентоспособных комплексов управления стохастическим движением объектов [Текст] : монография / Л. Н. Блохин, С. И. Осадчий, А. К. Дидык, Г. И. Рудюк. – Кировоград : издатель – Лисенко В. Ф., 2015. – 284 с.

3. Блохин, Л. Н. Нелинейные оптимальные системы управления [Текст] / Л. Н. Блохин, Л. С. Житецкий // Кибернетика и вычислительная техника. – 2003. – № 139. – С. 12-22.

4. Методы классической и современной теории автоматического управления. Учебник в 5-и тт. Т.3: Синтез регуляторов систем автоматического управления [Текст] / Под ред. К. А. Пупкова и Н. Д. Егупова. – 2-е изд., перераб. и доп. – М. : Издательство МГТУ им. Баумана, 2004. – 616 с.

5. Фельдбаум, А. А. Основы теории оптимальных автоматических систем [Текст] / А. А. Фельдбаум. – М. : Наука, 1966. – 623 с.

6. Гантмахер, Ф. Р. Теория матриц [Текст] / Ф. Р. Гантмахер. – М. : Наука, 1988. – 575 с.

7. Davis, M. C. Factoring the Spectral Matrix [Text] / M. C. Davis // IEEE Trans. Auto. Cont. – 1963. – AG-8, No. 4. – P. 296-305.

8. A State Space Approach to Canonical Factorization with Applications [Text] / B. Harm, I. Gohberg, M. A. Kaashoek, A. C. M. Ran. – Birckhauser : Springer Basel AG, 2010. – 419 p.

#### References

1. Azarskov, V. N. Blohin, L. N., Zhiteckij, L. S. *Metodologija konstruirovanija optimal'nyh sistem stohasticheskoj stabilizacii*: monografija [The methodology of designing optimal systems stochastic stabilization]. Kiev, NAU Publ., 2006. 437 p.

2. Blohin, L. N., Osadchij, S. I., Didyk, A. K., Rudjuk, G. I. *Tehnologii konstruirovanija sovremennyh konkurentosposobnyh kompleksov upravlenija stohasticheskim dvizheniem ob#ektov* [Technology design of modern competitive stochastic traffic facilities management systems]. Kirovograd, Lisenko V.F. Publ., 2015. 284 p.

3. Blohin, L. N., Zhiteckij, L. S. Nelinejnye optimal'nye sistemy upravlenija [Nonlinear optimal control systems]. *Kibernetika i vychislitel'naja tehnika – Cybernetics and computer engineering, 2003, no. 139. pp. 12-22.* 

4. Pupkov, K. A., Egupov, N. D. *Metody klassicheskoj i sovremennoj teorii avtomaticheskogo upravlenija. T.3: Sintez reguljatorov sistem avtomaticheskogo upravlenija* [Methods of classical and modern control theory. T .3 Synthesis regulators of automatic control systems]. Moskow, MGTU im. Baumana Publ., 2004. 616 p.

5. Fel'dbaum, A. A. *Osnovy teorii optimal'nyh avtomaticheskih system* [Fundamentals of the theory of optimal automation systems]. Moskow, Nauka Publ., 1966. 623 p.

6. Gantmaher, F. R. *Teorija matric* [The theory of matrices]. Moskow, Nauka Publ., 1988. 575 p.

7. Davis, M. C. Factoring the Spectral Matrix. *IEEE Trans. Auto. Cont.*, 1963, AG-8, no. 4, pp. 296-305.

8. Harm, B., Gohberg, I., Kaashoek, M. A., Ran, A. C. M. *State Space Approach to Canonical Factorization with Applications*. Birckhauser, Springer Basel AG Publ., 2010. 419 p.

Поступила в редакцию 17.03.2016, рассмотрена на редколлегии 14.04.2016

## АНАЛІТИЧНЕ КОНСТРУЮВАННЯ СИСТЕМИ УПРАВЛІННЯ ТРАЄКТОРНИМ РУХОМ БАГАТОВИМІРНОГО НЕЛІНІЙНОГО ОБ'ЄКТА ПРИ СТОХАСТИЧНИХ ВПЛИВАХ

#### В. М. Азарсков, Л. М. Блохін, В. О. Зубенко, С. І. Осадчий

У статті представлено новий підхід до проектування системи управління траєкторним рухом нелінійного об'єкта. Ідея поданого підходу полягає у виділенні ряду режимів руху об'єкта, в яких його динаміку можна розглядати як таку, що складається з двох частин. Перша частина характеризує зміну вихідних координат об'єкту під дією детермінованих впливів. Друга частина описує рух об'єкта під дією стаціонарних центрованих випадкових впливів. Визначення лінеаризованих моделей динаміки об'єкта в різних режимах пропонується проводити за допомогою обґрунтованих нових алгоритмів структурної ідентифікації. Обґрунтовано структурну схему оптимальної системи управління для кожного режиму руху, яка включає два контури: детермінованих і випадкових сигналів. Синтез регуляторів, призначених для роботи в цих контурах, пропонується проводити в частотній області на основі розроблених нових алгоритмів.

Ключові слова: нелінійний об'єкт, стохастичний сигнал, ідентифікація, регулятор, синтез, факторизація, сепарація, матриця, оптимальна структура.

#### ANALYTICAL DESIGN OF THE NONLINEAR OBJECT MOVEMENT TRAJECTORY CONTROL SYSTEM UNDER THE ACTION OF STOCHASTIC EFFECTS

### V. N. Azarskov, L. N. Blokhin, V. A. Zubenko, S. I. Osadchiy

The paper presents a new approach to the design of the nonlinear object movement trajectory control system. The main idea of the proposed approach is to allocate a number of motion modes of the object in which its dynamics can be seen in two parts. The first part describes the change in the output coordinates of the object under the influence of deterministic effects. The second part describes the motion of an object under the influence of centered stationary random influences. The definition of linearized models of the dynamics of the object in different modes is encouraged to help with the help of new algorithms of structural identification. A block diagram of an optimal control system for each driving mode is justified. This diagram includes two circuits: deterministic and random signals. Synthesis of controllers designed to work in these circuits, it is proposed to carry out in the frequency domain based on newly developed algorithms.

**Keywords:** non-linear object, stochastic signals, identification, control, synthesis, factorization, the separation matrix, the optimal structure.

Азарсков Валерий Николаевич – д-р техн. наук, проф., зав. каф. систем управления летательных аппаратов, Национальный авиационный университет, Киев, Украина, e-mail: azarskov@nau.edu.ua.

**Блохин Леонид Николаевич** – д-р техн. наук, проф., проф. каф. систем управления летательных аппаратов, Национальный авиационный университет, Киев, Украина.

Зубенко Валентина Александровна – канд. техн. наук, доц., доц. каф. автоматизации производственных процессов, Кировоградский национальный технический университет, Кировоград, Украина, e-mail: zub\_valya@ukr.net.

Осадчий Сергей Иванович – д-р техн. наук, проф., зав. каф. автоматизации производственных процессов, Кировоградский национальный технический университет, Кировоград, Украина, e-mail: srg2005@ukr.net.

Azarskov Valeriy Nikolayevich – Doctor of Technical Sciences, Professor, Head of Department of Aircraft Control Systems, National Aviation University, Kiev, Ukraine, e-mail: azarskov@nau.edu.ua.

**Blokhin Leonid Nikolayevich** – Doctor of Technical Sciences, Professor of Department of Aircraft Control Systems, National Aviation University, Kiev, Ukraine.

**Zubenko Valentina Alexandrovna** – Candidate Of Technical Sciences, Associate Professor, Associate Professor of Department of Automation of the Production Processes, Kirovograd National Technical University, Kirovograd, Ukraine, e-mail: zub valya@ukr.net.

**Osadchiy Sergei Ivanovich** – Doctor of Technical Sciences, Professor, Head of Department of Automation of the Production Processes, Kirovograd National Technical University, Kirovograd, Ukraine, e-mail: srg2005@ukr.net.