УДК 539.3; 531

В.И.Гуляев, Е.Ю.Толбатов

Предрезонансные и резонансные упругие колебания спиральных

труб, взаимодействующих с внутренними подвижными жидкостными

пробками.

Упругим колебаниям спиральных труб, содержащих внутренние неоднородные потоки жидкости, свойственны динамические эффекты, возникающие в упругих системах с подвижными массами. Особенности динамического поведения таких систем связаны с тем, что элементы подвижных масс в этих случаях участвуют одновременно в нескольких видах движения и на них действуют позиционные силы инерции, зависящие от положения элемента, и гироскопические силы инерции, обусловленные взаимодействием вращательных и линейных составляющих движений. При этом существенно усложняются формы колебаний упругой системы, поскольку фазы колебаний её элементов становятся разными, моды её периодических движений перестают быть стоячими, узловые точки начинают смещаться и форма колебаний приобретает вид бегущей волны, отслеживающей движение подвижных масс.

Отметим также, что при перемещении подвижных тел в рассматриваемых упругих системах происходят постоянные изменения их геометрии масс,сопровождаемое эволюцией спектра их частот. Поскольку из-за этого для них вообще утрачивается понятие собственных колебаний и исключается возможность изучения их движения методами спектрального анализа, наиболее подходящим для их исследования оказываются методы непосредственного компьютерного моделирования.

В данной работе в результате проведенных численных расчётов установлена возможность возбуждения резонансных колебаний в цилиндрических трубчатых спиралях под действием сил инерции неоднородного внутреннего потока жидкости с разрывными инерционными характеристиками, выбранными из условия моделирования процесса её кипения. Построены формы движения системы в пред- и закритических состояниях.

Установлено, что в отличие от обычных осцилляторов, находящаяся под действием внешней периодической силы, рассматриваемая система остаётся неустойчивой и в закритических состояниях, когда скорость движения пробок превышает критическую.

Отмеченные явления наиболее типичны для криволинейных трубопроводов теплообменных аппаратов тепловых и атомных энергетических установок.

§ 1. Пусть внутри круговой цилиндрической трубчатой спирали, жёстко защемлённой на концах, движутся сгустки жидкости, разделённые пустотами (рис.1).Примем, что продольный размер и масса пробки в процессе движения не изменяются, её скорость  постоянна и силой вязкого трения пробки о стенку трубопровода можно пренебречь [8]. Для определения областей их устойчивых и неустойчивых движений будем варьировать размеры пробок и скорости их движения.

При описании динамики трубчатой спирали удобно применять подходы Лагранжа и Эйлера совместно, используя первый для индивидуализации точек стержня и подвижных жидкостных пробок и второй для описания его геометрии в деформированном состоянии.

Внутренняя геометрия стержня задаётся координатой , измеряемой длиной осевой линии от некоторой начальной точки до текущей, и подвижной правой системой координат (), жёстко связанной с рассматриваемым поперечным сечением. Пусть начало этой системы лежит в центре тяжести площади поперечного сечения, оси  направлены вдоль главных центральных осей инерции площади сечения, а ось  - по касательной к упругой линии. Координата  в данном случае является сопутствующей, вместе с временем  они составляют переменные Лагранжа. Внешняя геометрия стержня определяет положение каждой его точки и всей упругой линии в неподвижной системе координат , являющимися переменными Эйлера.

Введём естественный трёхгранник упругой линии стержня с ортами главной нормали , бинормали  и касательной .

Уравнения изгиба упругого трубчатого стержня распределёнными силами  и моментами  запишем в форме [3,7]

, ,

, , , , (1.1)

, , ,

где , -векторы внутренних усилий и моментов с компонентами , ,  и , ,  соответственно; - вектор Дарбу; - радиус кручения; - радиус-вектор точек осевой линии; , , - параметры изгибной и крутильной жёсткости; , , - кривизны и кручение осевой линии.

При вычислениях распределёнными моментами внешних сил  пренебрегаем. Роль вектора  внешних сил в данном случае играет вектор сил инерции. Поскольку жидкий элемент совершает сложное движение, его абсолютное ускорение  вычисляется по формуле

. (1.2)

Здесь - вектор переносного ускорения жидкости, обусловленного его движением вместе с трубкой. Поэтому

, , . (1.3)

Ускорение  элемента жидкости, вызванное его движением в криволинейном канале трубки, является относительным. Вектор  лежит в соприкасающейся плоскости [5],поэтому его удобно представлять в осях подвижного триедра

. (1.4)

В нашем случае принимаем , поэтому первое слагаемое в правой части (1.4) равно нулю.

Ускорение Кориолиса  обусловлено взаимодействием вращательного движения трубки при её колебаниях и относительного движения в ней жидкости. Оно подсчитывается так:



Вектор  определяет угловую скорость вращения триедра , ,  в системе . Разложим его по этим ортам [5]:

,

, (1.5)



Зная полное ускорение , находим силу инерции, действующую на элемент жидкости,

 (1.6)

Для элемента трубы имеем

 (1.7)

Сумма  и  даёт полную силу инерции, действующую на элемент змеевика с жидкостью,

 (1.8)

Примем, что при выбранных параметрах системы трубчатый змеевик будет совершать малые колебания, описываемые линейными дифференциальными уравнениями. Эти уравнения могут быть получены путём лианеризации соотношений (1.1) в окрестности исходного недеформированного состояния. Запишем их в скалярном виде, исключив из них с помощью соотношений первых интегралов вектор  [3]:

 ,

 ,

 ,

 ,

 ,

 ,

 ,

 ,

 , (1.9)







 , , .

В левых частях этих уравнений производные по  являются частными, поскольку слагаемые , ,  содержат производные по времени . Для их построения необходимо линеаризовать и , , . Выполним линеаризацию в окрестности состояния равновесия. Тогда



(1.10)



Система уравнений (1.9), (1.10) вместе с соответствующими граничными и начальными условиями определяет динамику криволинейного трубопровода с внутренним потоком. С её помощью можно анализировать и собственные колебания системы.

§ 2. Методика решения системы уравнений (1.9), (1.10) с частными производными основана на применении для её интегрирования по времени отличающейся повышенной точностью неявной разностной схемы Хуболта [3,4]. С её помощью строится шаговый процесс, на каждом этапе которого решается двухточечная краевая задача для обладающих тремя первыми интегралами уравнений 15-го порядка с независимой переменной . Поскольку некоторые коэффициенты этой системы имеют малые делители, равные квадратам шагов интегрирования по времени, эта система является жёсткой и среди её частных решений имеются быстро возрастающие функции. Поэтому построение её решения осуществляется совместным применением метода начальных параметров, метода дискретной ортогонализации и метода Рунге-Кутта.

В исходном недеформированном состоянии осевая линия трубчатой спирали определяется уравнениями

, ,  (2.1)

где - радиус цилиндрической поверхности винтовой спирали, - угол подъёма спирали.

С их помощью подсчитываются компоненты ортов подвижного триедра

, , ,

, , , (2.2)

, , 

и параметры кривизны и кручения

, , 

(2.3)

Соотношения (2.2), (2.3) используются для вычисления коэффициентов уравнений (1.9).

§ 3. С помощью разработанной методики выполнены исследования колебаний стального трубчатого змеевика при значениях механических параметров: изгибные жёсткости ; жёсткость при кручении ; ; ; наружный диаметр кольцевого сечения трубки ; толщина стенки трубки ; погонная масса протекающей жидкости (воды) ; погонная масса трубки ; число витков спирали ; параметры её кривизны и кручения , , .

Рассматривались такие случаи, при которых последующая пробка поступала в канал змеевика, когда из него выходила предыдущая, поэтому цикл движения жидкостных пробок определялся началом входа в змеевик и концом выхода каждой из них. В связи с этим период  внешнего динамического возмущения трубчатой спирали можно считать равным времени прохождения пробкой eё длины , где - полная длина трубки. Можно предположить также, что периодичность нагрузки связана со временем прохождения пробкой одного витка спирали. Определить заранее с каким периодом трубчатый змеевик будет откликаться на силы инерции внутреннего потока невозможно. Характер динамической реакции спирали устанавливается после анализа результатов расчёта.

При выбранных параметрах системы решены шесть задач (см. таблицу), отличающиеся длинами пробок  и полостей .

Для каждой из задач при фиксированной скорости  движения пробки исследовалась динамика трубы на временном отрезке, равном времени прохождения пятидесяти и более пробок. Затем с целью нахождения резонансных режимов движения величина  варьировалась и моделирование движения повторялось при новом значении . Наименьшее значение , при котором амплитуда колебаний начинала неограниченно возрастать, считалось критическим. Шаг  варьирования  составлял . В окрестности критического состояния эта величина составляла .

Как свидетельствуют расчёты, в случае малой длины  её увеличение и одновременное уменьшение  приводит к уменьшению значений критических скоростей . Для задачи 4 эта скорость минимальна. Дальнейшее увеличение  приводит к возрастанию  (задачи 5,6).

Для найденных критических величин скоростей подсчитаны значения периодов прохождения пробкой всей длины спирали  и одного её витка , которые можно сопоставить со значениями условных периодов почти периодических колебаний системы вдоль осей  и .

Отметим, что для задачи 2-4 период колебаний  вдоль оси  почти равен периоду , для задачи 5 он кратен периоду  прохождения пробкой длины спирали, а для задачи 6 период колебаний  вдоль оси  равен периоду , в то время как вдоль оси  имеет место дивергентная форма потери устойчивости, сопровождаемая монотонным возрастанием прогиба.

Формы движения спирали имеют высокую сложность как по пространственной , так и по временной  координатам. На рис.2-5 представлены графики колебаний точки  осевой линии трубы вдоль оси  при докритических и критической  скоростях пробок для задачи 1. Можно заметить, что при малой скорости  (рис.2) колебания имеют вид биений. Затем с увеличением  до значения  (рис.3) движение становится более сложным, происходит с большей частотой, но остаётся систематизированным. В предкритическом состоянии (, рис.4) характер движения становится менее упорядоченным и в критическом случае  амплитуда колебаний возрастает, но не линейно, как это бывает при обычных резонансах, и с дополнительными биениями (рис.5).

Отметим также, что при увеличении скорости пробок увеличивается не только частота их воздействия на конструкцию, но и интенсивность силы инерции, которая пропорциональна квадрату скорости. Поэтому, в отличие от обычных осцилляционных систем, колебания змеевика остаются неустойчивыми и в закритических случаях, когда .

Список литературы

1.Бате К., Вилсон Е. Численные методы анализа и метод конечных элементов / Под ред. А.Ф.Смирнова. М.:Стройиздат,1982.

2.Бидерман В.Л. Механика тонкостенных конструкций. М.: Машиностроение, 1997.- 488 с.

3.Гуляев В.И., Гайдайчук В.В., Кошкин В.Л. Упругое деформирование, устойчивость и колебания гибких криволинейных стержней.- Киев. Наукова думка, 1992.-343 с.

4.Гуляев В.И., Гайдайчук В.В., Котенко Е.Э., Жабер Х.Н. Динамика упругих трубчатых спиралей, взаимодействующих с внутренними подвижными жидкостными пробками // Прикл. механика.-1994.- 30, № 7.-с.37-45.

5.Лурье А.И. Аналитическая механика.- М.: Физматгиз, 1961.- 824 с.

6.Пановко Я.Г., Губанова И.И. Устойчивость и колебания упругих систем. -М.:Наука, 1987.-352 с.

7.Светлицкий В.А. Механика стержней: В 2-х ч.- М.:Высш.шк., 1987. ч.1. 320 с.

8.Benjamin B. 1961 a Proceedings of the Royal Society (London) A, 261, 457-486. Dinamics of a system of articulated pipes conveying fluid.1 Theory