

**НАЦІОНАЛЬНИЙ АВІАЦІЙНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
ФАКУЛЬТЕТ ТРАНСПОРТУ, МЕНЕДЖМЕНТУ І ЛОГІСТИКИ**

**КАФЕДРА ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ**

**Методичні рекомендації з організації самостійної роботи студентів  
з дисципліни «Вища математика»**

для студентів галузі знань: 10 "Природничі науки"  
Спеціальність: 101 «Екологія»  
Освітньо-професійна програма:  
«Екологія та охорона навколишнього середовища»

Укладач: к.т.н., Петрусенко В.П.

Методичні рекомендації розглянуті та схвалені  
на засіданні кафедри вищої математики

Протокол № \_\_\_\_ від «\_\_» \_\_\_\_ 20\_\_ р.

Завідувач кафедри \_\_\_\_\_ І. Ластівка

## Тема 1: Лінійна алгебра

### Завдання для самостійної роботи

1. Обчислення визначників 2-го, 3-го і старших порядків.
2. Знаходження суми, різниці, добутку матриць.
3. Знаходження рангу матриць.
4. Знаходження оберненої матриці.
5. Розв'язання квадратної СЛАР методом Крамера, через обернену матрицю.
6. Розв'язання довільної СЛАР методом Гаусса.
7. Дослідження СЛАР на сумісність за теоремою Кронекера-Капеллі.

### Література

1. Антоненко В.Ф., Ключ І.С., Горідько Р.В., Чуб Л.О. Вища математика. Модуль 1. Лінійна, векторна алгебра та аналітична геометрія: Навч. посібник. – К.: Книжкове вид-во НАУ, 2006. – 300 с.
2. Дубовик В.П., Юрик І.І. Вища математика: Навч. посібник. –К.: А.С.К., 2001. – 681с.
3. Денесюк В.П., Репета В.К. Вища математика. Частина 1: Навч. посібник. – К.: Книжкове вид-во НАУ, 2007. – 295 с.
4. Математика для економістів : навч. посіб. У 3 ч. Ч. 1 / І.О. Ластівка, В.С. Коновалюк, І.В. Шевченко [та ін.]. – К.: НАУ, 2012. – 432 с.
5. Математика для економістів : навч. посіб. для студ. заочної форми навчання. У 3 ч. Ч. 1 / І.О. Ластівка, Я.В. Крисак, І.В. Шевченко [та ін.]. – К. : НАУ, 2012. – 328 с.

### Методичні рекомендації

1. Опрацювання матеріалу лекцій
2. Підготовка до практичних занять
3. Виконання домашніх завдань до практичних занять
4. Виконання індивідуального домашнього завдання
5. Опрацювання літератури.

### Питання для самоконтролю

1. Що називається визначником другого порядку?
2. Що називається визначником третього порядку?
3. Що називається визначником  $n$ -го порядку?
4. Що таке транспонування визначника? Що відбувається з величиною визначника в результаті його транспонування?
5. Властивості визначників.
6. Що називається мінором і алгебраїчним доповненням елемента  $a_{ij}$  визначника  $n$ -го порядку?
7. Сформулювати і довести властивість про розкладання визначника за елементами його рядка (стовпця).
8. Що називають матрицею?

9. Дайте визначення розмірності матриці. Яка матриця називається квадратною? Що таке порядок квадратної матриці?
10. Що називається визначником матриці?
11. Яка матриця називається матрицею-рядком, а яка матрицею-стовпцем?
12. Яка матриця називається діагональною, одиничною?
13. Як визначається сума двох матриць? Які властивості має ця операція?
14. Яка матриця називається невивродженою?
15. При яких умовах можна знайти добуток двох матриць?
16. Що називається рангом матриці?
17. Дайте визначення оберненої матриці. За яких умов існує обернена матриця?
18. Які операції називаються елементарними перетвореннями матриці?
19. Що називається системою  $m$  лінійних рівнянь з  $n$  невідомими?
20. Яка система рівнянь називається сумісною, несумісною?
21. Яка система рівнянь називається визначеною, невизначеною?
22. Яка матриця системи називається розширеною?
23. Записати формули Крамера. В якому випадку вони застосовуються?
24. Записати систему рівнянь у вигляді матричного рівняння. Як знайти розв'язок матричного рівняння?
25. Які перетворення називаються елементарними перетвореннями системи?
26. У чому полягає метод Гаусса?
27. Яка система рівнянь називається однорідною? За яких умов однорідна система лінійних рівнянь має єдиний нульовий розв'язок; безліч розв'язків? Сформулювати теорему Кронекера-Капеллі.

## **Тема 2: Елементи векторної алгебри**

### **Завдання для самостійної роботи**

1. Виконання лінійних операцій над векторами.
2. Обчислення координат і модуля вектора за його початком і кінцем
3. Знаходження скалярного, векторного та мішаного добутоків векторів.
4. Обчислення кута між векторами, проекції вектора на вісь.
5. Встановлення лінійної залежності та незалежності векторів, розкладання вектора за базисом.
6. Обчислення площі трикутника, об'єму паралелепіпеда за відомими координатами вершин.

### **Література**

1. Дубовик В.П., Юрик І.І. Вища математика: Навч. посібник. – К.: А.С.К., 2001. – 681с.
2. Антоненко В.Ф., Ключ І.С., Горідько Р.В., Чуб Л.О. Вища математика. Модуль 1. Лінійна, векторна алгебра та аналітична геометрія: Навч. посібник. – К.: Книжкове вид-во НАУ, 2006. – 300 с.

### **Методичні рекомендації**

1. Опрацювання матеріалу лекцій
2. Підготовка до практичних занять
3. Виконання домашніх завдань до практичних занять
4. Виконання індивідуального домашнього завдання

## 5. Опрацювання літератури

### Питання для самоконтролю

1. Чим відрізняються скалярні величини від векторних величин?
2. Які ви знаєте типи векторів?
3. Якими способами можна задати вектор?
4. Як виконуються лінійні операції над векторами, які задано в геометричній формі?
5. Як виконуються лінійні операції над векторами, які задано в алгебраїчній формі?
6. Чому дорівнює сума  $n$  векторів ( $n \geq 3$ ), які утворюють замкнуту лому лінію?
7. Які вектори називаються колінеарними?
8. Які вектори називаються компланарними?
9. При виконанні яких умов вектори будуть рівними?
10. Записати координатну форму вектора  $\overline{AB}$ , якщо відомо координати його початку і кінця:  $A(x_1, y_1, z_1)$ ,  $B(x_2, y_2, z_2)$ .
11. Чи може належати до базису нульовий вектор?
12. Які вектори називаються лінійно залежними та лінійно незалежними?
13. Із скількох векторів складається базис на прямій, на площині, у просторі?
14. Як визначається положення точки у полярній, циліндричній та сферичній системах координат?
15. Які ви знаєте способи обчислення скалярного добутку двох векторів?
16. За яких умов скалярний добуток двох векторів дорівнює нулеві?
17. Що таке скалярний квадрат і чому він дорівнює?
18. За яких умов вектор  $\vec{c}$  буде дорівнювати векторному добутку векторів  $\vec{a}$  і  $\vec{b}$ ?
19. Якщо  $[\vec{a}\vec{b}] = \vec{c}$ , то чому дорівнює чисельно довжина вектора  $\vec{c}$ ?
20. Що таке векторний квадрат і чому він дорівнює?
21. Чи може проекція вектора на вісь бути від'ємною?
22. За яких умов добуток трьох векторів  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$  буде називатись мішаним або векторно-скалярним?
23. Що таке кругова перестановка векторів  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$  і як вона впливає на величину їх мішаного добутку?
24. Відомо, що вектори  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$  співпадають відповідно з ребрами паралелепіпеда, що виходять із однієї точки. Чому дорівнює об'єм даного паралелепіпеда?
25. Відомо, що вектори  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$  співпадають відповідно з ребрами трикутної піраміди, що виходять з однієї точки. Чому дорівнює об'єм даної піраміди?

### Тема 3: Елементи аналітичної геометрії

#### Завдання для самостійної роботи

1. Побудова рівнянь прямих за різними елементами. Знаходження кута між двома пертинаючими прямими, заданими в загальному вигляді, в конічному вигляді, з кутовим коефіцієнтом. Знаходження відстані від заданої точки до прямої. Знаходження відхилення точки від заданої прямої.

2. Побудова рівнянь площин за різними елементами. Знаходження кута між двома пертинаючими площинами. Знаходження відстані від заданої точки до площини. Знаходження відхилення точки від заданої площини.

3. Побудова рівнянь прямої у просторі за різними елементами. Знаходження кута між двома пертинаючими прямими. Знаходження відстані між паралельними прямими.

4. Знаходження кута між прямою і площиною. Знаходження точки перетину прямої і площини.

5. Задано рівняння кривої другого порядку. Потрібно визначити вид кривої та зробити рисунок.

У випадку еліпса знайти величину півосей, координати фокусів, ексцентриситет, скласти рівняння директрис.

У випадку гіперболи визначити величину півосей, координати фокусів, ексцентриситет, скласти рівняння директрис та асимптот.

У випадку знайти значення параметра, координати фокуса, скласти рівняння директриси.

6. Задано рівняння поверхні другого порядку. Потрібно звести ці рівняння до канонічного вигляду та визначити яку поверхню воно задає.

### **Література**

1. Дубовик В.П., Юрик І.І. Вища математика: Навч. посібник. –К.: А.С.К., 2001. – 681с.

2. Денесюк В.П., Репета В.К. Вища математика. Частина 1: Навч. посібник. – К.: Книжкове вид-во НАУ, 2007. – 295 с.

3. Антоненко В.Ф., Ключ І.С., Горідько Р.В., Чуб Л.О. Вища математика. Модуль 1. Лінійна, векторна алгебра та аналітична геометрія: Навч. посібник. – К.: Книжкове вид-во НАУ, 2006. – 300 с.

### **Методичні рекомендації**

1. Опрацювання матеріалу лекцій
2. Підготовка до практичних занять
3. Виконання домашніх завдань до практичних занять
4. Виконання індивідуального домашнього завдання
5. Опрацювання літератури.

### **Питання для самоконтролю**

1. Лінії та площини та їх рівняння:
  - у декартових координатах;
  - у полярній системі координат;
  - параметрично заданої кривої.
2. Різні форми рівняння прямої на площині (загальне, канонічне, параметричне, через дві точки, з кутовим коефіцієнтом, у відрізках, нормальне). Взаємне розміщення двох прямих.
3. Різні форми рівняння площини (загальне, неповні рівняння, через три точки, у відрізках, нормальне). Взаємне розміщення двох площин.

4. Різні форми рівняння прямої у просторі (канонічне, параметричне, через дві задані точки, як перетин двох площин). Взаємне розміщення двох прямих у просторі.
5. Взаємне розміщення прямої і площини у просторі і різні умови, які з цим пов'язані.
6. Криві другого порядку (коло, еліпс, гіпербола і парабола).
7. Рівняння поверхні і лінії у просторі.
8. Поверхні другого порядку (циліндричні поверхні, конічна поверхня, сфера, еліпсоїд, однопорожнинний гіперболоїд, еліптичний параболоїд, параболічний параболоїд).

#### **Тема 4: Вступ до математичного аналізу**

##### **Завдання для самостійної роботи**

1. Множини. Класифікація числових множин. Операції над множинами.
2. Функція. Класифікація функцій. Елементарні функції.
3. Послідовність. Границя послідовності.
4. Границя функції.
5. Неперервність функції. Властивості неперервних функцій.
6. Точки розриву функції та їх класифікація.

##### **Література**

1. Антоненко В.Ф., Ключ І.С., Горідько Р.В., Чуб Л.О. Вища математика. Модуль 1. Лінійна, векторна алгебра та аналітична геометрія: Навч. посібник. – К.: Книжкове вид-во НАУ, 2006. – 300 с.
2. Дубовик В.П., Юрик І.І. Вища математика: Навч. посібник. –К.: А.С.К., 2001. – 681с.
3. Денесюк В.П., Репета В.К. Вища математика. Частина 1: Навч. посібник. – К.: Книжкове вид-во НАУ, 2007. – 295 с.
4. Математика для економістів : навч. посіб. У 3 ч. Ч. 1 / І.О. Ластівка, В.С. Коновалюк, І.В. Шевченко [та ін.]. – К.: НАУ, 2012. – 432 с.
5. Математика для економістів : навч. посіб. для студ. заочної форми навчання. У 3 ч. Ч. 1 / І.О. Ластівка, Я.В. Крисак, І.В. Шевченко [та ін.]. – К. : НАУ, 2012. – 328 с.

##### **Методичні рекомендації**

1. Опрацювання матеріалу лекцій
2. Підготовка до практичних занять
3. Виконання домашніх завдань до практичних занять
4. Виконання індивідуального домашнього завдання
5. Опрацювання літератури.

##### **Питання для самоконтролю**

1. Множини.
2. Числові множини. Класифікація числових множин.
3. Операції над множинами.
4. Поняття функції.

5. Основні властивості функцій.
6. Обернена функція.
7. Складена функція.
8. Класифікація елементарних функцій.
9. Графіки основних елементарних функцій.
10. Перетворення графіків функцій.
11. Послідовності.
12. Границя числової послідовності.
13. Теореми про границі послідовності.
14. Визначені та невизначені вирази.
15. Границя функції в точці.
16. Односторонні границі.
17. Основні теореми про границі функцій.
18. Перша важлива границя. Наслідки.
19. Друга важлива границя. Наслідки.
20. Порівняння нескінченно малих функцій.
21. Застосування еквівалентностей до відшукування границь.
22. Неперервність функції у точці.
23. Точки розриву функції та їх класифікація.
24. Основні властивості функцій, неперервних у точці.
25. Властивості функцій, неперервних на відрізьку.

### **Тема 5: Диференціальне числення функції однієї змінної**

#### **Завдання для самостійної роботи**

1. Похідна. Означення, різні змісти похідної, правила диференціювання. Похідна складеної, оберненої, параметрично та неявно заданої функцій. Логарифмічне диференціювання. Таблиця похідних.
2. Диференціал, різні змісти диференціала. Властивості, застосування.
3. Похідні та диференціали вищих порядків.
4. Теорема Ролля, Лагранжа і Коші. Правило Лопіталя. Формула Тейлора.
5. Застосування диференціального числення для дослідження функцій. Схема дослідження функцій та побудова графіка.

#### **Література**

1. Крисак Я.В., Левковська Т.А., Горідько Р.В., Чуб Л.О., Вишневський О.А. Вища математика. Модуль 2. Вступ до математичного аналізу. Диференціальне числення функції однієї змінної: Навч. посібник. – К.: Книжкове вид-во НАУ, 2006. – 284 с.
2. Дубовик В.П., Юрик І.І. Вища математика: Навч. посібник. –К.: А.С.К., 2001. – 681с.
3. Денисюк В.П., Репета В.К. Вища математика. Частина 1: Навч. посібник. – К.: Книжкове вид-во НАУ, 2007. – 295 с.
4. Математика для економістів : навч. посіб. У 3 ч. Ч. 1 / І.О. Ластівка, В.С. Коновалюк, І.В. Шевченко [та ін.]. – К.: НАУ, 2012. – 432 с.

5. Математика для економістів : навч. посіб. для студ. заочної форми навчання. У 3 ч. Ч. 1 / І.О. Ластівка, Я.В. Крисак, І.В. Шевченко [та ін.]. – К. : НАУ, 2012. – 328 с.

6. Овчинников П.П. Вища математика: підручник: у 2-х ч./ Ч. 1: Лінійна і векторна алгебра. Аналітична геометрія. Вступ до математичного аналізу. Диференціальне і інтегральне числення / П.П. Овчинников, Ф.П. Яремчук, В.М. Михайленко; за заг. ред. П.П. Овчинникова; пер. з рос. П.М. Юрченка. – 3-те вид., випр. – К. : Техніка, 2007. – 600 с.

### **Методичні рекомендації**

1. Опрацювання матеріалу лекцій
2. Підготовка до практичних занять
3. Виконання домашніх завдань до практичних занять
4. Виконання індивідуального домашнього завдання
5. Опрацювання літератури.

### **Питання для самоконтролю**

1. Дайте означення похідної функції.
2. Геометричний, механічний і фізичний зміст похідної.
3. Правило диференціювання суми та різниці двох функцій.
4. Правило диференціювання добутку та частки і двох функцій.
5. Рівняння дотичної та нормалі до кривої в заданій точці.
6. Правило диференціювання складеної функції.
7. Правило диференціювання оберненої функції.
8. Правило диференціювання неявно заданої функції.
9. Правило диференціювання параметрично заданої функції.
10. Логарифмічне диференціювання функції.
11. Що називається диференціалом функції?
12. Геометричний та механічний зміст диференціала.
13. Формула для наближеного обчислення значення функції за допомогою диференціала.
14. Похідна функції  $n$ -го порядку.
15. Знаходження похідних вищих порядків від функцій, заданих параметрично та неявно.
16. Диференціал функції  $n$ -го порядку.
17. Сформулюйте та доведіть теорему Ферма. В чому полягає її геометричний зміст?
18. Сформулюйте та доведіть теорему Ролля, вкажіть її геометричний зміст.
19. Сформулюйте та доведіть теорему Лагранжа. Поясніть її геометричний зміст.
20. Сформулюйте та доведіть теорему Коші.
21. В чому суть правила Лопітала?
22. Формула Тейлора і Маклорена для довільної функції
23. Сформулюйте достатні умови монотонності функції на проміжку.
24. Які точки називаються критичними?
25. Сформулюйте необхідні умови існування екстремуму.
26. Сформулюйте достатні умови існування екстремуму.



27. Яка крива називається опуклою, вгнутою?
28. Сформулюйте достатні умови опуклості та вгнутості .
29. Що називається асимптотою кривої?
30. Як визначаються вертикальні, горизонтальні та похилі асимптоти?

## **Тема 6: Диференціальне числення функцій багатьох змінних**

### **Завдання для самостійної роботи**

1. Означення ФБЗ та область визначення.
2. Границя функції
3. Теорема про границі
4. Неперервність функції у точці
5. Означення частинних похідних та їх геометричний зміст.
6. Повний диференціал ФБЗ та застосування його до наближених обчислень.
7. Частинні похідні та диференціали вищих порядків
8. Дотична площина та нормаль до поверхні.
9. Частинна похідна за напрямком вектора, градієнт.
10. Екстремальні значення функції двох змінних.
11. Знаходження умовного екстремуму, метод Лагранжа.
12. Найбільше та найменше значення функції двох змінних в замкненій області.
13. Формула Тейлора функції двох змінних.

### **Література**

1. Т. В. Лубенська, Л. Д. Чупах, В. І. Трофименко Вища математика. Диференціальне числення ФБЗ: Навч. посібник. – К.: Книжкове вид-во НАУ, 2006. – 114 с.
2. Дубовик В.П., Юрик І.І. Вища математика: Навч. посібник. –К.: А.С.К., 2001. – 681с.
3. Денесюк В.П., Репета В.К. Вища математика. Частина 2: Навч. посібник. – К.: Книжкове вид-во НАУ, 2005. – 275 с.
4. Шкіль М. І., Колесник Т. В. Вища математика: У 3 кн.—К.,Либідь, 1994.-Кн. 3.- 352 с.

### **Методичні рекомендації**

1. Опрацювання матеріалу лекцій
2. Підготовка до практичних занять
3. Виконання домашніх завдань до практичних занять
4. Виконання індивідуального домашнього завдання
5. Опрацювання літератури.

### **Питання для самоконтролю**

1. Дати означення ФБЗ .
2. Що є область визначення ФБЗ?

3. Означення границі функції
4. Неперервність функції у точці.
5. Що називається частинним приростом та частинною похідною?
6. Що таке частинні похідні вищих порядків?
7. Похідні складених функцій.
8. Що таке повний диференціал ФБЗ?
9. Сформулювати необхідну і достатню умову екстремуму функції двох змінних.
10. Що називають умовним екстремумом?
11. Як визначають найбільше та найменше значення функції в замкненій області?
12. Дотична площина та нормаль до поверхні.
13. Як визначається похідна за напрямом?
14. Що таке градієнт?
15. Записати формулу Тейлора функції двох змінних.

### **Тема 7: Інтегральне числення функції однієї змінної**

#### **Завдання для самостійної роботи**

1. Поняття первісної та невизначеного інтеграла.
2. Таблиця основних інтегралів.
3. Метод безпосереднього інтегрування.
4. Метод підстановки (заміни змінної).
5. Внесення функції під знак диференціала.
6. Метод інтегрування частинами.
7. Поняття комплексного числа.
8. Дії над комплексними числами в алгебраїчній формі.
9. Геометричне зображення комплексних чисел.
10. Модуль і аргумент комплексного числа.
11. Тригонометрична форма комплексного числа.
12. Дії над комплексними числами у тригонометричній формі.
13. Показникова форма комплексного числа.
14. Інтегрування елементарних дробів.
15. Інтегрування раціональних дробів.
16. Інтегрування виразів, що містять квадратичні ірраціональності.
17. Інтегрування диференціальних біномів.
18. Підстановки Ейлера.
19. Інтегрування тригонометричних функцій за допомогою універсальної тригонометричної підстановки.
20. Частинні випадки інтегрування тригонометричних функцій.
21. Означення та умови існування визначеного інтеграла.
22. Властивості визначеного інтеграла.
23. Формула Ньютона-Лейбніца.
24. Заміна змінної у визначеному інтегралі.
25. Формула інтегрування частинами у визначеному інтегралі.
26. Невласні інтеграли першого роду.
27. Невласні інтеграли другого роду.
28. Ознаки збіжності невластних інтегралів.

29. Площа плоскої фігури в системі декартових координат.
30. Площа плоскої фігури в полярних координатах.
31. Площа криволінійного сектора у полярних координатах.
32. Довжина дуги кривої.
33. Об'єм тіла.
34. Площа поверхні обертання.
35. Постановка задачі чисельного інтегрування.
36. Формули прямокутників.
37. Формула трапецій.
38. Формула (парабол) Сімпсона.
39. Абсолютні похибки для квадратурних формул.

## **Література**

1. Ластівка І.О., Коновалюк В.С., Ковтонюк І.Ю., Паламарчук Ю.А., Петрусенко В.П., Чуб Л.О. Вища математика. Модуль 3. Невизначений та визначений інтегралі: Навч. посібник – К.: Книжкове вид-во НАУ, 2007. – 208 с.
2. Математика для економістів : навч. посіб. У 3 ч. Ч. 2 / І.О. Ластівка, В.С. Коновалюк, І.В. Шевченко [та ін.]. – К.: НАУ, 2012. – 432 с.
3. Математика для економістів : навч. посіб. для студ. заочної форми навчання. У 3 ч. Ч. 2 / І.О. Ластівка, Н.І. Затула, І.В. Шевченко [та ін.]. – К.: НАУ, 2014. – 260 с.
4. Дубовик В.П., Юрик І.І. Вища математика: Навч. посібник. – К.: А.С.К., 2001. – 681с.
5. Денесюк В.П., Репета В.К. Вища математика. Частина 2: Навч. посібник. – К.: Книжкове вид-во НАУ, 2009. – 276 с.

## **Методичні рекомендації**

1. Опрацювання матеріалу лекцій
2. Підготовка до практичних занять
3. Виконання домашніх завдань до практичних занять
4. Виконання індивідуального домашнього завдання
5. Опрацювання літератури.

## **Питання для самоконтролю**

1. Що називається первісною функцією?
2. Що називається невизначеним інтегралом від даної функції?
3. Сформулювати теорему про існування первісної.
4. Сформулювати і довести основні властивості невизначеного інтеграла.
5. У чому суть інваріантності формули інтегрування?
6. Написати і перевірити диференціюванням таблицю основних інтегралів.
7. У чому полягає метод безпосереднього інтегрування?
8. У чому полягає метод заміни змінної?

9. У чому полягає метод інтегрування частинами?
10. Що називається комплексним числом?
11. Як записується комплексне число в алгебраїчній формі?
12. Як записується комплексне число в тригонометричній формі?
13. Як записується комплексне число в показниковій формі?
14. Як знаходиться модуль і аргумент комплексного числа?
15. Як визначаються дії над комплексними числами в алгебраїчній формі?
16. Як визначаються дії над комплексними числами в тригонометричній формі?
17. Написати і довести формулу Муавра.
18. Вивести формулу для добування кореня з комплексного числа.
19. Записати формулу Ейлера.
20. Який раціональний дріб називається правильним?
21. Які раціональні дроби називаються елементарними?
22. Записати розклад правильного раціонального дроби на елементарні дроби.
23. В чому полягає метод інтегрування раціонального дроби?
24. Запишіть підстановку в інтегралах вигляду  $\int R(\sin x, \cos x) dx$ .
25. Як обчислюються інтеграли виду  $\int \sin^m x \cos^n x dx$ ?
26. Що називається визначеним інтегралом?
27. Сформулювати теорему про існування визначеного інтеграла.
28. Сформулювати і довести теорему про похідну від інтеграла із змінною верхньою межею.
29. Записати і довести формулу Ньютона-Лейбніца.
30. У чому полягає метод заміни змінної у визначеному інтегралі?
31. У чому полягає метод інтегрування частинами у визначеному інтегралі?
32. Що називається невластним інтегралом першого роду?
33. Що називається невластним інтегралом другого роду?
34. Сформулювати ознаки збіжності невластних інтегралів.
35. Як обчислити площу плоскої фігури в системі декартових координат?
36. Як обчислити площу плоскої фігури в полярних координатах?
37. Як обчислити площу криволінійного сектора у полярних координатах?
38. Як обчислити довжину дуги кривої в системі декартових координат?
39. Як обчислити довжину дуги кривої в полярних координатах?
40. Як обчислити довжину дуги кривої у випадку, коли крива задана параметричними рівняннями?
41. Вивести формулу для обчислення об'єму тіла за площами його паралельних перерізів.
42. Вивести формули для об'ємів тіл обертання.
43. Вивести формулу для обчислення площі поверхні обертання.
44. Вивести формули прямокутників для наближеного обчислення визначених інтегралів.
45. Вивести формулу трапецій для наближеного обчислення визначених інтегралів.
46. Вивести формулу парабол для наближеного обчислення визначених інтегралів.

## Тема 8: Диференціальні рівняння

### Завдання для самостійної роботи

1. Знаходження загального і частинного розв'язків диференціальних рівнянь з відокремлюваними змінними, однорідних диференціальних рівнянь першого порядку, лінійних диференціальних рівнянь першого порядку, рівнянь Бернуллі, рівнянь у повних диференціалах.
2. Розв'язування диференціальним рівнянням  $n$ -го порядку, що допускають пониження порядку.
3. Розв'язування лінійних диференціальним рівнянь  $n$ -го порядку методом варіації довільних сталих.
4. Знаходження загальних розв'язків лінійних однорідних диференціальних рівнянь  $n$ -го порядку із сталими коефіцієнтами залежно від коренів відповідних характеристичних рівнянь.
5. Розв'язування лінійних неоднорідних диференціальним рівнянь  $n$ -го порядку із сталими коефіцієнтами і спеціальною правою частиною.
6. Розв'язування нормальних систем лінійних диференціальним рівнянь із сталими коефіцієнтами.

### Література

1. Дубовик В.П., Юрик І.І. Вища математика: Навч. посібник. –К.: А.С.К., 2001. – 681с.
2. Затула Н.І., Левковська Т.А. Вища математика. Модуль 5. Диференціальні рівняння: Навч. посібник. – К.: Книжкове вид-во НАУ, 2007. – 144 с.
3. Ластівка І.О., Затула Н.І., Корнілович Є.Ю., Трофименко В.І., Ковтонюк І.Ю., Кудзіновська І.П.. Математика для економістів: навч. посібник. У 3 ч. Частина 2. – НАУ, 2012. – 312 с.

### Методичні рекомендації

1. Опрацювання матеріалу лекцій
2. Підготовка до практичних занять
3. Виконання домашніх завдань до практичних занять
4. Виконання індивідуального домашнього завдання
5. Опрацювання літератури.

### Питання для самоконтролю

1. Що називається диференціальним рівнянням першого порядку?
2. Що називається розв'язком диференціального рівняння?
3. Сформулювати теорему Коші про існування та єдність розв'язку диференціального рівняння.
4. Що називається задачею Коші?
5. Дати означення загального і частинного розв'язків диференціального рівняння першого порядку. У чому полягає геометричний зміст цих понять?
6. Що таке особливий розв'язок диференціального рівняння? Який його геометричний зміст?

7. Дати означення рівняння з відокремлюваними змінними. Як воно розв'язується?
8. Дати означення і описати інтегрування однорідного рівняння першого порядку.
9. Дати означення лінійного рівняння першого порядку та викласти метод його інтегрування.
10. Дати означення рівняння Бернуллі. Як воно розв'язується?
11. Що називається рівнянням у повних диференціалах? Як воно розв'язується?
12. Що називається диференціальним рівнянням  $n$ -го порядку? Як визначити порядок диференціального рівняння?
13. У чому полягає задача Коші для диференціального рівняння  $n$ -го порядку?
14. Як інтегруються рівняння  $y^{(n)} = f(x)$  та  $F(x, y^{(n)}) = 0$ ?
15. У чому суть методу пониження порядку диференціального рівняння?
16. Що називається лінійним диференціальним рівнянням  $n$ -го порядку?
17. Що називається лінійним диференціальним рівнянням другого порядку?
18. Сформулювати і довести теорему про структуру загального розв'язку лінійного однорідного диференціального рівняння другого порядку.
19. Сформулювати і довести теорему про структуру загального розв'язку лінійного неоднорідного диференціального рівняння другого порядку.
20. У чому полягає метод варіації довільних сталих?
21. Що називається лінійним однорідним диференціальним рівнянням другого порядку із сталими коефіцієнтами?
22. Яке рівняння називається характеристичним? Як його знаходять?
23. Який вигляд має загальний розв'язок лінійного однорідного диференціального рівняння другого порядку із сталими коефіцієнтами, якщо корені характеристичного рівняння дійсні і різні, рівні, комплексні?
24. Як знаходиться загальний розв'язок лінійного однорідного диференціального рівняння  $n$ -го порядку із сталими коефіцієнтами?
25. Як знайти частинний і загальний розв'язки лінійного неоднорідного диференціального рівняння  $n$ -го порядку із сталими коефіцієнтами?
26. Що називається нормальною системою диференціальних рівнянь?
27. У чому полягає задача Коші для нормальної системи?
28. У чому суть методу виключення змінних?
29. Що називається нормальною системою диференціальних рівнянь із сталими коефіцієнтами?
30. Яке рівняння називається характеристичним рівнянням нормальної системи лінійних рівнянь із сталими коефіцієнтами?