УДК 72.01

Талах С.М., к.т.н., доц.
Дубик О.М.[7], аспірант, НАУ

МОДЕЛЮВАННЯ КОНСТРУКЦІЇ ДОРОЖНЬОГО ОДЯГУ НЕЖОРСТКОГО ТИПУ ПРИ ВЗАЄМОДІЇ З ҐРУНТОВОЮ ОСНОВОЮ

Запропонована методика дослідження однорідного ґрунтового півпростору на основі методу скінченних елементів. Наведено основні співвідношення моментної схеми скінченних елементів. Виконані тестові задачі по моделюванню конструкції дорожнього одягу нежорсткого типу при взаємодії з активною зоною ґрунтового півпростору.

Ключові слова: моментна схема скінченних елементів; дорожній одяг нежорсткого типу; ґрунтовий півпростір; напружено-деформований стан.

Постановка проблеми. Задачі по моделюванню конструкції дорожнього одягу нежорсткого типу при взаємодії з ґрунтовою основою розглядаються у плоскій постановці. При цьому враховується фізична і геометрична нелінійність. Фізична нелінійність означає, що поведінка матеріалу більше не обмежується тільки пружними деформаціями. Геометрична нелінійність – переміщення настільки великі, що класична теорія пружності при малих переміщеннях уже не може бути застосована [1, 2, 3]. В постановці задачі при моделюванні ґрунтового півпростору передбачається істотна неоднорідність шарів ґрунту, а також наявність включень, які моделюють елементи конструкцій.

У роботі використані співвідношення моментної схеми скінченних елементів (МССЕ) при полілінійній апроксимації функції переміщень. Багаторічний досвід розв’язання різноманітних задач механіки суцільного середовища показав, що традиційний спосіб отримання матриць жорсткості, заснований на застосуванні методів Рітца чи Галеркіна для спеціальних кусково-гладких координатних функцій, часто має повільну збіжність. Це характерно для випадків, коли прийнятий варіант апроксимації переміщень не дозволяє точно описати зміщення скінченного елементу (СЕ) як жорсткого цілого. Природа зниження точності результатів розв'язків методу скінченних елементів (МСЕ) полягає в тому, що існуючими апроксимаціями функцій неможливо описати всі види деформацій, які входять у матрицю жорсткості СЕ [4].

Актуальність. Автомобільні дороги України, що запроектовані на навантаження 60-100 кН, швидко руйнуються в умовах підвищеної інтенсивності руху та збільшення навантажень на дорожній одяг. Тому в наш час підвищуються вимоги до транспортно-експлуатаційного стану автомобільних доріг. Так склалося, що для України найбільш поширеними є конструкції дорожнього одягу саме нежорсткого типу. Винаходячи все нові і нові матеріали для дорожніх одягів, удосконалюючи технології будівництва, ремонту та реконструкції, дорожники борються з проблемами накопичення колій, тріщин, напливів та зсувів в дорожніх конструкціях. Не останнє місце в розвитку вищенаведених деформацій в дорожній конструкції посідає процес накопичення залишкових деформацій в ґрунті земляного полотна [5]. Тому дослідження напружено-деформованого стану (НДС) однорідного ізотропного ґрунтового півпростору є вкрай важливою і актуальною задачею. До теперішнього часу не отримані на належному теоретичному рівні закономірності процесів розвитку і накопичення залишкових деформацій в ґрунті земляного полотна [5, 6]. У зв'язку з цим виникає необхідність проведення детальних досліджень по визначенню НДС однорідного ізотропного ґрунтового півпростору. У загальному випадку при врахуванні об'ємних сил, що розподілені по всьому плоскому півпростору, і поверхневих розподілених (смугових) та зосереджених сил, що прикладені до границь півпростору, а також з урахуванням неоднорідності і анізотропності багатошарового ґрунтового масиву, задача не має аналітичного розв'язку. Тому в цих випадках найбільш доцільно використовувати МСЕ, а саме його найбільш ефективний варіант – МССЕ.

Викладення основного матеріалу дослідження. Варіаційний принцип віртуальної роботи в приростах на основі нелінійної теорії пружності і пластичності має вигляд [1, 2, 4]:

$$\int_v \left(\sigma'^{ij} + C^{ijkl}\gamma_{kl}\right)\delta\gamma_{ij}dv - \int_v p^{i'}\delta u_{i'}dv - \int_S q^{i'}\delta u_{i'}dS = 0, \qquad (1)$$

де σ'^{ij} – компоненти тензора другого рангу початкових напружень Піола-Кірхгоффа [3]; C^{ijkl} – компоненти тензора пружності твердого тіла; $\delta\gamma_{ij}$ – варіації коваріантних компонентів приростів тензора скінченних деформацій Коші-Гріна [3]; $\delta u_{i'}$ – варіації компонент вектора приростів переміщень (у глобальному декартовому базисі); $p^{i'}$, $q^{i'}$ – компоненти узагальнених векторів об'ємних і поверхневих сил, що діють на тіло і віднесені до початкової конфігурації.

Використання теорії пружності при розв'язанні задач механіки ґрунтів забезпечує достатньо точний опис НДС в граничному і позаграничному станах [7, 8].

Варіаційне рівняння (1) відповідно до енергетичних методів описує рівновагу елементарного об'єму будь-якого суцільного середовища незалежно від його фізико-механічних характеристик.

Для плоскої задачі нелінійної теорії пружності варіаційне рівняння (1) матиме вигляд:

$$\int_v \left(\sigma'^{\alpha\beta} + \sigma^{\alpha\beta}\right)S^{k\cdot}_{\cdot\beta}\delta\nabla_\alpha u_k dv - \int_v p^{i'}\delta u_{i'}dv - \int_S q^{i'}\delta u_{i'}dS = 0; \alpha,\beta = 1,2;\ k,i' = 1,3, \qquad (2)$$

де $S^{k\cdot}_{\cdot\beta} = \delta^{k\cdot}_{\cdot\beta} + \nabla_\beta u^k$ – компоненти тензорів перетворення афінних місцевих координат початкової та кінцевої конфігурації.

Зміна переміщень в межах СЕ визначається полілінійними функціями координат локальної поверхні ґрунтового півпростору x^1, x^2:

$$u^{i'} = \sum_{S_1=\pm 1}\sum_{S_2=\pm 1} u^{i'}_{S_1S_2} \prod_{\delta=1}^{2}\left(S_{(\delta)}x^{(\delta)} + \frac{1}{2}\right) \qquad (3)$$

де $S_\delta = \begin{cases} +1 \\ -1 \end{cases}$ – умовні Лагранжеві координати; $u_{s_1 s_2}^{i'}$ – вузлові переміщення.

Апроксимація переміщень у межах СЕ та функція форми співпадають так, що СЕ елемент, який використовується, є ізопараметричним. У МССЕ виконується розкладання функцій деформацій і напружень у ряд Маклорена у центрі скінченного елементу[1]:

$$\nabla_\alpha u_\beta = \xi_{\alpha\beta} + \varphi_{\alpha\beta\chi} x^\chi \omega_{(\chi\chi)}^{(\alpha\beta)} \tag{4}$$

$$\sigma^{\alpha\beta} = N_0^{\alpha\beta} + M_\gamma^{\alpha\beta} x^\gamma \omega_{(\alpha\beta)}^{(\gamma\gamma)} \tag{5}$$

де

$$\omega_{mn\ldots l}^{il\ldots k} = \omega_m^i \cdot \omega_n^j \cdot \ldots \cdot \omega_l^k; \quad \omega_m^i = \begin{cases} 1, & i \neq m \\ 0, & i = m \end{cases}; \xi_{\alpha\beta} = \nabla_\alpha u_\beta \Big|_{(0)};$$
$$\varphi_{\alpha\beta\chi} = \frac{\partial(\nabla_\alpha u_\beta)}{\partial x^\chi}\Bigg|_{(0)}; \quad N_0^{\alpha\beta} = \sigma^{\alpha\beta}\Big|_{(0)}; \qquad M_\gamma^{\alpha\beta} = \frac{\partial \sigma^{\alpha\beta}}{\partial x^\gamma}\Bigg|_{(0)}. \tag{6}$$

Таким чином, варіація енергії деформації двовимірного СЕ записується у вигляді:

$$\delta U_{(e)} = \int_v \left(\overset{*}{N}{}_0^{\alpha\beta} + \overset{*}{M}{}_\gamma^{\alpha\beta} x^\gamma \omega_{(\alpha\beta)}^{(\gamma\gamma)} \right) \times \left(\overset{*}{\xi}_{\alpha\beta} + \overset{*}{\varphi}_{\alpha\beta\lambda} x^\lambda \omega_{(\lambda\lambda)}^{(\alpha\beta)} \right) dv, \tag{.7}$$

Після інтегрування (7) отримуємо:

$$\delta U_{(e)} = \sqrt{G} \left(N_0^{\alpha\beta} \delta\xi_{\alpha\beta} + \frac{1}{12} \overset{*}{M}{}_\gamma^{\alpha\beta} \delta \overset{*}{\varphi}_{\alpha\beta\lambda} \delta_\gamma^\lambda \omega_{(\alpha\beta)}^{(\gamma\gamma)} \right). \tag{8}$$

Система нелінійних рівнянь рівноваги скінченно-елементної моделі плоского півпростору отримується з виразу варіації повної потенціальної енергії деформації для одного СЕ:

$$\delta \Pi_{(e)} = \sum_{P_1=\pm1} \sum_{P_2=\pm1} \left(R_{P_1P_2}^{t'} - \overset{*}{Q}{}_{P_1P_2}^{t'} \right) \delta u_{P_1P_2 t'} \tag{9}$$

Ці рівняння додаються за всіма елементами дискретної моделі півпростору:

$$\sum_{e=1}^{e=E}\left[\sum_{P_1=\pm1}\ \sum_{P_2=\pm1}\left(R^{t'}_{P_1P_2}-\overset{*}{Q}{}^{t'}_{P_1P_2}\right)\delta u_{\substack{t'\\P_1P_2}}\right]=0 \qquad (10)$$

Система нелінійних рівнянь рівноваги набуває вигляду:

$$\sum_{N=1}^{M}\left(R^{t'}_N-\overset{*}{Q}{}^{t'}_N\right)=0 \qquad (11)$$

Результати розв'язання задач плоского напруженого стану і плоскої деформації залежать від фізико-механічних характеристик матеріалу, що використовується. Для опису процесу розвитку зсувних деформацій ґрунту використовується критерій текучості Мізеса у формі:

$$f=\frac{3}{2}\mathrm{I}_1\left(\hat{S}^2\right)\sigma^2_{(S)}=0, \qquad (12)$$

де $\hat{S}$ – тензор-девіатор напружень у деформованому базисі:

$$\hat{S}=dev\hat{\tau}=\frac{1}{\sqrt{I_3}}dev\hat{\sigma}=\sqrt{\frac{G}{\overset{*}{G}}}dev\hat{\sigma} \qquad (13)$$

$$\hat{S}^2=\hat{S}\cdot\hat{S}=S^{ij}\vec{e}_i\vec{e}_j\cdot S^{ks}\vec{e}_k\vec{e}_s=S^{ij}S^{ks}G_{jk}\vec{e}_i\vec{e}_s \qquad (14)$$

Тоді вираз (12) з урахуванням (13) і (14) набуває вигляду:

$$f=\left(S^{11}\right)^2+\left(S^{22}\right)^2+\left(S^{33}\right)^2-\frac{2}{3}\sigma^2_{(s)}=0. \qquad (15)$$

Якщо головні напруження відомі, то на випадок плоскої деформації маємо:

$$\left(t^{11}-t^{22}\right)^2+\left[t^{22}(1-\nu)-\nu t^{11}\right]^2+\left[t^{11}(\nu-1)+\nu t^{22}\right]^2-2\sigma^s_{(s)}=0. \qquad (16)$$

Для доведення достовірності запропонованої методики дослідження ґрунтового півпростору були розв'язані тестові задачі з механіки ґрунтів.

На випадок смугового навантаження на одиничну пластинку досліджено вплив фізичних властивостей різних шарів півпростору на розподіл напружень між ними в умовах відсутності тертя. Аналітичний розв'язок задачі визначення розподілу напружень виконувався А. Лявом, Н. Герсевановим, Н. Форіним [7]. Вони отримали спрощені для практичного розрахунку табульовані формули для визначення зсувних, розпірних і стискаючих напружень. Для порівняння та аналізу результатів, що були отримані при чисельному розрахунку з використанням розробленої методики, була побудована дискретна модель для плоского півпростору з розмірами регулярної сіткової області М2 х М3 (19х23). Значення параметрів розрахункової схеми наведено на рис. 1. При цьому ширина смугового навантаження приймалась *b*=2 м, розмір розрахункової частини півпростору (з урахуванням однієї площини симетрії складає 400х700 см, фізико-механічні характеристики ґрунтового масиву (однорідний, ізотропний) – модуль пружності (загальний модуль деформації) – *E*=40 МПа, коефіцієнт Пуассона (параметр поперечної деформації) – *ν*=0,3. Граничні умови розрахункової схеми наступні: у площині симетрії $0Z^{1'}Z^{3'}$ в глобальній системі координат накладені в'язі на переміщення і кути повороту у напрямі $Z^{2'}$ і площині бічної грані розрахункового фрагменту. Аналогічні в'язі у 3-му напрямі глобальної системи координат накладені у нижній площині півпростору, а також накладені в'язі в усіх вузлах дискретної моделі на переміщення за нормаллю до площини півпростору $0Z^{2'}Z^{3'}$.

Для плоскої задачі компоненти тензора напружень $\sigma_N^{33}, \sigma_N^{22}, \sigma_N^{23}$ не залежать від фізико-механічних характеристик лінійно-деформованого півпростору у вибраних межах навантаження, коли відсутні області пластичної деформації. Максимальне переміщення у центрі смугового навантаження складає: $u_{1103}^{3'} = 0{,}04.$ Тобто все навантаження передається на скелет ґрунту і визначене напруження за розв'язками теорії пружності буде задавати з необхідною точністю дійсну величину кінцевих повних напружень у ґрунті від дії зовнішнього навантаження.

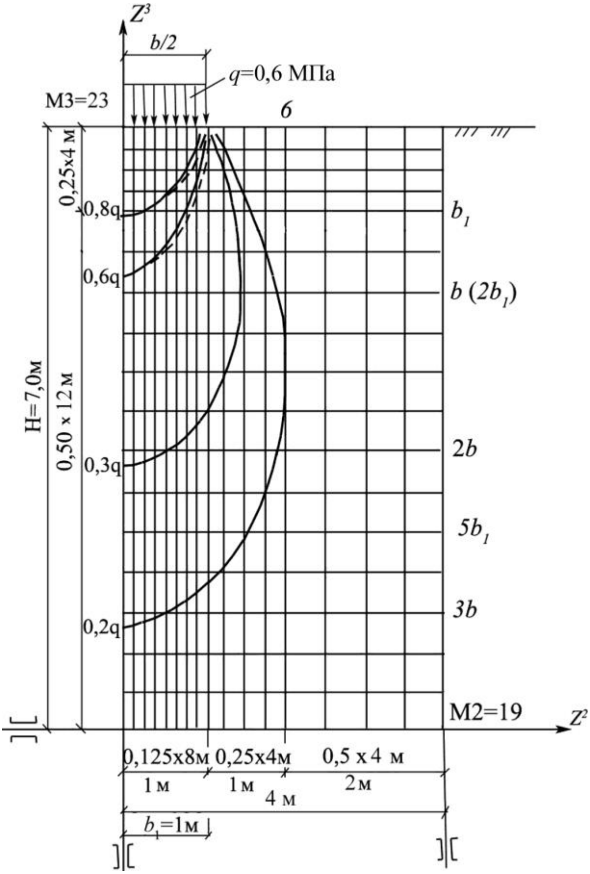


рис. 1. Розрахункова схема півпростору

Після розв’язання системи рівнянь рівноваги СЕ-моделі розрахункового фрагменту півпростору (система містить 19х23х6=2622 рівнянь без врахування накладених в’язей) отримуються результати НДС для всієї дискретної моделі. Значення максимальних напружень за лінією симетрії наведені у таблиці 1 і порівнюються із наведеними відповідними значеннями аналітичного розв’язку задачі А. Лявом [7].

Таблиця 1

Значення нормальних напружень на площині симетрії під центром смугового навантаження

$\frac{H - z^{3'}}{b}$	Номер СЕ	$10^{-1}\sigma_N^{33}/q \mid 10^{-1}\sigma_N^{33}$, МПа		Похибка, %
		За Лявом	За МССЕ	
0,375	989	0,89/5,34	5,31	0,56
0,625	913	0,752/4,51	4,38	2,88
0,875	837	0,618/3/71	3,58	3,50
1,125	799	0,513/3,08	2,97	3,57
1,375	761	0,438/2,63	2,52	4,18
1,625	723	0,378/2,27	2,18	3,96
2,125	647	0,298/1,79	1,76	1,68
3,125	495	0,205/1,23	1,25	-1,63
4,125	313	0,165/1,0	1,11	-11,0
5,125	191	0,125/0,75	0,95	-33,3

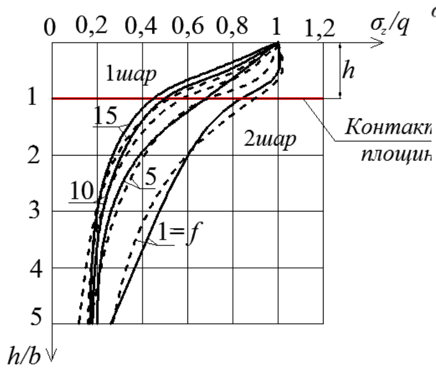
На основі скінченно-елементної моделі розглянутої плоскої задачі теорії пружності, що наведена на рис. 1, розв’язана класична тестова задача механіки ґрунтів про дослідження впливу фізичних властивостей різних шарів півпростору на розподіл напружень між ними в умовах відсутності тертя. На основі одержаної Маргерром функції параметра *f*, що зв’язує пружні сталі суміжних шарів [8], К.Єгоров вивів аналітичне рівняння у формі комплексних змінних для розв’язку задачі про розподіл напружень в пружному півпросторі під дією смугового навантаження. Фізичні властивості півпростору, що складається з двох шарів: верхнього товщиною h і підстильного нижнього шару, що має значне поширення у глибину і боки, можуть бути охарактеризовані параметром:

$$f = \frac{E_1}{E_2}\frac{(1-\nu_2^2)}{(1-\nu_1^2)}, \tag{17}$$

де E_1, E_2, ν_1, ν_2 – модулі пружності та коефіцієнти Пуассона відповідно для кожного із шарів. На основі дискретної моделі були одержані декілька розрахункових схем, що відрізнялися співвідношенням параметрів шарів (f = 1, 5, 10, 15). Значення напружень під центром смугового навантаження отримані для ряду товщин шарів – h/b_1 =1; 2; 3,33; 5 при різних співвідношеннях модулів пружності. Для кожної комбінації цих параметрів побудовані відповідні розрахункові схеми задачі та отримані відповідні розв'язки НДС дослідження двошарового півпростору.

Результати розв'язання задач за МССЕ порівнюються з результатами К. Єгорова [8], отриманими аналітичним способом (рис. 2).

За результатами отриманих числових розв'язків побудовані графіки розподілу напружень у двошаровій основі на межі їх контакту. З графіків видно, що числові і аналітичні розв'язки добре узгоджуються.



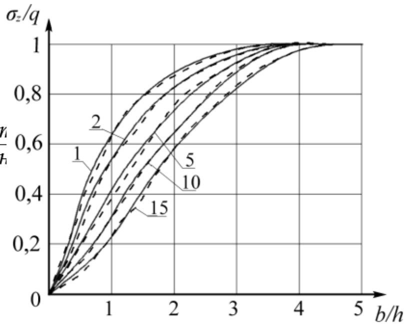


рис. 2. Розподіл напружень у двошаровій основі на межі їхнього контакту: *а* – зміна напружень по глибині; *б* – розполіл напружень по контактній площині (суцільна лінія – розрахунки за МССЕ; штрихова – за Єгоровим [8])

Висновки. Запропонована методика числового дослідження НДС однорідного ізотропного пружного півпростору на основі МССЕ може бути використана при розрахунках на міцність дорожніх одягів нежорсткого типу. Отримані числові результати розв'язків НДС порівнюються з наведеними аналітичними розв'язками класичної тестової задачі механіки ґрунтів про дослідження впливу фізичних властивостей різних шарів півпростору на розподіл напружень між ними. Ці результати добре узгоджуються.

Література

1. Шимановский А.В. Теория и расчет сильнонелинейных конструкций: монографія. /А.Шимановский В.Цыхановский.– К.: Сталь, 2005 – 432 с.
2. Шимановский А.В. Оптимизация комбинированных пространственных систем /Шимановский А.В., Цыхановский В.К., Талах С.М. – Киев.: Сталь, 2012. – 462 с.
3. Лурье А.И. Нелинейная теория упругости/ Анатолий Исакович Лурье.– М.: Наука, 1980. –512с.
4. Сахаров А.С. Моментная схема конечных элементов (МСКЭ) с учетом жестких смещений/ Александр Сергеевич Сахаров // Сопротивление материалов и теория сооружений. – К., 1974.– Вып. 24.– С.147 – 156.
5. Матуа В.П. Исследование напряженно-деформированного состояния дорожных конструкций с учетомих неупругих свойств и пространственного нагружения: дисс. доктора техн. наук: 05.23.11 / Вахтанг Парменович Матуа.– Ростов-на-Дону, 2002. – 484 с.
6. Каныгина С.Ю. Прогнозирование остаточних деформаций дорожных одежд нежесткого типа на земляном полотне из глинистих грунтов: автореферат дисс..канд. техн. наук : спец. 05.23.11"Проектирование и строительство дорог, метрополитенов, аэродромов, мостов и транспортных тоннелей"/С.Ю.Каныгина. – М.,1999. – 20 с.
7. Цытович Н.А. Механикагрунтов/ Николай Александрович Цытович– М.: Гос.изд-волит. по стр., архит. стр.мат, 1963. –636 с.
8. Харр М.Е. Основы теоретической механики грунтов /М.Е.Харр. – М.: Мир, 1971. – 320с.

Аннотация

Предложена методика исследования однородного грунтового полупространства на основе метода конечных элементов. Приведены основные соотношения моментной схемы конечных элементов. Выполнены тестовые задачи по моделированию конструкции дорожной одежды при взаимодействии с активной зоной грунтового полупространства.

Ключевые слова: моментная схема конечных элементов; дорожные одежды нежесткого типа; грунтовое полупространство; напряженно-деформированное состояние.

Abstract

The article presents methodology investigation homogeneous subgrade half-space on the basis of the method finite element. Fpplicationof the principal correlationsof momental scheme of finite elements. We have performed test problems modeling of non-rigid pavement under simulation of subgrade half-space active zone including the layers of pavement.

Key words: momental scheme of finite elements; non-rigid pavements; subgrade half-space; deflected mode.

Стаття надійшла до редакції у травні 2015 р.

УДК 624:624.046(045)

Першаков В.М. д.т.н., проф.,
Сидорченко М.О.[8], студентка НАУ

ВПЛИВ НАДІЙНІСТІ КОНСТРУКЦІЙ БУДИНКІВ ТА СПОРУД НА ПРОБЛЕМИ РОЗВИТКУ МІСЬКОГО СЕРЕДОВИЩА

У статті описані фактори, які сприяють збільшенню надійності на проблеми розвитку міського середовища, а також граничні стани, за якими визначаються умови безвідмовності будівлі.

Ключові слова: надійність, розвиток міського середовища, будівля, споруда, конструкція, граничний стан.