

ЦЕНТР ІНФОРМАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ ІТС

МОДЕЛЮВАННЯ ЕКСПЛУАТАЦІЙНИХ ПРОЦЕСІВ І СИСТЕМ ПОВІТРЯНОГО СУДНА



ЛАБОРАТОРНИЙ ПРАКТИКУМ

КИЇВ

2013

*Андрію Олександровичу Комарову
з глибокою вдячністю
присвячується*



ЦЕНТР ІНФОРМАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ ІТС

Журавльова Л.А., Попов Д.В., Куліш Є.О.

**МОДЕЛЮВАННЯ
ЕКСПЛУАТАЦІЙНИХ ПРОЦЕСІВ
І СИСТЕМ ПОВІТРЯНОГО СУДНА**

ЛАБОРАТОРНИЙ ПРАКТИКУМ

КИЇВ

2013

УДК 629.735.083:519.68(076.5)

ББК 052-082.022-05я7

М744

Рецензенти: *В.В.Порва*. – генеральний директор авіакомпанії «Аеростар»; доктор технічних наук *В.П.Квасніков* – професор інституту інформаційно-діагностичних систем Національного авіаційного університету

М744

Моделювання експлуатаційних процесів і систем повітряного судна: Лабораторний практикум / Л.А. Журавльова, Д.В. Попов, Є.О. Куліш-К.:ІТС, 2013.- 80 с.

Викладені базові принципи розробки моделей, пов'язаних із процесами експлуатації повітряних суден, зокрема, моделі процесів технічної експлуатації, планування регламентних робіт, моделі забезпечення запасними частинами. Подані принципи, практичні рекомендації та приклади програмної реалізації моделей у середовищі системи MATLAB. Лабораторний практикум призначений для студентів авіаційних спеціальностей.

ББК 052-082.022-05я7

©Л.А.Журавльова, Є.А. Попов Д.В.,Куліш Є.О.,
2013

Факультет _____

Група _____

Студент _____

Навчальні досягнення із дисципліни

Тема №	Контрольні запитання (теоретична частина)	Самостійна робота	Лабораторна робота	Підпис викладача	Домашня робота	Всього за тему	Підпис викладача
1							
2							
3							
4							
Семестрова							

ЗМІСТ

ВСТУП.....	6
Тема 1. Базові положення сфери моделювання	8
Базові теоретичні положення та термінологія теми 1	8
Контрольні запитання до теми 1 (6 балів).....	13
Література до теми 1	13
Завдання на самостійну роботу до теми 1	14
Тема 2. Базові принципи програмування моделей у середовищі системи	
MATLAB	16
Базові теоретичні положення та термінологія теми 2.....	16
Практична частина.....	31
Завдання на самостійну роботу із підготовки до лабораторної роботи 1	31
Лабораторна робота №1 (8 балів)	32
Контрольні запитання до теми 2 (6 балів).....	37
Література до теми 2.....	37
Домашнє завдання до теми 2 (4 бали)	38
Базові теоретичні положення та термінологія теми 3	39
Практична частина.....	44
Завдання на самостійну роботу із підготовки до лабораторної роботи 2	44
Лабораторна робота №2 (8 балів)	45
Контрольні запитання до теми 3 (6 балів).....	49
Література до теми 3.....	49
Домашнє завдання до теми 3 (4 бали)	50
Тема 4. Моделі забезпечення запчастинами.....	51
Базові теоретичні положення та термінологія теми 4.....	51
Практична частина.....	58
Завдання на самостійну роботу із підготовки до лабораторної роботи 3	58
Лабораторна робота № 3 (16 балів)	60
Контрольні запитання до теми 4 (6 балів).....	63
Література до теми 4.....	63
Домашнє завдання до теми 4 (4 бали)	64
Додаток 1	65
Додаток 2	66
Додаток 3	68

ВСТУП

Моделювання сьогодні все глибше входить не тільки у сферу техніки, але й в інші сфери людської діяльності, але це поняття ще не має сталого формального визначення, як це прийнято у математиці. Із загальних позицій, наприклад, математичне моделювання можна визначити як один із методів пізнання реального світу за умов всебічного використання прогресивних інформаційних технологій.

У більшості галузей, таких як машинобудування, приладобудування тощо, традиційно існувала стала послідовність основних етапів проектування та експлуатації технічних пристроїв, які ґрунтувалися на так званих проектних розрахунках, ступінь достовірності яких була досить грубою. Основна частина необхідної для прийняття кінцевого рішення інформації формувалася на стадії експериментальної експлуатації. Ускладнення технічних пристроїв спричинила зростання вартості проектних розрахунків і експериментальних випробувань. Це стосується таких галузей, як розвинення авіації, зокрема, гіперзвукової, ракетно-космічної та атомної техніки. У деяких випадках застосування традиційних підходів не давало прийняттого рішення, зокрема, через велику імовірність втрати техніки і/або людських життів. За цих умов значно зросла роль розрахунково-теоретичного аналізу характеристик таких пристроїв і систем, цьому ж значно посприяло розвинення також засобів обчислювальної техніки, які мали великі обсяги пам'яті та високу швидкодію. Таким чином виникла база для математичного моделювання із застосуванням прогресивних комп'ютерних та інформаційних технологій та організації обчислювальних експериментів не тільки на стадії проектування, але й на протязі всього життєвого циклу досліджуваного об'єкта.

У багатьох випадках нагальним є використання даних, які не підлягають безпосередньому вимірюванню, а можуть бути отримані у вигляді експертних оцінок. У зв'язку із цим з'явилися і широко використовуються системи моделювання та підтримки процесів прийняття рішень, які використовуються, зокрема, при оцінюванні ризиків.

У межах дисципліни «Моделювання експлуатаційних процесів і систем повітряного судна» студенти знайомляться із загальними принципами розробки моделей та набувають вмінь реалізації різних типів моделей в обчислювальному середовищі системи MATLAB.

Цей лабораторний практикум спрямований на формування в студентів практичних вмінь роботи з інформацією, а саме: її пошук, аналіз, структуризація, формалізація та використання для розробки моделей процесів, які мають місце у структурі життєвого циклу повітряного судна, зокрема, на етапі його технічної експлуатації.

Лабораторний практикум містить чотири теми і організований у вигляді робочого зошита, в який студент має вносити результати самостійної роботи та виконання лабораторних робіт.

Матеріал кожної теми розділений на дві частини: теоретичну і практичну. Теоретична частина включає основні теоретичні відомості стосовно теми, приклади опису моделей, у який входить: опис проблеми, постановка задачі, вхідні дані, блок-схема алгоритму, програма реалізації моделі у середовищі MATLAB.

Кожна тема містить вимоги до знань і вмінь студента - як до, так і після виконання практичної частини, а також контрольні запитання.

Програмою дисципліни передбачено виконання двох домашніх завдань. Для цього до матеріалу кожної теми включені домашні завдання, поступово виконуючи які, студент формує заключні звіти. Оформленню заключних звітів домашніх завдань також сприяє самостійна робота, яка є обов'язковою при підготовці до практичної частини кожної теми. Самостійна робота передбачає опрацювання матеріалу лекцій та роботу студента із додатковими інформаційними джерелами. Основні інформаційні джерела даються у списку літератури до кожної теми, і разом із додатковими містяться на компакт-диску, який додається до цього лабораторного практикуму. Компакт-диск також містить шаблони програм, наведених у прикладах.

Оцінювання навчальної діяльності студентів здійснюється за рівнями розумової діяльності на основі таксономії Блюма (рис.1) Тлумачення навчальних досягнень за рівнями наведено в таблиці 1.

Оцінювання навчальних досягнень з кожної теми передбачає оцінювання теоретичних знань (контрольні запитання), самостійної роботи, виконання завдань лабораторних робіт та домашніх завдань. Максимальна кількість балів за тему – 22.

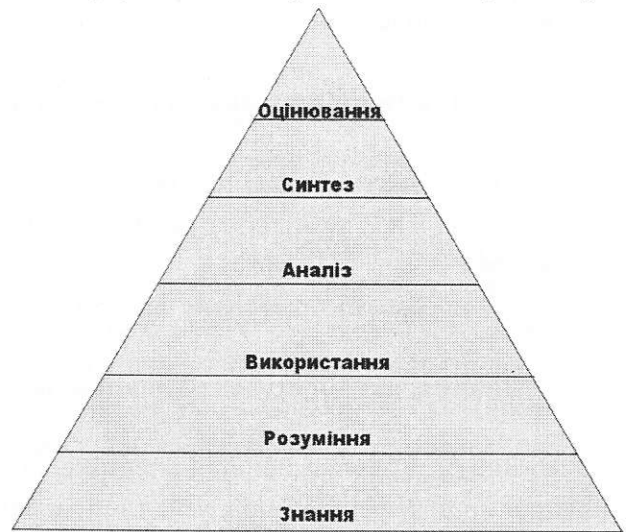


Рисунок 1 - Таксономія Блюма

Таблиця 1 Рівні розумової діяльності

Рівень	Діяльність
1. Знання	Описати, дати означення, перерахувати, назвати
2. Розуміння	Навести приклад, пояснити, що означає, класифікувати
3. Використання	Ідентифікувати, визначити, пояснити спосіб застосування
4. Аналіз	Розрізнити, пояснити ідею, пояснити передумови, пояснити функції, виявити причини, здійснити декомпозицію цілого на частини
5. Синтез	Спланувати, скомбінувати, запропонувати альтернативу, сформулювати, розробити, утворити
6. Оцінювання	Оцінити результат за критеріями, порівняти, знайти помилки, невідповідності, позитивні і негативні аспекти

Максимальна кількість балів за кожний вид навчальної роботи вказана безпосередньо поруч із заголовком завдання.

Навчальний план з дисципліна поданий у Додатку 1.

Звіти із домашніх завдань оформлюються окремо згідно діючих стандартів оформлення технічної документації. Методичні рекомендації до оформлення звітів із домашніх завдань подані у Додатку 2.

Інженерні задачі для розробки моделей подані у Додатку 3.

Тема 1. Базові положення сфери моделювання

Ключові слова: система, системний аналіз, класифікація, таксономія, комп'ютерні технології, інформаційні технології, предметна область, модель, моделювання, концептуальна модель, математична модель, ергатична система, імітаційна модель, статистична модель

Знання та вміння, якими студенти повинні володіти на початку вивчення теми:

1. **Знати:** Базові положення та термінологію авіаційної галузі, поняття технічної експлуатації ПС, технічного обслуговування (ТО), основні задачі діяльності авіаційного інженера.
2. **Вміти:** працювати на персональному комп'ютері в обсязі користувача.

Знання, якими студенти повинні володіти після вивчення теми:

1. **Знати:** Ключові поняття і термінологію сфери моделювання, етапи розробки моделі, підходи до класифікації моделей, типи моделей, базові положення теорії систем, критерії і принципи системного аналізу
2. **Вміти:** здійснювати інформаційний пошук для формування предметної області певної галузі знань, ідентифікувати, аналізувати та структурувати інформацію предметної області певної галузі знань, здійснювати ідентифікацію систем, розробляти її концептуальну та структурну моделі, створювати інформаційний опис моделі за етапами її розробки, визначати тип моделі

Базові теоретичні положення та термінологія теми 1

Система — множина елементів (взаємопов'язаних структурно, які підкоряються єдиній меті функціонування), відокремлена від середовища, і яка взаємодіє з ним, як ціле.

Елементом системи називають найпростішу складову частину системи, яку умовно розглядають як неподільну. Поняття неподільності є умовним та визначається залежно від конкретних завдань. Наприклад при розгляді літака, як системи, немає потреби враховувати атомну будову його елементів.

Підсистемою називають складову частину системи, у якій можна виокремити інші складові. У сукупності елементи й підсистеми називають **компонентами** системи. Поділ системи на окремі елементи й підсистеми є неоднозначним та залежить від мети й конкретних завдань дослідження.

Зв'язком називають співвідношення між компонентами системи, засновані на взаємозалежності і взаємообумовленості. Поняття «зв'язок» характеризує чинники виникнення й збереження цілісності та властивостей системи.

Метою функціонування системи називають її бажаний майбутній стан.

Суб'єктивна ціль — це суб'єктивний погляд дослідника (керівника, власника) на бажаний майбутній стан системи. **Об'єктивна ціль** — це майбутній реальний стан системи, тобто стан, до якого буде переходити система при заданих зовнішніх умовах і керівних

впливає. Суб'єктивні й об'єктивні цілі системи у загальному випадку можуть розрізнятися. Зокрема, вони не збігаються, якщо система є погано дослідженою або якщо суб'єкт, який визначає цілі, недостатньо обізнаний із закономірностями функціонування системи чи створює їх. У цьому випадку виникає *невизначеність* того чи іншого типу, зокрема - інформаційна.

Структурою системи називають сукупність необхідних і достатніх для досягнення цілей відношень (зв'язків) між її компонентами. При цьому в складних системах структура відображає не всі елементи та зв'язки між ними, а лише найбільш істотні, що мало змінюються при поточному функціонуванні системи й забезпечують існування системи та її основних властивостей. Структура характеризує організованість системи, стійку упорядкованість її елементів і зв'язків.

Стан системи — це сукупність значень її параметрів (властивостей) у певний момент часу. Його визначають або через вхідні впливи й вихідні сигнали (результати), або через макропараметри, макровластивості системи (тиск, швидкість, температура, уставний фонд тощо). Якщо система здатна переходити з одного стану до іншого, то говорять, що вона має певну поведінку. Цим поняттям користуються, коли не відомі закономірності (правила) переходу з одного стану до іншого. Тоді зазначають, що система має якусь поведінку, та описують її характер, механізми, алгоритми тощо.

Різноміра (робастність) — це здатність системи за наявності зовнішніх впливів, що збурюють (чи при постійних впливах), зберігати свою поведінку як заведено довго.

Під *стійкістю стану системи* розуміють ситуацію, коли малим змінам зовнішніх впливів відповідають малі зміни вихідних параметрів системи чи її властивостей.

Адаптацією називають процеси пристосування системи до зовнішнього середовища, внаслідок яких підвищується ефективність її функціонування. Ці процеси можуть супроводжуватися зміною структури та характеристик системи.

Системний аналіз - науковий метод пізнання, що являє собою послідовність дій з установлення структурних зв'язків між змінними або елементами досліджуваної системи. Скориставшись на комплекс загальнонаукових, експериментальних, природничих, статистичних, математичних методів.

Класифікація — процес угруповання об'єктів дослідження або спостереження у відповідності з їх спільними ознаками. В результаті розробки класифікації створюється класифікована система – таксономія (від.-грець. τάξις — розміщення, впорядкування і νόμος — закон) — теорія класифікації та систематизації складноорганізованих областей дійсності, які за звичайно мають ієрархічну будову.

<i>Типові класифікації</i>	
Класифікація автомобілів	Генетична класифікація мов
Класифікація товарів	Спектральна класифікація зірок
Класифікація документів	Бібліотечно-бібліографічна класифікація
Класифікація тварин	Універсальна десятична класифікація
Класифікація мінералів	Геохімічна класифікація елементів
Класифікація цінних паперів	Фасетна класифікація
Адитивно-терапевтично-хімічна класифікація	Міжнародна класифікація хвороб
Генеалогічна класифікація	Біологічна класифікація
Класифікація відмов	Психологічні типології

Ознака особливість предмета або явища, яка визначає подібність свого носія до інших об'єктів пізнання або відмінність від них

Класифікація систем – залежить від природи і мети функціонування. Загальні підходи до класифікації:

А) за характером зв'язків із навколишнім середовищем – закриті, відкриті.

Б) за природною належністю (походженням) – природні (неорганічні, біологічні, екологічні), штучні (матеріальні, абстрактні, технічні), гуманістичні (соціальні), змішані (ергатики – технічні системи, що мають у складі людину або групи людей).

В) за еволюційністю – статичні, динамічні.

Г) за характером поведінки – стаціонарні, нестаціонарні.

Д) за прогнозованістю стану і/або поведінки – детерміновані, стохастичні.

Інші.

Предметна область — частина реального світу, яка розглядається у межах певної області знань (досліджень). Включає множину об'єктів, властивості і взаємозв'язки яких підлягають дослідженню.

Модель – (від лат. *modulus* - «міра, аналог, зразок») – речова, знакова або уявна (мислена) система, що відтворює, імітує, відображає принципи внутрішньої організації або функціонування, певні властивості, ознаки чи(та) характеристики об'єкта дослідження (оригіналу). Модель - це деякий матеріал чи подумки представлений об'єкт або явище, що є спрощеною версією модельованого об'єкта або явища (прототипа) і в достатній мірі повторює властивості, суттєві для цілей конкретного моделювання (опускаючи несуттєві властивості, в яких він може відрізнитися від прототипу). Розрізняють фізичні, математичні та ін. моделі.

Моделювання - це метод дослідження явищ і процесів, що ґрунтується на заміні конкретного об'єкта досліджень (оригіналу) іншим, подібним до нього (моделлю). Моделювання в широкому сенсі — це особливий пізнавальний процес, метод теоретичного та практичного опосередкованого пізнання, коли суб'єкт замість безпосереднього об'єкта пізнання вибирає чи створює схожий із ним допоміжний об'єкт-замісник (модель), досліджує його, а здобуту інформацію переносить на реальний предмет вивчення.

Сфери моделювання

Моделювання у біології
Моделювання у економіці
Математичне моделювання
Електричне моделювання
Фізичне моделювання
Інформаційне моделювання
Комп'ютерне моделювання
Математико-картографічне моделювання
Молекулярне моделювання
Цифрове моделювання
Логічне моделювання

Педагогічне моделювання
Психологічне моделювання
Статистичне моделювання
Структурне моделювання
Економіко-математичне моделювання
Імітаційне моделювання
Еволюційне моделювання
Історичне моделювання
Нечітке моделювання
Модельне моделювання
3D моделювання

Інформаційні технології, ІТ, інформаційно-комунікаційні технології (Information and Communication Technologies, ICT) — сукупність методів, виробничих процесів і програмно-технічних засобів, інтегрованих з метою збирання, обробки, зберігання, розповсюдження, відображення і використання інформації в інтересах її користувачів.

Комп'ютерні технології – сукупність апаратних, програмних засобів та технологій виконання операцій на комп'ютері, за допомогою яких користувач здійснює реалізацію тих чи інших інформаційних технологій.

Класифікація моделей

Завдяки багатозначності поняття «модель» у науці і техніці не існує єдиної класифікації моделей. Класифікацію здійснюють за різними критеріями. Здебільшого моделі класифікують в залежності від характеру задач дослідження.

<u>Типи моделей</u>	
<ul style="list-style-type: none"> • Концептуальні • Математичні • Комп'ютерні • Математико-картографічні • Психологічні • Статистичні • Структурні • Економіко-математичні • Імітаційні 	<ul style="list-style-type: none"> • Знакові • Функціональні • Стохастичні • Детерміновані • Теоретичні • Емпіричні • Статичні • Динамічні • Лінійні • Нелінійні

1. Моделі можна класифікувати за їх відношенням до оригіналу, точніше, за способом відображення його властивостей.
 - 1.1. *Концептуальні моделі* будуються у відповідності із загальними людськими уявленнями про об'єкти або явища і, в свою чергу, поділяються на образні (діють наочне уявлення про об'єкт або явище); символні (будуються за допомогою символів); образно-символьні (наприклад, мапи).
 - 1.2. *Матеріальні моделі* будуються за об'єктивними законами реального світу і, у свою чергу, поділяються на функціональні, геометричні, функціонально-геометричні.
2. Моделі можна класифікувати за методами формалізації (або опису) досліджуваного явища або об'єкту.
 - 2.1. *Імовірнісні моделі* знаходяться у відношенні імовірнісної подібності до модельованого об'єкту або явища.
 - 2.2. *Геометричні моделі* відтворюють геометричні характеристики і форму модельованого об'єкту.
 - 2.3. *Знакові моделі* відтворюють модельований об'єкт за допомогою знаків.
 - 2.4. *Логічні моделі* відображують модельований об'єкт або явище за допомогою логічних рівнянь.
 - 2.5. *Математичні моделі* відображують властивості або поведінку модельованого об'єкта за допомогою математичних залежностей.
 - 2.6. *Структурні моделі* відтворюють структуру модельованого об'єкта.
3. Моделі можна класифікувати в залежності від того, як вони відтворюють стан досліджуваного об'єкта або явища. Їх умовно можна поділити на статичні (відтворюють об'єкти, характеристики яких не міняються з часом) і динамічні (відтворюють об'єкти, характеристики яких міняються з часом).

Існують інші критерії класифікації..

Концептуальна модель (англ. conceptual model) — це певна множина понять і зв'язків між ними, які є суттєвою структурою досліджуваної предметної області. Фактично,

концептуальна модель є моделлю предметної області, оскільки відображує не тільки сукупність базових понять, які використовуються для опису певної області знань і відповідають сукупності фізичних і віртуальних об'єктів, але й включає їх властивості, характеристики (зокрема, функціональні або експлуатаційні), таксономію цих характеристик за типами, ситуаціями, ознаками та законами протікання процесів.

Задачі концептуального моделювання

1. Демонстрація кінцевої мети процесу дослідження
2. Визначення структури об'єкта дослідження
3. Визначення функцій та характеристик його елементів
4. Встановлення структурних і функціональних зв'язків між елементами
5. Виявлення значущих елементів та зв'язків
6. Вибір властивостей, особливостей та умов функціонування (експлуатації) об'єкта дослідження

Математична модель - система математичних співвідношень, які описують досліджуваний процес або явище

Характеристики математичних моделей

- Повнота.
- Точність.
- Похибка вимірювання .
- Абсолютна похибка вимірювання.
- Відносна похибка вимірювання.
- Адекватність.
- Економічність.

Технологія розробки моделі

Розробка кожного типу моделі має свої особливості, оскільки тип і структура моделі визначається постановкою задачі. Проте, можливо виділити загальні для всіх типів моделей етапи, які визначають послідовність їх формування.

Послідовність формування моделі складної системи.

1. Ідентифікація проблеми та постановка задачі.
2. Визначення поля досліджуваної системи.

Примітка. Полем системи називають сукупність об'єктів (складових елементів), які входять у її структуру.

3. Визначення основних характеристик елементів системи.
4. Визначення основних закономірностей (законів) функціонування елементів системи (якщо це можливо).
5. Визначення зв'язків між елементами системи.
6. Формування множини (вектора) вхідних сигналів.
7. Формування множини (вектора) вихідних сигналів.
8. Формування множини (вектора) сигналів, що відображують вплив факторів зовнішнього середовища.
9. Виявлення типів невизначеності, що мають місце у процесі експлуатації системи.
10. Визначення методів, які дозволяють здійснити опис системи (її формалізацію).
11. Вибір типу моделі
12. Вибір засобів реалізації моделі.
13. Побудова структурної схеми моделі.

14. Введення обмежень і спрощень (якщо необхідно).
15. Розробка алгоритму функціонування моделі.
16. Розробка блок-схеми реалізації алгоритму
17. Підготовка форм вхідних даних.
18. Підготовка форм вихідних даних.
19. Розробка програми реалізації моделі на комп'ютері.

Контрольні запитання до теми 1 (6 балів)

Рівень	Запитання	Бали
1. Знання	1.1. Дайте означення понять: система, комп'ютерні технології, предметна область, модель, моделювання, концептуальна модель, система, математична модель	1
	1.2. Опишіть основні характеристики концептуальної моделі	1
2. Розуміння	2.1. Наведіть приклади систем: гуманістичних, технічних, ергатичних	2
	2.2. Назвіть та класифікуйте системи, які мають місце у процесі експлуатації ПС	2
	2.3. Наведіть приклади концептуальних моделей з галузі авіації	2
	2.4. Поясніть місце і роль концептуального моделювання у процесі експлуатації ПС	2
3. Використання	3.1. Поясніть, у чому полягають відмінності моделей: аналітичних і статистичних, аналітичних і логічних, аналітичних та імітаційних	3
	3.2. Назвіть та поясніть основні принципи системного аналізу	3
4. Аналіз	4.1. Наведіть приклади і поясніть призначення та основні функції моделей процесів експлуатації ПС	4
	4.2. Обґрунтуйте необхідність задач концептуального моделювання	4
5. Синтез	5.1. Сформулюйте основні задачі процесу експлуатації ПС, які необхідно розв'язувати за допомогою моделювання	5
6. Оцінювання	6.1. Порівняйте проблеми льотної і технічної експлуатації, які потребують залучення засобів моделювання	6

Література до теми 1

1. Заде Л., Дезоер Ч. Теория линейных систем.-М.:Наука, 1970.-704 с.
2. Дорф Р., Бишоп Р. Современные системы управления.- М.: Лаборатория базовых знаний, 2002. -832 с.
3. ↑ Советов Б. Я., Яковлев С. А., Моделирование систем: Учеб. для вузов — 3-е изд., перераб. и доп. — М.: Высш. шк., 2001. — 343 с. ISBN 5-06-003860-2

4. ↑ Самарский А. А., Михайлов А. П. Математическое моделирование. Идеи. Методы. Примеры. — 2-е изд., испр.. — М.: Физматлит, 2001. — ISBN 5-9221-0120-X.
5. ↑ Мышкис А. Д., Элементы теории математических моделей. — 3-е изд., испр. — М.: КомКнига, 2007. — 192 с ISBN 978-5-484-00953-4
6. ↑ Севостьянов, А.Г. Моделирование технологических процессов: Учебник / А.Г. Севостьянов, П.А. Севостьянов. — М.: Легкая и пищевая промышленность, 1984. — 344 с.
7. Блехман И. И., Мышкис А. Д., Пановко Н. Г., Прикладная математика: Предмет, логика, особенности подходов. С примерами из механики: Учебное пособие. — 3-е изд., испр. и доп. — М.: УРСС, 2006. — 376 с. ISBN 5-484-00163-3, Глава 2.
8. ↑ Самарский А. А., Михайлов А. П., Математическое моделирование. Идеи. Методы. Примеры, — М.: Физматлит, 2001, 320 с. ISBN 5-9221-0120-X. с. 25.
9. Арнольд В. И. Жёсткие и мягкие математические модели — М.: МЦНМО, 2004. — ISBN 5-94057-134-4.
10. Зарубин В.С. Математическое моделирование в технике: Учеб. Для вузов.-М.:МГТУ им. Баумана, 2001.-496 с.

Завдання на самостійну роботу до теми 1

1. Здійснити інформаційний пошук та складіть резюме обсягом 3-5 сторінок, у якому опишіть ті проблеми галузі технічної експлуатації повітряних суден, які спричинили появу і розвиток відповідних засобів і методів моделювання. Резюме має включати перелік проблем, короткий опис шляхів їх розв'язання, огляд програмних продуктів, засобів і методів моделювання.
2. Обов'язково складіть також список інформаційних джерел, які були використані у процесі формування резюме.
3. Здійснити інформаційний пошук та знайдіть приклади розробки концептуальних моделей.
4. Схематично представте узагальнену структуру концептуальної моделі сфери технічної експлуатації ПС.

Результат самостійної роботи (4 бали)

Навчальні досягнення по темі 1

Контрольні запитання (теоретична частина)	Самостійна робота	Лабораторна робота	Домашня робота	Всього за тему

Тема 2. Базові принципи програмування моделей у середовищі системи MATLAB

Ключові слова: матриця, вектор, алгоритм, блок-схема, програма, інструкції, функції, оператори присвоєння, інтерфейс, командний режим, режим редактора, змінні, константи, дані, структури даних, формат числа

Знання і вміння, якими студенти мають володіти перед виконанням лабораторної роботи:

1. **Знати:** поняття матриці, вектора, порядок виконання операцій з матрицями.
2. **Вміти:** запускати додатки і програми з робочого столу і з панелі команд.

Знання і вміння, якими студенти мають володіти після виконання лабораторної роботи:

1. **Знати:** режими роботи системи MATLAB, структуру інтерфейсу, основні прийоми роботи у командному режимі та режимі редактора, поняття бібліотечної функції, поняття програми, змінної, константи, структуру програми, типи даних.

2. **Вміти:** запускати систему MATLAB, вводити команди у командному режимі, розрізнати помилки виконання команд, вводити математичні вирази, формувати імена змінних, користуватися системою допомоги, запускати бібліотечні функції, вводити програму у режимі редактора і запускати її, переглядати та аналізувати результат.

Базові теоретичні положення та термінологія теми 2

Алгоритм – це чітка послідовність дій, які необхідно виконати для розв'язання поставленої задачі.

Програма – це алгоритм, записаний на мові програмування.

Способи представлення алгоритму: *формальний* - запис алгоритму, на природній мові; *графічний* - зображення алгоритму у вигляді блок-схеми.

У блок-схемі дії алгоритму (блоки) зображуються геометричними фігурами (рис.2.1).

Дані символізують інформацію, що представлена у вигляді, необхідному для її опрацювання комп'ютерними засобами.

Структури даних. У сфері комп'ютерних наук структури даних — це способи організації даних в комп'ютерах. Часто разом зі структурою даних пов'язується і специфічний перелік операцій, що можуть бути виконаними над даними, організованими в таку структуру. Приклади структур даних: вектор, матриця, масив, граф, дерево.

Тип даних (тип змінної) зумовлює те, як вони зберігаються у пам'яті та яким способом обробляються. Наприклад: $2 + 3 = 5$ - числа, а $"2" + "3" = "23"$ – текст (стрінг).

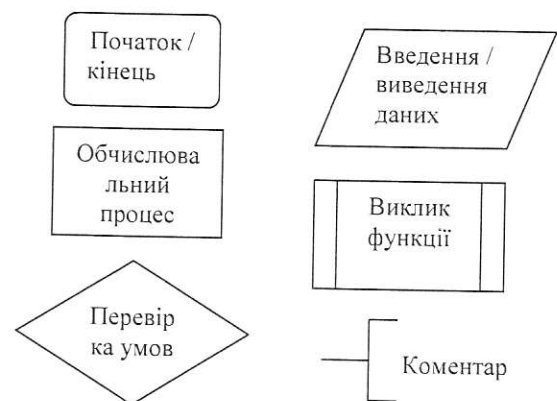


Рисунок 2.1 - Блоки блок-схеми

Змінна – іменована комірка пам'яті, яка зберігає одне значення (число або символ, послідовність символів); має ім'я і значення.


Для присвоєння значення змінній слугує оператор присвоєння, яким є знак «дорівнює» (=).

Ліворуч від знаку «дорівнює» розміщується ім'я змінної, у яку буде записано значення, а праворуч – значення змінної (числове або текстове), або джерело, звідки значення береться. Загальний вигляд оператора присвоєння:

Куди (змінна) = що або звідки

MATLAB (скороч. від англ. «Matrix Laboratory») — пакет прикладних програм для розв'язання задач технічних обчислень і однойменна мова програмування, яка використовується у цьому пакеті. MATLAB сьогодні використовують понад 1 000 000 інженерних і наукових працівників, він працює на більшості сучасних операційних систем, включаючи Linux, Mac OS, Solaris і Microsoft Windows .

Запуск системи MATLAB

Система запускається подвійним натисканням (кліком) лівої клавіші миші значка MATLAB  на робочому столі, або виконанням послідовності команд:

ПУСК->ПРОГРАММИ-> MATLAB.

Структура інтерфейсу

Система MATLAB підтримує командний інтерактивний режим роботи. Інтерфейс користувача має багатівіконну структуру, включення/вимикання вікон здійснюється через панель команд або за допомогою «гарячих» клавіш. Інтерфейс має стандартні панелі: панель імені, панель команд, панель інструментів (рис.2.2).

MATLAB працює у кількох режимах, одним з яких є **командний режим**. У цьому режимі команди (інструкції) вводяться в **командному** вікні після значка «підказки» «>>», і одразу виконуються. Результати виконання команд втрачаються при завершенні сесії і виході із системи.

Довідка

Для отримання списку функцій введіть у командному вікні **help** після значка >> і натисніть клавішу **Enter**. Натисканням клавіші **Enter** завершується ввід кожної команди або групи команд (рис.2.3, а). Для отримання довідки по конкретній функції потрібно ввести після значка >> **help <ім'я функції>**, наприклад: >> **help sin** (рис.2.3,б).

Числовий результат виконання команди відображується у командному вікні одразу після виконання команди. Графічний результат відображується в окремому вікні, яке формується автоматично (рис.2.4). Результати виконання команд не зберігаються.

Введення-виведення даних у командному режимі

В командному режимі всі команди вводяться у командному вікні і негайно виконуються.

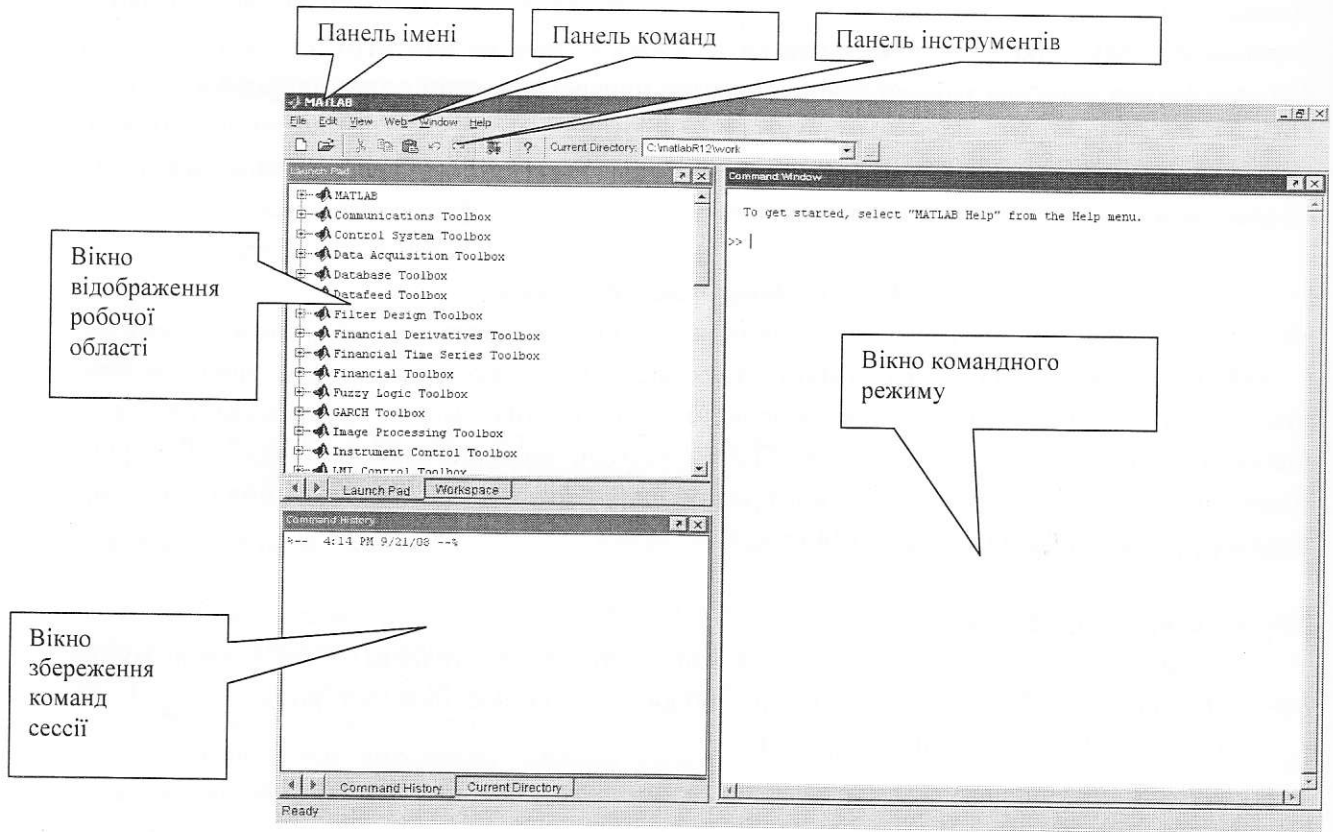
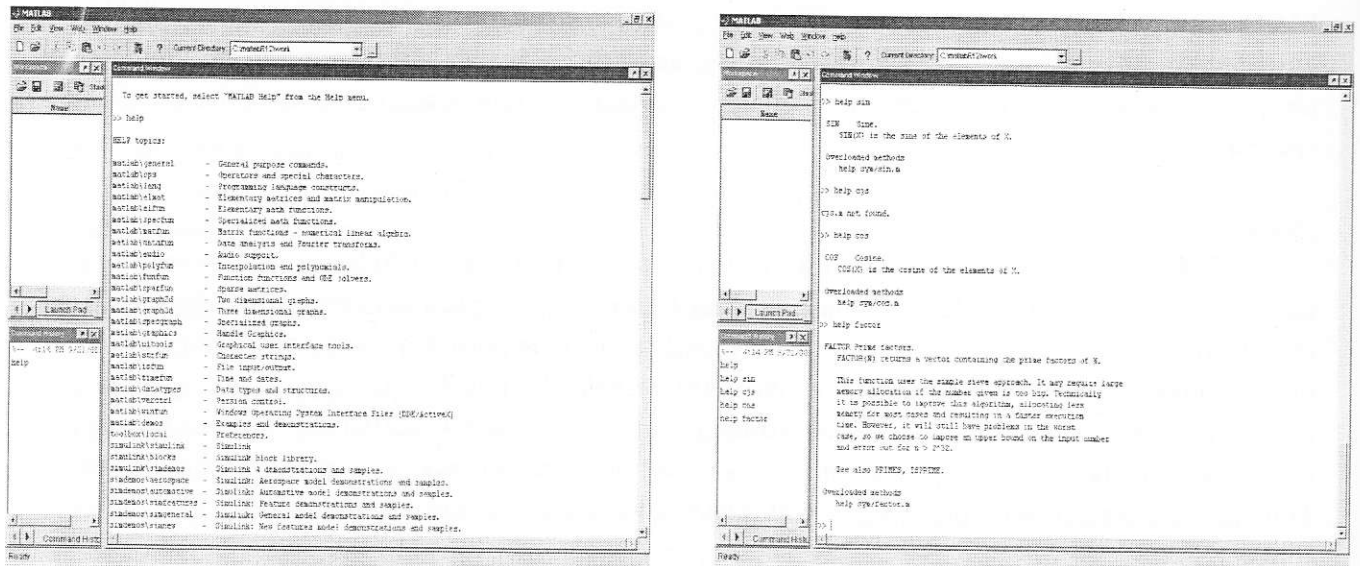


Рисунок 2.2 - Інтерфейс користувача системи MATLAB



а

б

Рисунок 2.3 - Використання довідки

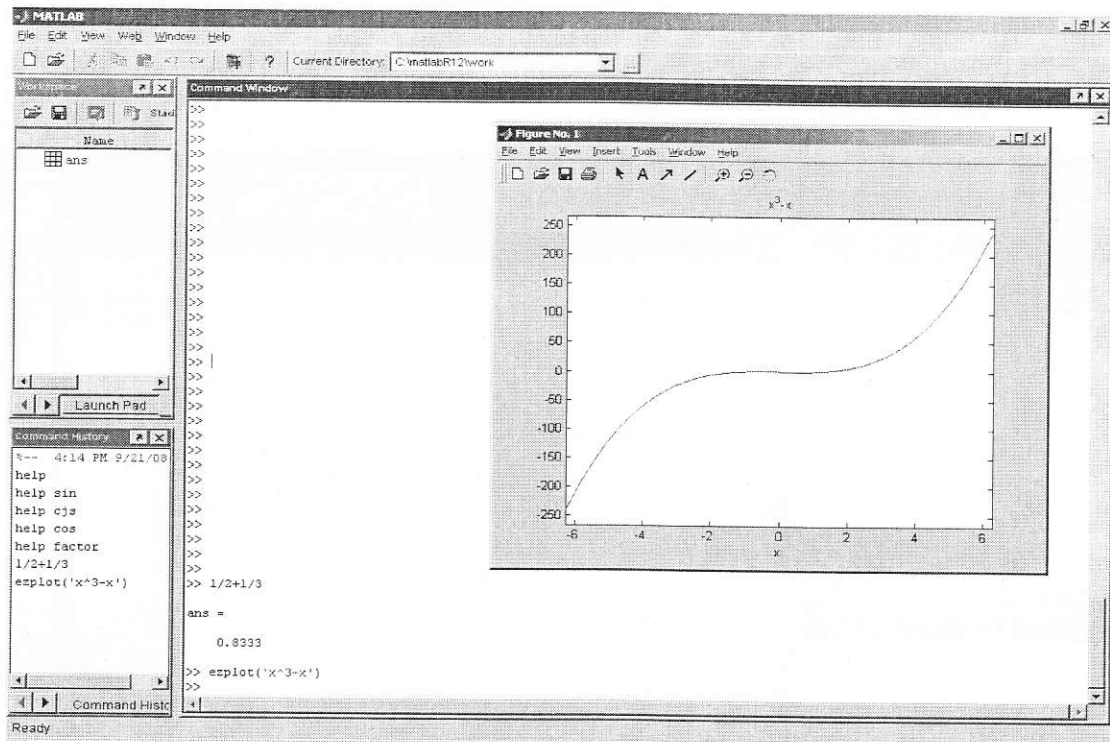


Рисунок 2.4 - Графічне представлення результатів

Арифметичні дії

Арифметичні дії в системі MATLAB кодуються символами:

Арифметичні дії		Оператори відношень	
Додавання	+	Дорівнює	==
Віднімання	-	Не дорівнює	~=
Множення	*	Менше	<
Поелементне множення	.*	Більше	>
Піднесення до ступеня	^	Менше або дорівнює	<=
Поелементне піднесення до ступеня	.^	Більше або дорівнює	>=
Ділення	\ або /		
Поелементне ділення	.\ або ./		
Квадратний корінь	sqrt		

Приклад 1.1. Обчислити у командному режимі вираз: $3^2 - (5+4)/2 + 6*3$. Якщо не присвоїти виразу ніякого імені, MATLAB автоматично заносить результат у змінну за замовчуванням *ans*. Це ім'я можна використати у наступній команді, наприклад: $ans^2 + \text{sqrt}(ans)$.

У вікні відображення робочої області и збереження команд сесії з'являється опис використаних у сесії змінних: змінної *ans*, а у вікні збереження команд сесії видно всі команди, які вводилися (рис.2.5).

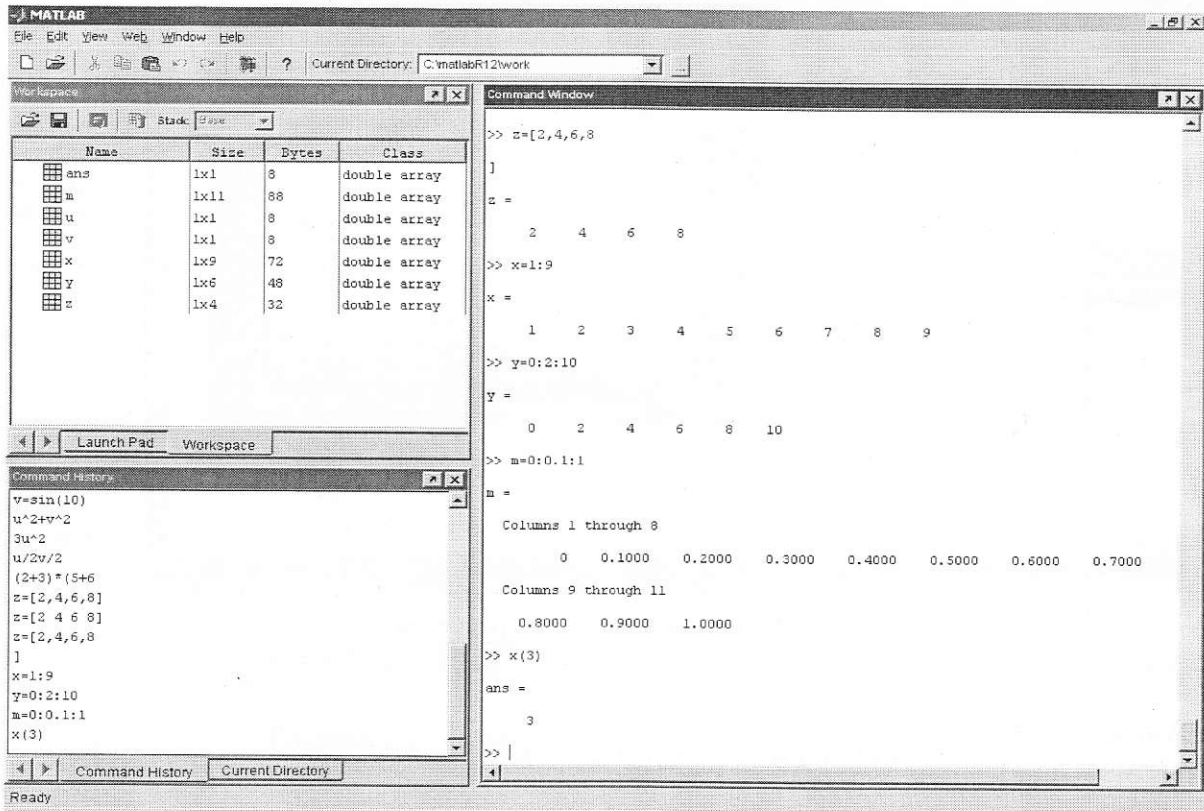


Рисунок 2.5 - Введення масивів чисел у командному режимі

Змінна *ans* не зберігає свого значення, а змінює його після виконання чергової команди. Для того, щоб зберегти кілька результатів, необхідно кожному з них присвоїти унікальне ім'я.

Введіть наступні значення:

$$U = \sin(5)$$

$$b = U + 2^3$$

$$m = \sqrt{b}$$

Зверніть увагу, що змінилося у вікні робочої області.

ПРИМІТКА. У тригонометричних функціях по замовчуванню використовуються радіани.

Формат чисел

MATLAB використовує формат представлення чисел подвійної точності з плаваючою точкою (до 15 знака після коми). По замовчуванню відображується тільки 5 знаків.

Для представлення чисел у довгому форматі (15 знаків після коми), необхідно ввести команду *format long*.

Для представлення чисел у короткому форматі (5 знаків після коми), необхідно ввести команду *format short*.

Помилки. Редагування помилок

В разі помилкового вводу MATLAB виводить на екран повідомлення про помилку червоним кольором (рис.2.6).

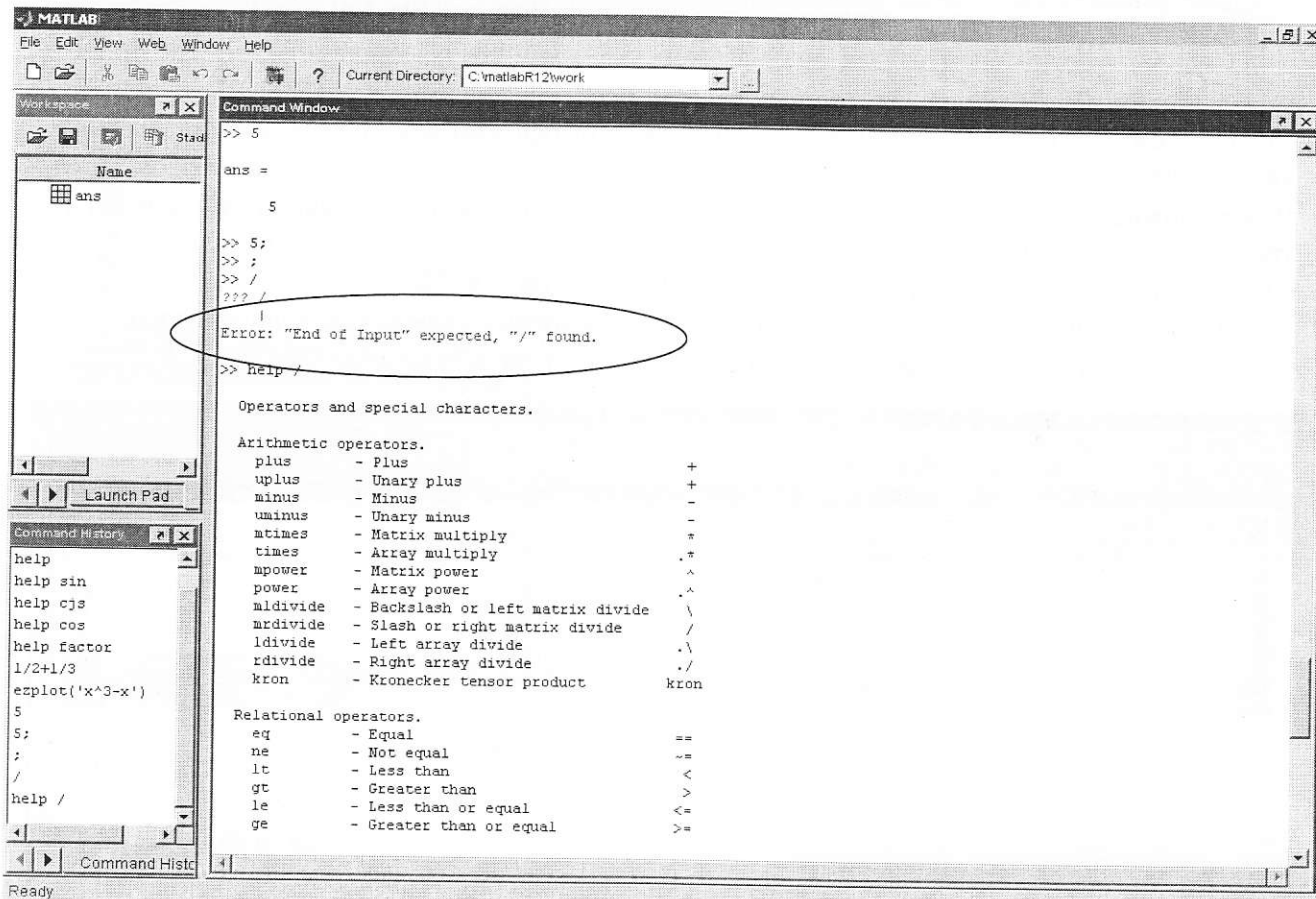


Рисунок 2.6 - Повідомлення про помилку

Найбільш частими помилками є

- відсутність символу арифметичної дії
- відсутність скобки
- розбіжність розмірів масивів

Помилку у введеній команді можна виправити. Для цього слід скористатися стрілками керування курсором \uparrow і \downarrow . Натискання стрілки перебирає введені команди, які знаходяться у робочій області, у прямому або зворотному порядку. Знайшовши потрібну команду, можна внести у неї правки і натиснути клавішу **Enter**.

Вектори і матриці

Вектором у математиці називають упорядковану послідовність чисел

Вектор можна ввести кількома способами:

у квадратних дужках, розділяючи його елементи пробілом або комою, наприклад:

$z=[2\ 4\ 6\ 8]$ або $z=[2\ 4\ 6\ 8];$

б) сформувати елементи вектора автоматично, задаючи перший, останній елементи і крок прирощення; наприклад, вектор, який буде містити цілі числа від 1 до 9, тут до кожного попереднього числа додається одиниця 8 разів : $x=1:9$; $y=0:2:10$.

Прирощення може бути нецілим або від'ємним: $z=0:0.1:1$, $100:-1:0$ (рис.8).

Оскільки кожний елемент вектора має жорстко закріплену позицію і номер, до нього можна звернутися безпосередньо, наприклад, третій елемент вектора x : $x(3)$.

В системі MATLAB всі дані представляються у вигляді матриць. Вектор представляється як матриця-рядок або матриця-стовпчик.

Рядок можна перетворити у стовпчик і навпаки за допомогою команди x' (операція транспонування матриці).

Елементи вектора можна піднести до ступеня (поелементно): $x.^2$

ПРИМІТКА. Точка в операції означає піднесення до ступеня кожного елементу вектора.

Таким же чином можна перемножити два вектора: $x.*y$ (рис.2.7).

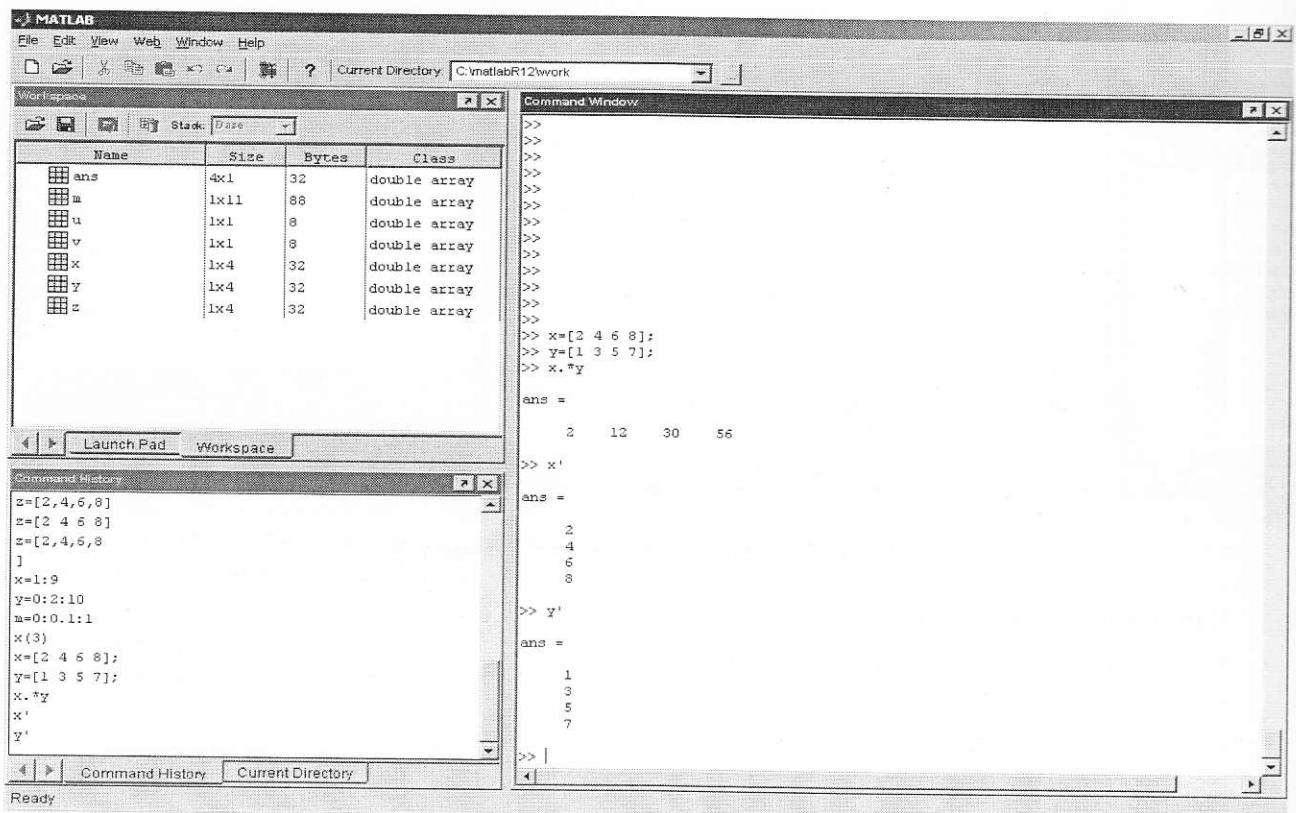


Рисунок 2.7 - Операції з векторами

Матрицею називають прямокутний масив чисел, наприклад:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 4 & 6 & 9 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

В системі MATLAB елементи рядків розділяються комою або пробілом, а рядки – символом точки з комою «;». Матриці можна транспонувати, додавати, віднімати, множити на число і одну на одну (рис.2.8).

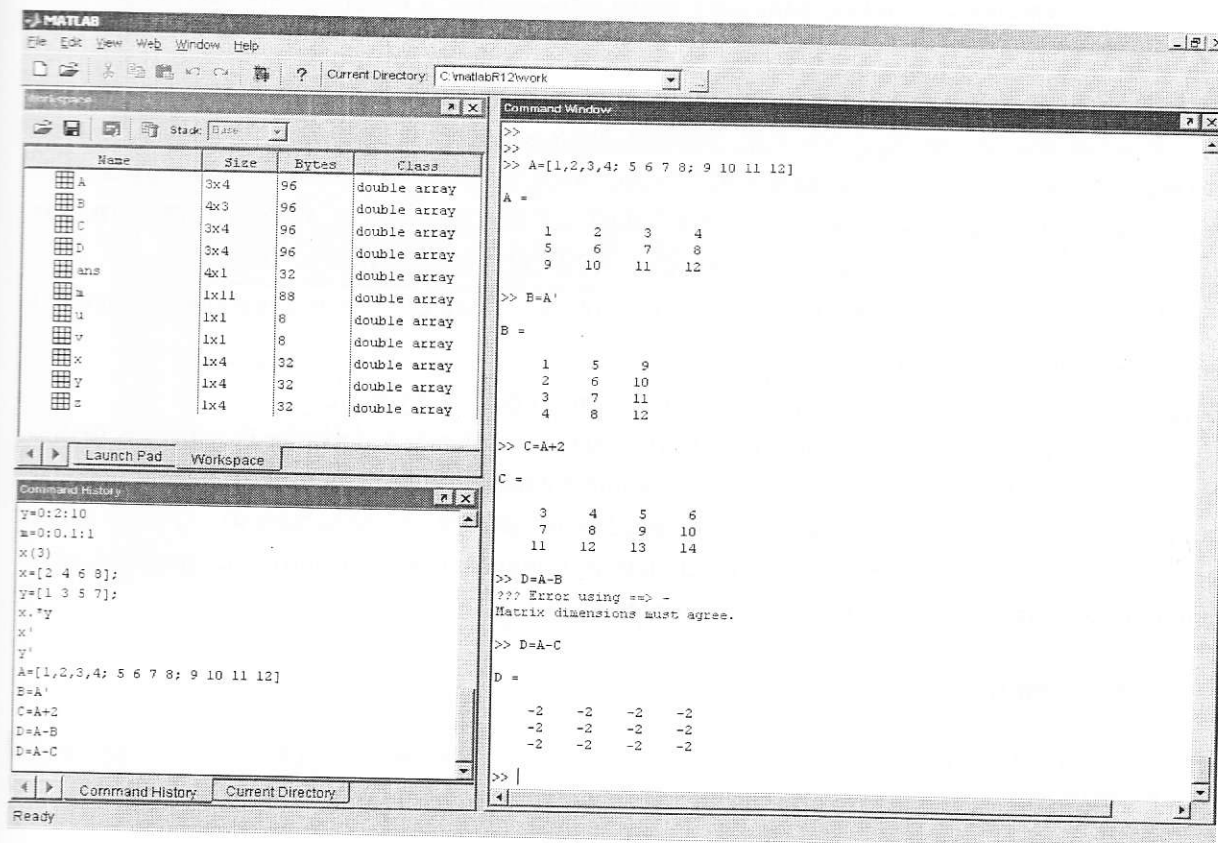


Рисунок 2.8 - Операції з матрицями

Бібліотечні функції

Система MATLAB має велику бібліотеку вбудованих функцій. Функціями в MATLAB називають програми, які виконують певні розрахунки або дії, наприклад, обчислення тригонометричних функцій, побудова графіків, перемноження матриць, квадратний корінь, піднесення до ступеня, обчислення логарифмів, перетворення символічних виразів тощо.

Система MATLAB також зберігає значення констант π і e :

```
>> help pi
```

```
PI 3.1415926535897....
```

```
>> exp(1)
```

```
ans =
```

```
2.7183
```

Візуалізація

Візуалізувати результати обчислень можна за допомогою команд виведення на екран інформації у текстовому або графічному вигляді.

Для виведення на екран інформації у текстовому вигляді можна використати функції *disp*, *fprintf*.

Для виведення на екран інформації у графічному вигляді можна використати функції *plot*, *ezplot*, *bar*, *barh*.

М-файли

М-фали дозволяють зберігати програму, яка складається із багатьох команд, в одному файлі, а потім запускати їх цілим модулем. М-файл – це звичайний текстовий файл, який містить команди, «зрозумілі» системі MATLAB. Цей файл, як і будь-який інший, можна редагувати за допомогою будь-якого текстового процесора, або ж використовувати для редагування вбудований модуль-редактор системи MATLAB - *Editor*.

М-файли зберігаються звичайним способом, повинні мати унікальні імена і обов'язково розширення **.m**.

У системі MATLAB функціонують файли-сценарії і файли-функції.

М-файл-сценарій містить послідовність команд, записану у порядку їх запуску. Файл-сценарій не обмінюється із зовнішнім середовищем даними, нічого не приймає і не передає (виключаючи передбачене розробником введення даних з клавіатури), тому може починатися з команди. Звичайно файл сценарій починається з коментаря, який містить загальні відомості про програму та пояснення, наприклад:

```
% Program sin(x)  
format long  
x=[0.1, 0.01, 0.01];  
y=sin(x)./x
```

М-файли-функції у момент запуску приймають або передають значення робочих параметрів, тому вони обов'язково починаються з команди *function*, мають ім'я і список параметрів у дужках, яким при запуску функції передаються конкретні значення. Прикладом М-файлу-функції може слугувати будь-яка бібліотечна функція MATLAB: *plot(x,y)*, *sin(x)*, *disp(')*.

Структура програми

Існують загально визнані правила оформлення програм. Як правило, програму поділяють на блоки в залежності від функцій, які вона реалізує. Суть кожного блоку прийнято пояснювати за допомогою коментарів. Узагальнена структура програми:

- 1- заголовок програми, коментарі із поясненнями постановки задачі, узгодженнями тощо
- 2 – блок введення констант
- 3 – блок ініціалізації змінних (введення вхідних даних)
- 4 - блок обчислень (тіло програми)
- 5 - блок виведення результатів

Введення даних

Дані у програму можна ввести кількома способами.

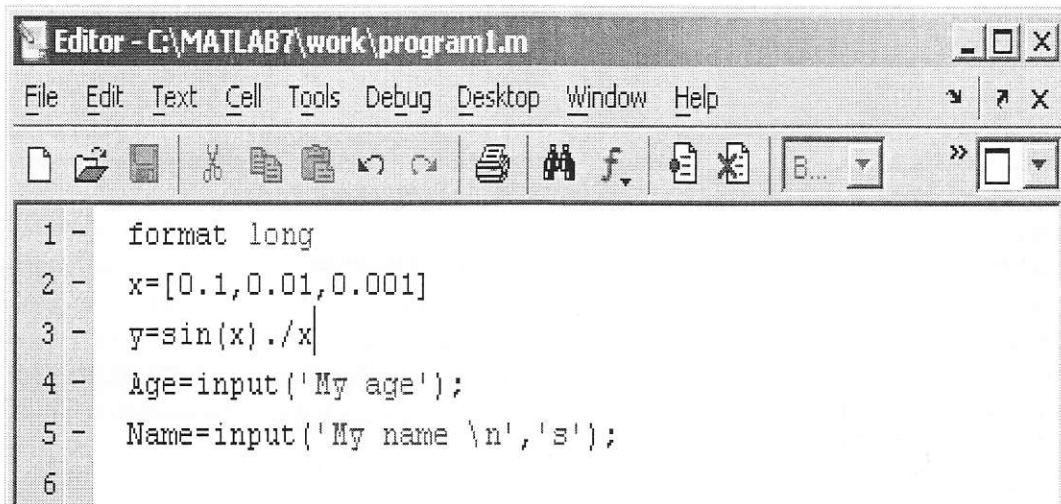
- 1 спосіб – операторами присвоєння, наприклад: **masa=68;**
- 2 спосіб - введення з клавіатури (рис.2.9).

Введення з клавіатури здійснюється за допомогою функції *input*.

Грамматика команди:

$R = \text{input}(\text{'How many apples'})$ <очікування вводу числових даних з клавіатури>.

$R = \text{input}(\text{'What is your name','s'})$ <очікування вводу текстових даних з клавіатури>.



```

Editor - C:\MATLAB7\work\program1.m
File Edit Text Cell Tools Debug Desktop Window Help
[Icons]
1 - format long
2 - x=[0.1,0.01,0.001]
3 - y=sin(x)./x
4 - Age=input('My age');
5 - Name=input('My name \n','s');
6
  
```

Рисунок 2.9 - Введення даних з клавіатури

Приклад 2.2. Модель розв'язання системи лінійних алгебраїчних рівнянь

Постановка задачі

Скласти програму розв'язання системи лінійних алгебраїчних рівнянь графічним методом:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 = c_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 = c_2 \end{cases}$$

Алгоритм розв'язання задачі

Рішення, якщо воно існує, знаходиться на перетині двох прямих ліній.

Представимо обидва рівняння відносно x_2 :

$$x_2 = -\left(\frac{a_{11}}{a_{12}}\right)x_1 + \frac{c_1}{a_{12}}$$

$$x_2 = -\left(\frac{a_{21}}{a_{22}}\right)x_1 + \frac{c_2}{a_{22}}$$

Прирівняємо праві частини виразів і знайдемо вираз для x_1 . У точці перетину ліній по осі x визначимо значення x_1 , по осі y - x_2 .

Програма

```

%function graph_meth;
% GRAPHICAL METHOD OF SOLVING OF SYSTEMS
%OF TWO LINEAR EQUATIONS
% 1.Initial equations
%3X1+2X2=19;
%-X1+2X2=2;
%2.Input data:
a11=3; a12=2;
a21=-1; a22=2;
c1=18; c2=2;
%3. calculation
x1=1:10;
x2_1=(c1/a11)-(a12/a11)*x1;
x2_2=(c1/a12)-(a11/a12)*x1;
z=[x21;x22];
%4.graphical window
figure;
%5.plot graphes
plot(x1,z);
%6.name the axis
xlabel('x1');
ylabel('x2');
%7.scale of axis
axis([0 10 0 10]);
%8.title of the graph
title('BOTH LINES');
%9. the grid
grid on;

```

Пояснення до програми

1. Задані рівняння
2. Вхідні дані
3. Обчислення
4. Виведення пусого графічного вікна
5. Побудова графіків
6. Введення назв осей
7. Шкалірування осей
8. Назва картинки
9. Включити сітку

Організація циклів

У разі, коли необхідно одну й ту саму команду (або групу команд) виконувати багато разів, використовують оператори циклу.

Функція *for* призначена для виконання заданої кількості повторюваних дій. Граматика команди:

```

for count = start:step:final
команди MatLab
end

```

де *count* - змінна циклу, за допомогою якої контролюється потрібна кількість ітерацій циклу; *start* - її початкове значення; *final* - її кінцеве значення; *step* - крок - величина, на яку збільшується значення *count* при кожній наступній ітерації. Цикл закінчується, як тільки значення *count* стає більше за *final*.

Приклад 2.3: Накопичення суми у циклі

```

S=0;
for k = 1:2:10
S = S + 1/factorial(k);
end

```

За замовчуванням $step=1$ і його можна не вказувати:

```
for k = 1:10
    S = S + 1/factorial(k);
end
```

Приклад 2.4. Модель падіння парашутиста

Опис проблеми. У багатьох випадках необхідно досягати високої точності приземлення та уникати перевищення швидкості падіння вантажів та десанту при авіаперевезеннях за умов, коли приземлення ПС неможливе.

Постановка задачі. Парашутист вистрибує з корзини повітряної кулі, яка висить нерухомо.

Визначити швидкість падіння парашутиста на кожній з 20 секунд

Вхідні дані. Коефіцієнт повітряного опору 12.5 кг/сек. Маса парашутиста 68.1 кг, $c_x = 0$, $v_0 = 0$.

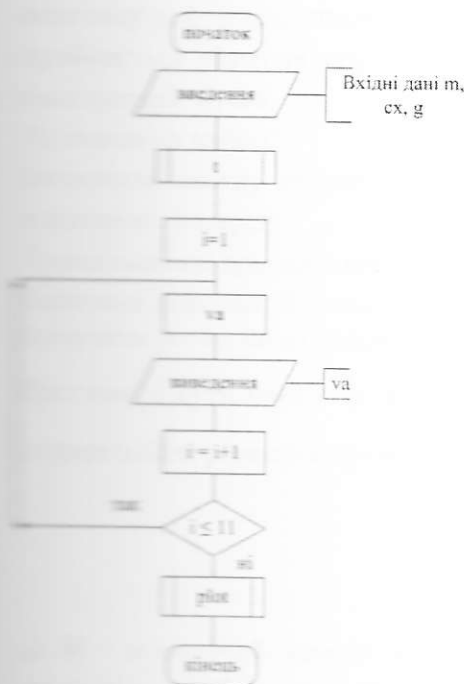
Вихідні результати розв'язання задачі.

$$F = F_D + F_U; \quad F_D = mg; \quad F_U = -cv;$$

$$m \frac{dv}{dt} = mg - cv; \quad \frac{dv}{dt} = g - \frac{c}{m}v$$

$$v(t) = \frac{gm}{c} \left[1 - e^{-\left(\frac{c}{m}\right)t} \right].$$

Блок-схема алгоритму



Програма

```
% program parachutist;
clear all;
m=68.1; cx=12.5; g=9.8;
fprintf('\n\n\n');
disp(' i      t,sec      va, m/sec');
t=[2,4,6,8,10,12,14,16,18,20,22];
for i=1:11
    va(i)=(g*m)/12.5*(1-exp(-cx/m)*t(i));
    fprintf('\n %d %d %f',i,t(i),va(i));
end
figure; plot(t,va);
title('VELOCITY va, m/sec');
xlabel('t, seconds');
ylabel('va, m/s');
grid on
```

Вкладені цикли

Приклад 2.5. Формування масиву вхідних даних в інтерактивному режимі.

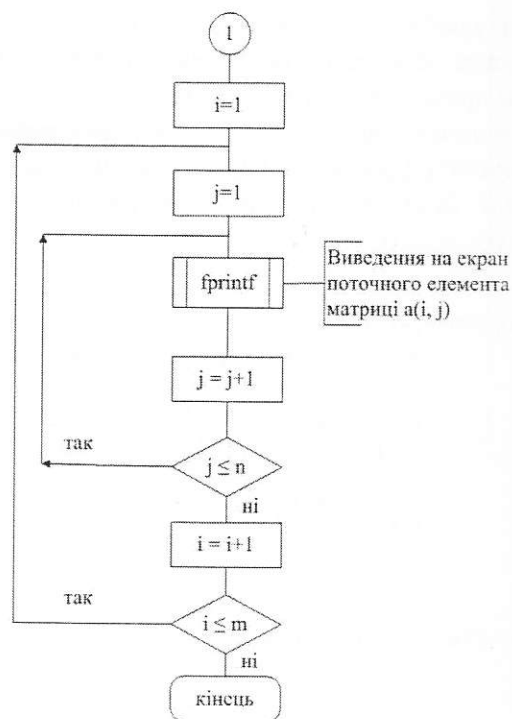
Постановка задачі: Сформувати прямокутну матрицю $m \times n$, вводячи її елементи з клавіатури. Елементи матриці мають бути цілими числами.

Алгоритм розв'язання задачі

Ввести з клавіатури кількість рядків і кількість стовпчиків матриці.

Ввести елементи матриці по рядках.

Блок-схема алгоритму



Програма

```
%matrix input
r=input('Quantity of rows r =');
% Go to the command window and enter the quantity of rows r
c=input('Quantity of columns c =');
% Go to command window and the quantity of columns c
% Now we need to enter the matrix a ( i, j )
disp(' INPUT THE MATRIX OF COEFFICIENTS a(i,j) : ');
% The outer loop changes number of the row i
for i=1:r
%The inner loop changer number of column j
for j=1:c
    a(i,j)=input('a ( i, j ) =');
end
end
disp(' YOUR MATRIX: ')
for i=1:r
%The inner loop changer number of column j
for j=1:c
```

```

    fprintf('%d ',a(i,j))
end
fprintf('\n');
end

```

Виконання умов

Команда **if** дозволяє створити розгалужений алгоритм реалізації обчислювального процесу, у якому при виконанні певних умов здійснюється перехід на відповідний блок програми MatLab.

Грамматика оператора:

```

if <умова> блок 1 команд
elseif <умова> блок 2 команд
elseif <умова> блок 3 команд
...
end

```

Якщо умови виконуються, то реалізуються команди MatLab, розташовані між **if** і **end**, а якщо ні, то відбувається перехід до команд, розташованих після **end**.

Приклад 2.6. Модель оцінювання льотної придатності планера

Опис проблеми

Під впливом навантажень, які діють на крило у польоті, відбувається його деформація (прогин відносно кореневого перерізу, закручування), що призводить до зміни аеродинамічних характеристик і втрати керованості. Необхідно після польотів у турбулентній атмосфері та збільшених навантаженнях здійснювати огляд обшивки крила біля кореневого перерізу, виявляти наявність деформації обшивки, гофру та оцінювати величину деформації планера. При наявності залишкових деформацій інженерною службою приймається рішення про ступінь льотної придатності планера та можливість подальшої експлуатації літака.

Постановка задачі:

Визначити льотну придатність планера по величині його деформації - прогину відносно кореневого перерізу.

Умова льотної придатності:

Величина деформації планера має бути не більше за 25% від довжини напівкрила.

Алгоритм розв'язання задачі

Прогини і кути повороту поперечних перерізів (девіацію) $Y = \frac{\alpha y}{\alpha z}$ визначають, інтегруючи диференційне рівняння пружної осі крила:

$$\frac{\alpha^2 y}{\alpha z^2} = \frac{M}{EI\gamma} = \frac{1}{\rho},$$

де M – згинаючий момент у перерізі; $EI\gamma$ – жорсткість при згинанні; ρ – радіус кривизни пружної сили; E – модуль пружності.

Прогин крила:

$$Y_{\max} = \frac{\sigma_s + \sigma_r}{H_{sr} E} l_k^2,$$

де H_{sr} – середня висота кесона у кореновому перерізі крила; l_k – довжина консолі; σ_s – статична напруга; σ_r – розрахункова напруга.

Спрощення: Для наближеної оцінки прогинів вважаємо, що крило має призматичну форму і є рівномічним, тобто
 $H = \text{const};$ $\sigma_s = \text{const};$
 $\sigma_r = \text{const}.$

Замість напівкрила досліджується консольна балка (рис.2.10).

Прийняті позначення:

H – висота кесона;

SigSt – коефіцієнт статичної напруги;

SigOpt – розрахункова величина напруження;

E – коефіцієнт еластичності дюралюмінію;

L_k – довжина консолі;

WingAirworth – льотна придатність планера;

Y_{\max} – величина прогину.

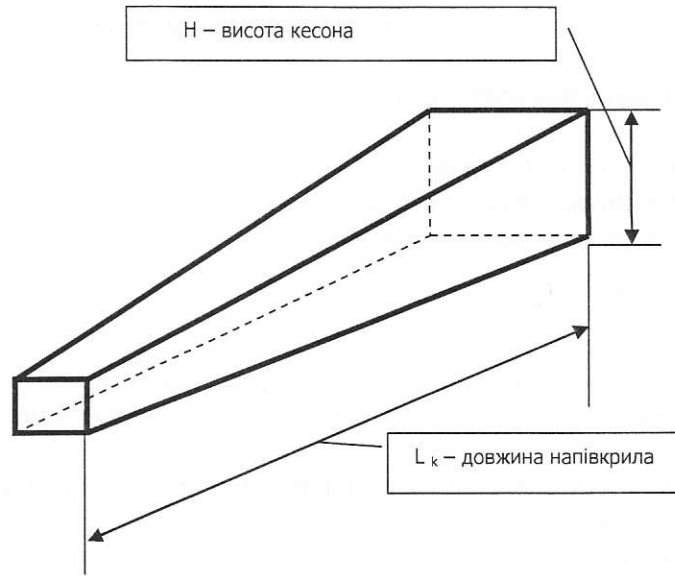
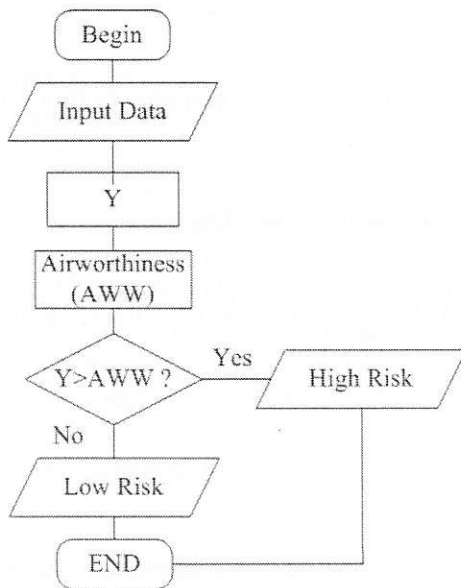


Рисунок 2.10 - Консольна балка

Вхідні дані:

$\text{SigS} = \text{SigR} = 25 \text{ кг/мм}^2$; $L_k = 5 \text{ м.}$; $H = 25 \text{ см.}$; $E = 7 \cdot 10^5 \text{ кг/см}^2$.

Блок-схема алгоритму



Програма

```

%program wing airworthiness
clear all;
% input data
% H=25cm; Lk=500cm; SigS=SigR=2500g/sq.mm;
H=25; Lk=500; SigS=2500; SigR=2500;
E=7*10^5;
% calculation
Y=((SigS+SigR)*Lk^2)/(H*E);
%output the deformation
fprintf('\n DEFORMATION Y=%f',Y);
%condition
WingAirw=0.25*(Lk/2);
fprintf('\n Condition of WingAirworth=%f \n',WingAirw);
if Y>WingAirw
disp(' AIRWORTHINESS IS OUT OF RANGE !!!!!!!!')
else disp('\nAIRWORTHINESS IS NORMAL')
end
  
```

Практична частина

Завдання на самостійну роботу із підготовки до лабораторної роботи 1

1. Здійснити інформаційний пошук, сформулювати і записати в зошит критерії і етапи системного аналізу.
2. Здійснити інформаційний пошук, сформувати і записати в зошит перелік основних об'єктів предметної області сфери технічної експлуатації ПС.
3. Розробити і представити схематично у зошиті структуру концептуальної моделі предметної області сфери ТО ПС.

Результати виконання самостійної роботи (4 бали)

Лабораторна робота №1 (8 балів)**Мета:**

У ході виконання завдань лабораторної роботи студенти набувають вмінь аналізувати проблеми, пов'язані з експлуатацією ПС, ставити конкретну задачу досліджень, розробляти модель, алгоритм розв'язання задачі, формувати блок-схему алгоритму та створювати програму реалізації моделі у середовищі MATLAB, здійснювати операції у командному режимі, набирати, зберігати і редагувати програми у режимі редактора.

Завдання 1 Виконання операцій у командному режимі (0.5 балів)

Введіть у командному вікні:

1. help
2. help sin
3. help cos
4. help factorial
5. help plot
6. help ezplot
7. help labelx
8. help title

Запишіть у зошит призначення та граматику використання команд:

sin –

cos –

factorial –

disp –

fprintf –

plot –

labelx –

title –

Введіть в командному вікні команди:

- | | |
|------|-----------|
| • 5 | • / |
| • 5; | • help / |
| • ; | • help /; |

Порівняйте результати виконання команд. Співвіднесіть повідомлення про помилку з невірною командою, запишіть повідомлення про помилку і її пояснення, як, наприклад, показано на рис.2.6.

Значення, введене без імені, розміщується у чергову комірку для тимчасових даних з іменем *ans*. Зверніть увагу на ефект, який спричиняє символ «;». Виконайте у командному режимі операції:

X=1:5:50

Y=0:0.1:1

Z=Y'

X1=X.^2

Y1=X1.*Z

Проаналізуйте результат.

Завдання 2 . Виконання операцій у режимі редагування

Запустіть режим редагування. Для цього виберіть на панелі інструментів кнопку із зображенням чистого листка АБО виконайте послідовність команд головного меню «File->New->M-file» АБО надрукуйте у командному вікні команду *edit*.

1. Введіть у вікні редактора послідовність команд (рис.2.11):

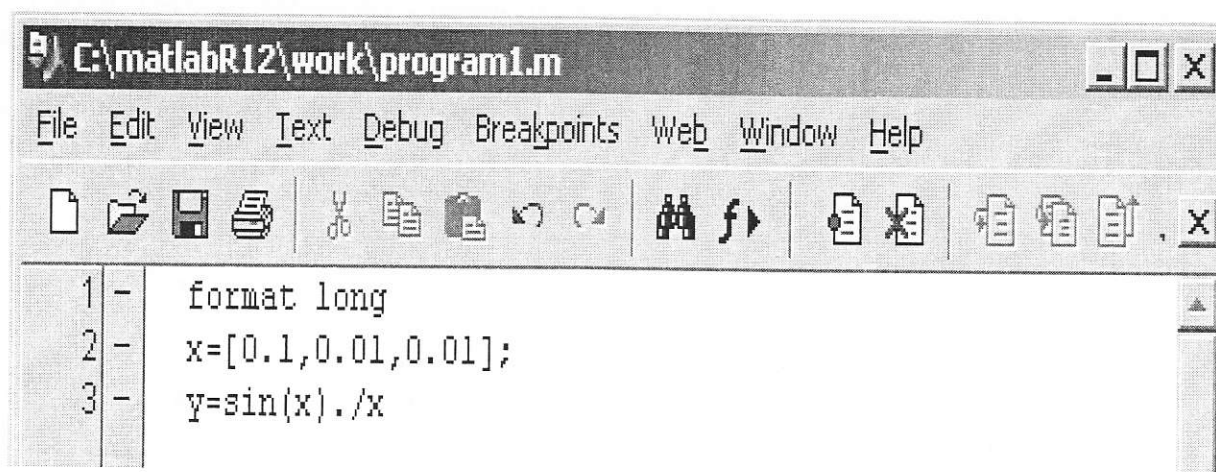


Рисунок 2.11 - Створення М-файлу у режимі редагування

2. Збережіть файл у поточному директорії з іменем *program1*.
3. Запустіть М-файл *program1*, для цього: виконайте послідовність команд головного меню «Debug ->Run » АБО введіть ім'я М-файла в командному вікні АБО натисніть клавішу F5. Для перегляду результатів перейдіть у командне вікно (розгорніть його з панелі задач).

Завдання 3

Складіть блок-схему алгоритму і програму обчислення тригонометричної функції $\sin(x)$ для значень аргумента, поданих у таблиці 2.1, згідно варіанта і виведіть на екран її графік.

Варіанти завдань подані у таблиці 2.2.

Таблиця 2.1

x	0	45	90	135	180	225	270	315	360
---	---	----	----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

Таблиця 2.2

Варіант	1	2	3	4	5
Функція	$\sin 2x + \cos 3x$	$\sin 2x + x^2$	$\sin^2 x / 2 + \arcsin 3x$	$\sin x^2 / \cos x^2$	$3 \sin x - 3 \cos x$
Варіант	6	7	8	9	10
Функція	$\arctg x + 1$	$\arccos 1/x$	$x / \arccos x$	$\tg x + \sin x$	$\arctg x^2$

Проаналізуйте результат.

Задайте значення аргумента іншим способом: $x=10:20:1000$.

Результат виконання завдання 3

Завдання 4

Розробити модель процесів, що протікають у шасі ПС при приземленні.

Опис проблеми.

Постановка задачі. Визначити перевантаження пневматика на ділянці його торкання із ґрунтом.

Вхідні дані: швидкість руху ПС V , діаметр колеса D , обтискання пневматика δ (подані у таблиці 2.3). Кут повороту колеса $\varphi=26^\circ$.

Алгоритм розв'язання задачі:

$$\text{Перевантаження: } n = \frac{2\delta}{gt^2};$$

$$\text{Час повороту колеса на кут } \varphi: t = \frac{\varphi}{\omega} 360;$$

$$\text{Кутова швидкість колеса } \omega: \omega = \frac{V}{2\pi R}.$$

Складіть блок-схему алгоритму і напишіть програму обчислення перевантаження елемента пневматика.

Таблиця 2.3. Варіанти завдань

Варіант	V , м/сек	D , м	δ , м
1.	240	0,6	0,001
2.	230	0,7	0,002
3.	220	0,8	0,003
4.	210	1,0	0,004
5.	200	1,1	0,005
6.	180	1,2	0,006
7.	160	1,3	0,007
8.	140	1,4	0,008
9.	120	1,5	0,009
10.	80	1,6	0,01

Результат виконання завдання 4

Контрольні запитання до теми 2 (6 балів)

Рівень	Запитання	Бали
1. Знання	1.1. Дати означення понять: матриця, вектор, алгоритм, блок-схема, програма, функція, інтерфейс, структури даних, формат числа, масив	1
2. Розуміння	2.1. Наведіть приклади типів даних, які використовуються у процесі програмної реалізації моделей у системі MATLAB	2
	2.2. Назвіть та поясніть призначення основних режимів роботи користувача із системою MATLAB	2
	2.3. Наведіть приклади способів формування векторів, використання арифметичних операцій, типів даних, структур даних, форматів чисел, бібліотечних функцій MATLAB	2
	2.4. Назвіть та класифікуйте відомі вам бібліотечні функції MATLAB за їх призначенням	2
3. Використання	3.1. Поясніть спосіб застосування бібліотечних функцій MATLAB	3
	3.2. Поясніть основні принципи роботи у командному режимі та режимі редактора	3
4. Аналіз	4.1. Поясніть призначення та основні характеристики м-файлів (вимоги до формування та використання)	4
5. Синтез	5.1. Сформулюйте основні принципи процесу програмної реалізації моделі у системі MATLAB	5
6. Оцінювання	6.1. Порівняйте основні прийоми роботи у командному режимі і режимі редагування системи MATLAB	6
	6.2. Оцініть переваги і недоліки командного режиму і режиму редагування	6
	6.3. Знайдіть помилки у командах: а) a11:=3; б) x label('x'); в) ylabel(OUTPUT DATA'); д) plot(x y); е) m=68,1; ф) for i=1;11; г) fprintf('a=',a);	6

Література до теми 2

1. Введение в систему MATLAB / <http://www.ict.edu.ru/ft/004709/matlab.pdf>
2. Консультационный центр Матлаб / <http://vtit.kuzstu.ru/books/shelf/158/sod/vvedenie.html>
3. Хант Б., Липсман Р., Розенберг Дж. MatLab с нуля.-М.:Лучшие книги, 2008.-352 с. + CD ROM
4. Иглин С.П., Трубаев А.И. Методические указания к выполнению лабораторных работ по курсу "Системы автоматизированного проектирования".- Харьков:НТУ «ХПИ», 2001.-56 с.
5. Моделирование нагрузок в узлах шасси и динамических нагрузок и деформаций планера при посадке самолета Ту-334/http://www.euler.ru/distr/praxis/aviation/tu-334_landing.pdf

Домашнє завдання до теми 2 (4 бали)

Складіть блок-схему алгоритму і програму формування прямокутної матриці $m \times n$, елементи якої обчислюється за формулою (таблиця 4). i – індекс рядка, j – індекс стовпчика.

Таблиця 4

Варіант	1	2	3
Функція	$a_{ij} = \frac{i-2j}{\sqrt{i^2-j^2}} \sqrt{ij}$	$a_{ij} = \frac{i^3+2j}{\sqrt{j^3-i^2-j^2}}$	$a_{ij} = \frac{i+j}{10i-j^2} + \sqrt{j-i}$
Варіант	4	5	6
Функція	$a_{ij} = \frac{ij-3j}{\sqrt{i^2-12ij+j^2}}$	$a_{ij} = \frac{i^3-2j^2}{\sqrt{\frac{i}{i-j}}j} + ij$	$a_{ij} = \frac{\sqrt{i-i}+2\sqrt{j-j}}{\sqrt{i^2-j^2}}$
Варіант	7	8	9
Функція	$a_{ij} = \frac{12i-j^3}{\sqrt{\frac{i+j}{i-j}}}$	$a_{ij} = \frac{i^2-2j+5}{j^2-2i+5}$	$a_{ij} = \frac{i(2i-2j)}{\sqrt{j(2j-2i)}j^2}$
Варіант	10	11	12
Функція	$a_{ij} = \frac{j+i-2j}{\sqrt{j^2-i^2}}$	$a_{ij} = \frac{(j+i)(2i-2j)}{\sqrt{(i^2+j^2)(j^2-i^2)}}$	$a_{ij} = \frac{j+i^3-2j}{\sqrt{j^2j^3-i^2i^3}}$

Навчальні досягнення по темі 2

Контрольні запитання (теоретична частина)	Самостійна робота	Лабораторна робота	Домашня робота	Всього за тему

Тема 3. Моделі процесів експлуатації ПС

Ключові слова: експлуатація ПС, авіаційна техніка, інженерні задачі, льотна експлуатація, інженерно-технічне забезпечення, експлуатаційні фактори, експлуатаційні характеристики ПС, інженерно-технічні розрахунки, надзвичайні ситуації, заходи із попередження авіаційних подій, форми ТО, надійність ПС, параметри надійності ПС, модель процесу, дросельна характеристика двигуна

Знання та вміння, якими студенти повинні володіти на початку вивчення теми:

1. **Знати:** Ключові поняття і термінологію сфери експлуатації ПС, поняття інженерної задачі, технологію, методи і способи розв'язання інженерних задач.
2. **Вміти:** шукати необхідні інформаційні джерела, працювати з технічною документацією, аналізувати і відбирати необхідну інформацію, ставити інженерну задачу, формувати предметну область поставленої задачі, вибирати метод і спосіб її розв'язання.

Знання, якими студенти повинні володіти після вивчення теми:

1. **Знати:** технологію, способи і методи розробки комп'ютерних моделей інженерних задач, пов'язаних із процесами експлуатації ПС.
2. **Вміти:** розробляти та реалізовувати у середовищі MATLAB комп'ютерні моделі інженерних задач, пов'язаних із процесами експлуатації ПС.

Базові теоретичні положення та термінологія теми 3

Експлуатація ПС – ефективне використання авіаційної техніки, спрямоване на виконання мети – забезпечення ефективності і безпеки авіаційних перевезень. Авіаційний інженер застосовує знання, вміння та досвід для розв'язання ефективної задач експлуатації АТ.

Інженерна задача –

Дросельна характеристика двигуна відображує залежність тяги P_R і питомої витрати палива від частоти обертання ротора двигуна (оборотів двигуна).

Приклади моделей розв'язання інженерних задач

1. Моделі прохідності ПС по ґрунту

Розрахунки прохідності ПС включають:

- a) Розрахунки потрібної тяги авіадвигуна (тягового зусилля буксирувальника) для зрушення літака з ґрунтової стоянки.
- b) Розрахунки глибини колії, яку залишають колеса літака.
- c) Розрахунки коефіцієнта тертя колес літака (коефіцієнта опору ґрунту руху літака)

Приклад 3.1. Розрахунок потрібної тяги двигуна для зрушення літака із ґрунтової стоянки

Опис проблеми: В деяких випадках літакам доводиться здійснювати приземлення на ґрунтові смуги та стояти на ґрунтових стоянках. У цих випадках значимості набуває така характеристика як прохідність літака. Прохідність розуміють як здатність літака зрушити з місця, рулити за допомогою двигунів та здійснювати зліт з ґрунтового аеродрому регламентних розмірів. При цьому залишкові колії, які утворюються колесами, не можуть перевищувати допустимої глибини з умов тривалого збереження смуги у придатному для експлуатації стані та запобігання пошкодження шасі.

Постановка задачі: Розробити комп'ютерну модель визначення потрібної тяги авіаційного двигуна легкого дозвукового літака (тягового зусилля буксирувальника) для зрушення літака з ґрунтової стоянки.

Вхідні дані: вага літака $G=7570$ кг., коефіцієнт тертя $f=0.11$.

Алгоритм розв'язання задачі.

Потрібна тяга двигуна обчислюється за формулою: $P_{зруш} = kfG$,

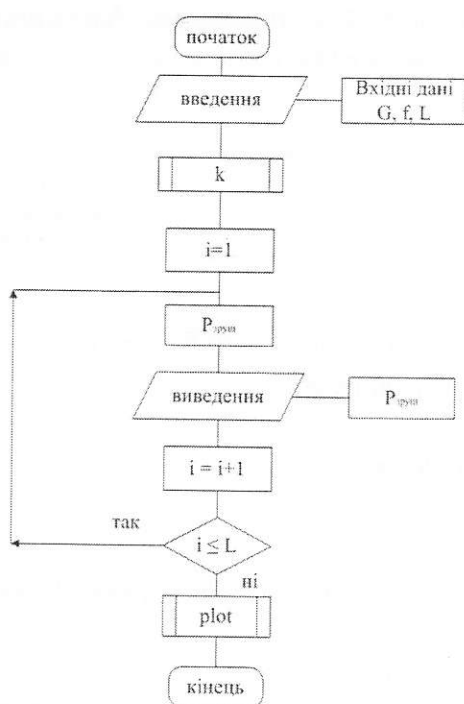
де $P_{зруш}$ - потрібна тяга; k – коефіцієнт збільшення сили тертя зрушення; f – коефіцієнт тертя.

Здійснити розрахунки для різних значень коефіцієнта тертя, який залежить від стану ґрунту. Значення коефіцієнта збільшення сили тертя задані у таблиці 3.1.

Таблиця 3.1. Значення коефіцієнта збільшення сили тертя

k	1.0	1.1	1.2	1.4	1.5	1.6	1.7
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

Блок-схема алгоритму



Програма

```

%grunt1
%input data
%coefficient of friction
k=1.2:0.1:1.7
G=7570
f=0.11
for i=1:7
    Pstr(i)=k(i)*f*G
end
plot(k,Pstr)
xlabel('coefficient of friction')
ylabel('Engine Power')
grid on
  
```

По дросельній характеристиці двигуна (рис.3.1) для кожного значення тяги визначаються потрібні обороти двигуна для зрушення літака.

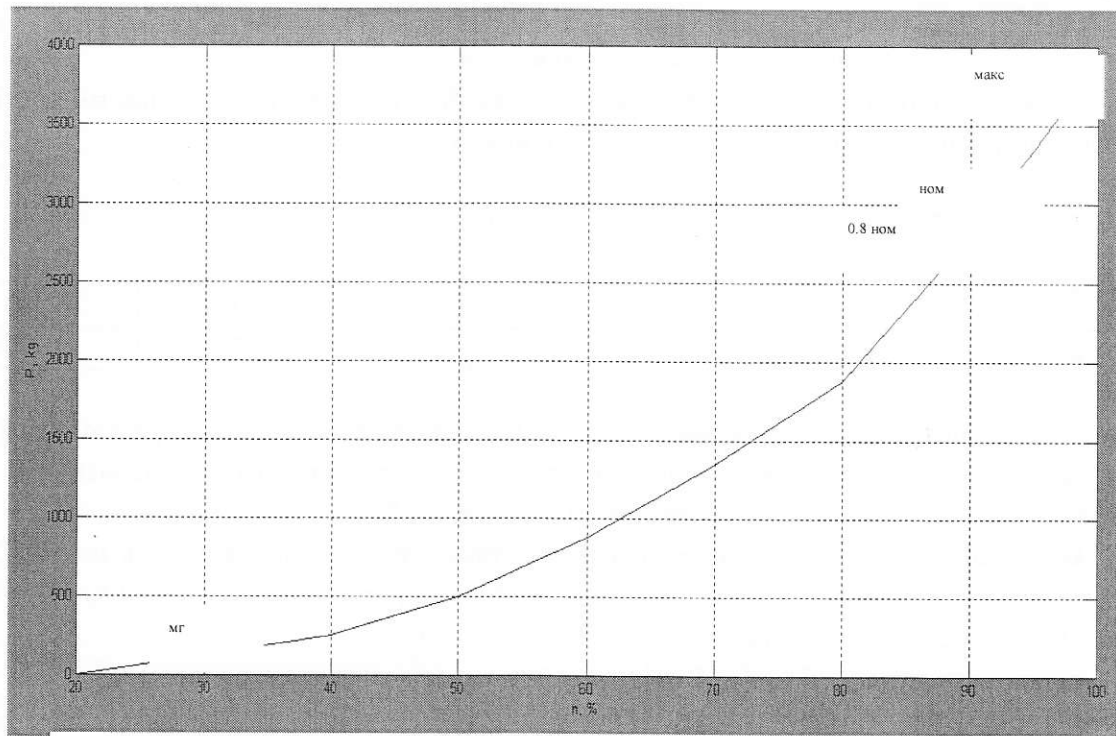


Рисунок 3.1 - Дросельна характеристика двигуна

Приклад 3.2. Розрахунок глибини колії, яку залишають колеса літака на ґрунтовій смузі або стоянці

Опис проблеми: Для ґрунтових аеродромів встановлюють максимально допустиму глибину колії $h_{\text{доп}}$ з метою уникнення руйнування (прорізання) дернового покриття та збереження смуги у придатному для експлуатації стані на тривалий період.

Для літаків із великою тягоозброєністю руління і зліт можливі при великій глибині залишкової колії $h_{\text{доп}}=20-30$ см, що значно більше величини, допустимої для звичайних типів літаків. Проте при подальших руліннях, зльотах і приземленнях літаків на смуги з глибокими борознами може відбутися пошкодження шасі.

Постановка задачі

Визначити придатність вибраного аеродрому до експлуатації згідно умов колієутворення.

Алгоритм розв'язання задачі

Допустиме значення глибини колії визначається по формулам:

$$h_{\text{доп}} \leq B/4 \quad \text{або} \quad h_{\text{доп}} \leq \delta_{\text{ст}} = (0.065 \div 0.075)D,$$

де B – ширина колеса; $\delta_{\text{ст}}$ – стоянкове обтиснення колеса на твердому покритті; D – діаметр колеса.

Глибина колії залежить від міцності ґрунту, характеристик шасі літака і обчислюється за формулою:

$$h = \frac{q_{ок}^2 D}{\mu \xi^2 \sigma^2} k^2,$$

де $q_{ок}$ – питоме навантаження основного колеса;

μ – коефіцієнт врахування деформації пневматика під дією ґрунту різної міцності для стандартних умов навантаження колес (див. таблицю 3.2);

Таблиця 3.2

δ кг/см ²	6	8	10	12	18
μ	1	1.25	1.5	2	2.5

ξ – коефіцієнт врахування нестандартності навантаження колеса, в результаті якого його стоянкове обтискання відрізняється від нормального, визначається по експериментальних графіках. При $\delta_{ст}=(0.065 \div 0.075)$ $\xi=1.0$;

k_2 – коефіцієнт врахування наявності на літаку других колес, які ідуть по колії, що прокладена першими (танделом), на величину h . В залежності від типу ґрунту $k_2 = 1.5 \div 1.75$; якщо немає колес, що ідуть танделом, $k_2 = 1.0$.

σ – міцність ґрунту, кг/см². Міцність ґрунту вимірюється за допомогою ударника У-1. Якщо міцність ґрунту є недостатньою, то необхідно здійснити його ущільнення.

Мінімальна потрібна міцність ґрунту $\sigma_{потр}$ визначається по формулі:

$$\sigma_{потр} = \frac{q_{ок} \sqrt{k_2}}{\sqrt{\mu \xi} \sqrt{\frac{h_{дон}}{D}}}.$$

Вхідні дані: визначена міцність смуги і руліжних доріжок $\sigma=6$ кг/см²; максимальне стоянчне навантаження на основне колесо $\sigma_{ок}=3460$ кг.; діаметр колеса $D=660$ мм.; ширина колеса $B=220$ мм.; $\mu=1.0$; нормальне стоянчне обтиснення колеса $\xi=1.0$; $k_2=1.0$ (на стойках шасі по одному колесу).

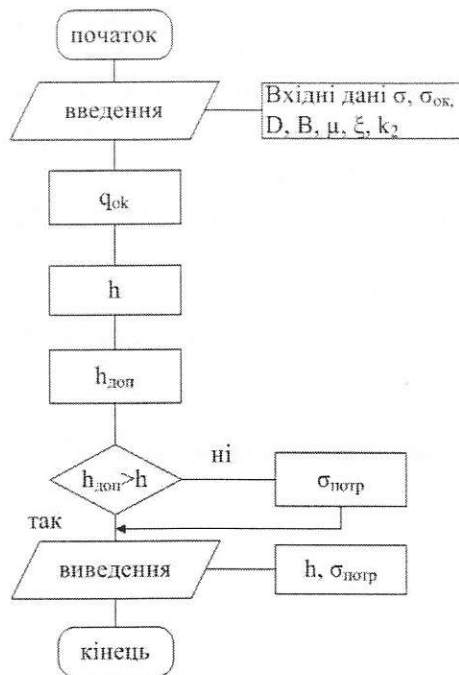
Прийняті ідентифікатори:

σ	$\sigma_{ок}$	D	B	μ	ξ	k_2	$h_{дон}$	$\sigma_{потр}$
<i>sig</i>	<i>sigok</i>	<i>D</i>	<i>B</i>	<i>mu</i>	<i>eps</i>	<i>k2</i>	<i>hdop</i>	<i>sigpotr</i>

Алгоритм розв'язання задачі.

1. Визначити питоме навантаження основного колеса $q_{ок} = \frac{G_{ок}}{DB}$.
2. Визначити розрахункову глибину колії h .
3. Визначити допустиму глибину колії $h_{дон}$.
4. Визначити, чи задовольняє h вимогам.
5. Якщо ні, то визначити, до якої міцності потрібно ущільнити ґрунт – розрахувати мінімальну потрібну щільність ґрунту $\sigma_{потр}$.

Блок-схема алгоритму



Програма (завдання лабораторної роботи).

Приклад 3.3 Визначення коефіцієнту тертя колес літака

Коефіцієнт тертя колес літака (коефіцієнт опору ґрунту руху літака) визначається за допомогою трьох методів: аналітичним методом, методом пробних рулів, за допомогою динамометричних візків.

Метод пробних рулів полягає у наступному. Пілот отримує завдання прорулити вздовж злітно-посадочної смуги на мінімальній швидкості усталеного руху і фіксувати оберти двигуна під час рulinня. При рulinні на малій швидкості 15÷30 км/год аеродинамічними силами можна знехтувати, тоді

$$P_{\text{эф. рул.}} \approx F_{\text{тер}} = fG. \quad P_{\text{эф. рул.}} = P_{0, \text{рул.}} k_1,$$

де $P_{0, \text{рул.}}$ - стендова тяга двигуна за стандартних атмосферних умов; $k_1 = 0.9 \div 0.95$ - коефіцієнт врахування витрат тяги у каналах силової установки; для різних літаків.

По виміряним обертам рulinня визначають приведені оберти: $n_{\text{пр}} = n_{\text{вим}} \sqrt{\frac{T_0}{T}}$,

де T_0 - температура згідно Міжнародної Стандартної Атмосфери (МСА), дорівнює 275+15⁰С; T - фактична температура, при якій проводяться випробування, дорівнює 275+ температура навколишнього середовища.

По дросельній характеристиці знаходять $P_{\text{рул.}}$, відповідне $n_{\text{пр}}$.

Обчислюють коефіцієнт тертя: $f = \frac{k_1 P_{\text{рул.}}}{G}$.

Практична частина

Завдання на самостійну роботу із підготовки до лабораторної роботи № 2

1. Здійснити інформаційний пошук і вписати у зошит визначення базових понять сфери експлуатації ПС: експлуатація ПС, авіаційна техніка, льотна експлуатація, інженерно-технічне забезпечення, експлуатаційні фактори, експлуатаційні характеристики ПС, інженерно-технічні розрахунки, надзвичайні ситуації, заходи із попередження авіаційних подій, форми ТО, надійність ПС, параметри надійності ПС, модель процесу, дросельна характеристика двигуна.
2. Сформулювати визначення інженерної задачі.
3. Сформулювати перелік інженерних задач, які повинна розв'язувати інженерно-технічна служба у процесі експлуатації ПС

Результат виконання самостійної роботи (4 бали)

Лабораторна робота №2 (8 балів)

Мета. У ході виконання завдань лабораторної роботи студенти набувають вмінь розробки моделей розв'язання задач сфери експлуатації ПС та реалізації їх у середовищі системи MATLAB

Завдання 1. Ввести текст програми для задачі з прикладу 3.1. Здійснити розрахунки для літаків різної ваги (таблиця 3.3) і проаналізувати результати. Зробити скріншоти результатів. Сформулювати висновки.

Таблиця 3.3

G кГ	6000	6500	7000	7500	8000
------	------	------	------	------	------

Результати виконання завдання 1

Завдання 2. Розробити комп'ютерну модель (опис проблеми, постановка задачі, алгоритм розв'язання, блок-схема, програма, скріншоти результатів, висновки) визначення потрібної тяги легкого дозвукового літака для зрушення його з місця стоянки на бетоні.

Вхідні дані: коефіцієнт тертя $f=0.04$; $k=1.2$. G взяти із таблиці 3.3.

Порівняти результат із результатом розв'язання задачі 1. Сформулювати висновки.

Результати виконання завдання 2

Завдання 3. Розробити комп'ютерну модель (опис проблеми, постановка задачі, алгоритм розв'язання, блок-схема, програма, скріншоти результатів, висновки) визначення потрібної тяги авіаційного двигуна (тягового зусилля буксирувальника) для зрушення з ґрунтової стоянки важкого літака з двома ТРД.

Вхідні дані: $G=72000$ кг.; $f=0.08$; $k=1.7$. Дросельна характеристика двигуна подана на рис.13. **Відповідь:** $P_{зруш.}=4900$ кГ., $n_{зруш.}=3650$ об/хв.

Результати виконання завдання 3

Завдання 4. Розробити програму моделі дослідження придатності ґрунтового аеродрому для експлуатації легких літаків за критерієм колієутворюваності; якщо ґрунт потрібно ущільнити, то визначити, до якої міцності $\sigma_{\text{потр}}$.

Вхідні дані: визначена щільність ґрунту $\sigma=6$ кг/см²; максимальне стоянкове навантаження на основне колесо $\sigma_{\text{ок}}=3460$ кг; діаметр колеса $D=660$ мм.; ширина колеса $B=220$ мм.; коефіцієнт деформації пневматика $\mu=1.0$; номальне стоянкове обтискання колеса $\xi=1.0$; наявність тандему колес $k_2=1.0$ (на стойках шасі по одному колесу); тиск у шинах літака $P_k=10$ кг/см².

Відповідь: $q_{\text{ок}}=2.62$ кг/см²; $h=12.6$ см; $h_{\text{доп}}=5,0$ см; $\sigma_{\text{потр}}=9.5$ кг/см².

Результати виконання завдання 4

Контрольні запитання до теми 3 (6 балів)

Рівень	Запитання	Бали
1. Знання	1.1. Дати означення понять: експлуатація ПС, інженерна задача, інженерно-технічне забезпечення, експлуатаційні фактори, експлуатаційні характеристики ПС, інженерно-технічні розрахунки, модель об'єкту, модель процесу	1
2. Розуміння	2.1. Наведіть приклади інженерних задач, які потребують програмної реалізації моделей у системі MATLAB	2
	2.2. Поясніть необхідність моделювання експлуатаційних факторів та експлуатаційних характеристик ПС	2
	2.3. Наведіть приклади інженерно-технічних розрахунків, які потребують програмної реалізації у системі MATLAB	2
	2.4. Назвіть та класифікуйте відомі вам експлуатаційні процеси, які потребують модельної реалізації	2
3. Використання	3.1. Поясніть основні принципи розробки моделей інженерних задач	3
	3.2. Поясніть основні принципи розробки моделей процесів експлуатації ПС	3
4. Аналіз	4.1. Поясніть призначення та основні характеристики блок-схем алгоритмів	4
5. Синтез	5.1. Сформулюйте основні принципи програмної реалізації моделей процесів експлуатації ПС у системі MATLAB	5
6. Оцінювання	6.1. Запропонуйте альтернативні експлуатаційні задачі тим, що подані у прикладах теми 3.	6
	6.3. Проаналізуйте результати, отримані в процесі моделювання експлуатаційних задач теми 3, та оцініть переваги і недоліки використаних моделей	6

Література до теми 3

1. Шуп Т. Решение инженерных задач на ЭВМ: Практическое руководство.-М.:Мир, 1982.- 238 с.
2. Динамический анализ нагружения самолета на земле / <http://cnit.ssau.ru/TechFEM/DynLoading.htm>
3. А380: к приему готовы? / http://www.aviapanorama.narod.ru/journal/2005_2/a380.htm
4. Основные характеристики силовой установки / http://pilotinfo.ru/Documents/Aerodynamics/ch12.htm#Дроссельная_характеристика
5. Словарь авиационных терминов / <http://aeroexpert.com/ru/manual/h/>
6. Авиапорт.справочник / <http://www.aviaport.ru/directory/dict/?id=3772&char=232&type=Term&page=1>
7. Нагрузки шасси / http://cnit.ssau.ru/virt_lab/shassi/sh1_2.htm
8. Раздел с – прочность. Общие положения . 23.301. Нагрузки./ http://www.avion.ru/info/docs/doc_ruslaw/ap23/23-4.htm

9. Классификационное число воздушного судна (ACN) / <http://www.aviateka.ru/Terms-acn.htm#logo-aviateka>
10. Классификационное число покрытия (PCN) / <http://www.aviateka.ru/Terms-pcn.htm#logo-aviateka>

Домашнє завдання до теми 3 (4 бали)

Розробити модель визначення коефіцієнту тертя кочення легкого дозвукового літака за методом пробних рулінь, сформуванати алгоритм розв'язання задачі, розробити блок-схему алгоритму, написати програму та здійснити обчислювальний експеримент. Проаналізувати результати та написати висновки.

Варіанти завдань подані у таблиці 3.4.

Таблиця 3.4

Параметр	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
G, кг	7570	5700	6740	7200	6530	5690	7130	5620	5920	6225
$t^{\circ}\text{C}$	30	25	36	18	12	10	15	19	33	6
k_1	0.9	0.95	0.92	0.91	0.93	0.94	0.93	0.95	0.9	0.91
n, %	61,5	70	70.2	79	65	69.2	75	79	81	60
N	1	2	1	2	2	2	1	1	2	2
T	303	310	298	289	278	306	290	296	280	285

Примітка.

1. У таблиці 3.4:

1.1. G – вага літака, кг; t – температура зовнішнього повітря, град. С; k_1 – коефіцієнт врахування втрат тяги у каналах силової установки; n – заміряні обороти руління, %; N – кількість двигунів; T_0 – температура по МСА

2. Коефіцієнт тертя $f=0.098$ відповідає ґрунтовому аеродрому із трав'яним покриттям.
3. Сумарна тяга визначається тягою одного двигуна, помноженою на кількість двигунів
4. Після визначення n_{np} у програмі, необхідно вручну визначити тягу P по дросельній характеристиці (рис.3.1) і ввести її з клавіатури для розрахунку коефіцієнта тертя f .

Навчальні досягнення по темі 2

Контрольні запитання (теоретична частина)	Самостійна робота	Лабораторна робота	Домашня робота	Всього за тему

Тема 4. Моделі забезпечення запчастинами

Ключові слова:

Оптимізація, запасні частини, коефіцієнт запасу, норма запасних частин, експлуатаційні витрати, динамічне програмування, закон Пуассона розподілення випадкової величини, довірна ймовірність

Знання та вміння, якими студенти повинні володіти на початку вивчення теми:

1. **Знати:** суть основних процесів технічної експлуатації ПС.
2. **Вміти:** розробляти і реалізовувати програмно моделі процесів, які мають місце у ході реалізації ТО ПС.

Знання, якими студенти повинні володіти після вивчення теми:

1. **Знати:** типи моделей забезпечення процесів технічної експлуатації ПС запасними частинами, основні підходи і методи їх реалізації.
2. **Вміти:** розробляти і реалізовувати програмно найпростіші моделі оптимізації процесів технічної експлуатації ПС.

Базові теоретичні положення та термінологія теми 4

При визначенні оптимальної кількості авіаційних двигунів та агрегатів ПС приймається припущення, що відмова авіадвигуна або агрегату ПС може статися з трьох причин:

1. Вироблення технічного ресурсу.
2. Пошкодження у процесі експлуатації.
3. Конструктивно-виробничі або експлуатаційні причини.

Загальний кількість виведених з експлуатації двигунів або агрегатів ПС:

$$N_0 = N_p + N_\delta + N_{np}.$$

Середня потрібна витрата ресурсу авіадвигуна за прийнятий період з розрахунку на один двигун:

$$P_d = n\tau + 0.2n\tau \frac{\delta}{100},$$

де $n\tau$ - напрацювання двигуна у польоті; n - кількість польотів; τ - тривалість польоту; $0.2n\tau$ - напрацювання двигуна на землі, яке зараховується у ресурс; δ - відсоток напрацювання двигуна на землі від його напрацювання у польоті (за статистичними даними $\delta=12-15\%$).

Потрібна кількість двигунів (агрегатів) по виробленню ресурсу визначається порівнянням потрібного ресурсу з його залишком на всіх двигунах, встановлених на ПС.

Всі двигуни (агрегати), у яких залишок ресурсу менше або дорівнює потрібному, підлягають заміні у ході льотної експлуатації. Приймаючи до уваги зменшення кількості ПС на кінець періоду льотної експлуатації, потрібна кількість двигунів для заміни з причини вироблення технічного ресурсу визначається як:

$$N_p = N_{p1} \frac{C_n}{C_0},$$

де N_{p1} – кількість двигунів, які підлягають заміні із причини вироблення ресурсу без врахування зменшення кількості ПС за списком; C_n – кількість ПС на кінець періоду експлуатації; C_0 – кількість ПС на початок періоду експлуатації.

Відхід агрегатів по через вироблення ресурсу визначається аналогічно, але з урахуванням фактичних витрат ресурсу при роботі агрегату кожного типу у польоті і на землі.

Кількість двигунів, які підлягають заміні через їх пошкодження:

$$N_{\delta d} = k_{\delta d} A \tau i \frac{1}{100},$$

де $k_{\delta d}$ – статистичний коефіцієнт, який враховує можливість пошкодження авіадвигуна; A – загальна запланована на період експлуатації кількість польотів; τ – середня тривалість польоту; i – кількість двигунів на ПС; $\frac{1}{100}$ – коефіцієнт, який враховує кількість пошкоджених двигунів на 100 годин польоту.

Кількість агрегатів, які підлягають заміні через їх пошкодження на ПС, та тих, що потребують поточного і дрібного ремонту:

$$N_{\delta r} = (k_N + k_M) A i k_{na},$$

де k_N, k_M – коефіцієнти, які враховують відхід ПС на поточний та дрібний ремонт; A – загальна кількість запланованих вильотів; i – кількість агрегатів на ПС; $k_{na} = \frac{s_a}{s_c} = (0.01 \div 0.1)$ – умовна імовірність пошкодження агрегату на ПС; s_a – пошкоджена площа агрегату; s_c – пошкоджена площа ПС.

Відхід двигунів на заміну через конструктивно-виробничі і експлуатаційні причини:

$$N_{pr.d} = k_{pr.d} A \tau i \frac{1}{100},$$

де $k_{pr.d}$ – статистичний коефіцієнт, який враховує виведення з ладу двигуна через конструктивно-виробничі та експлуатаційні причини.

Відхід агрегатів ПС на заміну через конструктивно-виробничі і експлуатаційні причини:

$$N_{pr.a} = \lambda A \tau i k_{\tau},$$

де $k_{\tau} = \frac{\tau_a}{\tau}$ – коефіцієнт, який враховує відносний час роботи агрегату τ_a за час польоту ПС τ ; λ – інтенсивність відмов агрегатів.

При обчисленні потрібної кількості авіадвигунів або агрегатів необхідно враховувати їх наявність на складах N_{skl} , надходження із ремонту N_{rem} та формування запасного оборотного фонду запасних агрегатів N_f у обсязі 25%.

Тоді загальна кількість двигунів (агрегатів), на яку потрібно подавати заявку:

$$N_{\Sigma} = N_0 + N_f - (N_{skl} + N_{rem}),$$

де $N_f = 0.25 C_n i$.

Приклад 4.1. Модель оптимізації кількості однотипних запасних частин
Опис проблеми:

Постановка задачі: Визначити оптимальну кількість запасних агрегатів та інтервал часу між поданнями замовлень за умови, що нестача запасних частин є недопустимою.

Вхідні дані:

№	Параметр	Значення	Опис параметра	Ідентифікатор
1	C_z	120	Вартість замовлення, включаючи вартість агрегату	
2	C_{mis}	0.1	Вартість зберігання агрегату протягом місяця на складі	
3	R	200	Середня потрібна кількість агрегатів на рік	
4	T	12	Запланований період часу, міс.	

Алгоритм розв'язання задачі

Оптимальна кількість зумовлених агрегатів:

$$q_o = \sqrt{2 \frac{RC_z}{TC_{mis}}}$$

Оптимальний інтервал між замовленнями:

$$t_{so} = \sqrt{2 \frac{RC_z}{RC_{mis}}}$$

Блок-схема алгоритму: (завдання лабораторної роботи).

Програма: (завдання лабораторної роботи).

Приклад 4.2. Модель оптимізації заявки на запасні авіаційні двигуни

Опис проблеми:

Постановка задачі: Визначити оптимальний запас авіаційних двигунів для

Вхідні дані:

№	Параметр	Значення	Опис параметра	Ідентифікатор
1	n	30	Кількість вильотів	
2	τ	1.2	Тривалість польоту	
3	δ	15%	Відсоток напрацювання двигуна на землі від його напрацювання у польоті	
4	k	0.75		
5	$k_{\delta d}$	0.7	статистичний коефіцієнт, який враховує можливість пошкодження авіадвигуна	
6	k_{prd}	0.3	статистичний коефіцієнт, який враховує виведення з ладу двигуна через конструктивно-виробничі та експлуатаційні причини	
7	i	1	Кількість двигунів на ПС	
8	N_{skl}	8	Кількість двигунів на складі	
9	A	1080	Кількість вильотів ПС	
10	Res	З таблиці 4.1	Залишок ресурсу двигунів	
11	C_0	36	Кількість ПС на початок періоду експлуатації	

Таблиця 4.1

Ресурс	До 40 год	До 100 год	До 150 год	До 200 год	До 250 год
Кількість двигунів	4	10	6	8	8

Алгоритм розв'язання задачі

Потрібний ресурс кожному двигуну на здійснення льотної експлуатації:

$$P_d = n\tau + 0.2n\tau \frac{\delta}{100}.$$

На основі значення P_d по таблиці 20 визначаємо кількість двигунів, які підлягають заміні через вироблення ресурсу.

Кількість двигунів для заміни з причини вироблення технічного ресурсу:

$$N_{pd} = N_{pid} \frac{C_n}{C_0},$$

де $C_n = kC_0$.

Кількість двигунів, які підлягають заміні через пошкодження:

$$N_{sd} = k_{sd} A \tau i \frac{1}{100}.$$

Кількість двигунів, які підлягають заміні через конструктивно-виробничі та експлуатаційні причини:

$$N_{pr.d} = k_{pr.d} A \tau i \frac{1}{100}.$$

Кількість двигунів для формування оборотного фонду:

$$N_f = 0.25C_n i.$$

Потрібна кількість запасних двигунів на період льотної експлуатації ПС для формування заявки:

$$N_z = N_0 + N_f - (N_{skl} + N_{rem}).$$

Блок-схема алгоритму: (завдання лабораторної роботи).

Програма: (завдання лабораторної роботи).

Приклад 3. Модель оптимізації заявки на запасні гідронасоси
Опис проблеми:

Постановка задачі: Визначити оптимальний запас гідронасосів
Вхідні дані:

№	Параметр	Значення	Опис параметра	Ідентифікатор
1	n	100	Кількість вильотів	
2	τ	2	Тривалість польоту	
3	δ	15%	Відсоток напрацювання двигуна на землі від його напрацювання у польоті	
4	k_T	0.1		
5	K_m	0.2	статистичний коефіцієнт, який враховує можливість пошкодження авіадвигуна	
6	k_{na}	0.01	статистичний коефіцієнт, який враховує виведення з ладу двигуна через конструктивно-виробничі та експлуатаційні причини	
7	i	4	Кількість двигунів на ПС	
8	k_τ	1.0	Кількість двигунів на складі	
9	A	1000	Кількість вильотів ПС	
10	$Resa$	З таблиці 4.2	Залишок ресурсу гідронасосів на літаках	
11	C_0	36	Кількість ПС на початок періоду експлуатації	
12	C_n	27	Кількість ПС на кінець періоду експлуатації	
13	N_{skl}	24	Кількість запасних гідронасосів на складі	
14	N_{rem}	16	Кількість гідронасосів, які надходять з ремонту	
15	P_a	0.98	Довірча ймовірність забезпечення агрегатами	
16	λ	$5 \cdot 10^{-4}$	Інтенсивність відмов агрегатів	

Таблиця 4.2

Ресурс	До 150 год	До 250 год	До 350 год	До 450 год	До 500 год
Кількість агрегатів	22	20	42	36	24

Алгоритм розв'язання задачі

Потрібний ресурс кожного агрегату за період експлуатації:

$$P_a = n\tau\left(1 + \frac{\delta}{100}\right).$$

На основі значення P_a по таблиці 21 визначаємо кількість агрегатів, які підлягають заміні через вироблення ресурсу.

Приймаючи до уваги зменшення кількості ПС на кінець періоду льотної експлуатації, потрібна кількість агрегатів для заміни з причини вироблення технічного ресурсу визначається як:

$$N_{pa} = N_{pla} \frac{C_n}{C_0}.$$

Кількість агрегатів, які підлягають заміні через їх пошкодження:

$$N_{\delta a} = (k_N + k_M) A i k_{na}.$$

Кількість агрегатів ПС, які підлягають заміні через конструктивно-виробничі і експлуатаційні причини:

$$N_{pr.a} = \lambda A \tau i k_{\tau}.$$

Загальна кількість агрегатів, які підлягають заміні:

$$N_{za} = N_{pa} + N_{\delta a} + N_{pr.a}.$$

По таблиці 4.3 за значенням довірчої ймовірності та отриманим значенням N_{za} визначається приблизна кількість агрегатів N , яку потрібно включити до заявки.

Кількість агрегатів для формування запасного оборотного фонду: $N_f = 0.25 C_n i$.

Кількість агрегатів, яку потрібно включити до заявки:

$$N_{\Sigma} = N + N_f - (N_{skl} + N_{rem}).$$

Таблиця 4.3

P	0.8	0.85	0.9	0.95	0.98	0.99
N_{za}	N					
1	1	2	2	3	3	4
2	3	3	3	4	5	6
3	4	4	4	5	5	6
4	5	5	6	7	8	9
5	6	7	7	8	10	11
6	8	8	9	10	11	12
8	10	11	12	13	14	15
10	13	13	14	15	17	18
20	22	24	26	27	29	31
30	34	36	37	39	41	43
40	45	46	48	50	53	55
50	56	57	59	62	65	67
60	66	68	70	73	76	78
80	89	89	92	95	99	101
100	108	110	113	116	120	124

Блок-схема алгоритму: (завдання лабораторної роботи).

Програма: (завдання лабораторної роботи).

Практична частина

Завдання на самостійну роботу із підготовки до лабораторної роботи 3

1. Здійснити інформаційний пошук та виписати у зошит базові поняття теми (скористатися переліком ключових слів).
2. Здійснити огляд існуючих методів оптимізації та написати коротке резюме з цього питання. Вказати використані літературні джерела.
3. Здійснити інформаційний пошук та виявити проблеми, пов'язані із матеріальним забезпеченням процесів технічної експлуатації та плануванням оптимальної кількості запасних частин. Скласти перелік проблем.
4. Сформулювати опис проблем для прикладів 1-3 та записати у відведені місця.

Результати виконання самостійної роботи (4 бали)

Лабораторна робота № 3 (16 балів)

Мета

У ході виконання завдань лабораторної роботи студенти набувають вмінь розробки моделей оптимізації процесів технічної експлуатації ПС та їх програмної реалізації у середовищі системи MATLAB.

Завдання 1 (1 бал)

Для задач із прикладів 1-2 розробити моделі, скласти блок-схеми алгоритмів.

Завдання 2 (1 бал).

Для задач із прикладів 1-2 написати програми.

Завдання 3 (2 бали). Здійснити обчислювальні експерименти для задач із прикладів 1-2 у середовищі системи MATLAB. Результати записати у зошит. Сформулювати висновки.

Результати виконання завдань 1-3.

Контрольні запитання до теми 4 (6 балів)

Рівень	Запитання	Бали
1. Знання	1.1. Дати означення понять: оптимізація, запасні частини, коефіцієнт запасу, норма запасних частин, експлуатаційні витрати, динамічне програмування, довірна ймовірність	1
2. Розуміння	2.1. Наведіть приклади видів діяльності інженерно-авіаційної служби, пов'язаної із забезпеченням процесу технічної експлуатації запасними частинами	2
	2.2. Поясніть необхідність моделювання процесів забезпечення запасними частинами	2
	2.3. Наведіть приклади задач, які необхідно розв'язувати у ході забезпечення ТО ПС запасними частинами, і які потребують моделювання	2
	2.4. Назвіть та класифікуйте відомі вам типи робіт з технічного обслуговування АТ	2
3. Використання	3.1. Поясніть основні принципи розробки моделей запасів	3
	3.2. Поясніть основні принципи програмної реалізації моделей запасів	3
4. Аналіз	4.1. Поясніть основні характеристики програм моделей запасів	4
5. Синтез	5.1. Сформулюйте основні ідею та принципи оптимізації	5
6. Оцінювання	6.1. Виявіть основні суперечності, які виникають у ході реалізації процесів оптимізації.	6
	6.2. Проаналізуйте результати, отримані в процесі моделювання задач теми 8, та оцініть переваги і недоліки використаних моделей, їх достовірність, точність, адекватність.	6

Література до теми 4

1. CALS-технологии/ <http://www.cals.ru/policy/>
2. Развитие логистики в гражданской авиации / http://www.logistics.ru/9/6/i20_28008p3.htm
3. Логистика через призму авиации / http://www.logistics.ru/9/13/i20_22555p0.htm
4. Гомзяков Л.И. Оптимизация процессов технической эксплуатации воздушных судов: Учебное пособие.-К.:КИИГА, 1992.- 50 с.

Домашнє завдання до теми 4 (4 бали)

Розробити модель, блок-схему алгоритму, програму та здійснити обчислювальний експеримент для задачі з прикладу 3.

Варіанти завдань подані у таблиці 4.4.

Таблиця 4.4

Варіант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Показник														
n	100	110	115	98	90	122	89	95	125	122	104	80	87	92
τ	2	2	1,5	1	1	1,2	2,2	2	3	2	1	2,2	1,5	3
$\delta\%$	15	12	13	14	13	14	15	12	12	14	15	13	13	12
k_T	0.1	0,2	0,25	0,15	0,13	0,22	0,17	0,16	0,23	0,19	0,18	0,21	0,14	0,21
K_m	0.2	0,21	0,22	0,22	0,23	0,21	0,20	0,23	0,21	0,22	0,20	0,21	0,20	0,23
k_{na}	0.01	0,02	0,01	0,03	0,01	0,02	0,03	0,01	0,01	0,02	0,02	0,01	0,03	0,03
i	4	2	3	4	3	3	2	1	2	3	4	4	2	1
k_τ	1.0	1,1	0,2	1,0	1,2	1,3	1,2	1,1	1,0	1,2	1,3	1,1	1,1	1,3
A	1000	1500	2000	900	1020	1050	1300	1250	1550	1540	950	2100	1700	1100
Resa	Сформувати за допомогою генератора випадкових чисел													
C_0	36	40	35	42	50	30	25	37	46	32	29	44	51	38
C_n	27	32	26	36	42	22	17	29	38	24	21	36	43	30
N_{skl}	24	22	20	23	19	25	18	10	17	26	18	16	17	15
N_{rem}	16	20	15	22	30	10	5	17	26	12	9	24	31	18
P_a	0.98	0,92	0,95	0,88	0,85	0,82	0,9	0,93	0,86	0,87	0,91	0,94	0,97	0,95
λ	$5 \cdot 10^{-4}$													

Навчальні досягнення по темі 4

Контрольні запитання (теоретична частина)	Самостійна робота	Лабораторна робота	Домашня робота	Всього за тему

Навчальний план дисципліни

Тема	Лекція	годин	Лабораторна робота	годин
Тема 1. Базові положення сфери моделювання	1. Система, класифікація систем, основи системного аналізу, предметна область, комп'ютерні технології	2	1. Базові принципи розробки моделей та їх програмної реалізації у середовищі системи MATLAB	2
	2. Модель, моделювання, класифікація моделей, концептуальна модель, математична модель, статистична модель, імітаційна модель, параметри моделі, характеристики моделі, технологія розробки моделей	4		
Тема 2. Базові принципи програмування моделей у середовищі системи MATLAB	3. Дані, структури даних, типи даних, матриця, вектор, алгоритм, блок-схема, програма, функція, інтерфейс, формат числа, масив	4	2. Принципи розробки та програмної реалізації MATLAB моделей процесів експлуатації ПС	4
	4. Система MATLAB, режими, інтерфейс, математичні операції, бібліотека функцій, допомога, структура програми	4		
Тема 3. Моделі процесів експлуатації ПС	5. Види експлуатації ПС. Типи інженерних задач. Основні принципи розробки моделей інженерних задач	4	3. Принципи розробки та програмної реалізації MATLAB моделей планування робіт із технічної експлуатації ПС	6
	6. Основні принципи реалізації моделей інженерних задач у системі MATLAB. Приклади моделювання інженерних задач	6		
Тема 4. Моделі запасів	14. Основні принципи реалізації моделей планування робіт із технічної експлуатації ПС у середовищі системи MATLAB. Приклади	6	4. Принципи розробки та програмної реалізації моделей технічного забезпечення робіт із експлуатації ПС у середовищі системи MATLAB.	6
	15. Базові поняття: суть SALS-технологій, проблеми технічного забезпечення процесів експлуатації ПС. Основні принципи розробки моделей технічного забезпечення робіт із технічної експлуатації ПС.	6		

Додаток 2

Методичні вказівки з оформлення домашніх завдань

Навчальним планом дисципліни «Моделювання експлуатаційних процесів і систем ПС» передбачено два домашніх завдання.

Перше домашнє завдання включає розв'язання задач за темами 1-2, друге – за темами 3-4. Обидва домашніх завдання оформлюються одним документом - звітом.

Структура звіту.

1. Титульна сторінка
2. Зміст (збирається автоматично засобами Microsoft Word).
3. Анотація (1 сторінка), яка включає загальну характеристику звіту, ключові слова, кількість сторінок документу, кількість рисунків та таблиць.
4. Список скорочень (аббревіатур), які використані у документі.
5. Вступ, у якому даються результати дослідження способів, методів, технологій модельних досліджень авіаційної сфери.
6. Перший підрозділ «Домашнє завдання №1».
7. Другий підрозділ «Домашнє завдання №2».
8. Висновки до звіту.
9. Список використаних інформаційних джерел («Література»).

Структура підрозділу звіту

Кожний підрозділ включає завдання з певних тем.

1. Номер завдання та його назва.
2. Опис проблеми
3. Постановка задачі
4. Вхідні дані (у табличній формі)
5. Опис ідентифікаторів
6. Алгоритм розв'язання задачі
7. Блок-схема алгоритму
8. Програма
9. Скріншоти результатів, графіки
10. Аналіз результатів
11. Висновки

ПРИМІТКА. Для пункту 5 (Вступ) доцільно використати результати самостійної роботи за темами 1-4.

Правила оформлення тексту звіту.

Границі тексту: 2-2-2-2. Шрифт Times New Roman, розмір 12.

Міжрядковий інтервал 1.15.

Вирівнювання тексту по лівому і правому краю.

Рамки специфікації за стандартом.

Нумерація рисунків та таблиць наскрізна. Обтікання рисунків у тексті – «сверху и снизу» або «вокруг рамки». Підрисуючні написи. У тексті обов'язкові посилання на рисунки.

Нумерація сторінок – внизу посередині. Нижче дається зразок титульної сторінки звіту.

Національний авіаційний університет
Аерокосмічних інститут
Факультет літальних апаратів
Кафедра збереження льотної придатності авіаційної техніки

ЗВІТ
про виконання домашніх завдань
з дисципліни
«Моделювання експлуатаційних процесів та систем
повітряних суден»

Виконав студент групи _____

Перевірив

(підпис)

Дата _____

Оцінка _____

Київ
2013

Інженерні задачі

Задача 1. Сталева балка закріплена між двома стінами при температурі 10°C . З якою силою кінці балки будуть давити на стіни при температурі 35°C ? Площа поперечного перерізу балки $S = 50 \text{ см}^2$. Модуль у пружності сталі $E = 2,1 \cdot 10^{11} \text{ Н/м}^2$.

Дано: $t_1 = 10^\circ\text{C}$, $t_2 = 35^\circ\text{C}$, $S = 50 \text{ см}^2$ ($5 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2$), $E = 2,1 \cdot 10^{11} \text{ Н/м}^2$, $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} \text{ К}^{-1}$; F - ?

Розв'язок: Сила, з якою балка давить на стіну $F = \sigma S$, де σ - напруження, що виникає в балці при її деформації. Із закону Гука слідує

$$\frac{\Delta l}{l_1} = \frac{1}{E} \sigma \quad (*)$$

де $\Delta l = l_2 - l_1$ - подовження балки при нагріванні. Оскільки

$$l_2 = l_1(1 + \alpha \Delta t^\circ), \quad (**)$$

$$\Delta l = l_1 \alpha \Delta t^\circ$$

Підставивши (**) в (*), отримаємо

$$\alpha \Delta t^\circ = \sigma / E,$$

звідки

$$\sigma = E \alpha \Delta t^\circ$$

Тоді шукана сила

$$F = \sigma S = E \alpha S \Delta t^\circ$$

$$[F] = (H/m^2)(1/K)m^2 \cdot K = H,$$

$$F = 2,1 \cdot 10^{11} \cdot 1,2 \cdot 10^{-5} \cdot 5 \cdot 10^{-3} \cdot 25 H = 3,15 \cdot 10^5 H$$

Задача 2. Біметалічна пластинка складається з двох пластинок, коефіцієнти лінійного розширення пластинок α_1 і α_2 , товщина пластинок d . Визначити радіус кривизни R біметалічної пластинки після нагрівання її на $\Delta t^\circ\text{C}$.

Дано: α_1 , α_2 , d , $\Delta t^\circ\text{C}$; R - ?

Розв'язок: При нагріванні одна пластинка подовжується більше, ніж друга, так як коефіцієнти лінійного розширення пластинок різні (припустимо, що $\alpha_1 > \alpha_2$), тому біметалічна пластинка викривляється (см. рис).

Довжини пластинок після нагрівання дорівнюють відповідно

$$l_1 = l_{10}(1 + \alpha_1 \Delta t^\circ); \quad l_2 = l_{20}(1 + \alpha_2 \Delta t^\circ)$$

З іншої сторони (см.рис.)

$$l_1 = R_1 \Delta \varphi, \quad \text{где} \quad R_1 = R + d/2,$$

$$l_2 = R_2 \Delta \varphi, \quad \text{где} \quad R_2 = R - d/2.$$

Тоді

$$(R + d/2) \Delta \varphi = l_{10}(1 + \alpha_1 \Delta t^\circ), \quad (*)$$

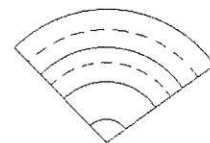
$$(R - d/2) \Delta \varphi = l_{20}(1 + \alpha_2 \Delta t^\circ), \quad (**)$$

де $l_{10} = l_{20}$ - довжини пластинок при початковій температурі. Розділивши (*) на (**), отримаємо

$$\frac{R + d/2}{R - d/2} = \frac{1 + \alpha_1 \Delta t^\circ}{1 + \alpha_2 \Delta t^\circ}$$

Остаточно

$$R = \frac{d(2 + (\alpha_1 + \alpha_2)\Delta t^\circ)}{(\alpha_1 - \alpha_2)\Delta t^\circ}$$



Задача 3. Діаметр колеса тепловоза при температурі $t_0 = 0^\circ\text{C}$ складає $d_0 = 2\text{ м}$. Визначити різницю кількості обертів колеса влітку при температурі $t_1 = 35^\circ\text{C}$ і взимку при температурі $t_2 = -25^\circ\text{C}$ на шляху пробігу тепловоза $S = 200\text{ км}$. Коефіцієнт лінійного розширення $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5}\text{ K}^{-1}$.

Дано: $t_1 = 35^\circ\text{C}$, $t_2 = -25^\circ\text{C}$, $S = 200\text{ км}$ ($2 \cdot 10^5\text{ м}$), $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5}\text{ K}^{-1}$, $d_0 = 2\text{ м}$; $\Delta n = ?$

Розв'язок: При зміні температури змінюється довжина окружності колеса, тому число обертів на одній і тій же відстані також буде різним.

Число обертів, що виконує колесо при температурах t_1 і t_2 відповідно дорівнює

$$n_1 = S/\pi d_1 \quad \text{и} \quad n_2 = S/\pi d_2$$

де

$$d_1 = d_0(1 + \alpha t_1) \quad \text{и} \quad d_2 = d_0(1 + \alpha t_2)$$

Остаточно

$$\Delta n = n_1 - n_2 = \frac{S}{\pi d_1} - \frac{S}{\pi d_2} = \frac{S}{\pi d_0} \left(\frac{1}{1 + \alpha t_2} - \frac{1}{1 + \alpha t_1} \right)$$

$$[\Delta n] = \frac{M}{M} \left(\frac{1}{1 + (1/K)K} + \frac{1}{1 + (1/K)K} \right) = 1$$

$$\Delta n = \frac{2 \cdot 10^5}{3,14 \cdot 2} \left(\frac{1}{1 - 1,2 \cdot 10^{-5} \cdot 25} - \frac{1}{1 + 1,2 \cdot 10^{-5} \cdot 35} \right) \text{об} = 22,9 \text{об}$$

Задача 4. Стальний бензобак автомобіля об'ємом $V_0 = 70\text{ л}$ повністю заповнений бензином при температурі 20°C . Після цього автомобіль залишили під сонцем, і бак розігрівся до 50°C . Скільки бензину витече з бака? Коефіцієнт об'ємного розширення бензину $1 \cdot 10^{-3}\text{ K}^{-1}$, коефіцієнт лінійного розширення сталі $1,2 \cdot 10^{-5}\text{ K}^{-1}$.

Дано: $V_0 = 70\text{ л}$ ($7 \cdot 10^{-3}\text{ м}^3$), $t_1 = 20^\circ\text{C}$, $t_2 = 50^\circ\text{C}$, $\beta_{\text{б}} = 1 \cdot 10^{-3}\text{ K}^{-1}$, $\alpha_{\text{ст}} = 1,2 \cdot 10^{-5}\text{ K}^{-1}$; $\Delta V = ?$

Розв'язок: При нагріванні розширюються бензин і бак. Об'єм бензину при нагріванні змінюється по закону $V_1 = V_0(1 + \beta_{\text{б}}\Delta t)$.

Зміна об'єму бензину дорівнює $\Delta V_1 = V_1 - V_0 = V_0\beta_{\text{б}}\Delta t$

Зміна об'єму бака дорівнює $\Delta V_2 = V_2 - V_0 = V_0\beta_{\text{ст}}\Delta t$

Об'єм бензину, що витік дорівнює $\Delta V = \Delta V_1 - \Delta V_2 = V_0\Delta t(\beta_{\text{б}} - \beta_{\text{ст}})$

Коефіцієнт об'ємного розширення сталі дорівнює $\beta_{\text{ст}} = 3\alpha_{\text{ст}} = 3,6 \cdot 10^{-5}\text{ K}^{-1}$

Отже,

$$\Delta V = 7 \cdot 10^{-2} \cdot 30(10^{-3} - 3,6 \cdot 10^{-5}) = 0,2 \cdot 10^{-2}\text{ м}^3,$$

$$\Delta V \approx 2\text{ л}$$

Задача 5. Тіло кинуто вгору з висоти $h_0 = 2\text{ м}$ зі швидкістю 30 м/с .

Визначити:

1) Час польоту до падіння на землю t ;

2) Максимальну висоту підйому h_{max} ;

3) Кінцеву швидкість $v_{\text{кон}}$.

Дано: $h_0 = 2\text{ м}$, $v_0 = 30\text{ м/с}$, $g = 9,8\text{ м/с}^2$; $t = ?$, $h_{\text{max}} = ?$, $v_{\text{кон}} = ?$

Розв'язок: Вільне падіння тіл, тобто рух під дією сили тяжіння при відсутності тертя, - це типовий приклад рівнозмінного руху. Відмітимо, що тіло рухається з постійним прискоренням g - прискоренням вільного падіння, направленим вертикально вниз. Вісь y направимо вертикально вгору. Початок відліку координат розташуємо на поверхні землі (див. рис.). Проекція початкової швидкості на y позитивна: $v_{0y} = v_0 > 0$.

Проекція на y від'ємна: $a_y = -g < 0$.

Запишемо рівняння руху: $y(t) = h_0 + v_0t - gt^2/2$,

де $y_0 = h_0$.

1) Коли тіло впаде на землю, $y(t)$ стане рівним нулю. З цієї умови можна визначити час польоту тіла:

$$0 = h_0 + v_0 t - gt^2/2.$$

Вирішивши квадратне рівняння, отримаємо

$$t_{1,2} = (v_0 \pm \sqrt{v_0^2 + 2gh_0}) / g$$

Очевидно, $t > 0$, тому вибираємо

$$t = (v_0 + \sqrt{v_0^2 + 2gh_0}) / g.$$

Швидкість під час руху змінюється згідно формулі (1.13):

$$v_y = v_{0y} - gt$$

В найвищій точці підйому швидкість стане рівна нулю:

$$0 = v_0 - gt_{\text{под}}.$$

Звідси час підйому до найвищої точки

$$t_{\text{под}} = v_0 / g.$$

1) Підставивши цей вираз в рівняння руху, знайдемо максимальну висоту підйому h_{max} :

$$h_{\text{max}} = h_0 + v_0 t_{\text{под}} - gt_{\text{под}}^2/2,$$

$$h_{\text{max}} = h_0 + v_0^2/g - gv_0^2/2g^2 = h_0 + v_0^2/2g,$$

$$h_{\text{max}} = 2,4 + \frac{900}{2 \cdot 9,8} \text{ м} = 47,9 \text{ м}$$

2) Для визначення швидкості тіла в момент падіння на землю підставимо знайдений час польоту в рівняння для швидкості (1.13)

$$v_{\text{кин}} = v_{0y} - gt = v_0 - g \frac{v_0 + \sqrt{v_0^2 + 2gh_0}}{g}$$

$$v_{\text{кин}} = -\sqrt{v_0^2 + 2gh_0}$$

$$v_{\text{кин}} = -\sqrt{900 + 2 \cdot 9,8 \cdot 2} \text{ м/с} = -30,6 \text{ м/с}$$

Кінцева швидкість направлена вниз, тому її проекція на вісь y від'ємна, що і отримано при вирішенні задачі.

Задача 6. Тіло падає з висоти h_0 і при ударі втрачає 20% своєї швидкості. Визначити максимальну висоту, на яку підніметься тіло після удару.

Дано: $h_0, v_1 = 0,8 v_0; h - ?$

Розв'язок: Нехай вісь y направлення вертикально вгору, початок відліку лежить на поверхні землі. Проекція прискорення на вісь y $a_y = -g, v_{0y} = 0$. Тоді рівняння руху тіла до удару, відповідно(1.14):

$$y = h_0 - gt^2/2$$

Для швидкості маємо: $v_y = -gt$

Час падіння t_1 визначиться з умови $y=0$:

$$h_0 = gt_1^2/2, \quad t_1 = \sqrt{2h_0/g}$$

Швидкість в момент падіння v_0 дорівнює

$$v_0 = -\sqrt{2gh_0}$$

При ударі втрачається 20% швидкості, тому швидкість v , з якою тіло починає рухатись вверх, дорівнює

$$v_1 = 0,8v_0 = \sqrt{2gh_0}$$

Час підйому t_2 після удару визначається з умови

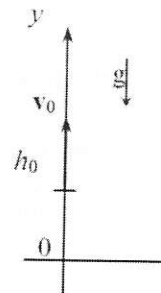
$$v_y = v_1 - gt_2 = 0, \quad t_2 = v_1/g$$

Підставивши t_2 в рівняння руху

$$y = v_1 t - gt^2/2,$$

отримаємо

$$h = v_1^2/2g = 0,64h_0$$



Задача 7. На скільки зміниться вага тіла, поміщеного в гас, якщо гас нагріти на 50° . Тіло являє собою мідну кульку радіусом $r = 2$ см. Коефіцієнт лінійного розширення міді $\alpha_m = 1,7 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$, коефіцієнт об'ємного розширення гасу $\beta_k = 0,001 \text{ K}^{-1}$, густина гасу $\rho_k = 0,8 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ при $t^\circ = 20^\circ\text{C}$.

Дано: $r = 2$ см, $\Delta t^\circ = 50^\circ\text{C}$, $\alpha_m = 1,7 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$, $\beta_k = 0,001 \text{ K}^{-1}$, $\rho_k = 0,8 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$; ΔP - ?

Розв'язок: Зміна ваги обумовлена зміною виштовхувальної сили при нагріванні

$$\Delta P = \Delta F_{\text{выт}}$$

виштовхувальна сила при t_1°

$$F_{\text{выт1}} = \rho_{k1} V_1 g$$

при t_2°

$$F_{\text{выт2}} = \rho_{k2} V_2 g$$

Об'єм кульки дорівнює

$$V_1 = (4/3)\pi r^3; \quad V_2 = V_1(1 + \beta_m \Delta t^\circ)$$

оскільки

$$\beta_m = 3\alpha_m, \quad V_2 = V_1(1 + 3\alpha_m \Delta t^\circ)$$

Густина гасу при зміні температури дорівнює

$$\rho_{k2} = \frac{\rho_{k1}}{1 + \beta_k \Delta t^\circ},$$

звідки

$$\Delta P = \left[\frac{\rho_{k1}}{1 + \beta_k \Delta t^\circ} V_1 (1 + 3\alpha_m \Delta t^\circ) - \rho_{k1} V_1 \right] g = \rho_{k1} \left(\frac{1 + 3\alpha_m \Delta t^\circ}{1 + \beta_k \Delta t^\circ} - 1 \right) g (4/3)\pi r^3$$

$$\Delta P = 0,8 \cdot 10^3 \cdot (4/3) \cdot 3,14 \cdot 8 \cdot 10^{-6} \cdot 9,8 \left(\frac{1 + 3 \cdot 1,7 \cdot 10^{-5} \cdot 50}{1 + 0,001 \cdot 50} \right) \text{H} = 0,251 \text{H}.$$

Задача 8. В балоні ємністю 110 л знаходиться $m_1 = 0,8$ г водню H_2 і $m_2 = 1,6$ г кисню O_2 . Визначити тиск суміші на стінки посудини, якщо температура навколишнього середовища $t = 27^\circ\text{C}$.

Дано: $V = 110$ л ($1,1 \cdot 10^{-1} \text{ м}^3$), $m_1 = 0,8$ г, $m_2 = 1,6$ г. Молярні маси водню $M_1 = 0,002$ кг/моль, кисню $M_2 = 0,032$ кг/моль, $t^\circ = 27^\circ$, ($T = 300$ K); P - ?

Розв'язок: Згідно закону Дальтона, тиск суміші дорівнює сумі парціальних тисків:

$$P = P_1 + P_2$$

де P_1 – парціальний тиск водню, дорівнює

$$P_1 = \frac{m_1}{M_1} \frac{RT}{V}$$

P_2 – парціальний тиск кисню, дорівнює

$$P_2 = \frac{m_2}{M_2} \frac{RT}{V}$$

Тоді

$$P = \frac{RT}{V} \left(\frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2} \right),$$

$$[P] = \frac{\text{Дж} \cdot \text{К}}{\text{моль} \cdot \text{К} \cdot \text{м}^3} \left(\frac{\text{кг}}{\text{кг/моль}} + \frac{\text{кг}}{\text{кг/моль}} \right) = \frac{\text{Н}}{\text{м}^2} = \text{Па}.$$

$$P = \frac{8,31 \cdot 300}{1,1 \cdot 10^{-1}} \left(\frac{0,8}{0,002} + \frac{1,6}{0,032} \right) \text{Па} = 1,02 \cdot 10^4 \text{Па}$$

Задача 9. По газопроводу тече вуглекислий газ під тиском $P = 50 \text{ Н/см}^2$ і температурі $t^\circ = 17^\circ\text{С}$. Яка швидкість v руху газу по трубі, якщо за $\tau = 5 \text{ хв}$ через площу поперечного перерізу $S = 6 \text{ см}^2$ протікає $m = 2,5 \text{ кг}$ вуглекислого газу?

Дано: $P = 50 \text{ Н/см}^2$ ($5 \cdot 10^5 \text{ Н/м}^2$), $\tau = 5 \text{ хв}$ (300 с), $t^\circ = 17^\circ\text{С}$, $T = 290 \text{ К}$,
 $S = 6 \text{ см}^2$ ($6 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$), $m = 2,5 \text{ кг}$; $v - ?$

Розв'язок: Об'єм, що газ займає при даних температурі і тиску, можна визначити із рівняння Клапейрона – Менделєєва:

$$PV = (m/M)RT,$$

молярная маса вуглекислого газу CO_2 $M = 0,044 \text{ кг/моль}$:

$$V = \frac{mRT}{MP}$$

Цей об'єм газу проходить через переріз S за час τ , отже

$$V = vS\tau$$

звідки

$$v = \frac{V}{S\tau} = \frac{mRT}{MPS\tau},$$

$$v = \frac{2,5 \cdot 8,31 \cdot 290}{0,044 \cdot 5 \cdot 10^5 \cdot 6 \cdot 10^{-4} \cdot 300} \frac{\text{м}}{\text{с}} = 1,52 \text{ м/с}$$

Перевіримо розмірність отриманого результату:

$$[v] = \frac{\text{кг} \cdot (\text{Дж/моль} \cdot \text{К}) \cdot \text{К}}{(\text{кг/моль}) \cdot (\text{Н/м}^2) \text{м}^2 \cdot \text{с}} = \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Задача 10. Яку силу тиску сприймає бокова стінка посудини довжиною 2 м , якщо її кут нахилу $\alpha = 30^\circ$, а висота стовпа води в посудині 10 м .

Дано: $P_{\text{атм}} \approx 10^5 \text{ Па}$, $l = 2 \text{ м}$, $h = 10 \text{ м}$, $\alpha = 30^\circ$, $\rho = 10^3 \text{ кг/м}^3$; $F - ?$

Розв'язок: Тиск змінюється з висотою по лінійному закону

$P = P_{\text{атм}} + \rho gh / 2$, тому для визначення сили тиску на стінку візьмемо середнє значення тиску

$$P_{\text{ср}} = P_{\text{атм}} + \rho gh / 2$$

Сила тиску на стінку посудини

$$F = P_{\text{ср}}S = (P_{\text{атм}} + \rho gh / 2) lh / \cos \alpha,$$

звідки

$$[F] = [\text{Н/м}^2 + (\text{кг/м}^3)(\text{м/с}^2)\text{м}] \text{м}^2 = \text{Н},$$

$$F = 6 \cdot 10^6 \text{ Н}$$

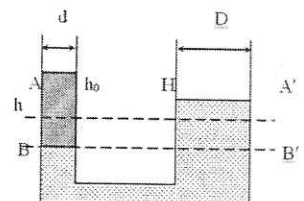
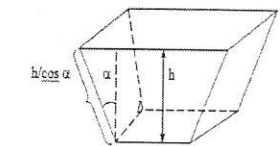
Якщо перевернути посудину, то сила тиску на стінку по величині не зміниться, якщо висота води залишиться попередньою, тобто сила F також буде рівна

$$[F] = (P_{\text{атм}} + \rho gh / 2) lh / \cos \alpha$$

В якому випадку рідина буде «давти» на стінки, а в якому їх «підтримувати»?

Задача 11. В сполучених посудинах різних діаметрів знаходиться ртуть. Після того, як в більш вузьку посудину налили стовп мастила висотою 60 см , рівень ртуті в широкій посудині підвищився відносно початкового положення AA' на $0,7 \text{ см}$.

Визначити відношення діаметрів сполучених посудин, якщо густина мастила $\rho_{\text{м}} = 800 \text{ кг/м}^3$, а густина ртуті $\rho_{\text{рт}}$ рівна $1,36 \cdot 10^4 \text{ кг/м}^3$. Прийняти $g = 10 \text{ м/с}^2$.



Дано: $\rho_m = 8 \cdot 10^2 \text{ кг/м}^3$, $\rho_{рт} = 1,36 \cdot 10^4 \text{ кг/м}^3$, $H = 7 \cdot 10^{-3} \text{ м}$, $h_0 = 0,6 \text{ м}$; $D/d - ?$

Розв'язок: Із закону Паскаля слідує, що рідина в сполучених посудинах встановлюється таким чином, що тиск в усіх точках, розташованих на одному й тому ж горизонтальному рівні, однаковий. Якщо в одне із колін посудини налита рідина іншої густини яке не змішується з іншою, то висоти стовпів рідини в посудинах будуть різні. При цьому тиск на межу двох рідин в першому коліні тиск рідини в другому коліні на тому ж горизонтальному рівні мають бути рівними.

У вузькій посудині рівень ртуті знизився на h , а в широкій посудині підвищився на H . Запишемо умову рівності тисків для рівня BB' :

$$\rho_m h_0 g = \rho_{рт} (h + H) g$$

Звідки $h + H = \rho_m h_0 / \rho_{рт}$, $h + H = 3,5 \cdot 10^{-2} \text{ м}$, $h = 2,8 \cdot 10^{-2} \text{ м}$.

Рідина не стискається, об'єм ртуті, що витиснута із вузької посудини дорівнює об'єму ртуті що ввійшла в широкую посудину

$$h\pi d^2/4 = H\pi D^2/4, \quad hd^2 = HD^2$$

Відношення діаметрів посудин

$$D/d = \sqrt{h/H} \approx 2$$

Задача 12. Знайти першу космічну швидкість v_1 . Перша космічна швидкість – це швидкість, яку потрібно надати тілу, щоб воно стало супутником Землі.

Дано: $R_3 = 6400 \text{ км}$ ($6,4 \cdot 10^6 \text{ м}$), $g = 10 \text{ м/с}^2$; $v_1 - ?$

Розв'язок: На тіло, що рухається по коловій орбіті навколо Землі, діє єдина сила – сила тяжіння. Ця сила і визначає нормальне прискорення супутника (див. рис.). Отже,

$$\frac{mv_1^2}{R_3 + h} = G \frac{mM_3}{(R_3 + h)^2}$$

де h – висота супутника над поверхнею Землі. Вважаємо, що $h \ll R_3$. Тоді

$$v_1 = \sqrt{GM_3/R_3}$$

Для зручності розрахунку скористаємося формулою

$$g = GM_3/R_3^2$$

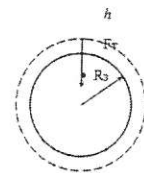
звідки

$$GM_3 = gR_3^2$$

Відповідно,

$$v_1 = \sqrt{gR_3}, \quad [v] = \sqrt{(\text{м/с}^2)\text{м}} = \text{м/с}, \quad v_1 \approx 8 \text{ км/с}$$

Підмітимо, що всі тіла всередині супутника будуть знаходитись в невагомості, так як вони рухаються з однаковим прискоренням, яке створюється лише силою тяжіння. Сила нормальної реакції $N = 0$, відповідно, вага тіла також дорівнює нулю.



Задача 13. На екваторі уявної планети тіла важать вдвічі менше, ніж на полюсі. Визначте середню густину речовини планети, якщо період її обертання навколо осі $T = 1$ ч $27,5$ хв.

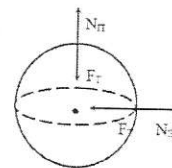
Дано: $T = 1$ год $27,5$ хв (5250 с); $\rho - ?$

Розв'язок: На полюсі на тіло діють дві сили: сила тяжіння і сила нормальної реакції.

$$P_{||} = N, \quad N = GmM/r^2$$

де m – маса тіла; M – маса планети; r – її радіус, звідки

$$P_{||} = GmM/r^2$$



На екваторі ці ж сили повинні забезпечити рух тіла з кутовою швидкістю, що дорівнює кутовій швидкості обертання планети:

$$m\omega^2 r = F_T - N$$

Вага тіла на екваторі

$$P_3 = N = F_T - m\omega^2 r; \quad P_3 = G \frac{mM}{r^2} - \frac{m4\pi^2 r}{T^2}$$

За умовою задачі

$$\frac{P_n}{P_3} = 2 = \frac{1}{1 - (4\pi^2 r^3 / GMT^2)}$$

Густина планети

$$\rho = \frac{M}{(4/3)\pi r^3}$$

Таким чином,

$$2 = 1 / \left(1 - \frac{3\pi}{GT^2 \rho} \right)$$

звідки

$$\rho = \frac{6\pi}{GT^2}; \quad [\rho] = \frac{\text{кг} \cdot \text{с}^2}{\text{м}^3 \cdot \text{с}^2} = \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}; \quad \rho = \frac{6 \cdot 3,14}{6,67 \cdot 10^{-11} (5,25 \cdot 10^3)^2} \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} = 1,03 \cdot 10^4 (\text{кг}/\text{м}^3)$$

Задача 14. Вирахувати лінійну швидкість штучного супутника Землі на висоті 1700 км, якщо його орбіту можна приблизно рахувати коловою. Прийняти $R_3 = 6400$ км, $g = 10$ м/с².

Дано: $R_3 = 6400$ км ($6,4 \cdot 10^6$ м), $H = 1700$ км ($1,7 \cdot 10^6$ м); v - ?

Розв'язок: На супутник діє одна сила – сила тяжіння F_T . Запишемо для супутника другий закон Ньютона:

$$ma = F_T$$

Проекція цього рівняння на напрямок радіуса обертання

$$\frac{mv^2}{R_3 + H} = GmM_3 / (R_3 + H)^2$$

Так як

$$g = GM_3 / R_3^2$$

Зручно виразити

$$GM_3 = gR_3^2$$

Підставивши, отримаємо

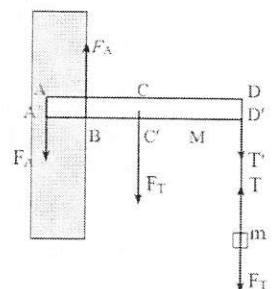
$$gR_3^2 / (R_3 + H) = v^2$$

Вирахуємо

$$v = \sqrt{\frac{gR_3^2}{R_3 + H}}; \quad v = \sqrt{\frac{10 (6,4 \cdot 10^6)^2}{6,4 \cdot 10^6 + 1,7 \cdot 10^6}} = 7,1 \cdot 10^3 \text{ м/с}$$

Задача 15. Балка довжиною 2 м закріплена в стіні, як показано на рисунку. $AB = 0,5$ м. На кінці балки підвішений вантаж $m = 100$ кг, маса балки 50 кг. Знайти сили, що діють на балку в точках А і В.

Дано: $A'D' = 2$ м, $AB = 0,5$ м, $m = 100$ кг, $M = 50$ кг; F_A - ?
 F_B - ?



Розв'язок: Балка давить на стінку в точці А вгору, а в точці В вниз. На балку зі сторони стіни діють сили в протилежних напрямках.

На балку діють чотири сили: сила тяжіння $F_T = Mg$, сила натягу каната T , сили реакції опори F_A і F_B . Так як вантаж знаходиться в спокою, то $T = T' = mg$. Запишемо умову рівноваги балки:

$$\begin{aligned} \text{умова:} & & F_T + F_A + F_B + T' &= 0 \\ \text{в проекціях на вісь } y & & Mg + mg + F_A - F_B &= 0 \end{aligned} \quad (*)$$

Відносно осі обертання, що проходить через точку В і перпендикулярній площині креслення:

$$mgBD' + MgBC' - F_A A'B = 0,$$

де BD' , BC' і $A'B$ – плечі сил натягу, тяжіння і сили реакції опори. Звідси визначимо

$$\begin{aligned} F_A &= \frac{mBD' + MBC'}{A'B} g \\ F_A &= \frac{100 \cdot 1,5 + 50 \cdot 1}{0,5} \cdot 10 \text{ Н} = 4000 \text{ Н} \end{aligned}$$

З (*) знаходимо F_B :

$$\begin{aligned} F_B &= (m + M)g + F_A \\ F_B &= (50 + 100) \cdot 10 + 4000 \text{ Н} = 5500 \text{ Н}. \end{aligned}$$

Задача 16. Тіло кинуте горизонтально зі швидкістю 20 м/с. Визначити зміщення тіла від точки кидка, Δs , при якому швидкість буде напрямлена під кутом 45° до горизонту.

Дано: $v_0 = 20$ м/с, $\alpha = 45^\circ$, $g = 10$ м/с²; Δs - ?

Розв'язок: Виберемо осі координат, як показано на рис., при цьому початок координат поєднаємо з початковою точкою польоту. Тоді по осі x рух тіла рівномірний з постійною швидкістю v_0 і $x = v_0 t$ ($v_x = v_0$). По осі y рух прискорений з прискоренням $a_y = g$ і початковою швидкістю $v_{0y} = 0$, $y = gt^2/2$, $v_y = gt$.

Якщо швидкість в точці А направлена під кутом 45° до горизонту, то

$$v_y / v_x = \operatorname{tg} \alpha = 1$$

Час, коли це відбудеться, визначимо з умови

$$gt_1 = v_0,$$

тоді

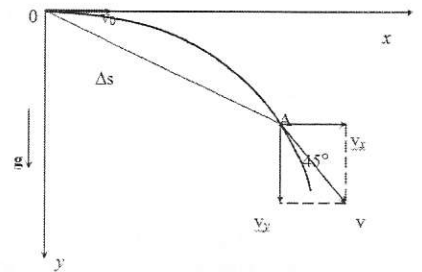
$$t_1 = v_0 / g.$$

Підставивши t_1 в рівняння руху, знайдемо координати точки А:

$$x_A = v_0^2 / g, \quad y_A = v_0^2 / 2g$$

Звідси

$$\begin{aligned} \Delta s &= \sqrt{x_A^2 + y_A^2} = \sqrt{5} v_0^2 / 2g \\ \Delta s &= 45 \text{ м} / \text{с} \end{aligned}$$

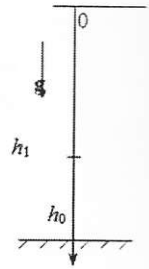


Задача 17. Тіло падає вертикально вниз з висоти 20 м без початкової швидкості. Визначити

- 1) шлях h , що пройде за останню секунду падіння,
 - 2) середню швидкість падіння v_{cp} ,
 - 3) середню швидкість на другій половині шляху v_{cp2} .
- Вважати $g = 10 \text{ м/с}^2$.

Дано: $h_0 = 20 \text{ м}$, $v_0 = 0$, $\Delta t = 1$; $h - ?$ $v_{cp} - ?$ $v_{cp2} - ?$

Розв'язок: Направимо вісь y вертикально вниз, і нехай початок координат співпадає з початковим положенням тіла. тоді $a_y = g$ (див. рис.)



- 1) Згідно (1.14), рівняння руху матиме вигляд

$$y = gt^2/2$$

В момент падіння на землю $y = h_0$. Звідси час руху тіла

$$t = \sqrt{2h_0/g}$$

За час $(t - \Delta t)$ тіло проходить шлях

$$h_1 = g(t - \Delta t)^2/2$$

Шлях за останню секунду падіння

$$h_0 - h_1 = h_0 - \frac{1}{2}g \left(\sqrt{\frac{2h_0}{g}} - \Delta t \right)^2$$

$$h = 20 - \frac{10 \left(\sqrt{2 \cdot 20/10} - 1 \right)^2}{2} \text{ м} = 15 \text{ м}$$

- 2) Тіло проходить шлях h_0 . Час руху $t = \sqrt{2h_0/g}$. Тоді середня швидкість падіння $v_{cp} = h_0/t$, або

$$v_{cp} = \sqrt{gh_0/2}$$

$$v_{cp} = \sqrt{\frac{10 \cdot 20}{2}} \text{ м/с} = 10 \text{ м/с}$$

- 3) Для визначення середньої швидкості на другій половині шляху необхідно визначити час, за який ця частина шляху пройдена. Час руху на другій половині шляху рівний повному часу падіння t мінус час t_1 , затрачений на проходження першої частини шляху. Час t_1 знаходимо з рівняння

$$h_0/2 = gt_1^2/2,$$

тобто

$$t_1 = \sqrt{h_0/g}$$

Таким чином,

$$t_2 = t - t_1 = \sqrt{2h_0/g} - \sqrt{h_0/g} = \sqrt{h_0/g} (\sqrt{2} - 1)$$

Відповідно,

$$v_{cp2} = h_0/2t_2 = \sqrt{gh_0/2} (\sqrt{2} - 1)$$

$$v_{cp} \approx 17 \text{ м/с}$$

НАВЧАЛЬНЕ ВИДАННЯ

Журавльова Лариса Андріївна, кандидат технічних наук, доцент кафедри збереження льотної придатності авіаційної техніки, Аерокосмічний інститут Національного авіаційного університету

Попов Дмитро Вікторович, асистент кафедри збереження льотної придатності авіаційної техніки, Аерокосмічний інститут Національного авіаційного університету

Куліш Євген Олександрович, старший викладач кафедри інформаційних технологій інституту інформаційно-діагностичних систем Національного авіаційного університету