

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ АВІАЦІЙНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
АЕРОКОСМІЧНИЙ ФАКУЛЬТЕТ
КАФЕДРА МАШИНОЗНАВСТВА, СТАНДАРТИЗАЦІЇ ТА СЕРТИФІКАЦІЇ

КОНСПЕКТ ЛЕКЦІЙ

з дисципліни «Теорія машин і механізмів»

Галузь знань: 27 «Транспорт»

Спеціальність: 272 «Авіаційний транспорт»

Освітньо-професійна

програма: «Технічне обслуговування та ремонт повітряних суден і авіадвигунів»
«Технології робіт та технологічне обладнання аеропортів»
«Інженерія авіаційних конструкцій»

Укладач: к.т.н., с.н.с., доцент О. Радько

Конспект лекцій розглянутий та схвалений
на засіданні кафедри машинознавства

Протокол № 1 від 20 січня 2020 р.

Завідувач кафедри _____ М. Кіндрачук

Лекція № 1

Тема лекції: Основні поняття і визначення.

План лекції

1. Машинобудування як провідна галузь народного господарства.
2. Теорія механізмів і машин як наука. Взаємозв'язок ТММ з іншими суміжними дисциплінами. Роль ТММ в підготовці спеціалістів з літакобудування і вертолітобудування.
3. Поняття про механізм, ланку, кінематичну пару.
4. Класифікація кінематичних пар.
5. Ступінь вільності механізмів.

Література

1. Баранов Г.Г. Курс теории механизмов и машин. – М.: Машиностроение, 1975. – 494 с.
2. Артоболевский И.И. Теория механизмов и машин. – М.: Наука. 1988. – 640 с.
3. Кіницький Я.Т. Теорія механізмів і машин. . – К.: Наукова думка, 2002. – 660 с.
4. Воронкін М.Ф., Цимбалюк А.А. Основи теорії механізмів і машин: Конспект лекцій. – К.: КМУЦА, 2000. – 208 с.

Зміст лекції

Поняття про механізм, ланку, кінематичну пару.

Будь-який механізм складається з твердих тіл, рухомо з'єднаних одне з одним. Тверде тіло, що входить до складу механізму і рухомо з'єднане з іншими тілами, називається **ланкою**. Кожна ланка механізму здійснює свій цілком визначений рух. У той же час рухи всіх ланок зв'язані між собою. Ланка може складатися із кількох твердих тіл, жорстко з'єднаних одне з другим. Тверде тіло, що входить до складу ланки, називають **деталлю**. У складі кожного механізму є одна **нерухома** ланка (**стояк**). Нерухома ланка механізму, як правило, складається із кількох деталей.

У механізмі окремі ланки з'єднані між собою особливим чином. Рухоме з'єднання двох ланок, які стикаються, називається **кінематичною парою**. За класифікацією кінематичні пари поділяться за родами, класами та характером зіткнення.

За класифікацією В.В.Добровольського кінематичні пари діляться на п'ять родів. Для визначення роду кінематичної пари необхідно виділити в механізмі дві ланки, що утворюють кінематичну пару, і, прийнявши одну з ланок за нерухома, визначити число ступенів вільності другої ланки, тобто кількість **незалежних** рухів однієї ланки відносно іншої. Рід кінематичної пари буде відповідати числу ступенів вільності однієї ланки при її русі відносно другої.

З курсу теоретичної механіки відомо, що вільне тіло у просторі має шість ступенів вільності, тобто може здійснювати шість **незалежних** один від одного рухів. Як видно із рис. 1, вільне тіло (ланка *l*) може здійснювати три поступальних рухи паралельно осям *X*, *Y*, *Z* та три обертальних рухи відносно осей, паралельних осям координат *X*, *Y*, *Z*. Якщо ланка *l* буде утворювати кінематичну пару з іншою ланкою, то вона не зможе мати шість незалежних рухів відносно іншої ланки. Залежно від характеру з'єднання ланка *l* буде здійснювати один, два, три, чотири або п'ять рухів відносно другої ланки, утворюючи з

нею відповідно пару 1-го роду (однорухому), 2-го роду (дворухому), 3-го роду (трирухому), 4-го роду (чотирирухому) або 5-го роду (п'ятирухому).

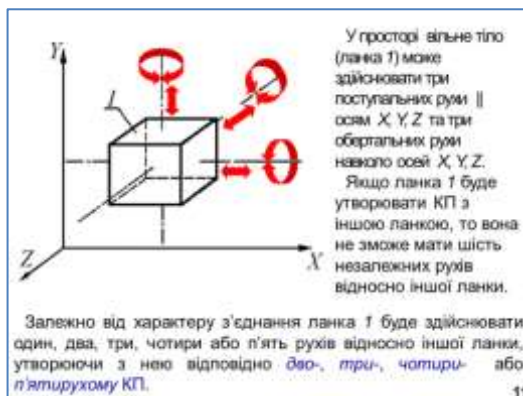
За класифікацією І.І. Артоболевського кінематичні пари діляться на п'ять класів. Клас пари визначається числом ступенів вільності, які втрачаються при рухомому з'єднанні двох ланок. Тому пара 1-го роду (за В.В.Добровольським) буде називатися в класифікації І.І. Артоболевського парою п'ятого класу; пара 2-го роду – парою четвертого класу і т.д.

Таблиця 1

Види кінематичних пар

Рід пари	Можливі види пар		
1	О		П
2	ОО		ОП
3	ООО	ООП	ОПП
4	ОООП		ООПП
5		ОООПП	

За класифікацією Ф.Рело кінематичні пари діляться на *нижчі* і *вищі*. *Нижчими* називаються кінематичні пари, у яких ланки стикаються між собою поверхнями (наприклад, обертальна, поступальна, циліндрична, сферична) (див. рис. 2, 3, 4). *Вищими* називаються кінематичні пари, в яких ланки стикаються між собою по лінії або в точці (наприклад, циліндр-площина, куля-площина) (див. рис. 5, 6).





2. Умовні зображення кінематичних пар і ланок плоских механізмів.

У практиці широке розповсюдження мають **плоскі** механізми, в яких точки всіх ланок рухаються паралельно одній нерухомій площині. У плоских механізмах кінематичні пари можуть бути тільки 1-го та 2-го родів (видів О, П і ОП).

Умовне зображення плоскої обертальної кінематичної пари показано на рис. 1. Центри обертальних пар позначають великими літерами латинського алфавіту: A, B, C і т.д. Ланки позначають порядковими арабськими цифрами: 1, 2, 3 і т.д.

Умовні зображення плоскої поступальної кінематичної пари наведені на рис. 2, а, б. Напряму поступальної пари позначають літерою H з подвійним індексом у відповідності з номерами тих ланок, які утворюють дану пару.

3

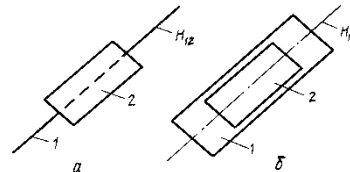
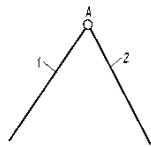


Рис. 1. Умовне зображення плоскої обертальної кінематичної пари

Рис. 2. Умовне зображення плоскої поступальної кінематичної пари: а – у вигляді прямо лінійної ланки 1 і втулки 2; б – у вигляді повзуна 2 в напрямній 1

На рис. 3, а і б показані умовні зображення плоскої кінематичної пари 2-го роду. Рис. 3, а відповідає тому випадку, коли обидві ланки при роботі механізму послідовно стикаються одна з одною всіма своїми точками (наприклад, кулачок і ролик у кулачковому механізмі). Позначення, яке показано на рис. 3, б, використовується у тих випадках, коли ланки стикаються тільки на деякій ділянці профілів (наприклад, зуб'я зубчастих коліс, які знаходяться в зачепленні).

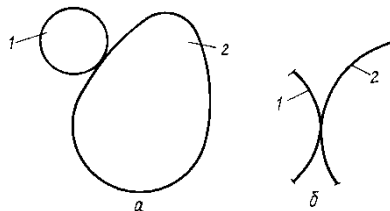


Рис. 3. Умовні зображення плоскої кінематичної пари 2-го роду: а – при роботі механізму ланки стикаються одна з одною всіма своїми точками; б – при роботі механізму стикання ланок відбувається тільки на деякій ділянці

На рис. 4 показані умовні зображення ланок плоских механізмів. Ланку, яка входить до складу двох обертальних пар, зображають умовно прямою лінією незалежно від її конструктивної форми (рис. 4, а); ланку, яка входить до складу трьох і більше обертальних

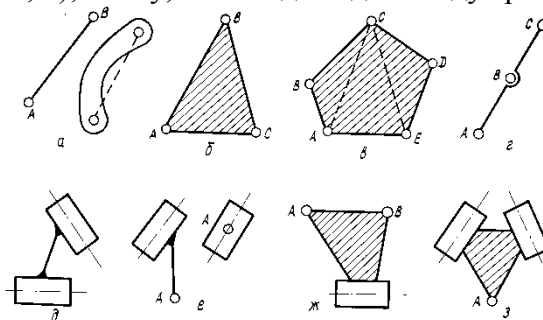


Рис. 4. Умовні зображення ланки, яка входить: а – у дві обертальні пари; б, в – відповідно у три і п'ять обертальних пар; з – у три обертальні пари, центри яких розташовані на одній прямій; д, е, ж, з – до складу поступальних, а також поступальних та обертальних кінематичних пар пар – у вигляді заштрихованого трикутника (рис. 4, б) або многокутника (рис. 4, в). Якщо центри трьох обертальних пар розташовані на одній прямій лінії, то ланку можна зображати так, як показано на рис. 4, з. На рис. 4, д, е, ж, з показані умовні зображення ланки, яка входить до складу тільки поступальних або одночасно до складу обертальних і поступальних пар.

Нерухому ланку (стояк) відмічають штриховкою в місцях утворення кінематичних пар з рухомими ланками (рис.5).

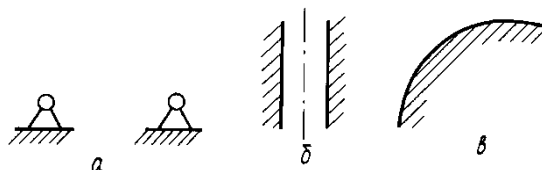


Рис. 5. Умовне зображення нерухомої ланки, яка входить до складу двох обертальних пар (а), однієї поступальної пари (б) і однієї пари 2-го роду (в)

Ступінь вільності механізмів

Для визначення ступеня вільності механізму необхідно накреслити його схему.

Схемою механізму називається його зображення, накреслене без додержання масштабу за допомогою прийнятих умовних позначень ланок і кінематичних пар.

Приступаючи до креслення схеми механізму, необхідно перш за все встановити призначення механізму, ознайомитися з його конструктивним оформленням, з'ясувати характер можливих відносних рухів ланок, які утворюють кінематичні пари.

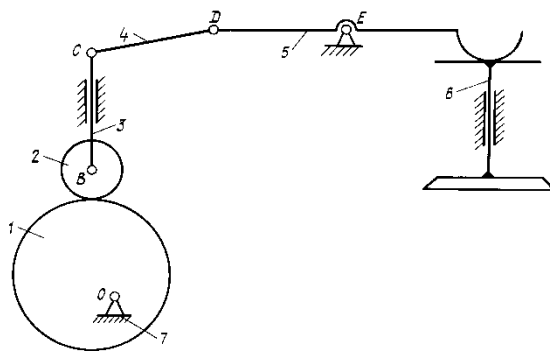
Будь-який механізм являє собою **кінематичний ланцюг**, тобто ряд ланок, які утворюють одна з одною кінематичні пари. Одна з цих ланок є нерухомою, а одній або кільком ланкам задають примусові рухи. Тому можна дати таке визначення механізму. **Механізм** – це кінематичний ланцюг з однією нерухомою ланкою, у якого при заданому русі однієї або кількох ланок усі інші ланки виконують цілком визначені рухи.

Ступенем вільності механізму (або числом ступенів вільності) називається число незалежних примусових рухів, які треба задати ланкам механізму, щоб забезпечити цілком визначені (узгоджені) рухи всіх інших ланок.

Число ступенів вільності плоского механізму визначають за формулою П.Л.Чебишева:

$$W = 3(n - 1) - 2p_1 - 1p_2.$$

Для прикладу визначимо ступінь вільності плоского механізму газорозподілення двигуна вертольота (рис. 6).



Ступінь вільності (число ступенів вільності) W механізму – число незалежних примусових рухів, які потрібно задати ланкам механізму, щоб забезпечити цілком визначені (узгоджені) рухи всіх інших ланок.

ВИЗНАЧЕННЯ ЧИСЛА СТУПЕНІВ ВІЛЬНОСТІ ПРОСТОРОВОГО МЕХАНІЗМУ (формула А. П. Малишева)

$$W = 6(n - 1) - 5p_1 - 4p_2 - 3p_3 - 2p_4 - p_5$$

де n – число усіх ланок механізму;
 p_1, p_2, p_3, p_4, p_5 – число КП 1-го, 2-го, 3-го, 4-го та 5-го родів.

ВИЗНАЧЕННЯ ЧИСЛА СТУПЕНІВ ВІЛЬНОСТІ ПЛОСКОГО МЕХАНІЗМУ (формула П. Л. Чебишева)

$$W = 3(n - 1) - 2p_1 - p_2$$

25

Рис. 6. Механізм газорозподілення двигуна вертольота

Задачу розв'язуємо у такій послідовності.

1. Нумеруємо всі ланки механізму і визначаємо їх загальну кількість. Цифрою 1 будемо позначати ту ланку, якій задають примусовий рух, а останньою цифрою – нерухому ланку. Як видно з рис. 6, механізм має всього 7 ланок, тобто $n = 7$.

2. Визначаємо рід, вид та кількість кінематичних пар, які утворюють ланки механізму. Позначаємо літерами центри обертальних пар.

Ланки 7 і 1, 2 і 3, 3 і 4, 4 і 5, 5 і 7 утворюють пари 1-го роду (обертальні); ланки 3 і 7, 6 і 7 – пари 1-го роду (поступальні); ланки 1 і 2, 5 і 6 – пари 2-го роду (виду О П). Таким чином, в механізмі число пар 1-го роду дорівнює 7, число пар 2-го роду дорівнює 2, тобто $p_1 = 7, p_2 = 2$.

3. Визначаємо ступінь вільності механізму за формулою П.Л.Чебишева:

$$W = 3(n - 1) - 2p_1 - p_2 = 3(7 - 1) - 2 \cdot 7 - 1 \cdot 2 = 2.$$

З одержаного результату видно, що всі ланки досліджуваного механізму будуть мати цілком визначені рухи в тому випадку, якщо примусові рухи будуть задані двом ланкам механізму. У той же час, уважно розглянувши схему і дослідивши роботу механізму, бачимо, що положення ланки 6 (клапана) цілком визначається положенням тільки ланки 1 (кулачка) – будь-якому положенню ланки 1 буде відповідати визначене положення ланки 6. Отже, механізм працюватиме так, ніби він має один ступінь вільності ($W = 1$). Це обумовлено тим, що ролик (ланка 2) має круглу форму і його вісь обертання збігається з геометричною віссю. Тому обертання ролика не впливає на положення клапана і є зайвим ступенем вільності, а сам ролик є **пасивною** ланкою. У механізм ролик введений для зменшення сил тертя і спрацювання ланок.

Якби ролик був не круглим або при круглій формі вісь обертання не збігалася б із його геометричною віссю, то положення клапана б залежало б як від положення кулачка 1, так і від положення ролика 2. У цьому разі для одержання цілком визначеного руху ланки 6 треба було б задавати примусовий рух двом ланкам (кулачку і ролику).

Лекція № 2

Тема лекції: Структурне дослідження механізмів.

План лекції

1. Структурне дослідження та синтез механізмів.
2. Групи ланок. Група початкових ланок. Групи Ассурі і їх класифікація.
3. Заміна вищих кінематичних пар нижчими. Замінні механізми.
4. Надлишкові зв'язки в механізмах та їх виключення.

5. Визначення структури механізмів.

Література

1. Баранов Г.Г. Курс теории механизмов и машин. – М.: Машиностроение, 1975. – 494 с.
2. Артоблевский И.И. Теория механизмов и машин. – М.: Наука. 1988. – 640 с.
3. Кіницький Я.Т. Теорія механізмів і машин. . – К.: Наукова думка, 2002. – 660 с.
4. Воронкін М.Ф., Цимбалюк А.А. Основи теорії механізмів і машин: Конспект лекцій. – К.: КМУЦА, 2000. – 208 с.

Зміст лекції

Структурне дослідження та синтез механізмів. Групи ланок. Група початкових ланок.

Будь-який механізм з КП 1-го роду можна розділити на ряд окремих частин, які являють собою більш прості кінематичні ланцюги, тобто виконати структурний аналіз (СА) механізму.

Структурна схема механізму – зображення механізму за допомогою умовних зображень ланок і КП без дотримання масштабу із заміною КП 2-го роду на КП 1-го роду.

При виконанні СА число ступенів вільності (W) всього механізму умовно зосереджується у групі, яка називається **групою початкових ланок (ГПЛ)**.

ГПЛ – найпростіший кінематичний ланцюг, W якого дорівнює W всього механізму.

$$W_{\text{мех}} = W_{\text{ГПЛ}} + 0 + 0 + \dots + 0.$$

Кінематичні ланцюги, W яких дорівнює нулю, називаються **групами з нульовим W** або **групами Ассура (ГА)**.

Будь-який механізм можна вважати складеним із однієї ГПЛ і однієї чи кількох ГА. Всі ці групи визначають структуру механізму, тому їх називають **структурними групами**.

3

ГРУПА ПОЧАТКОВИХ ЛАНОК – кінематичний ланцюг, W якого дорівнює W всього механізму.

До складу групи початкових ланок обов'язково входить **нерухома ланка (стояк) і одна чи кілька початкових ланок**. Кількість рухомих ланок у ГПЛ вказує на W всього механізму.

Ступінь вільності $W=1$

а – початкова ланка 1 утворює обертальну пару з нерухомою ланкою.
б – початкова ланка 1 утворює поступальну пару з нерухомою ланкою

Ступінь вільності $W=2$

а – початкові ланки 1 і 2 утворюють обертальні пари зі стояком;
б – початкові ланки 1 і 2 рухомо з'єднані між собою, а ланка 1 утворює обертальну пару зі стояком 3.

4

Групи Ассура і їх класифікація.

ГРУПИ АССУРА – найпростіші кінематичні ланцюги, ступінь вільності яких дорівнює нулю ($W=0$).

До складу груп Ассура **входять тільки рухомі ланки**.

КП групи Ассура, за допомогою якої ланки з'єднані між собою, називається **внутрішньою**, а інші пари, якими група приєднується до сусідніх ланок механізму – **зовнішніми**.

Ланки групи, які входять до складу внутрішньої та зовнішньої кінематичних пар, називаються **повідками**.

$$W' = 3n' - 2p'_1 = 0,$$

де W' – ступінь вільності ГА, n' – число ланок ГА, p'_1 – число кінематичних пар 1-го роду.

Дане рівняння буде справедливим за умови, що $n' = 2k$ та $p'_1 = 3k$, де k – будь-яке ціле число ($k = 1, 2, 3, \dots$).

КЛАСИФІКАЦІЯ ГРУП АССУРА:

- за **класами** – за числом k (при $k=1$ – група Ассура 1-го класу тощо);
- за **порядками** – залежно від числа зовнішніх КП, за допомогою яких група приєднується до інших ланок механізму (при $k=1$ група Ассура буде 1-го класу 2-го порядку тощо).

6

При $k = 1$ маємо найпростішу ГА, яка складається із **двох ланок і трьох КП**. Вона має два повідки, а тому називається **двоповідковою** групою, або **діадою**.

Ця група має **п'ять видів** залежно від кількості обертальних і поступальних пар та їхнього взаємного розташування.

ТИПИ ДВОПОВІДКОВИХ ГРУП АССУРА – ДІАДА ($k=1$)

Діада №1 (ООО) Діада №2 (ОПО) Діада №3 (ООП)

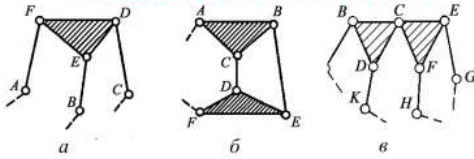
Діада №4 (ППО) Діада №5 (ПОП)

7

При $k = 2$ група Ассур складається із чотирьох ланок і шести кінематичних пар.

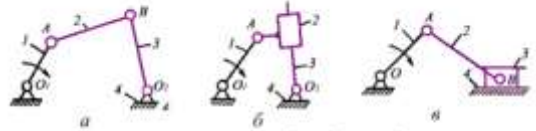
При $k = 3$ група Ассур має шість ланок та дев'ять кінематичних пар і існує в десяти різних варіантах при наявності тільки обертальних кінематичних пар.

СКЛАДНІ ГРУПИ АССУРА



- а – триповідкова група (II класу, 3-го порядку);
- б – група із замкненим контуром (II класу, 2-го порядку);
- в – група Ассур III класу, 4-го порядку.

УТВОРЕННЯ ЧОТИРИЛАНКОВИХ МЕХАНІЗМІВ



а – чотирьохшарнірний механізм (1 - кривошип, 2 - шатун, 3 – коромисло)

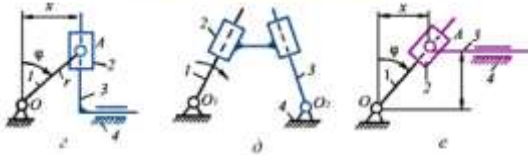
Кривошип – ланка, яка обертається навколо нерухомої осі на повний оберт, якщо на неповний – **коромисло**.
Шатун – ланка з двома обертальними КП на кінцях, яка здійснює одночасно поступальні та обертальні рухи.

б – кулісний механізм (1 - кривошип, 2 - повзун (камінь), 3 - куліса);

Повзун – ланка, яка рухається вздовж напрямної.
Куліса – коромисло, вадом якого рухається повзун; повзун куліси – **кулісний камінь**.

в – кривошипно-повзунний механізм (1 - кривошип, 2 - шатун, 3 - повзун)

УТВОРЕННЯ ЧОТИРИЛАНКОВИХ МЕХАНІЗМІВ (продовження)



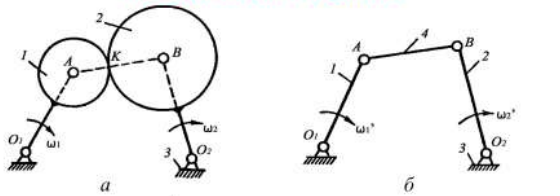
г – механізм подвійного повзуна (1 - кривошип, 2 - повзун; 3 - повзун);

д – двокулісний механізм (1 - куліса; 2 - кулісний камінь; 3 - куліса);

е – кулісно-повзунний механізм (1 - куліса; 2 - камінь; 3 - повзун)

Заміна вищих кінематичних пар нижчими. Замінні механізми.

ЗАМІНА ВИЩИХ КІНЕМАТИЧНИХ ПАР НИЖЧИМИ МЕХАНІЗМ З ВИЩОЮ КП, УТВОРЕНОЮ ЛАНКАМИ З КРИВОЛІНІЙНИМИ ПРОФІЛЯМИ



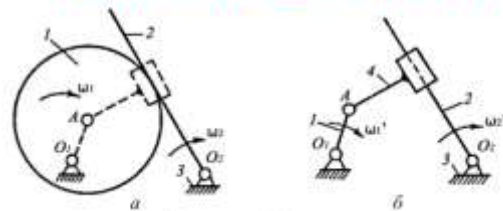
а – схема механізму; б – структурна схема механізму (замінний механізм)

Умова еквівалентності механізмів: $W = W'$; $\omega_i = \omega'_i$.

$$W = W_a = 3 \cdot (n - 1) - 2 \cdot p_1 - p_2 = 3 \cdot (3 - 1) - 2 \cdot 2 - 1 \cdot 1 = 1$$

$$W' = W_b = 3 \cdot (n - 1) - 2 \cdot p_1 - p_2 = 3 \cdot (4 - 1) - 2 \cdot 4 - 1 \cdot 0 = 1$$

ЗАМІНА ВИЩИХ КІНЕМАТИЧНИХ ПАР НИЖЧИМИ. МЕХАНІЗМ З ВИЩОЮ КП, ЩО УТВОРЕНО ЛАНКАМИ З КРИВОЛІНІЙНИМ ТА ПРЯМОЛІНІЙНИМ ПРОФІЛЯМИ



а – схема механізму; б – структурна схема механізму (замінний механізм)

$$W_a = 3 \cdot (n - 1) - 2 \cdot p_1 - p_2 = 3 \cdot (3 - 1) - 2 \cdot 2 - 1 \cdot 1 = 1$$

$$W_b = 3 \cdot (n - 1) - 2 \cdot p_1 - p_2 = 3 \cdot (4 - 1) - 2 \cdot 4 - 1 \cdot 0 = 1$$

Визначення структури механізмів.

Визначити структуру механізму означає встановити, з яких груп ланок складається даний механізм та в якому порядку ці групи ланок приєднуються одна до одної.

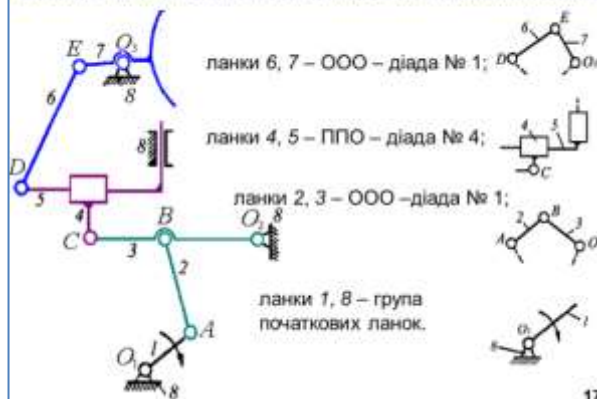
Ділення механізму на групи ланок проводять шляхом послідовного відокремлення від нього найбільш віддалених від початкової ланки груп Ассура. При цьому більш простий механізм, який залишатиметься після відокремлення кожної групи Ассура, буде мати той же ступінь вільності, що й вихідний (початковий) механізм.

Запис структури механізму проводять шляхом перерахунку усіх груп ланок у порядку їх відокремлення від механізму.

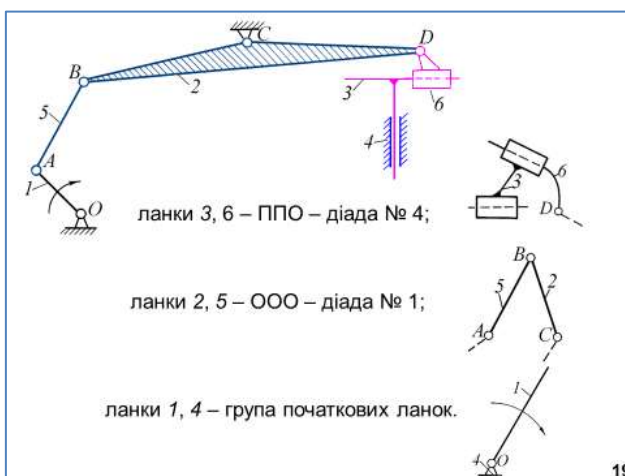
Кожна ланка і кожна кінематична пара повинні враховуватися лише один раз.

16

ВИЗНАЧЕННЯ СТРУКТУРИ ПЛОСКИХ МЕХАНІЗМІВ



17



19

Лекція № 3

Тема лекції: Кінематичний аналіз механізмів

План лекції

1. Основні задачі і методи кінематичного дослідження.
2. Побудова планів механізму і траєкторій окремих точок.
3. Масштаби. Стандартизація масштабів.
4. Векторні рівняння для швидкостей і прискорень.
5. Плани швидкостей і прискорень. Теорема подібності для швидкостей і прискорень.

Література

1. Баранов Г.Г. Курс теории механизмов и машин. – М.: Машиностроение, 1975. – 494 с.
2. Артоболевский И.И. Теория механизмов и машин. – М.: Наука. 1988. – 640 с.
3. Кіницький Я.Т. Теорія механізмів і машин. – К.: Наукова думка, 2002. – 660 с.
4. Воронкін М.Ф., Цимбалюк А.А. Основи теорії механізмів і машин: Конспект лекцій. – К.: КМУЦА, 2000. – 208 с.

6. Теория механизмов и машин. Кинематическое и силовое исследование механизмов: Методическая разработка к выполнению курсовой работы/ Сост.: Н.Ф. Воронкин, А.В. Карлашов, Е.М. Бабенко. – К.: КМУГА, 1999. – 72с.
7. Теория механизмов и машин. Лабораторный практикум / С.В. Федорчук, О.В.Радько.– К.: НАУ, 2012. – 32 с.
8. Теорія механізмів і машин. Розв'язання задач: навч. посіб. / Є.М. Бабенко, А.О. Корнієнко, О.В. Башта, А.С. Крижановський. – К.: НАУ, 2010. – 120 с.
9. Теория механизмов и машин. Решение задач : учеб. пособ. / О.В.Радько, С.В. Федорчук, А.О. Корниенко. – К.: НАУ, 2013. – 120 с.

Основні задачі і методи кінематичного дослідження.

Кінематичне дослідження механізму — аналіз руху ланок механізму (М) незалежно від сил, що спричиняють цей рух.

ОСНОВНІ ЗАДАЧІ КІНЕМАТИЧНОГО АНАЛІЗУ МЕХАНІЗМІВ

- побудова планів М та визначення положень ланок;
- побудова траєкторії будь-якої точки М та визначення радіуса кривизни у будь-якій точці траєкторії;
- визначення переміщень ланок М та його крайніх положень;
- визначення лінійних швидкостей та прискорень будь-якої точки М;
- визначення кутових швидкостей та кутових прискорень будь-якої ланки М.

МЕТОДИ КІНЕМАТИЧНОГО АНАЛІЗУ МЕХАНІЗМІВ

- графічні методи;
- аналітичні методи;
- експериментальні методи.

Масштаби. Стандартизація масштабів.

ВИЗНАЧЕННЯ МАСШТАБНИХ КОЕФІЦІЄНТІВ

Масштабний коефіцієнт довжини - відношення натуральної (дійсної) довжини ланки у метрах до довжини відрізка, що зображує цю ланку на кресленні в міліметрах [М/ММ]

$$k_l = \frac{l_{AB}}{AB}$$

Масштабний коефіцієнт швидкості [М·С⁻¹/ММ]

$$k_v = \frac{V_A}{p a}$$

Масштабний коефіцієнт прискорення [М·С⁻²/ММ]

$$k_a = \frac{a_A}{p^2 a'}$$

Стандартні значення масштабних коефіцієнтів:

...5000; 500; 50; 5; 0,5; 0,05; 0,005 ...
 ...2000; 200; 20; 2; 0,2; 0,02; 0,002 ...
 ...1000; 100; 10; 1; 0,1; 0,01; 0,001 ...

1. Побудова плану кривошипно-повзунного механізму

План механізму – графічне зображення взаємної розташованості ланок, виконане у масштабі відповідно до обраного моменту часу.



Визначення: l_{AB}, l_{BC}, r_C – положення механізму

1.1. Визначимо масштабний коефіцієнт довжини

$$k_l = \frac{l_{AB}}{0,8} \text{ [м/мм]}$$

1.2. Для визначення довжин відрізків зв'язи ланок механізму використовуємо вирази:

$$AB = \frac{l_{AB}}{k_l} \quad AC_1 = \frac{l_{AC_1}}{k_l}$$

(Примітка: на рисунку А2 довжина АВ = 100 мм)

1.3. Будемо план механізму. Спочатку зобразимо положення точки О - центру обертання кривошипа 1 та відкладемо у масштабі відрізок ОА у заданому напрямку.

Через т. О проведемо напрямку M_{12} та будемо решту ланок механізму у масштабі.

1.4. Визначимо ступінь вільності механізму.

1.5. Визначимо структуру механізму.



Швидкості та прискорення двох точок, що належать одній ланці та віддалені одна від одної на відстань l

$$V_A = \omega_1 \cdot r = \omega_1 \cdot l_{OA} = \frac{\pi \cdot n_1}{30} \cdot l_{OA}; \quad \vec{V}_B = \vec{V}_A + \vec{V}_{BA}$$

рівняння швидкості відносна швидкість

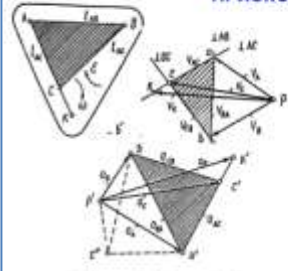
$$V_{BA} = \omega \cdot l_{AB}, \quad \vec{V}_{BA} \perp AB.$$

$$a_B = a_A + a_{BA} = a_A + a_{BA}^n + a_{BA}^t$$

Нормальне прискорення: $a_{BA}^n = l_{AB} \cdot \omega^2 = \frac{V_{BA}^2}{l_{AB}}, \quad \vec{a}_{BA}^n \parallel AB;$

Тангенціальне прискорення: $a_{BA}^t = \varepsilon \cdot l_{AB}, \quad \vec{a}_{BA}^t \perp AB.$

ТЕОРЕМА ПОДІБНОСТІ ДЛЯ ШВИДКОСТЕЙ ТА ПРИСКОРЕНЬ



Прямі лінії, що з'єднують точки на плані механізму, та прямі лінії, що з'єднують кінці векторів швидкостей (прискорень) цих точок на плані швидкостей (прискорень), утворюють **подібні фігури**. Сторони подібних фігур є пропорційними.

$$\frac{ab}{AB} = \frac{bc}{BC} = \frac{ca}{CA}; \quad \frac{a'b'}{AB} = \frac{b'c'}{BC} = \frac{c'a'}{CA}.$$

2. Побудова плану швидкостей кривошипно-повзункового механізму

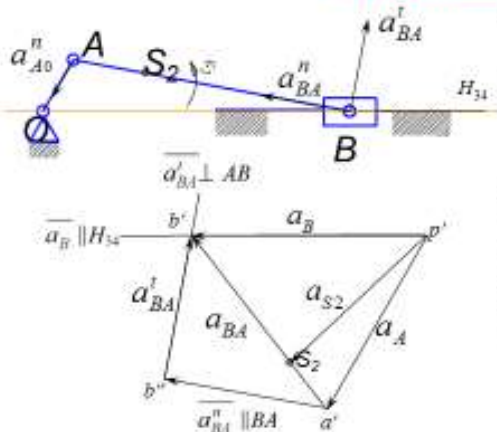


2.1. Визначимо швидкість точки А.
 $V_A = \omega_1 \cdot l_{OA} = \frac{\pi \cdot n_1}{30} \cdot l_{OA}$
 2.2. Для побудови плану швидкостей визначимо величину масштабного коефіцієнту за формулою:
 $\mu_v = \frac{V}{\mu l}$
 де V_1 - швидкість відносно точки у від до довжини відрізка μl , який зобразив дану швидкість на плані швидкостей у мм.
 2.3. Діагональ відрізка μl та величину швидкості V_1 відкладемо спочатку з нульової швидкості V_0 .
 Оскільки відносно точки O_1 виконується обертання, то вектор V_1 має бути перпендикулярним до відрізка OA у бік його обертання (показано на малюнку).
 2.4. Відрізок AB здійснює плоскопаралельний рух, а векторні рівняння для визначення швидкості V_B у вигляді:
 $\vec{V}_B = \vec{V}_A + \vec{V}_{BA}$
 Для швидкостей V_A та V_B відома тільки їх напрямки V_A та V_B (направлений перпендикулярно до AB).
 На відрізок AB відкладемо швидкість V_A та швидкість V_B (направлений перпендикулярно до AB).
 2.5. Діагональ V_{BA} відрізка AB визначимо за допомогою подібності трикутників.
 2.6. Плану швидкостей визначимо дією швидкості V_C (направлений перпендикулярно до OC).
 2.7. Для визначення напрямку швидкості V_C візьмемо відрізок BC і зобразимо його напрямки у вигляді швидкості V_C та швидкості V_B на плані механізму.
 Кут швидкості V_C визначимо за допомогою подібності трикутників.
 Визначимо напрямки за формулою $\mu_v = \frac{V}{\mu l}$.

Властивості плану швидкостей (прискорень) (Ш(П))

- Відрізки плану Ш(П), що проходять через полюс, зображують абсолютні Ш(П). Напрямок абсолютних Ш(П) — завжди від полюсу. У кінці векторів абсолютних Ш(П) прийнято ставити малу літеру (малу літеру зі штрихом) той букви, якою позначується відповідна точка на плані механізму.
- Відрізки плану Ш(П), що не проходять через полюс, позначають відносні Ш(П).
- Кінці векторів абсолютних Ш(П) точок механізму, жорстко зв'язаних між собою, на плані Ш(П) утворюють фігури, подібні, схоже розташовані та повернуті на 90 (180-р) градусів відносно фігур, утворених цими точками на плані механізму.
- Нерухомі точки механізму мають відповідні їм точки на плані Ш(П), розташовані у полюсі.

3. Побудова плану прискорень КПМ



3.1. Прискорення точки A визначимо з векторного рівняння

$$\vec{a}_A = \vec{a}_{A0}^n + \vec{a}_{A0}^t$$

3.2. Визначимо норм. прискорення $a_A^n = \omega^2 \cdot l_{OA} = \frac{V_A^2}{l_{OA}}$
Тангенц. прискорення т. А: $a_A^t = \varepsilon \cdot l_{OA}$

$$\omega_1 = \cos \alpha \dot{\varphi}, \text{ отже } \varepsilon_1 = 0 \quad a_{A0}^t = 0$$

3.3. Визначимо масштабний коефіцієнт $k_a = \frac{a}{p'a'}$

3.4. Довільно обираємо полюс p' та виконуємо побудову плану прискорень у масштабі.

3.5. Відкладаємо з полюса p' у масштабі прискорення a_A , яке спрямовано вздовж панки з т. А до центру обертання - т.О

3.6. Прискорення точки B визначимо з векторного рівняння

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{BA}^n + \vec{a}_{BA}^t$$

3.7. Норм. прискорення a_{BA}^n направлено вздовж шатуна AB з т.В до центру обертання (т.А) та дорівнює: $a_{BA}^n = \frac{V_{BA}^2}{l_{AB}}$

3.8. Для прискорень a_{BA}^n та a_B відомі лише напрямки:

a_{BA}^n направлено перпендикулярно шатуну AB, a_B — вздовж напрямної повзуна H_{31}

На перетині напрямків отримуємо точку b' , яка є кінцем відповідних векторів a_{BA}^n та a_B

3.9. Прискорення a_{S2} центру мас панки 2 (точка S_2) визначимо з пропорції:

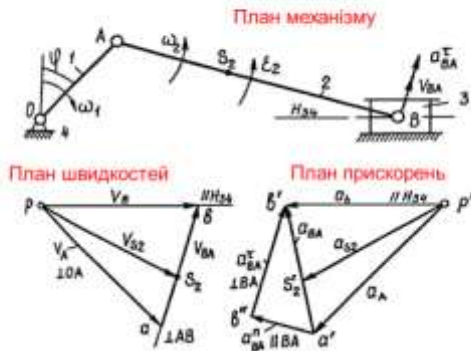
$$\frac{AS_2}{AB} = \frac{a'S_2}{a'B'} \Rightarrow a'S_2 = a'B' \cdot \frac{AS_2}{AB}$$

3.10. Визначимо невідомі прискорення точок механізму: $a_B = k_a \cdot p'b'$; $a_{BA}^t = k_a \cdot b'b''$; $a_{BA}^n = k_a \cdot a'b'$; $a_{S2} = k_a \cdot p's_2'$

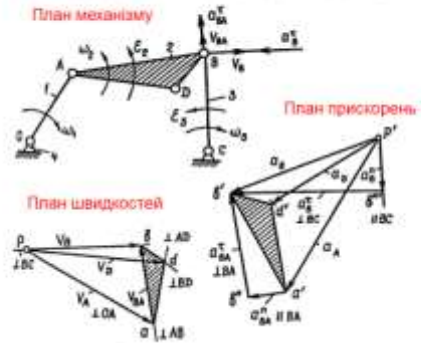
3.11. Для визначення напрямку кутового прискорення ε_2 панки 2 переносимо вектор a_{BA}^t , зберігаючи його напрямок, з плану прискорень у т. B на плані механізму. Кут прискорення буде направлено у бік, у який рухається т. B відносно т. А.

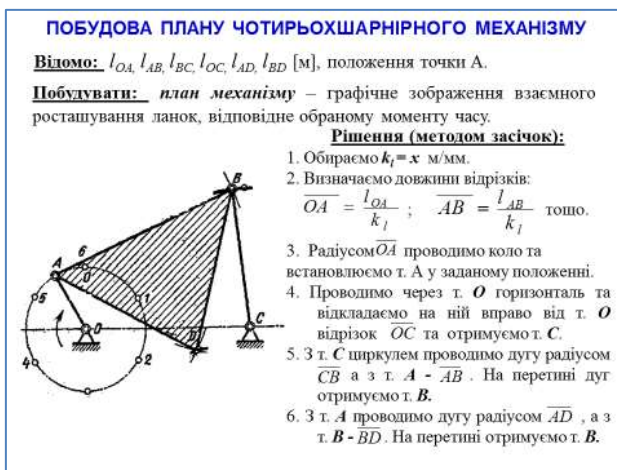
3.12. Значення ε_2 визначимо за формулою: $\varepsilon_2 = a_{BA}^t / l_{AB}$

КІНЕМАТИЧНИЙ АНАЛІЗ КРИВОШІПНО-ПОВЗУННОГО МЕХАНІЗМУ



КІНЕМАТИЧНИЙ АНАЛІЗ ЧОТИРЬОХШАРІРНОГО МЕХАНІЗМУ





Лекція № 4

Тема лекції: Кінетостатика механізмів

План лекції

1. Кінетостатичний метод силового дослідження механізмів. Основні задачі.
2. Класифікація діючих сил. Сили інерції.
3. Порядок силового розрахунку груп Ассура.
4. Визначення зрівноважуючої сили методом жорсткого важеля Жуковського.

Література

1. Баранов Г.Г. Курс теории механизмов и машин. – М.: Машиностроение, 1975. – 494 с.
2. Артоболевский И.И. Теория механизмов и машин. – М.: Наука. 1988. – 640 с.
3. Кіницький Я.Т. Теорія механізмів і машин. – К.: Наукова думка, 2002. – 660 с.
4. Воронкін М.Ф., Цимбалюк А.А. Основи теорії механізмів і машин: Конспект лекцій. – К.: КМУЦА, 2000. – 208 с.
6. Теория механизмов и машин. Кинематическое и силовое исследование механизмов: Методическая разработка к выполнению курсовой работы/ Сост.: Н.Ф. Воронкин, А.В. Карлашов, Е.М. Бабенко. – К.: КМУГА, 1999. – 72с.
7. Теория механизмов и машин. Лабораторный практикум / С.В. Федорчук, О.В.Радько.– К.: НАУ, 2012. – 32 с.
8. Теорія механізмів і машин. Розв'язання задач: навч. посіб. / Є.М. Бабенко, А.О. Корнієнко, О.В. Башта, А.С. Крижановський. – К.: НАУ, 2010. – 120 с.

Кінетостатичний метод силового дослідження механізмів.

Основні задачі: визначення сил взаємодії ланок у місцях їх з'єднання (реакцій у КП); визначення невідомих зовнішніх сил та моментів, що діють на ланки механізму (зрівноважуючої сили та моменту).

Результати силового дослідження дозволяють:

- розрахувати ланки механізму на міцність;
- визначити потужність, необхідну для приводу механізму;
- визначити сили та моменти тертя, а також потужності на їх подолання;
- підібрати тип підшипників.

МЕТОДИ СИЛОВОГО АНАЛІЗУ

- статичний метод (сили інерції не враховуються);
- кінетостатичний метод (сили інерції враховуються).

Принцип Даламбера: якщо у будь-який момент часу до кожної точки системи прикласти окрім реально діючих зовнішніх сил та реакцій зв'язку відповідні сили інерції, то отримана система сил буде знаходитися у рівновазі й до неї можна застосовувати рівняння статки.

СИЛИ, ЩО ДІЮТЬ В МАШИНАХ І МЕХАНІЗМАХ

1. **Рухайні сили** – сили, що намагаються прискорити рух механізму (здійснюють "+" роботу А).
2. **Сили опору** – сили, що протидіють рухові механізму ("–"А):
сили корисного (позитивного, виробничого) опору – їх подолання необхідно для виконання технологічного процесу, для якого призначений механізм;
сили шкідливого (негативного, невиробничого) опору – на їх подолання витрачається додаткова енергія понад ту, яка витрачається на подолання корисного опору (сила тертя в КП тощо).
3. **Сили ваги** – результат взаємодії ланок із землею (можуть здійснювати як "+", так і "–" А, але їх сума за повний цикл = 0).
4. **Сили інерції** – виникають при зміні швидкості за величиною або напрямком.
5. **Сили реакції** – виникають при взаємодії ланок у місцях їх з'єднання. Розглядаються як внутрішні для всього механізму та як зовнішні для кожної окремої ланки.

ВИЗНАЧЕННЯ СИЛ ТА МОМЕНТІВ ІНЕРЦІЇ ЛАНКИ

Елементарні сили інерції будь-якої ланки можуть бути зведені до **сили інерції** P_{in} , прикладеної у центрі мас S цієї ланки, та до **пари сил інерції, момент якої** M_{in} .

Сила інерції ланки (головний вектор сил інерції)

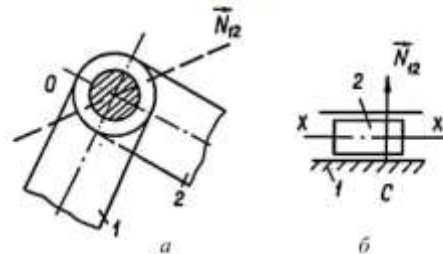
$$\vec{P}_{in} = -m \cdot \vec{a}_S \quad [H]$$

m – маса ланки [кг];
 \vec{a}_S – прискорення центру мас ланки [м/с²].

$$M_{in} = -J_S \cdot \varepsilon \quad [H \cdot m]$$

J_S – момент інерції ланки відносно осі, що проходить через центр мас S і перпендикулярна площині руху ланки [кг·м²];
 ε – кутове прискорення ланки [1/с²].

РЕАКЦІЇ В КІНЕМАТИЧНИХ ПАРАХ 1-ГО РОДУ



а – обертальна кінематична пара;
 б – поступальна кінематична пара.

Порядок силового розрахунку груп Ассура.

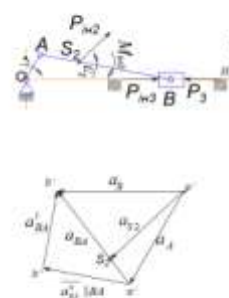
Порядок силового дослідження

Вихідні дані:

1. Довжини ланок.
2. Маси ланок m_2, m_3 .
3. Зовнішнє зусилля P_3 .
4. Момент інерції J_2 .
5. Дані, отримані при виконанні кінематичного дослідження механізму.

Визначити:

- зусилля у кінематичних парах $N_{12}, N_{23}, N_{43}, N_{41}$;
- зрівноважуючі силу та момент $P_{зр}, M_{зр}$



1. Визначимо сили та моменти інерції

$$\vec{P}_{m_2} = -m_2 \cdot \vec{a}_{S_2}$$

$$\vec{P}_{m_3} = -m_3 \cdot \vec{a}_B$$

$$\vec{M}_{m_2} = -J_2 \cdot \varepsilon_2$$

які направляються в бік, протилежний відповідним прискоренням

2.1. Креслимо окремо діалю №3 з усіма прикладеними силами.

2.2. Розглядаємо невідоме зусилля у т. А на дві складові: нормальну та тангенціальну.

2.3. Розглядаємо в рівновазі ланку 2, складаємо рівняння моментів відносно т. В:

$$\sum M_B = 0; \quad N_{12}^n \cdot l_{AB} - P_{in2} \cdot h_2 \cdot k_1 - M_{in2} = 0;$$

$$N_{12}^n = (P_{in2} \cdot h_2 \cdot k_1 + M_{in2}) / l_{AB}$$

2.4. Розглядаємо в рівновазі ланки 2 і 3 та складаємо векторне рівняння сил:

$$\underline{N_{12}^n} + \underline{P_{in3}} + \underline{P_3} + \underline{P_{in2}} + \underline{N_{43}} + \underline{N_{12}^t} = 0$$

2.5. Задано масштаб, к-т сил k_p , та будуємо план сил для ланок 2 і 3 у даному масштабі:

$$k_p = \frac{P_3}{b}; \quad Na = \frac{N_{12}^n}{k_p}; \quad ab = \frac{P_{in3}}{k_p}; \quad cd = \frac{P_{in2}}{k_p}; \dots$$

2.6. Визначимо невідомі зусилля з плану сил:

$$N_{12}^t = k_p \cdot ea; \quad N_{12}^n = k_p \cdot eH; \quad N_{43} = k_p \cdot de.$$

2.7. Визначимо т. прикладення сили N_{43} , для чого розглядаємо в рівновазі ланку 3 та складаємо рівняння моментів відносно т. В:

$$\sum M_B = 0; \quad N_{43} \cdot h_3 = 0; \Rightarrow h_3 = 0.$$

2.8. Розглядаємо в рівновазі л. 3 та складаємо вектор. рівняння сил:

$$\underline{P_{in3}} + \underline{P_3} + \underline{N_{43}} + \underline{N_{23}} = 0$$

$$N_{23} = k_p \cdot cH$$

3.1. Креслимо ППЗ та прикладемо до неї зусилля $N_{21}^n - N_{21}^t$.

3.2. Визначимо зусилля у кінематичній парі О (N_{41}). Розглядаємо у рівновазі ланку 1 і складаємо векторне рівняння сил, розглянемо його графічно:

$$\underline{N_{21}^n} + \underline{N_{41}} = 0; \Rightarrow N_{21}^n = -N_{41}.$$

4. Задано довільно на початковій ланці 1 напрямком зрівноважуючого моменту та визначимо його величину, складемо рівняння моментів відносно т. О:

$$\sum M_O = 0; \quad -M_{in1} + N_{21}^n \cdot h_{21} \cdot k_1 = 0; \Rightarrow M_{in1} = N_{21}^n \cdot h_{21} \cdot k_1,$$

$$P_{in1} = \frac{M_{in1}}{l_{O1}}$$

Визначення зрівноважуючої сили методом жорсткого важеля Жуковського.

ВИЗНАЧЕННЯ $M_{зр}$ МЕТОДОМ ЖОРСТКОГО ВАЖЕЛЯ ЖУКОВСЬКОГО (ПОВЕРНУТИ НА 90° ПЛАН ШВИДКОСТЕЙ)

Ланка вектори всіх сил, прикладених у різних точках ланки механізму з однієї ступеневі вільності (W=1) та зрівноважених на ньому, перенести паралельно самим собі в одну точку точки повернутого на 90° плану швидкостей та розкласти його як жорсткий важіль, то сума моментів усіх діючих сил відносно полюсу буде дорівнювати нулю.

1. План швидкостей

2. План швидкостей, повернутий на 90°

Важіль Жуковського

5.1. Визначимо зрівноважуючий момент методом жорсткого важеля Жуковського.

5.2. Складемо рівняння моментів відносно полюсу р:

$$\sum M_p = 0; \quad -P_{in2} \cdot pa + P_{in3} \cdot h_3 - P_{in1} \cdot h_1 - P_{in4} \cdot pb + P_{in5} \cdot h_5 + P_1 \cdot pb = 0$$

$$P_{in1} = (P_{in2} \cdot h_2 - P_{in3} \cdot h_3 - P_{in4} \cdot pb + P_{in5} \cdot h_5 + P_1 \cdot pb) / pa$$

5.3. Переносимо з важеля Жуковського зрівноважуючу силу в т. А на початковій ланці 1 та визначимо величину зрівноважуючого моменту:

$$M_{зр}^ж = P_{зр} \cdot l_{O1}$$

та порівняємо отримане значення зі значенням зрівноважуючого моменту, обчисленим раніше.

5.4. Знаходимо похибку визначення зрівноважуючого моменту різними методами:

$$\varepsilon = \frac{M_{зр}^ж - M_{зр}}{M_{зр}^ж} \cdot 100\% \leq 5\%$$

СИЛОВИЙ АНАЛІЗ МЕХАНІЗМУ АВІАЦІЙНОГО ПОВІТРЯНОГО КОМПРЕСОРА

План механізму

План швидкостей

План прискорень



Лекція № 5

Тема лекції: Зрівноваження механізмів і машин.

План лекції

1. Задачі зрівноваження механізмів.
2. Статичне, динамічне і повне зрівноваження обертових ланок.
3. Визначення величини і положення противаг графоаналітичним методом.
4. Зрівноваження механізмів авіаційної техніки.

Література

1. Баранов Г.Г. Курс теории механизмов и машин. – М.: Машиностроение, 1975. – 494 с.
2. Артоболевский И.И. Теория механизмов и машин. – М.: Наука. 1988. – 640 с.
3. Кіницький Я.Т. Теорія механізмів і машин. – К.: Наукова думка, 2002. – 660 с.
4. Воронкін М.Ф., Цимбалюк А.А. Основи теорії механізмів і машин: Конспект лекцій. – К.: КМУЦА, 2000. – 208 с.
6. Теория механизмов и машин. Кинематическое и силовое исследование механизмов: Методическая разработка к выполнению курсовой работы/ Сост.: Н.Ф. Воронкин, А.В. Карлашов, Е.М. Бабенко. – К.: КМУГА, 1999. – 72с.
7. Теория механизмов и машин. Лабораторный практикум / С.В. Федорчук, О.В.Радько.– К.: НАУ, 2012. – 32 с.
8. Теорія механізмів і машин. Розв'язання задач: навч. посіб. / Є.М. Бабенко, А.О. Корнієнко, О.В. Башта, А.С. Крижановський. – К.: НАУ, 2010. – 120 с.
9. Теория механизмов и машин. Решение задач : учеб. пособ. / О.В.Радько, С.В. Федорчук, А.О. Корниенко. – К.: НАУ, 2013. – 120 с.

Головний вектор та головний момент сил інерції ланки

Результуюча (головний вектор) сил інерції ланки:

$$\vec{P} = \omega^2 \sum m_i \cdot \vec{r}_i$$

- статичний момент інерції ланки:

$$\sum m_i \cdot \vec{r}_i = m \cdot \vec{r}_S$$

$$\vec{P} = \omega^2 \sum m_i \cdot \vec{r}_i = \omega^2 m \cdot \vec{r}_S$$

Результуючий (головний) момент сил інерції:

$$\vec{M} = \omega^2 \sum m_i [\vec{l}_i \vec{r}_i]$$

- відцентровий момент інерції відносно осі x та площини (y,z):

$$\sum m_i [\vec{l}_i \vec{r}_i] = \vec{J}_b \quad \vec{M} = \omega^2 \sum m_i [\vec{l}_i \vec{r}_i] = \omega^2 \vec{J}_b$$

Незрівноваженість - стан механізму, за якого головний вектор або головний момент сил інерції не дорівнюють нулю.

ротор зрівноважений

Залежно від взаємного розташування осі обертання та головної центральної осі інерції x-x розрізняють:

статичну незрівноваженість (осі паралельні), $\vec{P} \neq 0$;
 $\Delta_C = Gr_S$ - статичний дисбаланс; [сН·см]

моментну незрівноваженість (осі перетинаються у центрі мас S), $\vec{M} \neq 0$;

динамічну незрівноваженість (осі або перетинаються поза центром мас, або перекрещуються у просторі), $\vec{P} \neq 0, \vec{M} \neq 0$
 $\Delta_D = \Sigma G [\vec{l}_i \vec{r}_i]$ - динамічний дисбаланс [сН·см²]

УМОВИ ДИНАМІЧНОЇ ТА СТАТИЧНОЇ ЗРІВНОВАЖЕНОСТІ

Умови повного зрівноваження	Умови статичного зрівноваження	Умови динамічного зрівноваження
$\vec{P} = 0, \quad \vec{M} = 0,$	$\vec{P} = 0, \quad \vec{M} \neq 0,$	$\vec{P} \neq 0, \quad \vec{M} = 0,$
$m \cdot \vec{r}_S = \sum m_i \cdot \vec{r}_i = 0$	$m \cdot \vec{r}_S = \sum m_i \cdot \vec{r}_i = 0$	$m \cdot \vec{r}_S = \sum m_i \cdot \vec{r}_i \neq 0$
$\vec{J}_b = \sum m_i [\vec{l}_i \vec{r}_i] = 0$	$\vec{J}_b = \sum m_i [\vec{l}_i \vec{r}_i] \neq 0$	$\vec{J}_b = \sum m_i [\vec{l}_i \vec{r}_i] = 0$
Ось обертання ланки співпадає з однією з головних центральних осей інерції ($r_i = 0$)	Ось обертання ланки проходить через центр мас ланки ($r_i = 0$), але не співпадає з однією з головних осей інерції	Ось обертання ланки співпадає з однією з головних осей інерції, але не проходить через центр мас ланки ($r_i \neq 0$)

Статичне зрівноваження тіла, що обертається

а) Зрівноваження однією противагою, яка лежить на лінії, що проходить через центр мас S:
 $m_1 r_1 - m_2 r_2 = 0; \quad m_1 = \frac{m_2 r_2}{r_1}$

б) Зрівноваження двома противагами однакової маси, розташованими на **однаковій** відстані ($l_1 = l_2$) від лінії, що проходить через центр мас S:
 $m_1 = m_2 = \frac{m_{сп}}{2} = \frac{m r_2}{2 r_1}$

в) Зрівноваження двома противагами різної маси, розташованими на **різній** відстані ($l_1 \neq l_2$) від лінії, що проходить через центр мас S:
 $\begin{cases} m_1 r_1 - m_2 r_2 - m_{сп} r_{сп} = 0; \\ m_1 l_1 r_1 - m_2 l_2 r_2 = 0; \end{cases} \quad m_1 = \frac{m_2 r_2 l_2}{r_1 (l_1 + l_2)} \quad m_2 = \frac{m_1 r_1 l_1}{r_2 (l_1 + l_2)}$

Визначення мас та положень противаг графоаналітичним способом

План відцентрових моментів інерції (повернутий на 90°):
 $\vec{J}_b = \sum m_i [\vec{l}_i \vec{r}_i] = 0, \quad m_1 [\vec{l}_1 \vec{r}_1] + m_2 [\vec{l}_2 \vec{r}_2] + m_3 [\vec{l}_3 \vec{r}_3] + m_4 [\vec{l}_4 \vec{r}_4] = 0,$

План статичних моментів:
 $m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2 + m_3 \vec{r}_3 + m_4 \vec{r}_4 = 0, \quad m_1 r_1 = \vec{Y}_1 K_1, \quad m_2 r_2 = \vec{Y}_2 K_2,$

$\vec{X}_1 + \vec{X}_2 + \vec{X}_3 + \vec{X}_4 = 0, \quad m_2 r_2 = \vec{X}_2 K_2, \quad m_3 = \frac{\vec{X}_3 K_3}{r_3}$

Статичне зрівноваження

Статичний дисбаланс
 $\Delta_C = Gr_S$ [сН·см]

$\vec{P} = 0, \quad m \vec{r}_S = \sum m_i \vec{r}_i = 0$

Динамічне зрівноваження

Динамічний дисбаланс
 $\Delta_D = \Sigma G [\vec{l}_i \vec{r}_i]$ [сН·см²]

$\vec{M} = 0, \quad \vec{J}_b = \sum m_i [\vec{l}_i \vec{r}_i] = 0$

Лекція № 6

Тема лекції: Рух механізмів під дією заданих сил.

План лекції

1. Зведення мас і моментів інерції ланок, сил і моментів пар сил до ланки зведення.
2. Динамічна модель механізму.
3. Зведена сила. Зведений момент сил.

Література

1. Баранов Г.Г. Курс теории механизмов и машин. – М.: Машиностроение, 1975. – 494 с.
2. Артоболевский И.И. Теория механизмов и машин. – М.: Наука. 1988. – 640 с.
3. Кіницький Я.Т. Теорія механізмів і машин. – К.: Наукова думка, 2002. – 660 с.
4. Воронкін М.Ф., Цимбалюк А.А. Основи теорії механізмів і машин: Конспект лекцій. – К.: КМУЦА, 2000. – 208 с.
6. Теория механизмов и машин. Кинематическое и силовое исследование механизмов: Методическая разработка к выполнению курсовой работы/ Сост.: Н.Ф. Воронкин, А.В. Карлашов, Е.М. Бабенко. – К.: КМУГА, 1999. – 72с.
7. Теория механизмов и машин. Лабораторный практикум / С.В. Федорчук, О.В.Радько.– К.: НАУ, 2012. – 32 с.
8. Теорія механізмів і машин. Розв'язання задач: навч. посіб. / Є.М. Бабенко, А.О. Корнієнко, О.В. Башта, А.С. Крижановський. – К.: НАУ, 2010. – 120 с.
9. Теория механизмов и машин. Решение задач : учеб. пособ. / О.В.Радько, С.В. Федорчук, А.О. Корниенко. – К.: НАУ, 2013. – 120 с.

Рух механізму під дією заданих сил. Ланка зведення.

У загальному випадку зовнішні сили, прикладені до механізму, залежать від його положення, швидкості точки прикладання та часу.

Пряма задача динаміки - визначення закону руху (ЗР – V, ω, ε та a всіх ланок) механізму під дією заданих зовнішніх сил.

Для механізму з $W=1$ ця задача може бути поділена на дві частини: **динамічну** та **кінематичну**.

Динамічна частина задачі - визначення ЗР однієї будь-якої ланки механізму, а **кінематична** - визначення ЗР решти його ланок.

При вирішенні динамічної частини задачі використовують **метод зведення сил та мас до ланки зведення (ЛЗ)**.

Суть методу: багатоланковий механізм замінюється еквівалентним йому дволанковим механізмом, який складається з однієї рухомої ланки (ЛЗ) та стояка.

За ЛЗ можна приймати будь-яку ланку, що утворить КП 1 роду зі стояком (зазвичай, ведучий вал машини або ведений вал двигуна).

Динамічна модель механізму

При зведенні сил (F) та моментів пар сил (M) до ЛЗ всі F та M замінюють однією зведеною силою F_m та одним зведеним моментом M_m , які прикладаються до ЛЗ на підставі дотримання рівності елементарних робіт (ΔA).

Всі маси й моменти інерції ланок багатоланкового механізму замінюються однією зведеною масою m_m і одним зведеним моментом інерції J_m , що додаються до ЛЗ на підставі дотримання рівності кінетичних енергій (E).

За цих умов ЛЗ буде мати ті ж швидкість і прискорення, що і у багатоланкового механізму. Це означає, що вихідний багатоланковий механізм є **еквівалентним** до замінного дволанкового механізму.

Зведення сил і моментів пар сил

Сумарна потужність, що розвивається всіма F і M , прикладеними до ланок механізму

$$P = \sum P_i = \sum F_i V_i \cos \alpha_i + \sum M_i \omega_i$$

Для ланки зведення з поступальним рухом

$$P_m = F_m V_k \cos \alpha_k = \sum P_i = \sum F_i V_i \cos \alpha_i + \sum M_i \omega_i$$

$$F_m = \frac{1}{\cos \alpha_k} \left[\sum F_i \frac{V_i}{V_k} \cos \alpha_i + \sum M_i \frac{\omega_i}{V_k} \right]$$

Для ланки зведення з обертальним рухом

$$P_m = M_m \omega_k = \sum P_i = \sum F_i V_i \cos \alpha_i + \sum M_i \omega_i$$

$$M_m = \sum \left[F_i \frac{V_i}{\omega_k} \cos \alpha_i + M_i \frac{\omega_i}{\omega_k} \right]$$

Якщо $M_m = F_m J_{m0}$, то зведені F_m та M_m можна визначити графічним методом за допомогою жорстк. важеля Жуковського, адже $F_m = F_m$ і $M_m = M_m$.

Зведення мас і моментів інерції

Кінетична енергія i -ої ланки $E_i = E_{mi} + E_{ji} = \frac{m_i V_i^2}{2} + \frac{J_i \omega_i^2}{2}$

Для ланки зведення з поступальним рухом

$$\frac{m_m V_k^2}{2} = \sum E_i = \sum \frac{m_i V_i^2}{2} + \sum \frac{J_i \omega_i^2}{2}$$

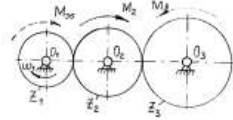
$$m_m = \sum \left[m_i \left(\frac{V_i}{V_k} \right)^2 + J_i \left(\frac{\omega_i}{V_k} \right)^2 \right]$$

Для ланки зведення з обертальним рухом

$$\frac{J_m \omega_k^2}{2} = \sum E_i = \sum \frac{m_i V_i^2}{2} + \sum \frac{J_i \omega_i^2}{2}$$

$$J_m = \sum \left[m_i \left(\frac{V_i}{\omega_k} \right)^2 + J_i \left(\frac{\omega_i}{\omega_k} \right)^2 \right]$$

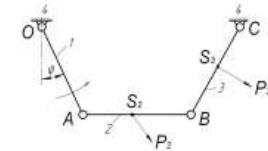
Приклади рішення задач



Задача 1 Визначити величину й напрямок зведеного моменту сил M_{20} та величину зведеного моменту інерції, J_{20} . Моменти сил $M_2 = 30 \text{ Нм}$ и $M_3 = 50 \text{ Нм}$, а також моменти інерції ланок $J_{S1} = 0,1 \text{ кгм}^2$, $J_{S2} = 0,3 \text{ кгм}^2$ та $J_{S3} = 0,5 \text{ кгм}^2$ звести до ланки зведення (ланки 1). Кількості зубів зубчастих коліс $z_1 = 18$; $z_2 = 36$, $z_3 = 54$.



Задача 2 Для заданого положення механізму знайти зведений момент інерції, якщо відомо: $m_2 = 2 \text{ кг}$; $m_3 = 4 \text{ кг}$; $J_{S1} = 0,1 \text{ кгм}^2$, $J_{S2} = 0,3 \text{ кгм}^2$; $\ell_{O1} = 30 \text{ мм}$; $\ell_{AB} = 60 \text{ мм}$; $\ell_{AS2} = 20 \text{ мм}$.



Задача 3 Визначити зведений момент механізму способом жорсткого важеля Жуковського якщо відомо: $P_2 = 4 \text{ Н}$; $P_3 = 7 \text{ Н}$; $\varphi = 60^\circ$. Розміри ланок: $\ell_{O1} = 30 \text{ мм}$; $\ell_{AB} = 40 \text{ мм}$; $\ell_{AS2} = 15 \text{ мм}$; $\ell_{BC} = 30 \text{ мм}$; $\ell_{BS3} = 20 \text{ мм}$. Центр мас ланки AB (2) вважати у точці S_2 , а ланки BC (3) – у точці S_3 .

Лекція № 7

Тема лекції: Зубчасті механізми. Параметри евольвентних циліндричних зубчастих коліс.

План лекції

1. Загальні відомості про зубчасті механізми, їх призначення, різновиди.
2. Передаточне відношення.
3. Евольвента кола та її властивості.
4. Основні параметри нормальних зубчастих коліс. Стандартизація основних понять, визначень, параметрів зубчастих коліс. Модуль. Крок. Види кіл.

Література

1. Баранов Г.Г. Курс теории механизмов и машин. – М.: Машиностроение, 1975. – 494 с.
2. Артоболевский И.И. Теория механизмов и машин. – М.: Наука. 1988. – 640 с.
3. Кіницький Я.Т. Теорія механізмів і машин. – К.: Наукова думка, 2002. – 660 с.
4. Воронкін М.Ф., Цимбалюк А.А. Основи теорії механізмів і машин: Конспект лекцій. – К.: КМУЦА, 2000. – 208 с.
6. Теория механизмов и машин. Кинематическое и силовое исследование механизмов: Методическая разработка к выполнению курсовой работы/ Сост.: Н.Ф. Воронкин, А.В. Карлашов, Е.М. Бабенко. – К.: КМУГА, 1999. – 72с.
7. Теория механизмов и машин. Лабораторный практикум / С.В. Федорчук, О.В.Радько.– К.: НАУ, 2012. – 32 с.
8. Теорія механізмів і машин. Розв'язання задач: навч. посіб. / Є.М. Бабенко, А.О. Корнієнко, О.В. Башта, А.С. Крижановський. – К.: НАУ, 2010. – 120 с.
9. Теория механизмов и машин. Решение задач : учеб. пособ. / О.В.Радько, С.В. Федорчук, А.О. Корниенко. – К.: НАУ, 2013. – 120 с.

Загальні відомості про зубчасті механізми, їх призначення, різновиди. Передаточне відношення.

Зубчасті механізми

Зубчасті механізми - механізми, у яких рух передається за допомогою зубчастих ланок: зубчастих коліс (а), зубчастих секторів (б), зубчастих рейок (в).

Зубчастий механізм з W=1 - **зубчаста передача**.



КЛАСИФІКАЦІЯ ЗУБЧАСТИХ ПЕРЕДАЧ

1. Залежно від розташування осей валів зубчастих коліс:



- **конічні** зубчасті передачі (осі перетинаються)



- **гіперболоїдні** зубчасті передачі (осі мимобіжні):



2. Залежно від розміщення зубців на колесі



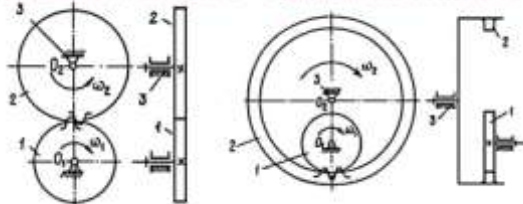
Умовні позначення зубчастих коліс



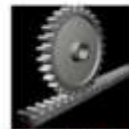
Циліндрична передача зовнішнього зачеплення



Циліндрична передача внутрішнього зачеплення



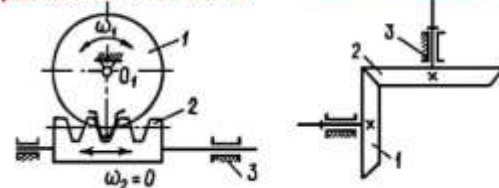
Умовні позначення зубчастих коліс (продовження)



Циліндрична передача рейкового зачеплення



Конічна передача



Умовні позначення зубчастих коліс (продовження)



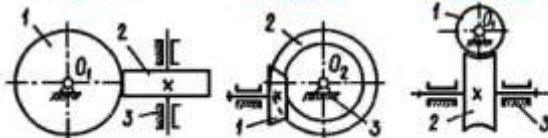
гвинтова передача



гіпоїдна передача



черв'ячна передача



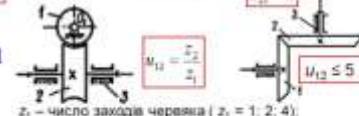
ПЕРЕДАТОЧНЕ ВІДНОШЕННЯ ЗУБЧАСТОЇ ПЕРЕДАЧІ

$$u_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{d_2}{d_1} = \pm \frac{z_2}{z_1}; \quad u_{21} = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{n_2}{n_1} = \pm \frac{z_1}{z_2}$$



Редуктор: $u_{12} > 1$

Мульти-плікатор: $u_{12} < 1$



z_1 - число заходів червяка ($z_1 = 1; 2; 4$);
 z_2 - часто коливається від 32 до 80.

Основні параметри нормальних зубчастих коліс. Стандартизація основних понять, визначень, параметрів зубчастих коліс. Модуль. Крок. Види кіл.

Евольвента кола - крива, що утворюється будь-якою точкою прямої при її перекочуванні по колу без ковзання. Коло, по якому перекочується пряма, називається **основним**, а пряма - **твірною**.

r - поточний радіус-вектор;
 r_0 - початковий радіус-вектор;
 α - кут профілю (профільний кут);
 θ - евольвентний кут (инволюта кута α);
 Положення будь-якої точки евольвенти цілком визначається двома параметрами: r і θ .

Основні рівняння евольвенти: $\theta = \text{inv} \alpha = \text{tg} \alpha - \alpha$ $r = \frac{r_0}{\cos \alpha}$

Властивості евольвенти:

- 1) евольвента - симетрична крива, що має дві гілки, які сходяться в точці K_0 на основному колі, отже евольвента не має точок всередині основного кола;
- 2) точка N - миттєвий центр обертання прямої pn і центр кривизни евольвенти в точці K ; тому нормаллю до евольвенти в будь-якій її точці є пряма, дотична до основного кола;
- 3) відрізок KN - радіус кривизни ρ в точці K ;
- 4) кут профілю α і радіус кривизни ρ у початковій точці евольвенти (K_0) дорівнюють нулю;
- 5) при збільшенні радіуса основного кола кривизна евольвентного профілю поступово зменшується і при $r_0 \rightarrow \infty$ евольвента перетворюється у пряму лінію.

ПАРАМЕТРИ ЕВОЛЬВЕНТНОГО ЦИЛІНДРИЧНОГО ЗУБЧАСТОГО КОЛЕСА БЕЗ ЗМІЩЕННЯ ($\alpha = 20^\circ$)

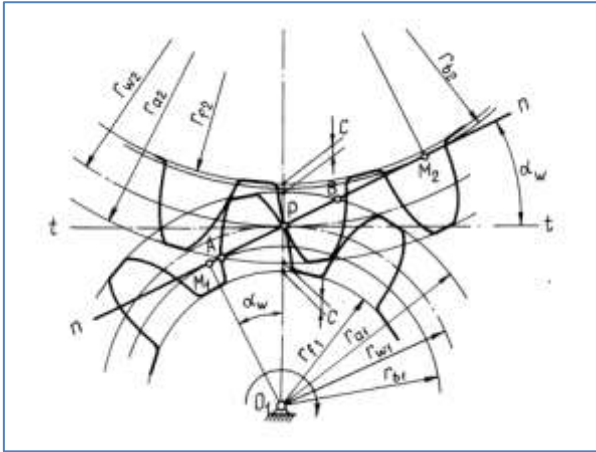
ПАРАМЕТРИ ЕВОЛЬВЕНТНОГО ЦИЛІНДРИЧНОГО ЗУБЧАСТОГО КОЛЕСА БЕЗ ЗМІЩЕННЯ ($\alpha = 20^\circ$)

- 1) **основне коло (d_w)** - коло, по якому твірна пряма евольвенти перекочується без ковзання;
- 2) **ділільне коло (d)** - коло, що перетинає боковий евольвентний профіль зуба у точці з кутом профілю $\alpha = 20^\circ$. Модуль та крок по цьому колу дорівнюють модулю й кроку ріжучого інструмента, за допомогою якого виготовлено дане колесо;
- 3) **початкове коло (d_b)** - коло, по якому одне зубчасте колесо (ЗК) перекочується по іншому без ковзання;
- 4) **крок ЗК (p)** - відстань між двома однойменними точками двох сусідніх зубів, виміряна по дузі відповідного кола. Крок, виміряний по різних колах буде різним (для нормального ЗК ($\alpha = 20^\circ$) $p = p_w$);
- 5) **кутовий крок ЗК (τ)** - крок, що визначається із співвідношення $\tau = 360^\circ/z$, де z - число зубів колеса.

Формули для визначення параметрів зубчастого колеса без зміщення ($\alpha = 20^\circ$)

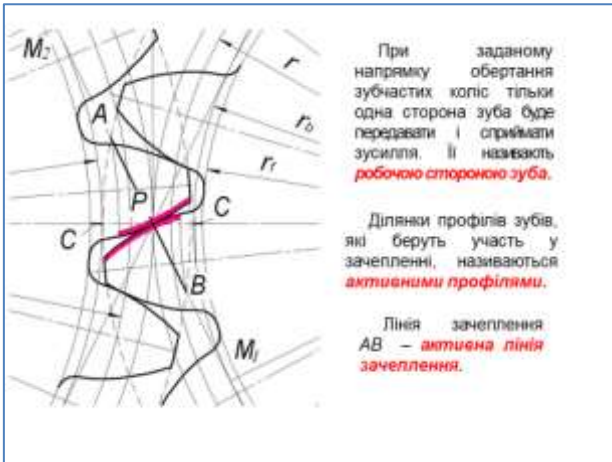
- модуль $\pi \cdot d = p \cdot z$; $d = \frac{p}{\pi} z$; $m = \frac{p}{\pi}$;
- висота голівки зуба $h_a = m$;
- висота ніжки зуба $h_f = 1,25 \cdot m$;
- висота зуба $h = h_a + h_f = 2,25 \cdot m$;
- крок $p = \pi \cdot m$;
- товщина зуба, виміряна по ділільному колу $s = \frac{p}{2} = \frac{\pi \cdot m}{2}$;
- ширина западини, виміряна по ділільному колу $e = \frac{p}{2} = \frac{\pi \cdot m}{2}$;

- діаметр ділільного кола $d = m \cdot z$;
- діаметр основного кола $d_b = m \cdot z \cdot \cos \alpha$;
- діаметр кола вершин $d_a = m \cdot (z \pm 2)$;
знак "+" - для зубчасті передані зовнішнього зв'язування, а "-" - для внутрішнього зв'язування
- діаметр кола западин $d_f = m \cdot (z \mp 2,5)$;
знак "+" - для зубчасті передані зовнішнього зв'язування, а "-" - для внутрішнього зв'язування
- кутовий крок $\tau = p/r = p_b/r_b = 360^\circ/z$.



ПАРАМЕТРИ ЕВОЛЬВЕНТНОГО ЗАЧЕПЛЕННЯ:

- **лінія зачеплення n-n** – геометричне місце точок дотику зубів на верхній площині. У евольвентному зачепленні це пряма лінія, дотична до основних кіл;
- **полум'ся зачеплення (P)** – точка дотику початкових кіл та миттєвий центр швидкостей зубчастих коліс (ЗК);
- **кут зачеплення (α_w)** – кут, утворений лінією зачеплення та нормаллю до міжцентрової відстані, опущеною з полюса;
- **радіальний (горизонтальний) зазор (c)** – мінімальна відстань між вершинами одного колеса і колом западини іншого колеса, $c = 0,25m$;
- **кут перекриття (ϕ_w)** – кут повороту ЗК від положення входу зуба у зачеплення до його виходу із зачеплення;
- **крок зачеплення (r_{α})** – відстань між двома одноіменними точками профілів двох сусідніх зубів ЗК, виміряна по початковому колу;
- **дуга зачеплення (S)** – це шлях, який проходить будь-яка точка початкового кола за час від початку і до кінця зачеплення;
- **коефіцієнт перекриття (ϵ_w)** – характеризує трипальність (безперервність) та плавність зачеплення пари $\epsilon_w = \phi_{\alpha 1} / r_1 + \phi_{\alpha 2} / r_2 = S / p_w = AB / p_w > 1,05$; показує скільки пар зубів у середньому за поворот колеса на 1 крок знаходяться в зачепленні;
- **сприжені (сполучені) точки** – точки на різних бічних поверхнях двох ЗК, які співпадуть при русі по лінії зачеплення;
- **міжосьова відстань (a_w)** – відстань між осями ЗК ($a_w = r_{\alpha 1} + r_{\alpha 2} = r_1 + r_2$ – для нормальних ЗК).



Лекція № 8

Тема лекції: Зубчасті передачі зі зміщенням.

План лекції

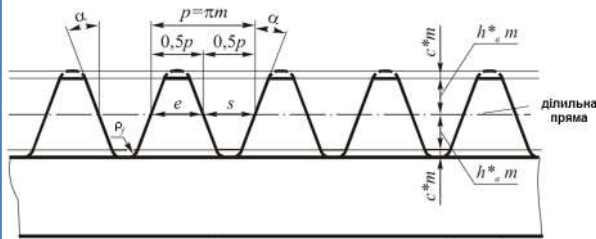
1. Методи виготовлення зубчастих коліс.
2. Колеса зі зміщенням і без зміщення. Коефіцієнт зміщення.
3. Підріз зуб'їв. Явище заклинювання в зубчастій передачі.
4. Різновиди зубчастих передач зі зміщенням.

Література

1. Баранов Г.Г. Курс теории механизмов и машин. – М.: Машиностроение, 1975. – 494 с.
2. Артоболевский И.И. Теория механизмов и машин. – М.: Наука. 1988. – 640 с.
3. Кіницький Я.Т. Теорія механізмів і машин. . – К.: Наукова думка, 2002. – 660 с.
4. Воронкін М.Ф., Цимбалюк А.А. Основи теорії механізмів і машин: Конспект лекцій. – К.: КМУЦА, 2000. – 208 с.
6. Теория механизмов и машин. Кинематическое и силовое исследование механизмов: Методическая разработка к выполнению курсовой работы/ Сост.: Н.Ф. Воронкин, А.В. Карлашов, Е.М. Бабенко. – К.: КМУГА, 1999. – 72с.
7. Теория механизмов и машин. Лабораторный практикум / С.В. Федорчук, О.В.Радько.– К.: НАУ, 2012. – 32 с.
8. Теорія механізмів і машин. Розв'язання задач: навч. посіб. / Є.М. Бабенко, А.О. Корнієнко, О.В. Башта, А.С. Крижановський. – К.: НАУ, 2010. – 120 с.
9. Теория механизмов и машин. Решение задач : учеб. пособ. / О.В.Радько, С.В. Федорчук, А.О. Корниенко. – К.: НАУ, 2013. – 120 с.

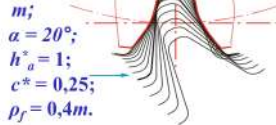


Вихідний твірний контур (ВТК) рейкового інструменту
 формує зубчасту поверхню й визначає форму та розміри зубів нарізного колеса

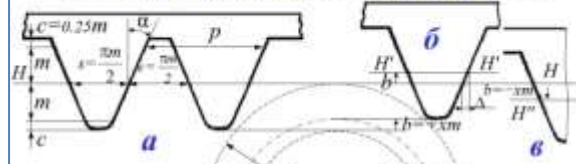


Параметри ВТК рейки стандартизовані:

- модуль m ;
- кут профілю $\alpha = 20^\circ$;
- коефіцієнт висоти голівки $h_a^* = 1$;
- коефіцієнт радіального зазору $c^* = 0,25$;
- радіус закруглення $\rho_r = 0,4m$.

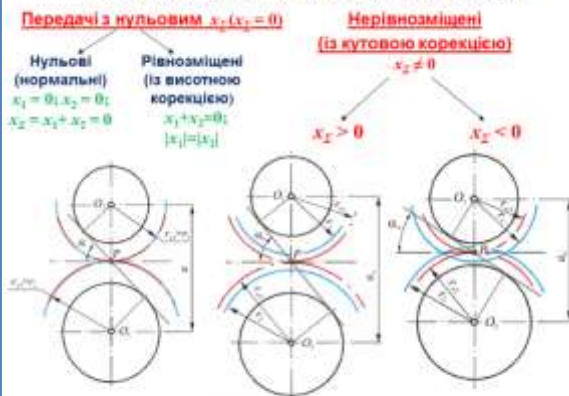


ВИДИ КОРИГОВАНИХ ЗУБЧАСТИХ КОЛІС



- а - нульове (нормальне) ЗК**
 $b=0, x=0$
 - б - ЗК з додатним зміщенням**
 $b>0, x>0$
 - в - ЗК з від'ємною установкою**
 $b<0, x<0$
- b - абсолютне зміщення;
 x - коефіцієнт зміщення
- $$S = e = \frac{\pi \cdot m}{2}; \quad S > \frac{\pi \cdot m}{2}; \quad e < \frac{\pi \cdot m}{2}; \quad S < \frac{\pi \cdot m}{2}; \quad e > \frac{\pi \cdot m}{2}$$

ТИПИ КОРИГОВАНИХ ЗУБЧАСТИХ ПЕРЕДАЧ



ТИПИ КОРИГОВАНИХ ЗУБЧАСТИХ ПЕРЕДАЧ

Висотна корекція

$x_1 + x_2 = 0; |x_1| = |x_2|$

Властивості:

1. Ділильне й початкове кола співпадають. $d_a = d$.
2. $\alpha_n = 20^\circ$.
3. Міжосьова відстань O_1O_2 не змінюється: $a_n = a = r_1 + r_2$.
4. $d_a = m(z + 2 + 2x)$;
 $d_f = m(z - 2.5 + 2x)$;
 $S = \pi m / 2 + 2\Delta = \pi m / 2 + 2x m \cdot \text{tga} = m(\pi / 2 + 2x \cdot \text{tga})$
 $e = m(\pi / 2 - 2x \cdot \text{tga})$

Примітка: у наведених формулах x підставляється зі своїм знаком!

Кутова корекція

$x_1 + x_2 \neq 0; |x_1| \neq |x_2|$

Властивості:

1. $d_n > d$.
2. $\alpha_n > 20^\circ$.
3. O_1O_2 змінюється: $a_n = a + y \cdot m$ (y - к-т сприймального зміщення).
4. $d_n = d_g / \cos \alpha_n = m z \cdot \cos \alpha / \cos \alpha_n$;
 $d_a = m(z + 2 + 2x - 2\Delta y)$, де $\Delta y = x_2 - y$ (Δy - к-т зрівнювального зміщення);
Зрівнювальне зміщення Δy вводиться для отримання ЗП без бічного зазору, але зі стандартним радіальним зазором
 $d_f = m(z - 2.5 + 2x); S = m(\pi / 2 + 2x \cdot \text{tga})$

ПІРІЗУВАННЯ ЗУБІВ

При нарізанні нульового колеса із числом зубів $z < 17$ інструментальною рейкою головки різального інструменту врізаються у ніжки зубів нарізаного колеса - виникає **підрізування** зубів. **Підрізування** можливо уникнути, нарізаючи колесо із **додатнім зміщенням**.

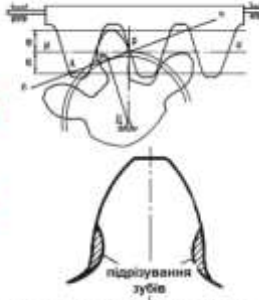
Мінімальне зміщення, при якому немає підрізування:

$$x_{\min} = x_{\text{кр.м.}}$$

де $x_{\text{кр.м.}}$ - **мінімальний коефіцієнт зміщення**, при якому відсутнє підрізування зубів.

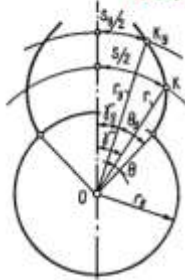
$$x_{\text{кр.м.}} = \frac{17-z}{17}$$

Мінімальне число зубів нормального зубчастого колеса, при якому немає підрізування зубів, дорівнює 17. При $z < 17$ необхідно використовувати корекцію.



НЕСТАНДАРТНІ ЗУБЧАСТІ КОЛЕСА

Товщина зуба по колу радіусу r_y



$$\gamma_y + \theta_y = \gamma + \theta;$$

$$\gamma_y = \frac{S_y}{2 \cdot r_y} = \frac{S_y}{d_y} = \frac{S_y}{m_y \cdot z}; \quad \gamma = \frac{S}{2 \cdot r} = \frac{S}{d} = \frac{S}{m \cdot z};$$

$$\theta_y = \text{tg} \alpha_y - \alpha = \text{inv} \alpha_y; \quad \theta = \text{inv} \alpha;$$

$$\frac{S_y}{m_y \cdot z} + \text{inv} \alpha_y = \frac{S}{m \cdot z} + \text{inv} \alpha;$$

$$\frac{S_y}{m_y} = \frac{S}{m} + z \cdot (\text{inv} \alpha - \text{inv} \alpha_y);$$

$$S_y = m_y \cdot \left(\frac{\pi}{2} + 2 \cdot x \cdot \text{tg} \alpha + z \cdot (\text{inv} \alpha - \text{inv} \alpha_y) \right); \quad \cos \alpha_y = \frac{r_o}{r_y}.$$

ПАРАМЕТРИ КОРИГОВАНИХ ЗУБЧАСТИХ ПЕРЕДАЧ

Кут зачеплення

$$\text{inv} \alpha_w = \frac{2 \cdot (x_1 + x_2) \cdot \text{tg} \alpha}{z_1 + z_2} + \text{inv} \alpha;$$

Міжосьова відстань

$$a_w = r_{w1} + r_{w2} = a_0 \cdot \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_w};$$

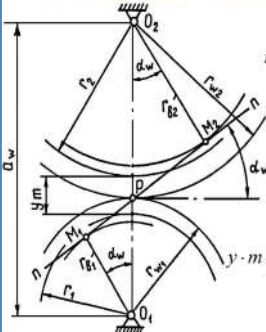
$$a_0 = r_1 + r_2 = \frac{m \cdot z_x}{2};$$

Сприймальне зміщення

$$y \cdot m = a_w - a_0 = \frac{m \cdot (z_1 + z_2)}{2} \cdot \left(\frac{\cos \alpha_w}{\cos \alpha} - 1 \right);$$

Діаметри кіл вершин

$$d_{a_1(a_2)} = m \cdot (z_{1(2)} + 2 + 2 \cdot x_{1(2)} - 2 \Delta y);$$



ЗАКЛИНЮВАННЯ

Мінімальна кількість зубів більшого зубчастого колеса, при якому немає заклинювання

$$z_2 \leq \frac{z_1^2 \cdot \sin^2 \alpha - 4}{4 - 2 \cdot z_1 \cdot \sin^2 \alpha};$$

Для $\alpha = 20^\circ$

$$z_2 \leq \frac{z_1^2 - 34}{34 - 2 \cdot z_1};$$

Допустимі кількості зубів копії нормальної зубчастієї передачі зовнішнього зачеплення при відсутності заклинювання

z_1	13	14	15	16	17
z_2	<17	<27	<48	<112	будь-яке



Лекція № 9

Тема лекції: Визначення передаточних відношень зубчастих механізмів.

План лекції

1. Передаточне відношення одноступінчастих та багатоступінчастих передач.
2. Передача з проміжними зубчастими колесами.
3. Планетарні передачі. Основні види планетарних передач. Метод обернення руху.
4. Використання в редукторах авіаційних двигунів. Основна теорема зачеплення.

Література

1. Баранов Г.Г. Курс теории механизмов и машин. – М.: Машиностроение, 1975. – 494 с.
2. Артоболевский И.И. Теория механизмов и машин. – М.: Наука. 1988. – 640 с.
3. Кіницький Я.Т. Теорія механізмів і машин. . – К.: Наукова думка, 2002. – 660 с.
4. Воронкін М.Ф., Цимбалюк А.А. Основи теорії механізмів і машин: Конспект лекцій. – К.: КМУЦА, 2000. – 208 с.
6. Теория механизмов и машин. Кинематическое и силовое исследование механизмов: Методическая разработка к выполнению курсовой работы/ Сост.: Н.Ф. Воронкин, А.В. Карлашов, Е.М. Бабенко. – К.: КМУГА, 1999. – 72с.
7. Теория механизмов и машин. Лабораторный практикум / С.В. Федорчук, О.В.Радько.– К.: НАУ, 2012. – 32 с.
8. Теорія механізмів і машин. Розв'язання задач: навч. посіб. / Є.М. Бабенко, А.О. Корнієнко, О.В. Башта, А.С. Крижановський. – К.: НАУ, 2010. – 120 с.
9. Теория механизмов и машин. Решение задач : учеб. пособ. / О.В.Радько, С.В. Федорчук, А.О. Корниенко. – К.: НАУ, 2013. – 120 с.



ОСНОВНІ ТИПИ СКЛАДНИХ ПЕРЕДАЧ

1. Складні передачі з нерухомими осями:

- багатоступінчасті передачі;
- передачі з проміжними колесами.

2. Складні передачі з осями, рухомими у просторі (планетарні механізми):

- диференціальні механізми;
- планетарні передачі.

БАГАТОСТУПІНЧАСТІ ПЕРЕДАЧІ — передачі, які складаються з декількох послідовно з'єднаних одноступінчастих зубчастих передач

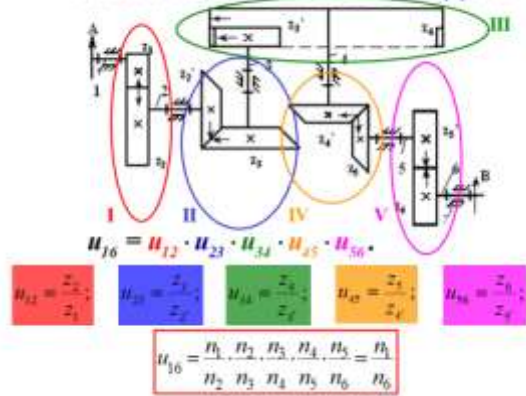


Передачне відношення багатоступінчастої передачі
$$U_{1n} = U_{12} \cdot U_{23} \cdot \dots \cdot U_{(n-1)n}$$

Для визначення напрямку обертання вихідного валу використовують "метод стрілок": послідовно переносять стрілку, що вказує напрямок руху колеса, з одного зачеплення на інше (наступне)

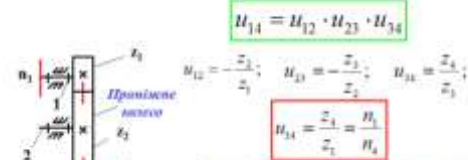
УВАГА! Знак "-" для зовнішнього зачеплення (при визначенні u через z) враховується лише для передач, колеса яких обертаються у площинах, паралельних до нерухомої площини

БАГАТОСТУПІНЧАСТІ ПЕРЕДАЧІ



ПЕРЕДАЧІ З ПРОМІЖНИМИ КОЛЕСАМИ

ПРОМІЖНІ КОЛЕСА — ЗК, які одночасно входять у зачеплення з двома та більше ЗК



$$U_{14} = U_{12} \cdot U_{23} \cdot U_{34}$$

$$U_{12} = -\frac{z_2}{z_1}; \quad U_{23} = -\frac{z_3}{z_2}; \quad U_{34} = \frac{z_4}{z_3}$$

$$U_{14} = \frac{z_4}{z_1} = \frac{n_1}{n_4}$$

Проміжні колеса використовують для зміни напрямку обертання (задня передача в автомобілях) та для збільшення міжосьової відстані (a_{Σ}).

Для визначення напрямку обертання вихідного валу використовуємо "метод стрілок"

ПЛАНЕТАРНІ МЕХАНІЗМИ

механізми, у яких геометричні осі одного або кількох коліс рухаються у просторі.

- Основні типи планетарних механізмів:
- диференціальні механізми ($W=2$);
 - планетарні передачі ($W=1$).

Переваги:

1. Високе u при незначних розмірах.
2. Менші навантаження на один зуб через використання декількох сателітів.
3. Менші навантаження на опори та вали.
4. Менше шумів через менші розміри коліс.

Недоліки:

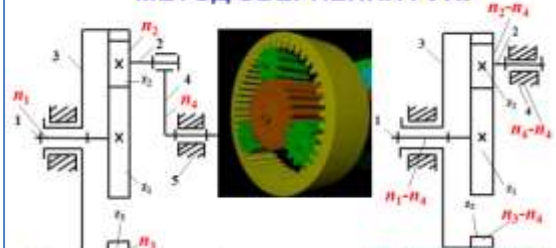
1. Підвищені вимоги до точності виготовлення та монтажу.
2. Зниження ККД при збільшенні u .

Планетарна передача



Зубчасті колеса з рухомими осями - сателіти. Ланка 4, на якій розміщуються осі сателітів - водило. Сателіти обертаються навколо своїх власних осей і разом з водилом обертаються навколо осей центральних коліс, імітуючи рух планет.

МЕТОД ОБЕРНЕННЯ РУХУ



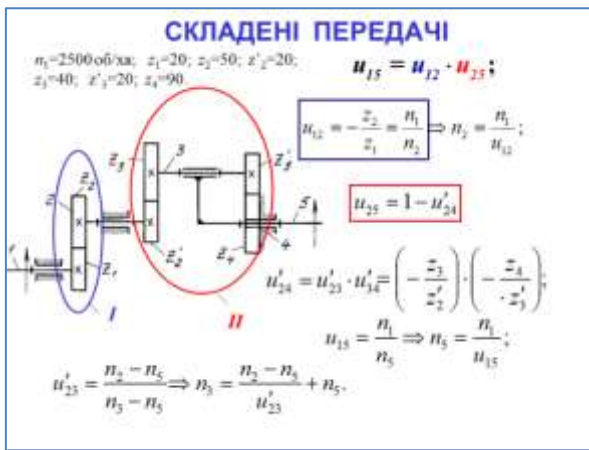
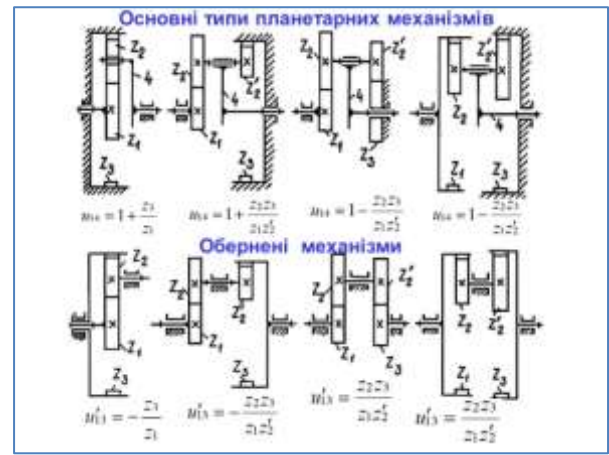
Диференціальний механізм

$$U'_{14} = \frac{n_1 - n_4}{n_3 - n_4} \text{ - формула Вілліса}$$

$$U'_{14} = U'_{12} \cdot U'_{23} = \left(-\frac{z_2}{z_1}\right) \cdot \frac{z_3}{z_4} = -\frac{z_2}{z_1} \cdot \frac{z_3}{z_4}$$

Обернений механізм





Лекція № 10

Тема лекції: Аналіз та синтез планетарних передач.

План лекції

1. Аналітичний і графічний методи кінематичного аналізу.
2. Зубчасті диференціали. Замкнуті диференціальні передачі.
3. Умови, що використовуються при підборі чисел зубів планетарних передач.
4. Підбор чисел зубів.

Література

1. Баранов Г.Г. Курс теории механизмов и машин. – М.: Машиностроение, 1975. – 494 с.
2. Артоболевский И.И. Теория механизмов и машин. – М.: Наука. 1988. – 640 с.
3. Кіницький Я.Т. Теорія механізмів і машин. – К.: Наукова думка, 2002. – 660 с.
4. Воронкін М.Ф., Цимбалюк А.А. Основи теорії механізмів і машин: Конспект лекцій. – К.: КМУЦА, 2000. – 208 с.

5. Теорія механізмів і машин. Розв'язання задач: навч. посіб. / Є.М. Бабенко, А.О. Корнієнко, О.В. Башта, А.С. Крижановський. – К.: НАУ, 2010. – 120 с.

6. Теория механизмов и машин. Решение задач : учеб. пособ. / О.В.Радько, С.В. Федорчук, А.О. Корниенко. – К.: НАУ, 2013. – 120 с.

ВИЗНАЧЕННЯ КІЛЬКОСТІ ЗУБІВ КОЛІС ПЛАНЕТАРНОГО МЕХАНІЗМУ

Умова співвісності вхідного та вихідного валів означає, що обидва центральні ЗК (ЦК) і водило повинні мати загальну геометричну вісь обертання, завдяки чому забезпечується зачеплення сателітів із обома ЦК. Ця умова обмежує вибір розмірів одного із ЗК при заданих радіусах трьох інших.

$z_1, z_2, z_3, \gamma = z_1 \cdot \frac{z_3 (m_{13} - 2)}{2} : z_1 (m_{13} - 1) : \frac{z_3 m_{13}}{k}$ де z – ціле число;
 k – число сателітів;
 z_1 – кратне k (ради обертати одностороннє значення).

Умова правильного зачеплення враховує відсутність подрізу зубів і заглиблення передні.
 Для циліндричних ЗК без зміщення ($\alpha = 20^\circ$ і $H^*_a = 1,0$) для запобігання подрізу треба обирати $z \geq 17$.
 Для передні внутрішнього зачеплення, складені із прямозубих коліс без зміщення ($\alpha = 20^\circ$ і $H^*_a = 1,0$), кількість зубів ЗК із внутрішніми зубами повинна бути ≥ 85 , а зачепленого з ним ЗК із зовнішніми зубами ≥ 20 . При цьому різниця між кількістю зубів ЗК передачі внутр. зачеплення повинна бути ≥ 8 .

$z_1 \geq 17; z_2 \geq 20; z_3 \geq 85; z_3 - z_2 \geq 8$.

ВИЗНАЧЕННЯ КІЛЬКОСТІ ЗУБІВ КОЛІС ПЛАНЕТАРНОГО МЕХАНІЗМУ

Умова складання за рівня кутів між сателітами враховує необхідність одночасного зачеплення всіх сателітів із ЦК. Після встановлення першого сателіта рухоме ЦК займе цілком визначене положення, і якщо не виконати деяких вимог, то при встановленні наступних сателітів їхні зуби можуть бути зміщені відносно западин одного з ЦК, у результаті чого виконати складання механізму неможливо.

$\frac{z_3 m_{13}}{k} = \gamma$ γ – ціле число.

Умова сусідства враховує необхідність сумісного розміщення кількох сателітів по загальному колу. Для її виконання необхідно, щоб діаметр кола вершин зубів більших за розмір сателітів був дещо меншим, ніж відстань між осями їх обертання. Тоді сусідні сателіти не будуть чіпляти зубами один одного.

$\sin \frac{\pi}{k} > \frac{z_2 + 2}{z_1 + z_2}$ k – число сателітів.

КІНЕМАТИЧНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ ПЛАНЕТАРНИХ МЕХАНІЗМІВ ГРАФІЧНИМ МЕТОДОМ

$d_{c1} = d_f = m \cdot z_1, d_{c2} = d_f = m \cdot z_2, d_{c3} = d_f = m \cdot z_3$ мм.
 $k_f = d_f / d_b$

План швидкостей
 $V_1 = K_1 \cdot \omega_1$
 $V_2 = K_2 \cdot \omega_2$
 $V_3 = K_3 \cdot \omega_3$
 $V_4 = K_4 \cdot \omega_4$

План частот обертання
 $n_1 = K_1 \cdot \omega_1$ об/хв
 $n_2 = K_2 \cdot \omega_2$ об/хв
 $n_3 = K_3 \cdot \omega_3$ об/хв
 $n_4 = K_4 \cdot \omega_4$ об/хв

$n_4 = 1 - n_1 \cdot \frac{z_1}{z_3} \cdot \Delta u_{13} = \frac{n_1 \cdot z_1 - n_3 \cdot z_3}{z_3} \cdot 100\% < 4\%$

Кінематичне дослідження планетарних механізмів графічним методом

Картка роботи з 70%

Ім'я студента	№ групи
Дата виконання	№ роботи
Оцінка	ФЛА 210

Геометричний розрахунок евольвентної зубчасті передачі зовнішнього зачеплення

Відомі дані: $a_p = 48$ мм, $z_1 = 12$, $z_2 = 18$; $m = 3$ мм, $x_1/x_2 = 1,7$; ($\alpha = 20^\circ$, $H^*_a = 1$, $\epsilon = 0,25$).

Порядок розрахунку:

- Сумарна кількість зубів: $z_1 + z_2 = 12 + 18 = 30$.
- Кут зачеплення: $\cos \alpha_p = \frac{m \cdot z_1 \cdot \cos \alpha}{2a_p} = \frac{3 \cdot 12 \cdot 0,94}{2 \cdot 48} = 0,881$
 $\alpha_p = 0,4928$; $\alpha_p = 28^\circ 14'$; $\tan \alpha_p = 0,5370$; $\tan \alpha_p - \tan \alpha = 0,5370 - 0,4928 = 0,0442$.
- Коефіцієнт суми зміщень: $\Delta u = \frac{z_1 \cdot x_2 \cdot \tan \alpha_p - z_2 \cdot x_1 \cdot \tan \alpha}{2a_p \cdot \sin \alpha} = \frac{30(0,0442 - 0,0149)}{2 \cdot 0,364} = 1,208$.
- Коефіцієнти осійних зміщень: $x_1/x_2 = 1,7$, то $x_1 = 1,7x_2$, з іншого боку $x_1 + x_2 = x_p$, тому $x_2 = x_p/2,7$ зміщено: $0,447$; $x_1 = 1,208 - 0,447 = 0,761$, осійний $x_2 < 1,7$, то для відсутності подрізу зуба планна була виконана умова: $x_2 \geq x_{2min} = \frac{z_2^2 - 1}{4z_2} = 1,28$.
- Коефіцієнт сприймального зміщення: $y = \frac{a_p - 0,5mz_p}{m} = \frac{48 - 0,5 \cdot 3 \cdot 30}{3} = 1$.
- Коефіцієнт зрівноваженого зміщення: $\Delta y = z_2 - y = 1,208 - 1 = 0,208$.
- Діаметри ділячних кіл: $d_1 = m \cdot z_1 = 3 \cdot 12 = 36$ мм; $d_2 = m \cdot z_2 = 3 \cdot 18 = 54$ мм.
- Діаметри основних кіл: $d_{b1} = m \cdot z_1 \cdot \cos \alpha = 3 \cdot 12 \cdot 0,94 = 33,84$ мм; $d_{b2} = m \cdot z_2 \cdot \cos \alpha = 3 \cdot 18 \cdot 0,94 = 50,76$ мм.
- Діаметри початкових кіл: $d_1' = \frac{m \cdot z_1 \cdot \cos \alpha}{\cos \alpha_p} = \frac{3 \cdot 12 \cdot 0,94}{0,881} = 38,4$ мм; $d_2' = \frac{m \cdot z_2 \cdot \cos \alpha}{\cos \alpha_p} = \frac{3 \cdot 18 \cdot 0,94}{0,881} = 57,6$ мм.
- Перевірка міжосової відстані: $a_m = \frac{d_1' + d_2'}{2} = \frac{38,4 + 57,6}{2} = 48$ мм.

- Діаметри кіл вершин зубів: $d_{a1} = m(z_1 + 2x_1 + 2\Delta y) = 3(12 + 2 \cdot 0,761 + 2 \cdot 0,208) = 43,318$ мм; $d_{a2} = m(z_2 + 2x_2 - 2\Delta y) = 3(18 + 2 \cdot 0,447 - 2 \cdot 0,208) = 61,443$ мм.
- Діаметри кіл западин: $d_{f1} = m(z_1 - 2,5 + 2x_1) = 3(12 - 2,5 + 2 \cdot 0,761) = 33,066$ мм; $d_{f2} = m(z_2 - 2,5 + 2x_2) = 3(18 - 2,5 + 2 \cdot 0,447) = 49,982$ мм.
- Перевірка розрахунку: $a_m = \frac{d_{a1}}{2} + \frac{d_{f2}}{2} + 0,25m = \frac{43,318}{2} + \frac{49,982}{2} + \frac{3}{2} = 48$ мм; $a_m = \frac{d_{f1}}{2} + \frac{d_{a2}}{2} + 0,25m = \frac{33,066}{2} + \frac{61,443}{2} + \frac{3}{2} = 48$ мм.
- Висота зуба: $h = 2,25m - \Delta y_m = 2,25 \cdot 3 - 0,208 \cdot 3 = 6,126$ мм; $h = \frac{d_a - d_f}{2} = \frac{43,318 - 33,066}{2} = 6,126$ мм; $h = \frac{d_{f2} - d_a}{2} = \frac{49,982 - 43,318}{2} = 6,126$ мм.
- Крок зачеплення: $p' = \frac{m \sin \alpha}{\cos \alpha_p} = \frac{3 \cdot 0,94}{0,881} = 10,051$ мм.
- Товщина зубів по ділячних колах: $S_1 = m \left(\frac{z_1}{2} + 2x_1 \right) = 3 \left(\frac{12}{2} + 2 \cdot 0,761 \right) = 3,374$ мм; $S_2 = m \left(\frac{z_2}{2} + 2x_2 \right) = 3 \left(\frac{18}{2} + 2 \cdot 0,447 \right) = 5,088$ мм; $S_1' = d_1' \left(\frac{S_1}{d_1} + \tan \alpha - \tan \alpha_p \right) = 38,4 \left(\frac{3,374}{36} + \tan 20^\circ - \tan 28^\circ 14' \right) = 5,674$ мм.
- Товщина зубів по початкових колах: $S_2' = d_2' \left(\frac{S_2}{d_2} + \tan \alpha - \tan \alpha_p \right) = 57,6 \left(\frac{5,088}{54} + \tan 20^\circ - \tan 28^\circ 14' \right) = 4,38$ мм.
- Товщина зубів по основних колах: $S_1 = d_{b1} \left(\frac{S_1}{d_1} + \tan \alpha \right) = 33,84 \left(\frac{3,374}{36} + \tan 20^\circ \right) = 6,490$ мм; $S_2 = d_{b2} \left(\frac{S_2}{d_2} + \tan \alpha \right) = 50,76 \left(\frac{5,088}{54} + \tan 20^\circ \right) = 6,103$ мм.

19. Перевірка зубів на загострення. Товщина зубів по колах вершин:

$$\cos \alpha_d = \frac{d_{d1}}{d_{d2}} = \frac{33,84}{45,318} = 0,7467;$$

$$\beta_{d1} = 0,7277; \beta_{d2} = 41^{\circ}42'; \sin \beta_{d1} = 0,6908; \delta_{d1} = d_{d1} \left(\frac{d_1}{d} + \sin \alpha - \sin \alpha_{d1} \right) = 1,31 \text{ мм.}$$

$$\sin \alpha_{d1} = \cos \beta_{d1} - \alpha_{d1} = 0,8508 - 0,7277 = 0,1631$$

$$\cos \alpha_{d2} = \frac{d_{d1}}{d_{d2}} = \frac{50,76}{61,434} = 0,82625; \delta_{d2} = d_{d2} \left(\frac{d_2}{d} + \sin \alpha - \sin \alpha_{d2} \right) = 2,26 \text{ мм.}$$

$$\beta_{d2} = 0,5984; \alpha_{d2} = 34^{\circ}17'; \sin \beta_{d2} = 0,6818;$$

$$\sin \alpha_{d2} = \cos \beta_{d2} - \alpha_{d2} = 0,6818 - 0,5984 = 0,0834$$

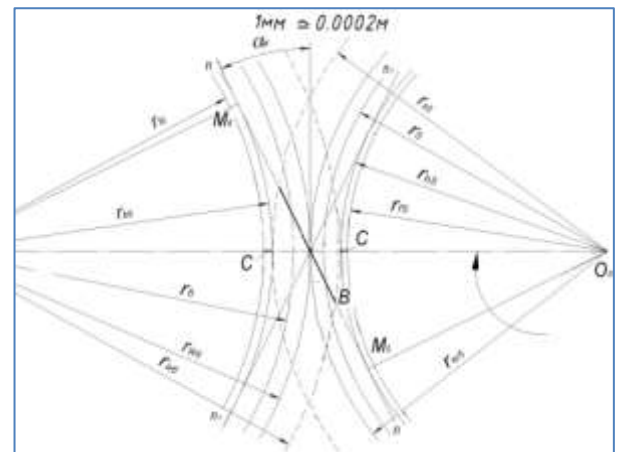
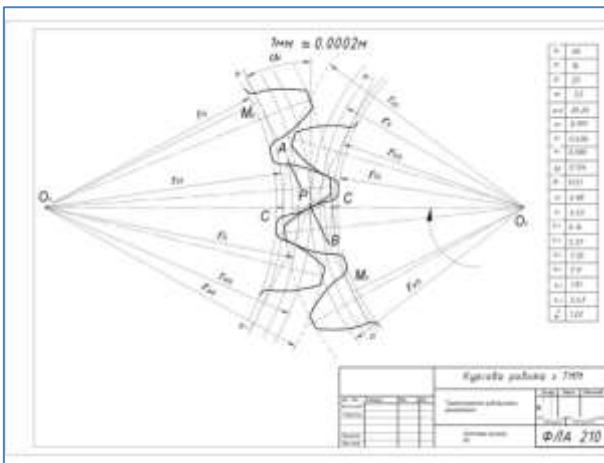
Товщина зубів по колах вершин має бути не меншою від 0,2т ($S_{d1} \geq 0,2т$; $S_{d2} \geq 0,2т$). Умова виконується.

20. Коефіцієнт перекриття: $\epsilon_{\alpha} = \frac{1}{2\pi} (z_1 f_g \alpha_{d1} + z_2 f_g \alpha_{d2} - z_1 f_g \alpha_{d1}) = 1,09$

Коефіцієнт перекриття має бути не менше від 1,05 ($\epsilon_{\alpha} \geq 1,05$).

ПОБУДОВА БОКОВОГО ПРОФІЛЮ ЗУБА ЗУБЧАСТОГО КОЛЕСА

- Від т. Р відкладемо по початковому колу $S_{\alpha}/2$ одержимо точку 2.
- Через т.2 та центр O_1 колеса проводимо пряму лінію (вісь симетрії зуба) до перетину в колах вершин, дільничним, основним відповідно в точках 1, 3, 4.
- Від т. 1, 3, 4 відкладаємо довжини які дорівнюють половині товщини зуба по відповідних колах т. 1', 3', 4'.
- З'єднавши точки 1', 3', 4' плавною кривою, одержимо правий боковий профіль зуба.
- Аналогічно можна одержати точки 1'', 2'', 3'', 4'', які лягають на лівому боковому профілі зуба.
- У середині основного кола евольвента не існує. Ділянку профілю зуба між r_1 і r_2 при $r_2 > r_1$ окреслюють прямою лінією по радіусу. Дуга радіуса $r=0,38т$. Якщо $r_1 < r_2$, то весь боковий профіль зуба буде евольвентним. Дуга радіуса 0,38т.



Лекція № 11

Тема лекції: Тертя в кінематичних парах механізмів. Коефіцієнт корисної дії механізмів.

План лекції

1. Види тертя. Тертя ковзання. Коефіцієнт тертя ковзання.
2. Тертя в поступальній кінематичній парі. Тертя на похилій площині. Умова самогальмування.
3. Тертя в обертальній кінематичній парі. Тертя кочення.
4. Коефіцієнт корисної дії (ККД) як основна характеристика роботи машини. ККД при послідовному і паралельному з'єднанні механізмів.

Література

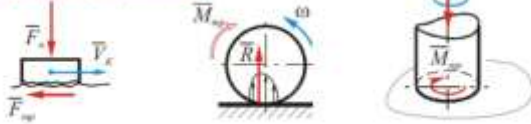
1. Баранов Г.Г. Курс теории механизмов и машин. – М.: Машиностроение, 1975. – 494 с.
2. Артоболевский И.И. Теория механизмов и машин. – М.: Наука. 1988. – 640 с.
3. Кіницький Я.Т. Теорія механізмів і машин. – К.: Наукова думка, 2002. – 660 с.
4. Воронкін М.Ф., Цимбалюк А.А. Основи теорії механізмів і машин: Конспект лекцій. – К.: КМУЦА, 2000. – 208 с.
5. Теорія механізмів і машин. Розв'язання задач: навч. посіб. / Є.М. Бабенко, А.О. Корнієнко, О.В. Башта, А.С. Крижановський. – К.: НАУ, 2010. – 120 с.
6. Теория механизмов и машин. Решение задач : учеб. пособ. / О.В.Радько, С.В. Федорчук, А.О. Корнієнко. – К.: НАУ, 2013. – 120 с.

Тертя - сукупність явищ, що спричиняють опір рухові одне відносно одного макроскопічних тіл (**зониціне тертя**) або елементів одного і того ж тіла (**внутрішнє тертя**), при якому механічна енергія розсіюється у вигляді тепла.

Види тертя

(за характером відносного руху контактуючих поверхонь)

- **тертя сколю** (проявляється у момент, коли два тіла, що знаходяться у стані відносного спокою починають відносний рух);
- **тертя ковзання**;
- **тертя кочення** (у вигляді КП);
- **тертя вертіння** (при взаємодії торцевих поверхонь ланок обертальних КП);
- **тертя кочення з проколюванням** (у зубчастих колесах);
- **тертя за вібропереміщенням**



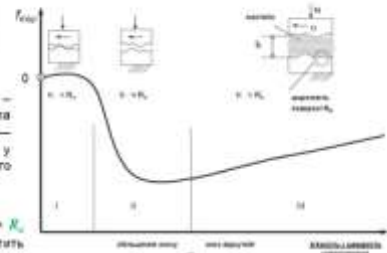
Види тертя (режими змащування)

Сухе тертя (I) - тертя без змащування (диски сцеплення у автомобілі) - f_{max} максімальної.

Граничне тертя (II) - товщина шару мастила $h \ll R_c$ («ствінка циліндру - поршневе кільце» у двигуні внутрішнього згоряння).

Змішане тертя (III) - $h \approx R_c$ (область контакту містить ділянку сухого й рідинного тертя).

Рідинне тертя (IV) (гідро, газодинамічний режим змащування) - $h \gg R_c$. Тертя обумовлюється об'ємним (в'язкісним) властивостям настійного матеріалу. Знос поверхонь відсутній (підшипник ковзання коліщастого валу і турбін автомобільного двигуна внутрішнього згоряння).



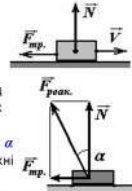
Крива Герсі-Штрибека

Закон Кулона-Амонтона

Сила тертя ковзання пропорційна силі нормальної реакції взаємодіючих тіл і направлена у бік, протилежний швидкості відносного руху тіл

$$F_{тер} = N \cdot f; \quad (1) \quad f = \frac{F_{тер}}{N}$$

де f - безрозмірний коефіцієнт тертя, який залежить від матеріалу поверхонь, що стикаються, та ступеню (чистоти) їх обробки. Може позначатися μ або k . Якщо величина сили тертя визначається формулою (1), то кут α між сумарною силою реакції та нормаллю до поверхні задовільняє умові $tg \alpha = f$ і називається кутом тертя.

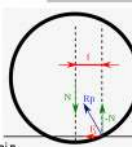


Сила тертя кочення

$$F_{тер коч} \cdot r = N \cdot f; \quad (2) \quad f = \frac{M_{тер}}{N}$$

де N - сила нормальної реакції;
 r - радіус тіла, яке котиться;
 f - коефіцієнт тертя кочення, який має розмірність довжини.

K-т тертя кочення має **розмірність довжини** (м) і залежить від пружних властивостей контактуючих матеріалів, а втрати на тертя кочення є на 1-2 порядки нижчими, ніж на тертя ковзання.



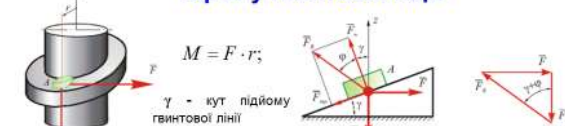
Коефіцієнти тертя сколювання різних матеріалів по сталі

Матеріал	Коефіцієнти тертя	
	Сухе і чисте	Смазоване і з олиї поверхності
Латунь	0,15	-
Слнчннн брннц	0,13	-
Алюмінієві бронзи	0,30	-
Алюмінієві лннки	0,45	-
Графіт	0,1	0,1
Дюралю	0,2-0,8	-
Кабоні вугільні	0,4-0,8	0,1-0,2
Лнтин	0,30	0,10
Мідь	0,30	0,10
Смазаннєві мідь	0,22	-
Мідь	0,64	0,10
Лнтинєві	0,4-0,5	0,4-0,5
Лнтинєві	0,5-0,80	0,2-0,30
Полнєві	0,2	0,2
Снль	0,8	0,30
Сталь	0,5-0,7	0,2-0,3
Терпнє	0,14	0,11-0,14
Фосфориста сталь (стнль)	0,04	0,04
Фосфориста л	0,04	0,04
Фосф	0,4	0,21

Коефіцієнти тертя сколювання для різних пар матеріалів

Матеріал	Коефіцієнт тертя
Дерево по металу	0,21-0,30
Метале по металу при змазці	0,07-0,1
Дерево по льду	0,020
Метале по льду	0,020
Сталь, змазаннєва по льду (полнєві)	0,015
Лнтин по льду	0,020
Сталь по сталі	0,03-0,04
Снль по снпнє асфальту	0,54-0,75
Снль по асфальту (змазаннєва)	0,35-0,45
Снль по снпнє трнпнєї ннє змазаннєва днрнє	0,49-0,50
Снль по шнпнє льду	0,73-0,75
Трнпнєві колнє по сталі	0,04

Тертя у гвинтовій парі



$$M = F \cdot r; \quad \gamma - \text{кут підйому гвинтової лінії}$$

$$F \cdot \bar{F} + \bar{F}_0 + \bar{F}_R = 0; \quad \bar{F} = \bar{F}_0 \cdot tg(\varphi + \gamma); \quad M = F_0 \cdot r \cdot tg(\varphi + \gamma);$$

Якщо $\gamma = \varphi$, то $F=0$, тобто **гайка рухається рівномірно** під дією сили F_0 (моменту до гайки прикладати не потрібно).

Якщо $\gamma > \varphi$ - маємо **прискорений рух** під дією F_0 .

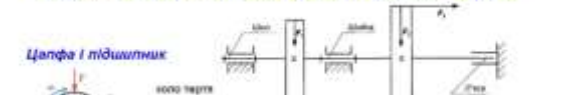
Якщо $\gamma < \varphi$ - маємо **умову самогальмування**, коли без дії моменту M рух гайки неможливий.

$$\bar{F} = \bar{F}_0 \cdot tg(\gamma - \varphi); \quad F_{тер} = F_R \cdot \sin \varphi;$$

$$F_{тер} = F \frac{tg \varphi}{\sin \gamma + tg \varphi \cdot \cos \gamma} = F \frac{f}{\sin \gamma + f \cdot \cos \gamma}$$

сила тертя для гвинтової пари з прямокутною різьбою

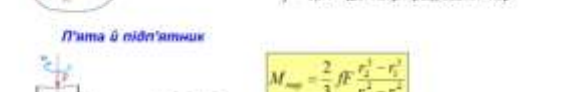
Тертя в обертальних кінематичних парах



Цапфа і підшипник

$$M_{тер} = f F r$$

Зведений коефіцієнт тертя:
 $f^* = 1,27$ - для протрацьованих пар;
 $f^* = 1,57$ - для непрацьованих пар



П'ята і під'ятник

$$M_{тер} = \frac{2}{3} f R \frac{r_2^2 - r_1^2}{r_2^2 - r_1^2}$$

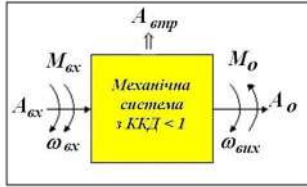
$$M_{тер} = \frac{2}{3} f F r - \text{для суцільної п'яти } (r_2 - r_1)$$

КОЕФІЦІЄНТ КОРИСНОЇ ДІЇ МЕХАНІЗМУ

ККД механічної системи - відношення роботи сил корисного опору до роботи рушійних сил за цикл (чи ціле число циклів) усталеного режиму роботи.

ККД механізму характеризує його ефективність при перетворенні енергії, визначає співвідношення отриманої на виході корисної енергії та енергетичних втрат у механізмі на тертя, перемішування масла, вентиляцію, деформацію ланок тощо.

$$\eta = \frac{A_i}{A_{\dot{\alpha}\dot{\delta}}} = \frac{A_{\dot{\alpha}\dot{\delta}} - A_{\dot{\alpha}\dot{\delta}} \delta}{A_{\dot{\alpha}\dot{\delta}}} = 1 - \frac{A_{\dot{\alpha}\dot{\delta}} \delta}{A_{\dot{\alpha}\dot{\delta}}} = 1 - \psi$$



$A_{вх}$ - робота рушійних сил на вході;
 A_o - робота сил корисного опору;
 $A_{втрат}$ - втрачена робота;
 η - коефіцієнт корисної дії;
 ψ - коефіцієнт втрат.

ККД машини при послідовному з'єднанні механізмів



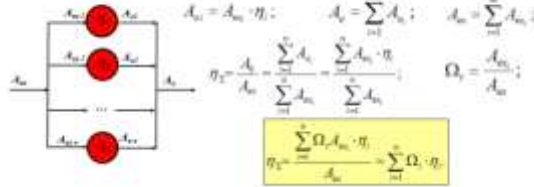
$$A_{вх2} = A_{вх1} = A_{вх1} \cdot \eta_1; \quad A_{вх3} = A_{вх2} \cdot \eta_2 = A_{вх1} \cdot (\eta_1 \cdot \eta_2);$$

$$A_{вхn} = A_{вх1} \cdot (\eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \dots \cdot \eta_{n-1});$$

$$A_o = A_{вхn} \cdot (\eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \dots \cdot \eta_n);$$

$$\eta_{\Sigma} = \frac{A_o}{A_{вх1}} = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \dots \cdot \eta_n$$

ККД машини при паралельному з'єднанні механізмів



$$A_{вх1} = A_{вх} \cdot \eta_1; \quad A_o = \sum_{i=1}^n A_{вхi}; \quad A_{вх} = \sum_{i=1}^n A_{вхi};$$

$$\eta_{\Sigma} = \frac{A_o}{A_{вх}} = \frac{\sum_{i=1}^n A_{вхi}}{\sum_{i=1}^n A_{вхi}} = \frac{\sum_{i=1}^n A_{вхi} \cdot \eta_i}{\sum_{i=1}^n A_{вхi}}; \quad \Omega_{\Sigma} = \frac{A_{вхi}}{A_{вх}};$$

$$\eta_{\Sigma} = \frac{\sum_{i=1}^n \Omega_i A_{вхi} \cdot \eta_i}{\sum_{i=1}^n \Omega_i A_{вхi}}$$

Лекція № 12

Тема лекції: Кулачкові механізми. Побудова діаграм положень штовхача.

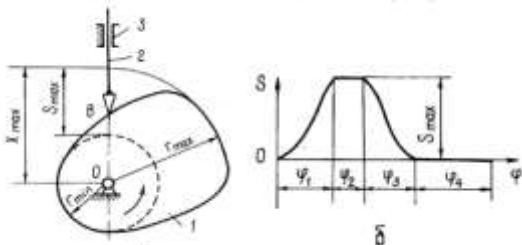
План лекції

1. Типи кулачкових механізмів, їх використання в техніці.
2. Метод обернення руху.
3. Побудова планів механізму та діаграм положень штовхача для різних типів кулачкових механізмів.

Література

1. Баранов Г.Г. Курс теории механизмов и машин. – М.: Машиностроение, 1975. – 494 с.
2. Артоболевский И.И. Теория механизмов и машин. – М.: Наука. 1988. – 640 с.
3. Кіницький Я.Т. Теорія механізмів і машин. – К.: Наукова думка, 2002. – 660 с.
4. Воронкін М.Ф., Цимбалюк А.А. Основи теорії механізмів і машин: Конспект лекцій. – К.: КМУЦА, 2000. – 208 с.
5. Теорія механізмів і машин. Розв'язання задач: навч. посіб. / Є.М. Бабенко, А.О. Корнієнко, О.В. Башта, А.С. Крижановський. – К.: НАУ, 2010. – 120 с.
6. Теория механизмов и машин. Решение задач : учеб. пособ. / О.В.Радько, С.В. Федорчук, А.О. Корниенко. – К.: НАУ, 2013. – 120 с.

КУЛАЧКОВИЙ МЕХАНІЗМ (КМ)



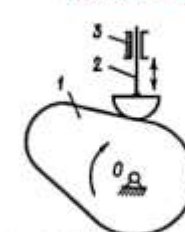
а) схема механізму:
 1 - кулачок;
 2 - штовхач;
 3 - стояк (нерухома ланка).

б) діаграма положень (переміщення) штовхача:
 φ_1 - кут віддалення;
 φ_2 - кут верхнього стояння;
 φ_3 - кут наближення;
 φ_4 - кут нижнього стояння.

КЛАСИФІКАЦІЯ КУЛАЧКОВИХ МЕХАНІЗМІВ

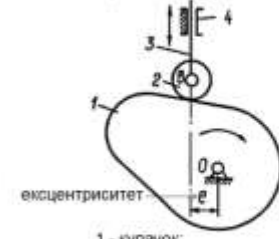
1. ЗА ВЗАЄМНИМ РОЗТАШУВАННЯМ ОСЕЙ КУЛАЧКА ТА ШТОВХАЧА

А) Осьовий КМ



1 - кулачок;
 2 - штовхач;
 3 - стояк (нерухома ланка).

Б) Позацентривий КМ

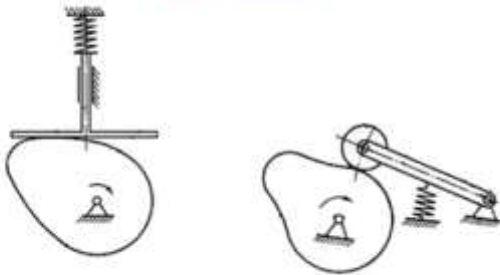


1 - кулачок;
 2 - ролик;
 3 - штовхач;
 4 - стояк (нерухома ланка).

КЛАСИФІКАЦІЯ КУЛАЧКОВИХ МЕХАНІЗМІВ

2. ЗА ХАРАКТЕРОМ ЗАМИКАННЯ КІНЕМАТИЧНИХ ПАР 2-го РОДУ

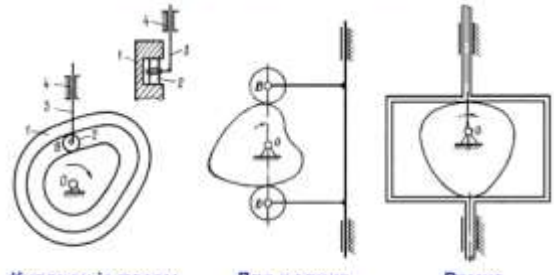
А) Силове замикання



КЛАСИФІКАЦІЯ КУЛАЧКОВИХ МЕХАНІЗМІВ

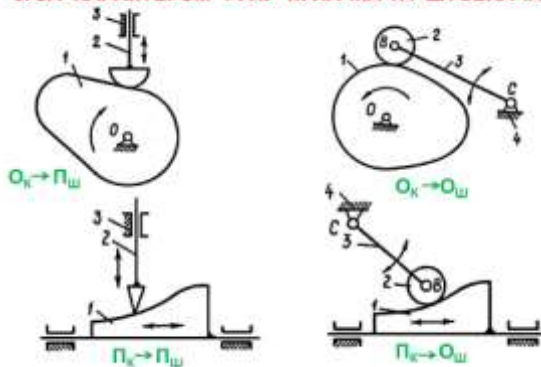
2. ЗА ХАРАКТЕРОМ ЗАМИКАННЯ КІНЕМАТИЧНИХ ПАР 2-го РОДУ

Б) Геометричне (кінематичне) замикання



КЛАСИФІКАЦІЯ КУЛАЧКОВИХ МЕХАНІЗМІВ

3. ЗА ХАРАКТЕРОМ РУХУ КУЛАЧКА ТА ШТОВХАЧА



КЛАСИФІКАЦІЯ КУЛАЧКОВИХ МЕХАНІЗМІВ

4. ЗА ХАРАКТЕРОМ ОКРЕСЛЕННЯ ПРОФІЛЮ КУЛАЧКА



КЛАСИФІКАЦІЯ КУЛАЧКОВИХ МЕХАНІЗМІВ

4. ЗА ХАРАКТЕРОМ ОКРЕСЛЕННЯ ПРОФІЛЮ КУЛАЧКА



КЛАСИФІКАЦІЯ КУЛАЧКОВИХ МЕХАНІЗМІВ

5. ЗА ХАРАКТЕРОМ ОКРЕСЛЕННЯ ПРОФІЛЮ ШТОВХАЧА

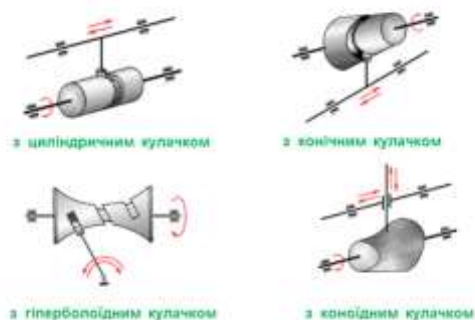
А) Штовхач окреслений колом певного радіусу



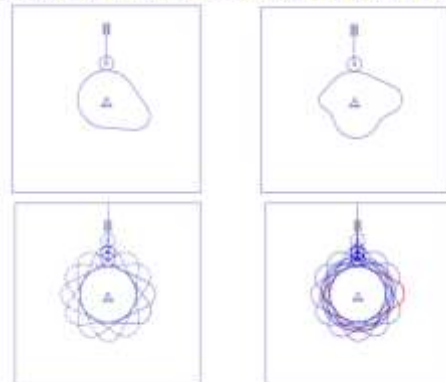
Б) Штовхач у вигляді прямої лінії

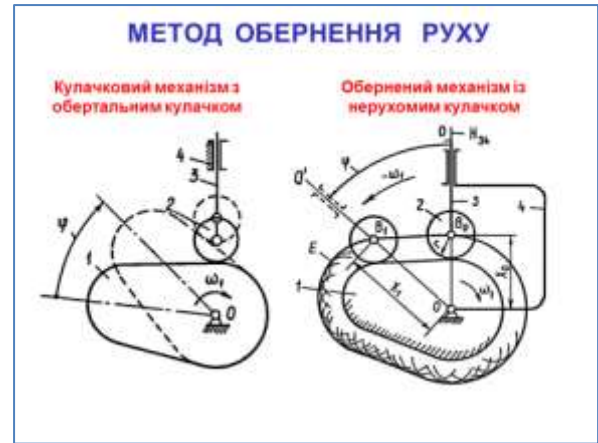
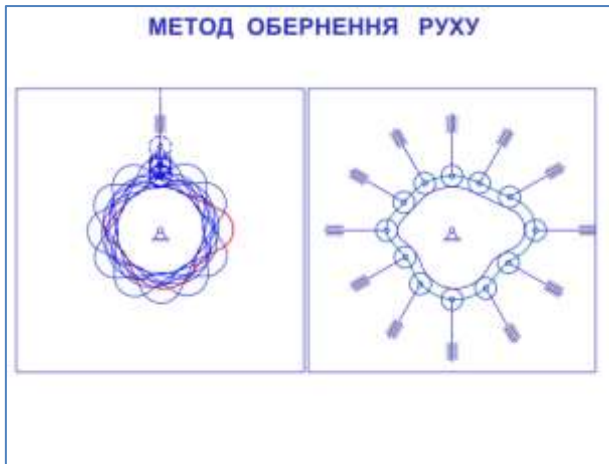


ПРОСТОРОВІ КУЛАЧКОВІ МЕХАНІЗМИ



ПОБУДОВА ПЛАНІВ КУЛАЧКОВИХ МЕХАНІЗМІВ

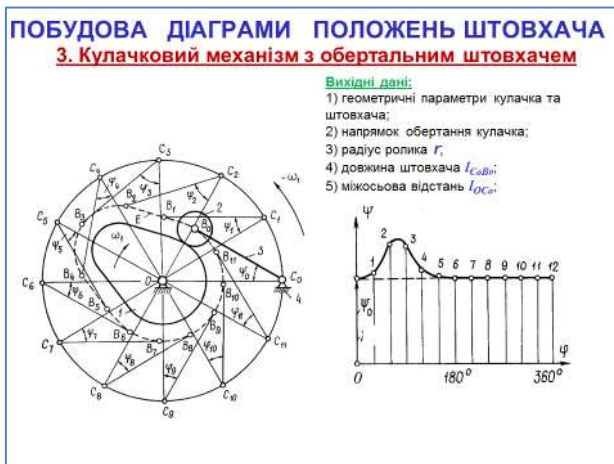




Побудова планів кулачкового механізму і діаграм положень штовхача

В осьовому механізмі напрямна H_{34} руху штовхача 3 відносно стояка 4 проходить через центр O обернення кулачка 1. В оберненому механізмі кулачок 1 стає нерухомою ланкою, а штовхач 3 і напрямна H_{34} будуть обертатись навколо осі O кулачка у напрямку, протилежному напрямку руху кулачка.

При цьому ролик 2 буде перекочуватись по кулачку, а центр ролика B окреслить **еквідистантну криву E** , яка буде віддалена від профілю кулачка на відстань, що дорівнюватиме радіусу ролика r (рис. 54, а).



Положення штовхача визначають лінійною координатою $X = \overline{OB}$ ($X_0 = \overline{OB_0}$, $X_1 = \overline{OB_1}$, $X_2 = \overline{OB_2}$, ..., $X_{12} = \overline{OB_{12}}$). Графік залежності лінійної координати X , що характеризує

положення штовхача, від кута φ повороту кулачка називається **діаграмою положень штовхача** (рис. 54, б).

Можна запропонувати такий порядок побудови діаграми $[X, \varphi]$ осьового кулачкового механізму з роликком:

1) будуємо у вибраному масштабі план кулачкового механізму в положенні, яке відповідає початку руху штовхача при його віддаленні від осі обертання кулачка;

2) виконуємо обернення кулачкового механізму і будуємо еквідистантну криву E ;

3) з точки O (центра обертання кулачка) описуємо допоміжне коло будь-якого радіуса; це коло ділимо на будь-яке число рівних частин (наприклад, на 12) і точки ділення позначаємо $0, 1, 2, 3, \dots, 12$ у напрямку, протилежному руху кулачка;

4) з точки O через точки $0, 1, 2, 3, \dots, 12$ на допоміжному колі проводимо прямі лінії до перетину з еквідистантною кривою в точках $B_0, B_1, B_2, \dots, B_{12}$; ці прямі указують положення напрямної H_{34} , а точки $B_0, B_1, B_2, \dots, B_{12}$ – положення центра ролика в різних положеннях кулачкового механізму;

5) будуємо діаграму положень штовхача $[X, \varphi]$, по осі абсцис якої відкладаємо кут повороту кулачка φ , а по осі ординат відповідні координати X : $x_0 = \overline{OB_0}$, $x_1 = \overline{OB_1}$, $x_2 = \overline{OB_2}$, \dots , $x_{12} = \overline{OB_{12}}$, які характеризують положення точки B штовхача у різних положеннях кулачкового механізму.

Позацентровий кулачковий механізм з роликком

Вихідними даними позацентрового кулачкового механізму з роликком (рис. 55) є: а) профіль кулачка і його розміри; б) напрямок руху кулачка; в) радіус ролика r ; г) ексцентриситет e . У позацентровому механізмі (рис. 55) напрямна H_{34} руху штовхача віддалена від осі обертання кулачка O на відстань ε . Опустивши з точки O перпендикуляр на напрямну H_{34} , одержимо точку C ($OC = e$). Положення точки B (центра ролика) будемо визначати лінійною координатою $x = \overline{CB}$, взятою на напрямній H_{34} . При оберненні руху напрямна H_{34} і точка C будуть обертатися навколо точки O у напрямку, протилежному напрямку руху кулачка. При цьому напрямна H_{34} завжди буде дотичною до кола радіуса e . Точка B в оберненому механізмі опише еквідистантну криву E . Знаючи відповідні положення точок C і B , легко визначити координату X у будь-якому положенні механізму.

Отже можна встановити такий порядок побудови діаграми положень штовхача:

1) будуємо у вибраному масштабі план кулачкового механізму в положенні, яке відповідає початку руху штовхача при його віддаленні від осі обертання кулачка;

2) виконуємо обернення кулачкового механізму і будуємо еквідистантну криву E ;

3) з точки O (центра обертання кулачка) описуємо допоміжне коло радіуса e ; це коло ділимо на будь-яке число рівних частин (наприклад, на 12) і точки ділення позначаємо $C_0, C_1, C_2, \dots, C_{12}$ у напрямку, протилежному руху кулачка;

4) через точки $C_0, C_1, C_2, \dots, C_{12}$ проводимо дотичні до допоміжного кола, які перетинають криву E в точках $B_0, B_1, B_2, \dots, B_{12}$; ці дотичні вказують положення напрямної H_{34} , а точки B – положення центра ролика у різних положеннях кулачкового механізму;

5) будуємо діаграму положень штовхача $[X, \varphi]$ (див. рис. 54, б), по осі абсцис якої відкладаємо кут повороту кулачка φ , а по осі ординат – відповідні координати X : $x_0 = \overline{C_0 B_0}$, $x_1 = \overline{C_1 B_1}$, $x_2 = \overline{C_2 B_2}$, \dots , $x_{12} = \overline{C_{12} B_{12}}$, які характеризують положення точки B в різних положеннях кулачкового механізму.

Кулачковий механізм з обертальним рухом штовхача з роликком

Вихідними даними кулачкового механізму з обертальним рухом штовхача з роликком (рис. 56) є: а) профіль кулачка і його розміри; б) напрямок руху кулачка; в) радіус ролика r ; г) довжина штовхача l_{BC} ; д) міжосьова відстань L_{OC} .

У кулачковому механізмі зі зворотно-обертальним рухом штовхача координатою, що

визначає положення штовхача, є кут ψ між лініями OC і CB .

Тому діаграмою положень штовхача такого механізму є графік залежності кутової координати ψ , яка характеризує положення штовхача, від кута повороту кулачка φ , тобто діаграма $[\psi; \varphi]$.

При оберненні руху лінія OC буде обертатись навколо точки O , рухаючись в сторону, протилежну напрямку руху кулачка. Точка C при цьому опише коло радіуса \overline{OC} . Точка B в оберненому механізмі буде обертатись навколо кулачка, описуючи еквідистантну криву E . Знаючи положення точок B і C , можна визначити кутову координату ψ у будь-якому положенні механізму. Отже, порядок побудови діаграми положень штовхача може бути таким:

1) будуємо у вибраному масштабі план кулачкового механізму в положенні, яке відповідає початку руху штовхача при його віддаленні від лінії OC ;

2) виконуємо обертання кулачкового механізму і будуємо еквідистантну криву E ;

3) з точки O (центра обертання кулачка) описуємо коло радіуса \overline{OC} , яке є траєкторією точки C в оберненому механізмі; ділимо це коло на будь-яке число рівних частин (наприклад, на 12) і точки ділення позначаємо $C_0, C_1, C_2, \dots, C_{12}$, номеруючи їх у напрямку, протилежному руху кулачка; всі точки C з'єднуємо з точкою O ;

4) з точок $C_0, C_1, C_2, \dots, C_{12}$ радіусом \overline{BC} робимо засічки на еквідистантній кривій, визначаючи положення точок $B_0, B_1, B_2, \dots, B_{12}$; з'єднуємо прямими лініями відповідні точки B і C (див. рис. 54, б);

5) будуємо діаграму положень штовхача $[\psi; \varphi]$, по осі абсцис якої відкладаємо кут повороту кулачка φ , а по осі ординат – відповідні кути $\psi_0, \psi_1, \psi_2, \dots, \psi_{12}$, які характеризують положення штовхача (коромисла) у різних положеннях кулачкового механізму.

Лекція № 13

Тема лекції: Профілювання плоских кулачків кулачкових механізмів.

План лекції

1. Закони руху штовхача.
2. Побудова профілю кулачка за заданим законом руху штовхача.
3. Поняття про кут тиску в кулачкових механізмах.

Література

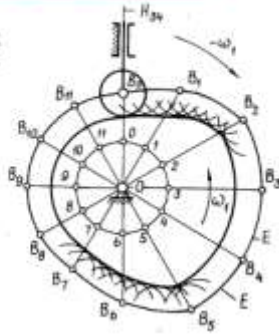
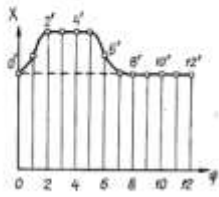
1. Баранов Г.Г. Курс теории механизмов и машин. – М.: Машиностроение, 1975. – 494 с.
2. Артоболевский И.И. Теория механизмов и машин. – М.: Наука, 1988. – 640 с.
3. Кіницький Я.Т. Теорія механізмів і машин. – К.: Наукова думка, 2002. – 660 с.
4. Воронкін М.Ф., Цимбалюк А.А. Основи теорії механізмів і машин: Конспект лекцій. – К.: КМУЦА, 2000. – 208 с.
5. Теорія механізмів і машин. Розв'язання задач: навч. посіб. / Є.М. Бабенко, А.О. Корнієнко, О.В. Башта, А.С. Крижановський. – К.: НАУ, 2010. – 120 с.
6. Теория механизмов и машин. Решение задач : учеб. пособ. / О.В.Радько, С.В. Федорчук, А.О. Корниенко. – К.: НАУ, 2013. – 120 с.

ПОБУДОВА ПРОФІЛЮ КУЛАЧКА

1. Осьовий кулачковий механізм

Вихідні дані:

- 1) діаграма положень штовхача;
- 2) напрямок обертання кулачка;
- 3) радіус ролика r

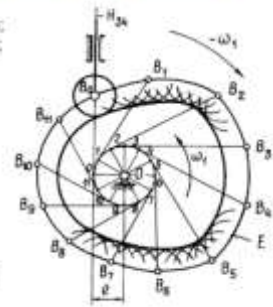
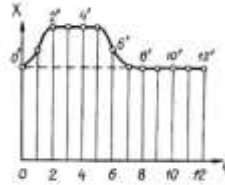


ПОБУДОВА ПРОФІЛЮ КУЛАЧКА

2. Позацентричний кулачковий механізм

Вихідні дані:

- 1) діаграма положень штовхача;
- 2) напрямок обертання кулачка;
- 3) радіус ролика r ;
- 4) ексцентриситет e .

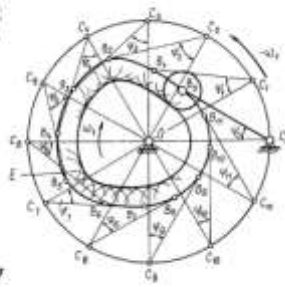
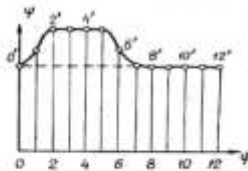


ПОБУДОВА ПРОФІЛЮ КУЛАЧКА

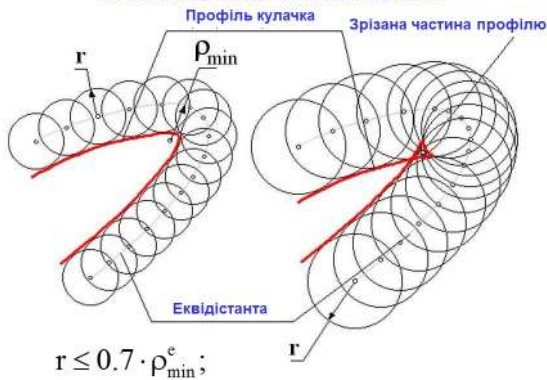
3. Кулачковий механізм з обертальним штовхачем

Вихідні дані:

- 1) діаграма положень штовхача;
- 2) напрямок обертання кулачка;
- 3) радіус ролика r ;
- 4) довжина штовхача $l_{сшв}$;
- 5) міжосьова відстань $l_{ос}$



ОБИРАННЯ РАДІУСУ РОЛИКА В КУЛАЧКОВИХ МЕХАНІЗМАХ





Побудова профілю кулачка кулачкових механізмів

Побудова профілю кулачка, який забезпечує потрібний закон руху штовхача, називається **профільованням кулачка**.

Профільовання кулачків здійснюють за такими вихідними даними: а) схема механізму; б) діаграма положень штовхача $[X, \varphi]$ або $[\psi; \varphi]$; в) напрямок обертання кулачка; г) радіус ролика r ; д) ексцентриситет e ; е) довжина штовхача та міжосьова відстань (для механізмів з обертальним рухом штовхача).

Профільовання кулачків проводять аналогічно побудові планів механізму, але тільки у зворотному порядку.

Розглянемо порядок побудови профілю кулачка для деяких типів кулачкових механізмів.

Осьовий кулачковий механізм з роликом

Побудову профілю кулачка (рис. 57) пропонується виконувати у такій послідовності:

1) вісь абсцис заданої діаграми положень штовхача $[X, \varphi]$ (рис.57, а) ділимо на будь-яке число рівних частин (наприклад, на 12) і з кожної точки ділення проводимо вертикальні лінії до перетину з кривою в точках $0', 1', 2', \dots, 12'$; визначаємо лінійні координати $X_0, X_1, X_2, \dots, X_{12}$, які характеризують положення точки B штовхача;

2) із довільно вибраної точки O (центра обертання кулачка) описуємо допоміжне коло будь-якого радіуса (рис.57, б); це коло ділимо також на 12 рівних частин, точки ділення нумеруємо у напрямку, протилежному напрямку руху кулачка;

3) з точки O через точки $0, 1, 2, \dots, 12$ на допоміжному колі проводимо прямі лінії, які вкажуть положення напрямної H_{34} у різних положеннях механізму; на цих прямих відкладаємо відповідні відрізки $\overline{OB}_0 = x_0, \overline{OB}_1 = x_1, \overline{OB}_2 = x_2, \dots, \overline{OB}_{12} = x_{12}$;

4) через точки $B_0, B_1, B_2, \dots, B_{12}$ проводимо плавну криву E , яка є еквідистантною кривою;

5) будуємо профіль кулачка, для чого навколо довільно вибраних точок на кривій E описуємо дуги радіусом ролика r , а плавна крива, дотична до цих дуг, і буде являти собою профіль кулачка.

Позацентровий кулачковий механізм з роликом

В позацентровому кулачковому механізмі (рис. 58) напрямна H_{34} руху штовхача не проходить через центр обертання кулачка O . Для такого механізму профіль кулачка будують у такій послідовності:

1) вісь абсцис заданої діаграми положень штовхача $[X, \varphi]$ (рис.57, а) ділимо на будь-яке число рівних частин (наприклад, на 12) і з кожної точки ділення проводимо вертикальні лінії до перетину з кривою в точках $O', 1', 2', \dots, 12'$; визначаємо лінійні координати $X_0, X_1, X_2, \dots, X_{12}$, які характеризують положення точки B штовхача;

2) із довільно вибраної точки O (центра обертання кулачка) описуємо допоміжне коло радіуса e ; це коло ділимо також на 12 рівних частин, точки ділення номеруємо у напрямку, протилежному напрямку руху кулачка;

3) з точки O через точки $0, 1, 2, \dots, 12$ на допоміжному колі проводимо дотичні, які вкажуть положення напрямної H_{34} у різних положеннях механізму; на цих дотичних відкладаємо відповідні відрізки $\overline{OB_0} = x_0, \overline{1B_1} = x_1, \overline{2B_2} = x_2, \dots, \overline{12B_{12}} = x_{12}$;

4) через точки $B_0, B_1, B_2, \dots, B_{12}$ проводимо плавну криву E , яка є еквідистантною кривою;

5) будуємо криву, віддалену від еквідистантної кривої на відстань радіуса ролика r ; ця крива і буде являти собою профіль кулачка.

Кулачковий механізм з обертальним рухом штовхача з роликом

У кулачковому механізмі з обертальним рухом штовхача з роликом (рис. 59) положення штовхача визначається кутовою координатою ψ , яку утворюють міжосьова лінія OC і штовхач CB . Побудову профілю кулачка за заданою діаграмою $[\psi; \varphi]$ виконуємо у такій послідовності:

1) вісь абсцис заданої діаграми положень штовхача $[\psi; \varphi]$ (див.рис.57, а) ділимо на будь-яке число рівних частин (наприклад, на 12) і з кожної точки ділення проводимо вертикальні лінії до перетину з кривою в точках $O', 1', 2', \dots, 12'$; визначаємо кутові координати $\psi_0, \psi_1, \psi_2, \dots, \psi_{12}$, які характеризують положення штовхача CB у різних положеннях механізму;

2) із довільно вибраної точки O (центра обертання кулачка) описуємо допоміжне коло радіуса OC (рис.59); це коло ділимо також на 12 рівних частин, точки ділення позначаємо $C_0, C_1, C_2, \dots, C_{12}$ у напрямку, протилежному напрямку руху кулачка і з'єднуємо їх з точкою O ;

3) з кожної точки C під відповідним кутом ψ до лінії OC проводимо прямі лінії, які вкажуть положення штовхача CB ; відкладаємо на цих прямих довжину штовхача CB , одержуємо точки $B_0, B_1, B_2, \dots, B_{12}$;

4) через точки $B_0, B_1, B_2, \dots, B_{12}$ проводимо плавну криву, яка є еквідистантною кривою E ;

5) будуємо криву, віддалену від еквідистантної кривої на відстань радіуса ролика r ; ця крива і буде являти собою профіль кулачка.