

НАЦІОНАЛЬНИЙ АВІАЦІЙНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ФАКУЛЬТЕТ ТРАНСПОРТУ, МЕНЕДЖМЕНТУ І ЛОГІСТИКИ
КАФЕДРА ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ

Методичні рекомендації з організації самостійної роботи студентів
з дисципліни «Теорія ймовірностей і математична статистика»

Освітньо-професійні програми: «Економічна кібернетика», «Цифрова економіка», «Економіка підприємства», «Міжнародна економіка»
Галузь знань: 05 «Соціальні та поведінкові науки»
Спеціальність: 051 «Економіка»

Освітньо-професійна програма: «Облік і аудит»
Галузь знань: 07 «Управління та адміністрування»
Спеціальність: 071 «Облік і оподаткування»

Освітньо-професійна програма: «Фінанси і кредит»
Галузь знань: 07 «Управління та адміністрування»
Спеціальність: 072 «Фінанси, банківська справа та страхування»

Освітньо-професійні програми: «Маркетинг», «Електронний маркетинг»
Галузь знань: 07 «Управління та адміністрування»
Спеціальність: 075 «Маркетинг»

Освітньо-професійні програми: «Підприємницька діяльність в авіації», «Підприємництво та бізнес-технології», «Митна та біржова справа»
Галузь знань: 07 «Управління та адміністрування»
Спеціальність: 076 «Підприємництво, торгівля та біржова діяльність»

Укладач: старший викладач Т.Левковська

Розглянуто та схвалено

на засіданні кафедри вищої математики

Протокол № ____ від «__» ____ 20__ р.

Завідувач кафедри _____ І. Ластівка

Тема: Теорія ймовірностей

Завдання для самостійної роботи

1. Множини й операції над ними.
2. Елементи комбінаторики.
3. Події. Види подій. Алгебра подій.
4. Класичне, геометричне, статистичне означення ймовірності.
5. Теореми додавання і множення ймовірностей.
6. Повна ймовірність. Формули Байєса.
7. Повторні незалежні випробування. Формула Бернуллі. Найвірогідніше число успіхів появи деякої події у n випробуваннях Бернуллі.
8. Локальна теорема Муавра-Лапласа. Основні властивості функції Гаусса.
9. Інтегральна теорема Муавра-Лапласа. Основні властивості функції Лапласа.
10. Теорема Пуассона.
11. Означення та види випадкових величин.
12. Ряд розподілу дискретної випадкової величини.
13. Функція розподілу випадкової величини та її властивості.
14. Щільність розподілу випадкової величини та її властивості.
15. Числові характеристики випадкових величин та їхні властивості.
16. Імовірнісна твірна функція та її застосування для знаходження числових характеристик дискретних розподілів.
17. Розподіли цілочисельної дискретної випадкової величини.
18. Розподіли неперервних випадкових величин.
19. Закон великих чисел.
20. Поняття системи двох випадкових величин. Матриця розподілу системи дискретних випадкових величин та ряди розподілу її складових.
21. Функція розподілу системи двох випадкових величин та її властивості.
22. Щільність розподілу системи двох неперервних випадкових величин та її властивості.
23. Умови незалежності випадкових складових системи.
24. Основні числові характеристики складових системи.
25. Умовні закони розподілу складових системи.
26. Кореляційний момент і коефіцієнт кореляції системи випадкових величин.

Література

1. Ластівка І.О., Мартиненко В.П., Паламарчук Ю.А., Шевченко І.В. Вища математика. Модуль 8. Теорія ймовірностей. Випадкові події: Навч. посібник. – К.: Книжкове вид-во НАУ, 2006. – 108 с.
2. Ластівка І.О., Мартиненко В.П., Паламарчук Ю.А., Шевченко І.В. Вища математика. Модуль 9. Теорія ймовірностей. Випадкові величини: Навч. посібник. – К.: Книжкове вид-во НАУ, 2007. – 164 с.

3. Ластівка І.О., Паламарчук Ю.А., Теорія ймовірностей та математична статистика: Практикум для студентів економічних спеціальностей.– К.:Книжкове вид-во НАУ, 2009. – 236 с.
4. Жлуктенко В.І., Наконечний С.І. Теорія ймовірностей і математична статистика. – Ч. 1 Теорія ймовірностей. – К.: КНЕУ, 2000. – 304 с.
5. Гмурман В.Е. Введение в теорию вероятностей и математическую статистику. – М.: Высш. шк. 1966.
6. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике. – М.: Высш. шк., 1979.
7. Михайленко В.В., Ластівка І.О. Теорія ймовірностей і математична статистика. – К.: Книжкове вид-во НАУ, 2013. – 562 с.

Методичні рекомендації

1. Опрацювання матеріалу лекцій
2. Підготовка до практичних занять
3. Виконання домашніх завдань до практичних занять
4. Виконання індивідуального домашнього завдання
5. Опрацювання літератури.

Питання для самоконтролю

1. Сформулюйте основні принципи комбінаторики (суми і добутку).
2. Які сполуки називаються розміщеннями із n елементів по k ($k \leq n$) Наведіть формулу для обчислення їх числа і дайте приклади розміщень.
3. Які сполуки називаються перестановками? Наведіть формулу їх числа n елементів і дайте приклади перестановок.
4. Які сполуки називаються сполученнями (комбінаціями) із n елементів по k ($k \leq n$). Наведіть формулу їх числа і дайте приклади сполучень.
5. Що таке випадкова подія? достовірна? неможлива? простір елементарних подій? Дайте означення і наведіть приклади.
6. Які події називаються несумісними? сумісними? протилежними? Наведіть приклади.
7. Які події утворюють повну групу? Наведіть приклади.
8. Що називається сумою подій? добутком? Назвіть властивості і дайте геометричну інтерпретацію операцій над подіями.
9. Дайте означення ймовірності події: а) класичне; б) геометричне; в) статистичне. Назвіть властивості ймовірності та наведіть приклади обчислення ймовірностей.
10. Сформулюйте теорему додавання для несумісних подій та її наслідки.
11. Які події називаються незалежними? залежними? Наведіть приклади.
12. Дайте означення умовної ймовірності. Наведіть приклади її обчислення.
13. Сформулюйте теорему ймовірностей залежних подій; незалежних. Наведіть наслідки з цих теорем.
14. Сформулюйте теорему додавання для сумісних подій. Який вигляд вона має для незалежних подій? для залежних?

15. Сформулюйте і доведіть формулу повної ймовірності.
16. Які події називають гіпотезами? Чому дорівнює сума ймовірностей гіпотез?
17. Сформулюйте формули Байєса для ймовірностей гіпотез.
18. Які випробування називаються незалежними? випробуваннями Бернуллі?
19. Назвіть формулу Бернуллі для ймовірності появи k разів деякої події у n випробуваннях Бернуллі. В чому полягає наслідок з теореми Бернуллі?
20. Наведіть формулу найвірогіднішого числа появи деякої події у n випробуваннях Бернуллі.
21. Сформулюйте теорему Пуассона про ймовірність появи деякої події k разів у n випробуваннях Бернуллі.
22. Сформулюйте локальну теорему Муавра-Лапласа.
23. Яка функція називається функцією Гаусса? Назвіть її основні властивості і дайте геометричну інтерпретацію.
24. Сформулюйте інтегральну теорему Муавра-Лапласа.
25. Яка функція називається функцією Лапласа? Назвіть її основні властивості і дайте геометричну інтерпретацію.
26. Сформулюйте теорему Бернуллі про ймовірність відхилення відносної частоти від сталої ймовірності.
27. Що таке випадкова величина?
28. Яка величина називається дискретною?
29. Що таке ряд розподілу? многокутник розподілу?
30. Чому дорівнює сума ймовірностей у ряді розподілу?
31. Що таке інтегральна функція розподілу.
32. Який графік має функція розподілу для дискретних випадкових величин?
33. Що таке закон розподілу дискретної випадкової величини? Назвіть способи задання закону розподілу. Наведіть приклади.
34. В чому полягає біномний закон розподілу ДВВ? Наведіть приклад.
35. Поясніть, в чому полягає розподіл Пуассона ДВВ? Наведіть приклад.
36. В чому полягає геометричний та гіпергеометричний розподіли ДВВ? Наведіть приклади.
37. Що таке математичне сподівання ДВВ? Який ймовірнісний зміст математичного сподівання?
38. Назвіть основні властивості математичного сподівання ДВВ.
39. Що таке дисперсія ДВВ?
40. Назвіть та доведіть основні властивості дисперсії ДВВ. Як обчислити дисперсію?
41. Що таке відхилення ДВВ від її математичного сподівання? Чому дорівнює його математичне сподівання?
42. Що таке середнє квадратичне відхилення ДВВ?
43. Як обчислити числові характеристики однаково розподілених незалежних випадкових величин?
44. Яка функція називається інтегральною функцією розподілу випадкових величин? Що є графіком функції розподілу ДВВ?
45. За якою формулою знаходять диференціальну функцію розподілу? Назвіть її властивості.

46. Який геометричний зміст має властивість щільності розподілу $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1$?
47. Для яких випадкових величин існує інтегральна функція розподілу?
48. Для яких випадкових величин існує диференціальна функція розподілу?
49. Яка величина називається випадковою? дискретною випадковою? неперервною випадковою величиною?
50. Назвіть основні властивості функції розподілу випадкової величини. Що є графіком функції розподілу неперервної випадкової величини (НВВ)?
51. Що називається диференціальною функцією розподілу (щільністю розподілу)? Який зв'язок між інтегральною і диференціальною функціями розподілу?
52. Назвіть основні властивості щільності розподілу.
53. Як обчислюються числові характеристики НВВ?
54. Дайте означення системи двох неперервних випадкових величин.
55. Що називається інтегральною функцією розподілу ймовірностей двовимірної НВВ, її геометричний зміст?
56. Що називається щільністю сумісного розподілу ймовірностей двовимірної НВВ.
57. Яким чином, знаючи щільність, можна знайти функцію розподілу?
58. Числові характеристики двовимірних випадкових величин.
59. Чому дорівнює кореляційний момент двох незалежних НВВ?

Тема: Елементи математичної статистики

Завдання для самостійної роботи

1. Генеральна сукупність та вибірка.
2. Варіаційний ряд.
3. Полігон і гістограма.
4. Емпірична функція розподілу, вибіркові характеристики.
5. Метод статистичних випробувань.
6. Статистична оцінка параметрів розподілу за вибіркою.
7. Обґрунтованість, ефективність, незміщеність оцінок.
8. Основні методи оцінки: метод максимальної правдоподібності, метод найменших квадратів, метод моментів.
9. Точність і надійність статистичної оцінки.
10. Довірчі інтервали для оцінки математичного сподівання та середнього квадратичного відхилення нормального розподілу.
11. Нульова та альтернативна гіпотези.
12. Загальний алгоритм перевірки правильності нульової гіпотези.
13. Критерій узгодженості Пірсона.
14. Критерій однорідності середніх та дисперсій.
15. Параметричні статистичні гіпотези.
16. Перевірка правильності нульових гіпотез.
17. Поняття про дисперсійний аналіз.

18. Однофакторний дисперсійний аналіз для незв'язних та зв'язних вибірок.
19. Двофакторний дисперсійний аналіз для незв'язних та зв'язних вибірок.
20. Статистичне дослідження залежностей.
21. Рівняння прямих регресій.
22. Оцінка методом найменших квадратів регресійних та кореляційних характеристик парної середньоквадратичної регресії.

Література

1. Михайленко В.В., І. О. Ластівка. Теорія ймовірностей і математична статистика: підручник. – К. : НАУ-друк, 2013. – 564 с.
2. Ластівка І.О., Коновалюк В.С., Паламарчук Ю.А., Трофименко В.І. Вища математика. Модуль 10. Математична статистика: Навч. посібник. – К.: Книжкове вид-во НАУ, 2007. – 100 с.
3. Ластівка І.О., Паламарчук Ю.А., Теорія ймовірностей та математична статистика: Практикум для студентів економічних спеціальностей.– К.:Книжкове вид-во НАУ, 2009. – 236 с.
4. Жлуктенко В.І., Наконечний С.І., Савіна С.С. Теорія ймовірностей і математична статистика. – Ч. 2. Математична статистика . – К.: КНЕУ, 2001. – 336 с.
5. Гмурман В.Е. Введение в теорию вероятностей и математическую статистику. – М.: Высш. шк. 1966.
6. Гмурман В.Е. Руководство к решению задача по теории вероятностей и математической статистике. – М.: Высш. шк., 1979.

Методичні рекомендації

1. Опрацювання матеріалу лекцій
2. Підготовка до практичних занять
3. Виконання домашніх завдань до практичних занять
4. Виконання індивідуального домашнього завдання
5. Опрацювання літератури.

Питання для самоконтролю

1. Дати визначення генеральної та вибіркової сукупності.
2. Що називається варіантою, варіаційним рядом?
3. Що таке частота, відносна частота варіант?
4. Дати визначення дискретного статистичного розподілу вибірки.
5. \bar{x}_B, D_B, σ_B для дискретного статистичного розподілу вибірки.
6. Що таке медіана, мода дискретного статистичного розподілу?
7. Що називається емпіричною функцією (комулятою)?
8. Властивість $F^*(x)$.
9. Що називається інтервальним статистичним розподілом вибірки?
10. \bar{x}_B, D_B, σ_B для інтервального статистичного розподілу.
- 11.Що являє собою полігон частот і відносних частот?

12. Що називається гістограмою частот і відносних частот?
13. Що таке початковий момент k -го порядку?
14. Що таке центральний момент k -го порядку?
15. Асиметрія і ексцес статистичного розподілу вибірки.
16. Що називається розмахом, коефіцієнтом варіації?
17. $F^*(x)$ для інтервального статистичного розподілу вибірки.
18. Що називається двовимірним статистичним розподілом вибірки?
19. Формули для обчислення основних числових характеристик ознак X і Y для двовимірного статистичного розподілу вибірки.
20. Емпіричний кореляційний момент K_{xy}^* та його властивості.
21. Вибірковий коефіцієнт кореляції r_B та його властивості.
22. Що називається умовним статистичним розподілом $Y/X = y_i$?
23. Умовні числові характеристики для умовного статистичного розподілу $X/Y = y_i, Y/X = x_i$.
- 24.26. Що називається умовним статистичним розподілом $X/Y = y_i$?
- 25.27. Умовні числові характеристики для умовного статистичного розподілу $X/Y = y_i$.
26. Що називається точковою статистичною оцінкою?
27. Що таке незміщена точкова статистична оцінка?
28. Що таке зміщена точкова статистична оцінка?
29. Що називають ефективною точковою статистичною оцінкою?
30. Що називають ґрунтовною точковою статистичною оцінкою?
31. У чому сутність методу найменших квадратів?
32. У чому сутність методу максимальної правдоподібності?
33. Що є точковою незміщеною статистичною оцінкою для \bar{X}_T ?
34. Що означає точкова незміщена статистична оцінка для D_T ?
35. Що називається виправленою дисперсією, виправленим середнім квадратичним відхиленням?
36. Який закон розподілу ймовірностей має випадкова величина \bar{x}_B ?
37. Який закон розподілу має випадкова величина $\frac{n-1}{\sigma_T^2} S^2$?
38. Який закон розподілу ймовірностей має випадкова величина $\frac{\sqrt{n-1}}{\sigma_T} S$?
39. Визначення інтервальної статистичної оцінки для параметрів генеральної сукупності.
40. Що називають точністю і надійністю оцінки?
41. Що називають довірчим інтервалом?
42. Який закон розподілу ймовірностей має випадкова величина $\frac{\bar{x}_B - a}{\frac{\sigma_T}{\sqrt{n}}}$?

43. Як побудувати довірчий інтервал із заданою надійністю γ при відомому значенні σ_{Γ} ?
44. Який закон розподілу ймовірностей має випадкова величина $\frac{\bar{x}_B - a}{\frac{S}{\sqrt{n}}}$?
45. Як побудувати довірчий інтервал для \bar{X}_{Γ} із заданою надійністю γ при невідомому значенні σ_{Γ} ?
46. Як побудувати довірчий інтервал для \bar{X}_{Γ} із заданою надійністю γ при невідомому значенні σ_{Γ} і при обсягах вибірки $n > 30$?
47. Як побудувати довірчий інтервал із заданою надійністю γ для $D_{\Gamma}, \sigma_{\Gamma}$ при обсягах вибірки $n < 30$?
48. Як побудувати довірчий інтервал із надійністю γ для σ_{Γ} , використовуючи розподіл χ^2 ?
49. Як побудувати довірчий інтервал із заданою надійністю γ для r_{xy} ?
50. Дати визначення нульової та альтернативної гіпотез.
51. Які гіпотези називають параметричними ?
52. Які гіпотези називають непараметричними ?
53. Що називають простою та складною статистичними гіпотезами ?
54. Що називається статистичним критерієм ?
55. Що називається емпіричним значенням критерію ?
56. Область прийняття нульової гіпотези, критична область, критична точка.
57. Які Ви знаєте критичні області ?
58. Загальна методика перевірки правильності нульової гіпотези.
59. Що таке рівень значущості α ?
60. Помилки першого та другого роду.
61. Що таке потужність критерію ?
62. Перевірка правильності $H_0 : \bar{x}_{\Gamma} = a$, при альтернативних гіпотезах $H_a : \bar{x}_{\Gamma} < a; \bar{x}_{\Gamma} > a; \bar{x}_{\Gamma} \neq a$.
63. Який закон розподілу має випадкова величина $z = \frac{\bar{x}_B - a}{\sigma(\bar{x}_B)}$?
64. Знаходження критичних точок для статистичного критерію $z = \frac{\bar{x}_B - a}{\sigma(\bar{x}_B)}$.
65. Коли застосовується статистичний критерій $z = \frac{\bar{x}_B - a}{\frac{S}{\sqrt{n}}}$?
66. Який закон розподілу ймовірностей має статистичний критерій $z = \frac{\bar{x}_B - a}{\frac{S}{\sqrt{n}}}$?
67. Перевірка правильності $H_0 : M(X) = M(Y)$ при $n > 40$.
68. Який закон розподілу ймовірностей має статистичний критерій $z = \frac{\bar{x}_B - \bar{y}_B}{\sigma(\bar{x}_B - \bar{y}_B)}$?
69. Який статистичний критерій застосовується для перевірки правдивості $H_0 : M(X) = M(Y)$, якщо $n < 40$?

70. Який закон розподілу ймовірностей має статистичний критерій

$$z = \frac{\bar{x}_B - \bar{y}_B}{\sqrt{\frac{(n'-1)S_x^2 + (n''-1)S_y^2}{n'+n''-2}} \sqrt{\frac{1}{n'} + \frac{1}{n''}}} ?$$

71. Перевірка правильності $H_0 : D_x = D_y$.

72. Який статистичний критерій вибирається для перевірки правильності $H_0 : D_x = D_y$?

73. Який закон розподілу ймовірностей має статистичний критерій $F = \frac{S_{\delta}^2}{S_M^2}$?

74. Які існують підстави для висунення гіпотези про закон розподілу ознаки генеральної сукупності?

75. Що називають емпіричними частотами?

76. Що називають теоретичними частотами?

77. Записати формулу для теоретичної частоти, якщо припускається, що ознака X має пуассонівський закон розподілу ймовірностей.

78. Записати формулу для обчислення теоретичних частот, якщо припускається, що ознака X генеральної сукупності має експоненціальний закон розподілу.

79. Записати формули для обчислення теоретичних частот, якщо припускається, що ознака X генеральної сукупності має нормальний закон розподілу.

80. Критерій узгодженості Пірсона.

81. Загальна методика перевірки правильності H_0 про закон розподілу ознаки генеральної сукупності.

82. Дати визначення статистичної залежності між ознаками X та Y .

83. Що означає кореляційна залежність між ознаками X та Y ?

84. Записати модель парної лінійної регресії.