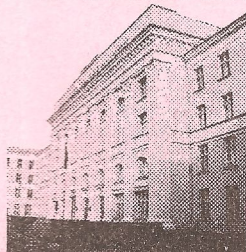
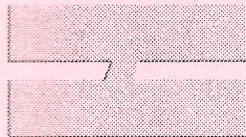
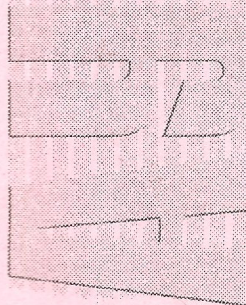
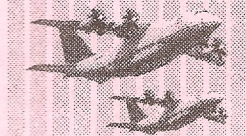




МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Національний авіаційний університет



БУДІВЕЛЬНА МЕХАНІКА

**Розрахунок статично
визначених систем**

Навчальний посібник

**VIVERE!
VINCERE!
CREARE!**

Київ 2009

УДК 69.04/05(075.8)
ББК Н 112 я7
Б 903

Автори: Ю.В. Верюжський, В.І. Колчунов, А.О. Белятинський,
І.І. Машков, А.В. Кравцов, П.В. Степаненко

Рецензенти: О.В. Шимановський – д-р техн. наук, проф. (Український науково-дослідний та проектний інститут сталевих конструкцій імені В.М. Шимановського);
О.С. Городецький – д-р техн. наук, проф. (Державний науково-дослідний інститут автоматизованих систем в будівництві)

Затверджено методично-редакційною радою Національного авіаційного університету (протокол № 7 від 27.09.2007 р.).

Будівельна механіка. Розрахунок статично визначених систем : навч. посіб. / Ю.В. Верюжський, В.І. Колчунов, А.О. Белятинський [та ін.]. – К. : Вид-во Нац. авіац. ун-ту «НАУ-друк», 2009. – 184 с.

ISBN 978-966-598-558-7

Посібник містить рекомендації щодо послідовності виконання розрахунків стержневих систем на роботу при статичному та рухомому навантаженні, щодо визначення параметрів напружено-деформованого стану.

Для студентів спеціальностей 6.060101 «Промислове та цивільне будівництво» і 6.060105 «Автомобільні дороги та аеродроми».

УДК 69.04/05(075.8)
ББК Н 112 я7

ISBN 978 966 598 558 7

© Верюжський Ю.В., Колчунов В.І.,
Белятинський А.О. [та ін.], 2009

Зміст

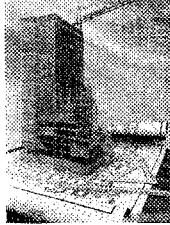
Вступ	4
1. ОСНОВНІ ЕТАПИ АНАЛІЗУ СТЕРЖНЕВИХ СИСТЕМ	5
1.1. Послідовність чисельного розв'язання задач будівельної механіки	5
1.2. Методика розрахунку статично визначених стержневих систем	22
1.3. Кінематичний аналіз споруд	29
1.4. Визначення реакцій у з'єднаннях	45
Контрольні питання	56
2. РОЗРАХУНОК СТЕРЖНЕВИХ СИСТЕМ НА НЕРУХОМЕ НАВАНТАЖЕННЯ	57
2.1. Визначення внутрішніх зусиль і побудова епюр	57
2.2. Визначення зусиль у стержнях ферм	79
2.3. Графічне визначення зусиль	88
2.4. Розрахунок тришарнірної арки	97
Контрольні питання	113
3. ВИЗНАЧЕННЯ ПЕРЕМІЩЕНЬ ТА РОЗРАХУНОК НА РУХОМЕ НАВАНТАЖЕННЯ	114
3.1. Визначення небезпечних перерізів елемента конструкцій і обчислення напружень	114
3.2. Визначення переміщень у стержневих системах	121
3.3. Рухоме навантаження. Лінії впливу	135
3.4. Статичний метод побудови ліній впливу в балках	138
3.5. Статичний метод побудови ліній впливу в рамах	144
3.6. Побудова ліній впливу зусиль у тришарнірній арці	146
3.7. Статичний метод побудови ліній впливу у фермах	152
3.8. Статичний метод побудови ліній впливу переміщень	166
3.9. Кінематичний метод побудови ліній впливу	168
Контрольні питання	183
Список літератури	184



ВСТУП

Одним із найбільш важливих етапів проектування *будівельних* об'єктів є їх *розрахунок* – обґрунтоване прогнозування стану конструкцій у різноманітних умовах виготовлення, транспортування, монтажу та експлуатації споруди. Розв'язання задач будівельної механіки є основою розрахунку найбільш складних об'єктів. Послідовність розв'язання умовно можна розбити на кілька характерних етапів, першим із яких є визначення вихідних даних і формулювання мети розрахунку.

Процес будівельного конструювання зазвичай має характер ітераційного варіантного підбору раціонального вирішення. Для цього спочатку на підставі досвіду проектування та інтуїції інженера повністю задаються передбачені параметри конструкції, за нормами визначаються відповідні навантаження та розраховуються можливі напружено-деформовані стани об'єкта. Під час оцінювання якості проекту, як правило, з'ясовується, що передбачений початковий варіант «не проходить» за якимись критеріями міцності, технологічності, економічності тощо. У результаті аналізу отриманих даних змінюються параметри конструкції, формуються відповідні вихідні умови задачі та виконується розрахунок нового варіанта. Такий процес послідовних наближень продовжується доти, доки проект не стане близьким до оптимальних з усіх основних критеріїв його оцінювання.



1. ОСНОВНІ ЕТАПИ АНАЛІЗУ СТЕРЖНЕВИХ СИСТЕМ

1.1. Послідовність чисельного розв'язання задач будівельної механіки

Для задач будівельної механіки типовою є така постановка: відомі всі характеристики конструкції, необхідні для виконання розрахунку; потрібно визначити міцність, жорсткість, стійкість і коливання схеми об'єкта. Необхідна точність результатів і глибина досліджень визначається стадією проектування та виглядом об'єкта.

Наприклад, для проектування підпірної стінки (рис. 1.1, а) необхідні дані повинні містити весь обсяг потрібної інформації про геометричні і фізичні параметри конструкції: район будівництва, гідрогеологічні та сейсмічні умови, інтенсивність і розподілення навантажень, об'ємні маси, модулі пружності, коефіцієнти Пуассона, міцнісні параметри, допустимі розрахункові критерії та інші характеристики ґрунту і матеріалу підпірної стінки. Для оцінювання міцності в небезпечних перерізах необхідно визначити нормальні напруження при стисканні зі згином і дотичні напруження при зсуві (рис. 1.1, б). Стійкість підпірної стінки і земляного укосу оцінюється з урахуванням можливого перекидання (рис. 1.1, в, г) і зсуву (рис. 1.1, е, ж). Для визначення жорсткості конструкції необхідно знайти величини абсолютних і відносних переміщень, оскільки розвиток осідання може призвести до неприпустимого перекосу контуру поверхні (рис. 1.1, д). Отже, значний вплив на безпеку польотів і нормальну експлуатацію аеропорту зумовлений розв'язанням задач будівельної механіки.

Реальні будівельні об'єкти відрізняються великою складністю, і тому їх розрахунок можливий тільки на підставі введення спрощувальних гіпотез. З цією метою проектувана конструкція замінюється *фізичною моделлю* (ФМ), у якій ідеалізуються властивості матеріалів, робота елементів і характер зовнішніх впливів. У будівельній механіці ФМ споруди, як правило, називається *розрахунковою схемою* (РС). Будуючи її, необхідно виділити найбільш суттєві особливості об'єкта, які визначають його напружено-деформований стан при навантаженні. Розроблення ФМ потребує вирішення комплексу питань, із яких зазначимо такі:

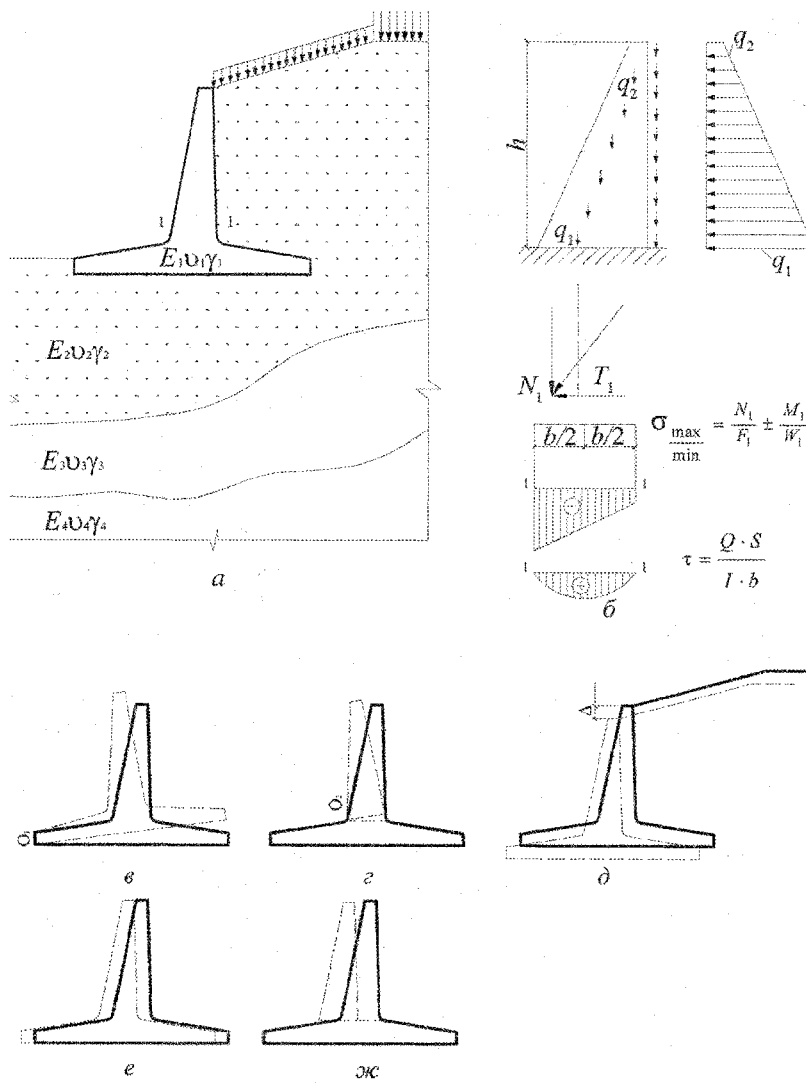


Рис. 1.1. Формування вихідних умов для проектування

1. Заміна несучих конструкцій їх РС – геометрична ідеалізація основних елементів і ототожнення їх з порівняно простими тілами, для яких відомі методи дослідження.

2. Виділення несучих конструкцій – виявлення частин і елементів, що відіграють основну роль у роботі споруди.

3. Введення статично усереднених характеристик – фізичне моделювання матеріалу конструкцій.

4. Об'єднання окремих елементів ФМ у загальну систему на підставі спрощеного уявлення про роботу з'єднувальних вузлів і підпирних улаштувань.

5. Схематизація зовнішніх навантажень – виявлення екстремальних ситуацій, описання яких регламентується відповідними нормами.

6. Загальна оцінка передбачуваного характеру роботи всієї споруди – можливість виникнення просторової або двовимірної деформації об'єкта, лінійність чи нелінійність задачі тощо.

При побудові РС залежно від співвідношення між основними розмірами розрізняють три типи елементів. Для *стержнів* характерна перевага довжини над висотою і шириною поперечного перерізу. У *тонкостінних елементах* товщина значно менша від двох інших розмірів. Тут виділяються *плити (пластини)* – елементи із серединною площиною, *оболонки і складки* – елементи відповідно з криволінійною та ламаною серединною поверхнею. У *масивах* усі три розміри одного порядку.

Як правило, об'єктом дослідження в задачах будівельної механіки є *системи*, які в загальному випадку можуть складатися з усіх трьох типів елементів РС. Найбільш простими і найчастіше використовуваними є *стержневі системи*, що схематизують каркаси вокзалів та інших будівельних об'єктів аеропортів.

Наприклад, необхідно розробити розрахункову схему одноповерхового однопрогінного промислового будинку з крановим обладнанням, поперечник якого показано на рис. 1.2.

Вихідні дані: колони і фундаменти – збірні залізобетонні; покриття – залізобетонні ребристі плити по металевих зварних фермах.

Поперечник цеху промислового будинку можна проілюструвати розрахунковими схемами (у міру їх ускладнення), зображеними на рис. 1.3.

Найбільш простою розрахунковою схемою є схема, яка являє собою раму (рис. 1.3, *a*). Стояки рами мають східчасту жорсткість, відповідну жорсткості колон будинку в надкрановій і підкранових частинах. Тому їх можна розглядати як стержні східчастої жорсткості. Ригель моделюється стержнем постійної жорсткості, значення якої еквівалентне усередненій жорсткості зварних ферм.

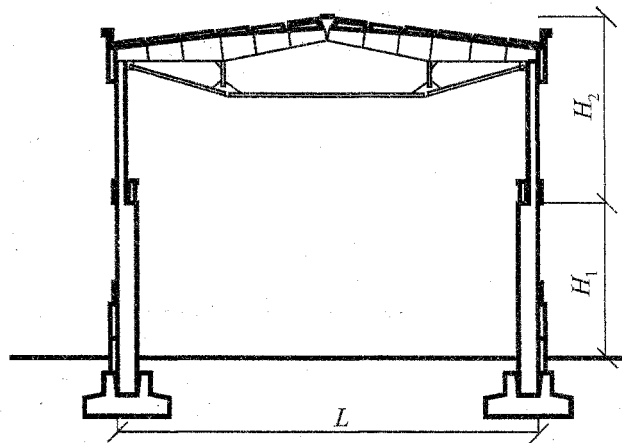


Рис. 1.2. Промисловий будинок

Під час визначення характеру в'язей між стержнями рами враховувались такі міркування. Оскільки колони замонолічені в стаканах фундаментів, підпирні влаштування можна розглядати як жорсткі затиснення. Зварний вузол між напівригелями, а також зварні вузли між напівригелями та стояками можна трактувати як жорсткі, оскільки зварювання забезпечує рівність кутів повороту кінців елементів, які дотикаються до цих вузлів.

Деяке уточнення розрахункової схеми може бути досягнуто шляхом урахування змінності жорсткості ригеля за довжиною прогону рами (рис. 1.3, *b*), що більш точно зображує її реальну роботу. При цьому, як і раніше, величина жорсткості в кожній точці відносно довжини ригеля еквівалентна жорсткості зварних ферм.

Подальшого уточнення розрахункової схеми можна досягти, вводячи в неї стержні нижнього поясу зварних ферм і стояків, що приєднує їх до ригеля (рис. 1.3, *в*). Зварні з'єднання цих стержнів один з одним, а також у вузлах дотику їх до ригеля набувають ви-

гляду циліндричних шарнірів. Це пов'язано з тим, що жорсткості на згин стержнів, що вводяться, невеликі порівняно з жорсткістю на згин ригеля, а отже, згинальні моменти в цих стержнях будуть незначні. Отже, ці стержні можуть трактуватися як стержні ферми, які мають шарніри на обох кінцях.

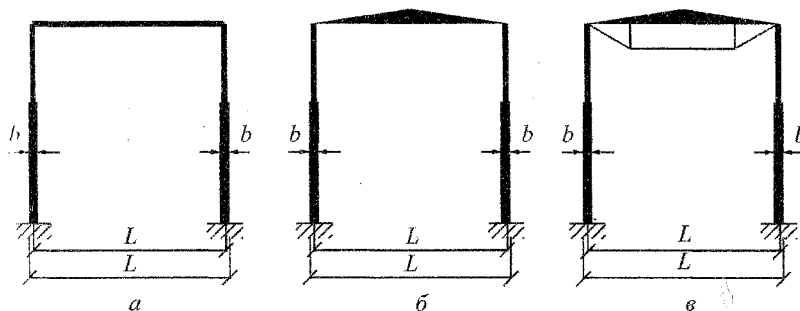


Рис. 1.3. Варіанти рзрахункових схем

Прогін споруди в усіх випадках визначається як відстань між центрами підпірних площадок несучої конструкції покриття:

$$l = L - \left(\frac{b}{2} + \frac{b}{2} \right) = L - b.$$

Виконуючи статичний розрахунок поперечника, необхідно враховувати такі навантаження:

1) власну вагу покриття, що є рівномірно розподіленим по ригелю навантаженням інтенсивністю g ;

2) снігове навантаження p , значення якого визначається районом будівництва, вітрове навантаження q також визначається чинними нормами залежно від району будівництва та від конфігурації будинку;

3) тиск кранів P_1 і P_2 на підкранові сходи, а також сили T_1 і T_2 , які передаються на колони внаслідок гальмування кранового возика. Комбінація можливих основних зовнішніх навантажень показана на рис. 1.4.

Підсумкова розрахункова схема не може трактуватися як однозначне розв'язання задачі, оскільки тут з метою спрощення розрахунку не розглянуті деякі другорядні чинники – зміщення опор ра-

ми, поява згинальних напружень у стержнях ферменого типу, неоднорідність матеріалу стержнів, концентрація напружень у зварних з'єднаннях тощо.

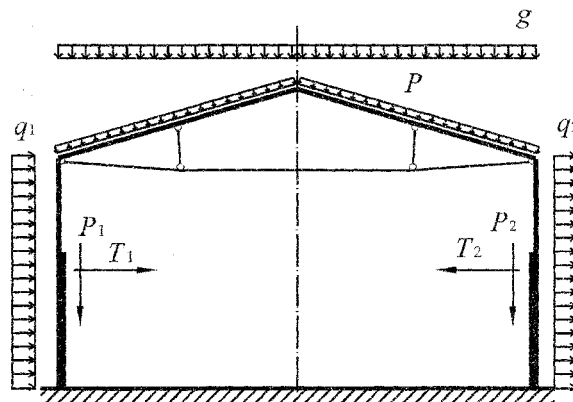


Рис. 1.4. Зовнішні навантаження

Залежно від кількості та вагомості врахованих реальних факторів різною мірою вдається задовольнити дві основні конкуруючі вимоги: простоту розрахунку та достовірність результатів. Процес проходження проекту конструкції від ескізних варіантів до робочої документації супроводжується послідовним ускладненням ФМ. Наприклад, на початковому етапі розрахунку підпірної стінки вона може бути показана у вигляді консольної балки, тиск ґрунту на яку задається за трикутною епюрою згідно з теорією Кулона (див. рис. 1.1, а). На одному з наступних етапів стінка має РС у вигляді рами, що спирається на пружну вінклерівську основу, з урахуванням тертя зсуву між ґрунтом і стінкою (див. рис. 1.1, б). У подальшому уточненні ФМ рама підпірної стінки включається в плоский пошаровий пружний простір (див. рис. 1.1, в). Наступна стадія досліджень потребує обліку просторової роботи стінки, зображеної у вигляді жорстко зв'язаних тонкостінних елементів (див. рис. 1.1, г). Ускладнюючи ФМ розглядуваного об'єкта, необхідно враховувати не тільки можливі зміни геометричної схеми, але й нелінійність властивостей матеріалів при деформуванні в часі (пластичність, повзучість тощо).

Поведінка ФМ описується *математичною моделлю* (ММ) – сукупністю рівнянь, чисел, символів, операторів та інших математичних співвідношень, які дозволяють перетворити вихідну інформацію на результати розрахунків з метою відображення важливих властивостей досліджуваного об'єкта.

Для формування ММ задач будівельної механіки, як правило, вводить ряд понять. Об'єкт займає *область* S , яка залежно від постановки задачі в загальному випадку може бути просторовою і визначається в системі координат x, y, z , а також двовимірною – x, y або одновимірною – x системою координат. Для описання одного об'єкта можуть використовуватися різні системи координат. Наприклад, область S , яку займає рама (рис. 1.5), може описуватися в *глобальній* системі x, y , а який-небудь один її стержень S_{ij} – *локальною* системою x_i, y_i .

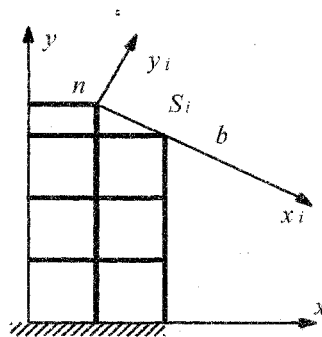


Рис. 1.5. Системи координат математичної моделі

Області S можуть бути обмеженими (наприклад, підпірна стіна) або нескінченними (грунт у підпірній стіні). Загальна границя області S складається з окремих характерних ділянок $\Gamma = \sum_{i=1}^n \Gamma_i$. Навантаження q , яке діє на об'єкт S , береться в загальному розумінні як сукупність усіх розглянутих у задачі навантажень (розподілених, концентрованих, моментних тощо).

Математичне формулювання задач будівельної механіки загалом дуже складне. Доцільно прослідкувати процес необхідного ускладнення математичного моделювання, що супроводжує послідовне уточнення ФМ.

У простому випадку для розрахунку каркасів будинків та споруд можуть використовуватися звичайні диференціальні рівняння, виведені відносно невідомої функції прогинів ω у курсах опору матеріалів і будівельної механіки стержневих систем.

Необхідність розв'язання двовимірних задач для розрахунку тонкостінних елементів потребує залучення рівнянь і похідних від частки, які будуються в курсі теорії пружності, будівельної механіки пластин і оболонок.

Подальше уточнення ФМ, пов'язане з описанням об'єкта як масивного елемента, приводить до рівнянь просторових задач теорії пружності, що містять невідомі функції трьох координат x, y, z , а під час дослідження динамічних процесів треба ще й тимчасову координату t .

У загальному випадку повна система рівнянь статичної просторової задачі теорії пружності містить п'ятнадцять рівнянь похідних у частках: три рівняння рівності, шість геометричних співвідношень Коші або рівнянь сумісності деформацій і шість співвідношень Гука. Ця система є повною і будується відносно п'ятнадцяти невідомих: шість напружень, шість відносних деформацій і три переміщення.

Дослідження наступного етапу – процесів нелінійного деформування – спирається на системи рівнянь теорії пластичності та повзучості, принципова складність яких «на порядок» вища від складності співвідношень лінійно деформованих середовищ [23].

У математичному моделюванні будівельної механіки, як правило, вводиться поняття *розв'язувальної функції* ω , визначення якої дозволяє обчислити всі характерні компоненти напружено-деформованого стану. Наприклад, при відомій функції прогинів ω у плиті (рис. 1.6) або в балці (рис. 1.7, *a*) кути поворотів, згинальні моменти і перерізувальні сили обчислюються як похідні від ω .

Термін «розв'язувальна функція ω » будемо використовувати в загальному розумінні. Так, під час розв'язання просторових задач теорії пружності в переміщеннях функцію ω будемо сприймати як шістьдену сукупність функцій усіх трьох характерних переміщень по координатах x, y, z . Якщо розрахунки виконувались у напруженнях, то функція ω зображує систему з шести невідомих напружень. Відповідно під час дослідження плоских задач функція ω

містить дані про два характерні переміщення по осях x , y або є функцією Ері.

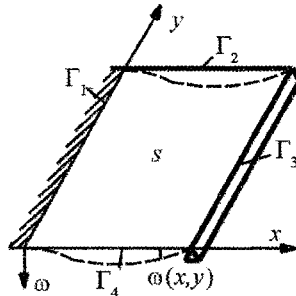


Рис. 1.6. Схема плити математичної моделі

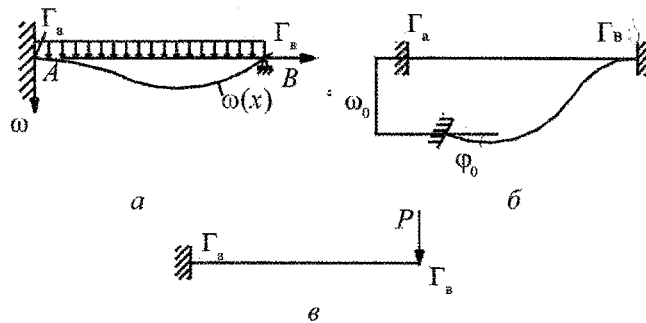


Рис. 1.7. Фізичні моделі та деформації балок

Функції ω знаходяться із *розв'язувальних рівнянь*, які зображуються в загальному вигляді за допомогою оператора z в області S :

$$z(\omega) = v.$$

Оператор z позначає математичні операції, які необхідно виконати з функцією ω , у результаті чого утвориться інша функція v . У будівельній механіці оператори z , як правило, є диференціальними або інтегральними. Так, ФМ стержня (рис. 1.7, а) описується рівнянням згину балки призматичного перерізу з жорсткістю $EI(x)$:

$$\frac{d^4 \omega}{dx^4} = \frac{q(x)}{EI(x)}, \quad (1.1)$$

$$\text{де } z = \frac{d^4}{dx^4}; \quad v = \frac{q(x)}{EI(x)}.$$

Аналогічна задача згину плити (рис. 1.6) постійної жорсткості D під навантаженням $q(x,y)$ описується розв'язувальним бігармонічним рівнянням похідних у частках

$$\frac{\partial^4 \omega}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 \omega}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 \omega}{\partial y^4} = \frac{q}{D}, \quad (1.2)$$

$$\text{де } z = \frac{\partial^4}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4}{\partial y^4}, \quad v = \frac{q}{D}.$$

Оскільки характерні оператори у виразах (1.1) та (1.2) квадратні, то для них часто використовуються позначення у вигляді

$$z^{2m} = \frac{\partial^4}{\partial x^4}, \quad m = 2. \quad (1.3)$$

Для однозначної повної постановки задачі, окрім розв'язувальних рівнянь вигляду (1.1) – (1.3), необхідно також задавати *граничні умови*. Так, згин балки (рис. 1.7, а) характеризується на границі Γ_a при $x=0$ відсутністю прогину $\omega(0) = 0$ і кута повороту $\theta(0) = \omega'(0) = 0$, а на Γ_b при $x=l$ – відсутністю прогону $\omega(l) = 0$ і згинального моменту $M(l) = EI\omega''(l) = 0$. Аналогічна задача згину плити (рис. 1.6) характеризується такими граничними умовами: у затисненні Γ_a

$$\omega = 0, \quad \omega = \frac{\partial \omega}{\partial x} = 0; \quad (1.4)$$

на шарнірній опорі Γ_b

$$\omega = 0, \quad \omega = \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} = 0; \quad (1.5)$$

на вільному краю Γ_c

$$\frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} = \frac{\partial^3 \omega}{\partial y^3} = 0. \quad (1.6)$$

Під час описування процесу математичного моделювання в задачах будівельної механіки використовуються спеціальні терміни для позначення різних типів граничних умов. *Кінематичними* граничними умовами називають задані функції переміщень на ділянках границі Γ (1.4) – (1.6), які будемо зображувати у вигляді співвідношення:

$$U(\omega) = v_0. \quad (1.7)$$

Наприклад, при осіданні затисненої опори балки (див. рис. 1.7, б) граничні умови $U(\omega)$ на Γ_a будуть зображуватися прогином $\omega = b_1$ і кутом повороту $\theta = \omega' = b_2$.

При установленні характеру зусиль (зокрема згинальних моментів $M = EI\omega''$ та перерізувальних сил $Q = EI\omega'''$) формуються *статичні* граничні умови, узагальнено наведені у вигляді:

$$\Omega(\omega) = \rho_0. \quad (1.8)$$

Так, на границі Γ_b (рис. 1.7, в) умови $\Omega(\omega)$ будуть включати значення моменту $M = EI\omega'' = 0$ та перерізувальної сили $Q = EI\omega''' = P$.

При одночасному заданні групи з кінематичних і статичних функцій (1.4) – (1.6) надаються *змішані граничні* умови:

$$U\Omega(\omega) = v_0 \rho_0. \quad (1.9)$$

Так, на опорі Γ_b (рис. 1.7, а) задаються прогин $\omega = 0$ і згинальний момент $M = EI\omega'' = 0$.

Розв'язувальні рівняння вигляду (1.1), (1.2), що визначаються по області S , із заданими граничними умовами (1.7) – (1.9) складають математичну постановку *граничної задачі* будівельної механіки. Слід зазначити, що для однієї і тієї ж ФМ можуть використовуватися різні ММ. Наприклад, згин балки змінного перерізу з жорсткістю $EI(x)$, що є ФМ підпірної стінки (див. рис. 1.5, б), описується рівнянням $[EI(x)\omega'']'' = q$. При врахуванні поздовжніх сил N_1 , що виникають унаслідок тертя ґрунту під підпірною стінкою і масивності конструкції, розв'язувальні рівняння набувають вигляду

$$[EI(x)\omega'']'' - N\omega'' = q. \quad (1.10)$$

Для горизонтального елемента рами (див. рис. 1.5, *в*), що спирається на пружну основу змінної жорсткості $k(x)$, рівняння може бути ще більше ускладнене порівняно з виразом (1.10):

$$[EI \omega'']'' - N \omega'' + k\omega = q. \quad (1.11)$$

Необхідність урахування зв'язку вертикального та горизонтального елементів рами (рис. 1.5, *б*) призводить до утворення системи рівнянь вигляду (1.10) і (1.11). При цьому сукупність граничних умов, які наведені вище, має бути доповнена умовами нерозривності деформації елементів рами.

Як видно з наведених у цьому розділі співвідношень, різноманітні типи задач будівельної механіки описуються ММ суттєво різної складності й безпосередня реалізація співвідношень досліджень напружено-деформованого стану тонкостінних і масивних тіл зі збільшенням розмірності задачі значно зростає. Проте всі класи задач будівельної механіки мають загальну фізичну природу і пов'язані між собою єдністю постановки, описання і методики розв'язання. Вивчення будівельної механіки стержневих систем відрізняється найбільшою простотою й наочністю. Тому задачі цього класу часто використовуються для ілюстрування реалізації загальної методики математичного моделювання складних об'єктів, які досліджуються в будівельній механіці. Оскільки оптимізація конструкції можлива лише на підставі детального та точного прогнозу її поведінки в різних умовах, першочергового значення набувають аналітичні, чисельні та експериментальні методи, за допомогою яких можна дослідити об'єкт, що проектується, комплексно та достовірно з урахуванням різноманітних експлуатаційних режимів і багатоваріантного представлення та комбінування складових елементів.

Застосований розрахунковий апарат має бути налаштований для змін у широкому діапазоні постановки задачі залежно від призначення об'єкта, його характеристик і стадії проектування.

На початкових етапах з найменшою трудомісткістю, але з достатньою обґрунтованістю, зазвичай робиться оцінювання ескізних варіантів конструкції, для чого застосовуються емпіричні інженерні спрощувальні гіпотези, які дозволяють отримати найбільш просте розв'язання задачі. Виконуючи технічний проект, потрібно прави-

льно визначати вплив численних топологічних і фізичних параметрів на несучу здатність та інші якості конструкції. На завершальному етапі необхідно, щоб РС з найбільшою повнотою моделювала прийняті робочі варіанти складових елементів і всього об'єкта дослідження, а апарат, який застосовується, забезпечував би всебічне уявлення про їх напружено-деформований стан у різноманітних умовах існування.

Проте описання поведінки реальних систем з урахуванням різноманітних особливостей їх взаємодії з навколишнім середовищем потребує подолання значних математичних труднощів, навіть при введенні низки ідеалізуючих положень будівельної механіки. Складнощі побудови загальних аналітичних рішень у вигляді замкнутих формул основних рівнянь похідних у частках типу (1.1), (1.2) дотепер залишаються нездоланими, хоча застосування аналітичних методів математичної фізики дозволило глибше вивчити багато важливих закономірностей теорії деформування твердих тіл на порівняно простих прикладах, що мають певне узагальнене значення. Головний сучасний напрямок розрахункової практики спирається на чисельні та чисельно-аналітичні дослідження, наближені результати яких підтверджуються експериментально і виявляються цілком допустимі з інженерного погляду.

Арсенал засобів вирішення різноманітних проблем, що виникають при чисельному визначенні напружено-деформованого стану проєктованого об'єкта, досить розвинутий. Він складається з низки базисних методів: варіаційних, сіткових, варіаційно-різницевих, кінцевих елементів, розподілення змінних, інтегральних рівнянь, перетворювань та ін. Багато з них теоретично не мають принципових обмежень щодо застосування та глибини досліджень. Але кожний метод, який має суттєві переваги, не позбавлений недоліків. Не можна назвати якийсь один апарат розрахунку, що має більшу перевагу порівняно з іншими для всіх різновидів граничних задач. Тому до недавнього часу вибір шляху досліджень визначався не тільки типами об'єктів і їх навантаження, але й суттєво залежав від особливостей постановки конкретної задачі.

З появою і широким упровадженням в інженерну практику ПЕОМ різко змінилося уявлення про міру складності задач будівельної механіки. Застосування вдосконаленої обчислювальної тех-

ніки останніх поколінь дозволяє використовувати розв'язувальні диференціальні та інтегральні рівняння в найбільш загальному вигляді, виключивши багато з необхідних раніше спрощень, що знижують точність, універсальність та ефективність методів розрахунку. З'явилась можливість розглядати задачі в уточнених постановках і застосовувати РС, з більшою повнотою моделюючи реальні умови існування об'єктів.

Виявилось, що програмування окремих задач нераціональне, оскільки циклічна структура обчислювальних процесів на ЕОМ пристосована для масових досліджень.

З цього погляду також недоцільний переклад на ПЕОМ традиційної схеми розрахунку, що передбачає побудову розв'язання задач одного класу на підставі підсумку окремих розв'язань окремих різновидів, оскільки такий апарат був би надмірно громіздким і для його експлуатації потрібно було б залучити інженерів-дослідників високої кваліфікації.

Найбільш придатним для реалізації на ПЕОМ є комплексний підхід, який базується на єдиному методі чисельних досліджень великої кількості конструкцій, різноманітних за геометричними і фізичними характеристиками при можливих граничних умовах і навантаженнях. Універсальні комплекси програм дозволяють гранично автоматизувати всі ці етапи розрахунку, починаючи від описання об'єкта та закінчуючи оформленням результатів.

Проте застосування ЕОМ висуває й низку нових, тісно пов'язаних між собою проблем, успішне вирішення яких визначає ефективність апарата дослідження об'єкта і процесів.

Дискретний характер операцій на ЕОМ став причиною дійсної модифікації традиційних розділів механіки і математики, які пов'язані з використанням заміни континуальних конструкцій і функціональних рівнянь їх дискретними аналогами. Можливість переробки значного обсягу інформації та швидкодія ЕОМ уможливило вдосконалення відомих і створення нових раціональних алгоритмів розв'язання крайових задач при апроксимації диференціальних і інтегральних рівнянь алгебричними системами. Для обґрунтування стійкості обчислювальних процесів і достатньої точності наближених розв'язань, одержаних у результаті виконання великої кількос-

ті арифметичних операцій, з'явилась необхідність розроблення аналітичного й експериментального оцінювання.

Знадобилось вирішення низки проблем програмування і системотехніки, що виникають у зв'язку з реалізацією на ЕОМ цього напряму будівельної механіки. До них, перш за все, слід віднести розроблення принципів машинного зображення дискретних моделей топології реальних просторових конструкцій, кодування складної вихідної інформації, отримання в доступному вигляді громіздких результатів розрахунків, раціонального розподілення пам'яті на взаємодії зовнішніх запам'ятовувальних пристроїв, керування й контролю обчислювальних процесів, побудови алгоритмів розв'язання, організації налагоджувальних і експлуатаційних робіт та інших фізико-технічних питань.

Орієнтація на ЕОМ докорінно змінила можливості відомих методів розрахунку і призвела до їх суттєвої модернізації. Так, занадто громіздкі при ручних обчисленнях методи кінцевих елементів та інші наближені до них методи при використанні ЕОМ дозволили вніести системний підхід до розрахунку складних конструкцій. Потужність цих методів збільшилась передусім тому, що при чисельній реалізації вони спираються на формалізовані апарати (матрична алгебра, тензорне обчислення тощо), які за своєю організаційною структурою істотно близькі до характеру процесів, виконуваних ЕОМ. Тому універсальні сіткові методи, які реалізуються за допомогою розвинутих програмних системних комплексів, сьогодні найбільш поширені в інженерній практиці.

Проте в складних задачах, які потребують детального розрахунку напружено-деформованих станів відповідальних несучих елементів, необхідність дискретизації всієї області, яка розглядається, приводить до значного збільшення трудомісткості обчислювального процесу. У таких задачах помітно зростає обсяг вихідної інформації, що задається, як правило, вручну. Алгоритмізація процесу підготовки обширної вихідної інформації та її обмін між накопичувачами при змінній розрахунковій схемі є самостійною проблемою. Труднощі її вирішення, які виникають із необхідності надмірного подрібнення зон високих градієнтів при значному збільшенні кількості невідомих, є суттєвою перешкодою для розширення області застосування сіткових методів.

У цьому відношенні значні перспективи відкриваються при використанні методу потенціалу, який не лише забезпечує універсальність, характерну для інших загальних методів, але й при чисельній реалізації на ЕОМ вигідно відрізняється лаконічністю вихідних даних і меншою кількістю невідомих, які визначаються в результаті прямих або ітераційних розв'язань систем алгебричних рівнянь [23]. Така принципова перевага є наслідком найбільш важливої властивості методу потенціалу: можливості визначення будь-яких зусиль і переміщень по довільній множині точок об'єкта на підставі дискретного аналізу інтегральних рівнянь, сформованих відносно граничних значень невідомих функцій щільностей. Насправді ж знижується на одиницю розмірності розв'язувальних співвідношень порівняно з розмірністю самої задачі. Так, крайові задачі теорії пластин і оболонок зводяться до одновимірних функціональних рівнянь, а просторова задача описується виразами, у яких невідомі є частиною підінтегральних функцій поверхневих еластопотенціалів.

Особливе значення у вирішенні загальних проблем аеропортобудування і в розробці методів будівельної механіки мають математичні методи отримання оптимальних варіантів. Пошук найкращого варіанта є основою економічного планування, керування, розподілення обмежених ресурсів, аналізу виробничих процесів, проектування складних об'єктів і вирішення інших завдань. Тому загальні методи будівельної механіки, орієнтовані на визначення напружено-деформованих станів досліджуваної конструкції, доповнюються математичним апаратом оптимізації. Цей підхід дозволяє передати можливим варіантам сумарні кількісні оцінки якості. Один із найбільш ефективних засобів розв'язання задач оптимізації – апарат лінійного програмування.

Ознайомлення з різноманітними методами чисельного розв'язання граничних задач будівельної механіки показує, що їх не слід розглядати як суперечливі. Уміння користуватися цими різнотипними засобами дозволяє інженеру різнобічно і глибоко вивчити можливі стани проектованої конструкції, обравши найбільш ефективний варіант побудови удосконаленого розв'язання, обґрунтованого достовірними результатами розрахунків.

На точність підсумкових результатів розрахунку впливає сукупність окремих чинників. Інженеру необхідно оцінити вагу впливу

кожного чинника, щоб судити про достовірність чисельних досліджень.

Найбільш суттєве значення має *адекватність фізичної моделі та об'єкта*. Оскільки реальні об'єкти відрізняються великою складністю, то для досягнення необхідної точності результатів фізична модель має достатньо повно відобразити головні властивості об'єкта. Але якщо інженерна постановка задачі некоректна й адекватність між об'єктом та його моделлю відсутня, то ніякі витрати на математично суворе розв'язання не можуть допомогти отримати достовірний результат.

На цьому етапі необхідно акуратно оцінювати сумарну похибку, що виникає внаслідок введення різноманітних спрощувальних гіпотез. Найбільш типові гіпотези, що використовуються, рекомендуються для застосування після великих експериментальних досліджень. Тому накопичений досвід проектування дозволяє завчасно оцінювати ступінь неточності того чи іншого спрощувального припущення. Наприклад, заміна жорстких вузлів ідеальними шарнірами і використання інших відомих спрощень при розрахунку ферм із центрованими у вузлах стержнями не вносить до розрахунку похибок, що перевищують 7% (рис.1.8). Вагомість похибок такого типу може оцінюватися на підставі чисельних експериментів під час отримання результатів, які отримані при застосуванні моделей, що наближуються різноманітними ступенями спрощень, що вводяться. Так, розрахунок ферм з жорсткими рамними й ідеальними шарнірними вузлами може визначити порівняльну похибку цих варіантів моделювання.

Друге джерело похибок виникає внаслідок *переходу від континуального рівня ММ* (диференціальних або інтегральних розв'язувальних рівнянь граничної задачі) *до дискретного рівня*, який дозволяє отримати чисельні результати. Практично в усіх методах розв'язання функціональних рівнянь вони замінюються алгебричними системами. Така заміна дозволяє визначити значення невідомих величин, що описані неперервними функціями, знайденими аналітично по всій області об'єкта, у вигляді наборів окремих функціональних компонентів або числових значень у дискретних вузлових точках. Для гарантії отримання достовірних результатів необхідно, щоб при збільшенні кількості компонентів або почасті-

шанні вузлів процес розв'язання «збігався» – стійко прямував до точного результату. Тому такий вид похибок оцінюється на підставі порівняння результатів ітерацій, які одержані при монотонному поліпшенні дискретних аналогів ММ.

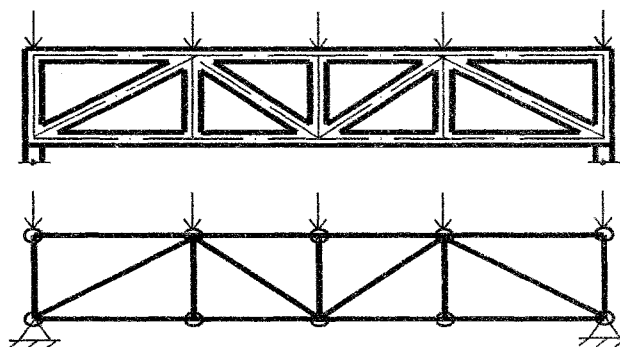


Рис. 1.8. Схема ферми

Третя група неточностей спричинена *округленням чисел* при виконанні операцій. Незважаючи на те, що обчислювальні процеси на ЕОМ реалізуються з дуже високою точністю, кількість операцій у розрахунках складних будівельних об'єктів дуже велика (наприклад, реалізація статичного розрахунку каркаса сучасного ангара на ЕОМ з продуктивністю понад мільйон операцій за секунду займає декілька годин). Тому помилки округлення, які накопичуються, можуть бути причиною отримання недостовірних результатів. Для оцінювання впливу цього чинника необхідно вести облік похибок згідно з загальною теорією похибок залежно від обсягу необхідних обчислень. На цьому етапі використовуються також порівняння результатів розрахунків, виконаних з одинарною і подвійною точністю, на різних етапах побудови і розв'язання дискретних аналогів функціональних рівнянь та інші спеціальні прийоми аналізу ефективності та точності обчислювальних процедур.

1.2. Методика розрахунку статично визначених стержневих систем

Усю різноманітність конструктивних елементів споруд зводять до певної кількості основних форм. Найбільш простими є стержне-

ні системи, які схематизують каркаси будівельних об'єктів. У спорудах трапляються стержні прямолінійні та криволінійні, призматичні та змінного перерізу. У будівництві широко застосовуються тонкостінні стержні, у яких товщина стінки значно менша від розмірів поперечного перерізу. З'єднання кількох стержнів називаються вузлами. У розрахункових схемах розрізняють жорсткі або шарнірні вузли. Далі будуть детально розглянуті різноманітні конструктивні елементи, що утворюють розрахункову схему споруди.

Загальноприйнята така умовна класифікація стержневих систем: балкові, фермові, арочні, комбіновані.

Простою балкою називається конструкція, розрахункова схема якої зображується у вигляді прямолінійного стержня, який опирається з землею трьома в'язями. Розрізняють консольні (рис. 1.9, *а*) і двоопорні (рис. 1.9, *б, в*) балки.

Системи, що складаються з декількох простих балок, з'єднаних між собою шарнірами (рис. 1.9, *г*), називаються багатопрогінними (шарнірно-консольними) статично визначеними балками.

Рамами (рис. 1.9, *д*) називаються геометрично незмінні системи, стержні яких жорстко зв'язані між собою в усіх або кількох вузлах.

Фермами називаються геометрично незмінні системи, розрахункова схема яких моделюється стержнями, які з'єднані в усіх вузлах шарнірними шарнірами (рис. 1.9, *е*).

Тришарнірною аркою називається система, яка складається з трьох криволінійних стержнів, що з'єднані шарніром і опираються на землю за допомогою шарнірно-нерухомих опор (рис. 1.9, *ж*).

Варці з затяжкою одна з опор влаштовується рухомою (рис. 1.9, *з*).

Комбінованою стержневою системою називається система, яка складається вище перерахованих систем. Це, наприклад, арочна ферма (рис. 1.9, *и*).

Порядок розрахунку стержневих систем включає такі етапи:

кінематичний аналіз споруди;

визначення опорних реакцій;

визначення внутрішніх зусиль і побудова їх епюр;

визначення максимальних нормальних і дотичних напру-

жень.

– визначення переміщень у заданих точках.

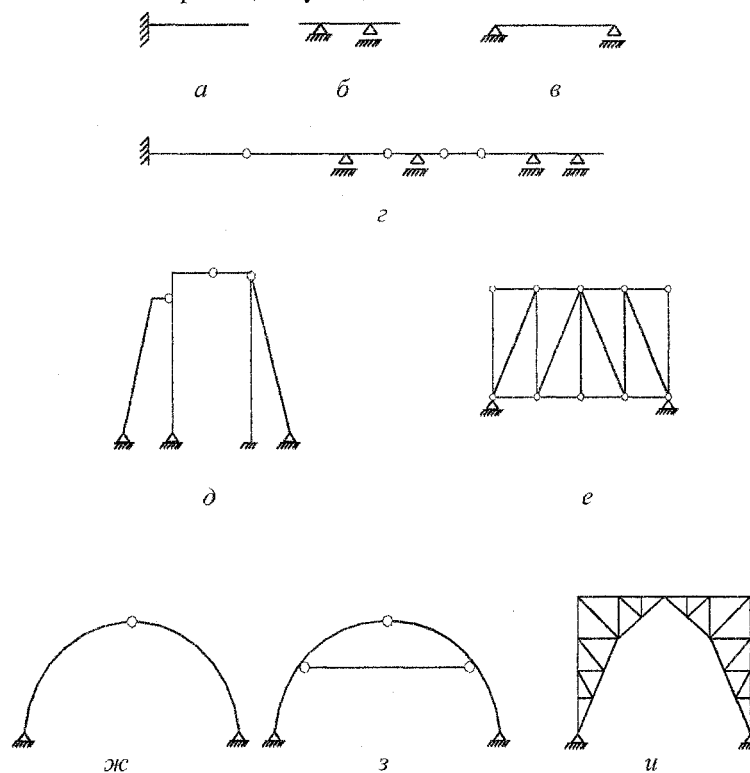


Рис. 1.9. Схеми стержневих систем

У наступних розділах перераховані етапи будуть детально розглянуті стосовно різних типів стержневих систем. Визначення максимальних нормальних і дотичних напружень та визначення переміщень у заданих точках виконують для розрахунків на міцність, жорсткість і стійкість елементів споруди.

Конструкції в процесі експлуатації потрапляють під вплив різноманітних навантажень – поверхневих або об’ємних сил, які можуть бути зображені у вигляді розподіленого навантаження, зосередженої сили, зосередженого моменту. Залежно від характеру прикладення сил у часі розрізняють навантаження статичні та динамічні.

Статичне навантаження порівняно повільно і плавно зростає до кінцевого значення і залишається незмінним.

Динамічне навантаження супроводжується значним прискоренням. При цьому виникають сили інерції, які необхідно враховувати. Динамічні навантаження можуть бути миттєво прикладені, ударні та повторно-змінні.

Миттєво прикладене навантаження зростає від нуля до свого кінцевого значення протягом дуже короткого проміжку часу.

При ударному навантаженні тіло має певну кінематичну енергію.

При повторно-змінному навантаженні його дія безперервна і періодично змінюється з часом.

Для забезпечення нормальної роботи під дією різних навантажень конструкція має відповідати необхідним умовам міцності, жорсткості та стійкості.

Міцність – це здатність конструкції в цілому і її окремих частин витримувати певне навантаження без руйнувань.

Жорсткість – це здатність конструкції в цілому, а також її елементів протистояти зовнішнім навантаженням по деформаціях, які не повинні перевищувати граничних величин, що встановлені відповідно до конструктивних вимог.

З погляду міцності, початок руйнування характеризується величинами найбільших нормальних, дотичних напружень або їх комбінацією, що діють у небезпечних перерізах. Вони обмежуються так званими допустимими напруженнями $[\sigma^+]$, $[\sigma^-]$, $[\tau]$ [3]. Допустиме напруження визначають за формулою:

$$[\sigma] = \frac{\sigma}{n},$$

де σ – небезпечне напруження (тимчасовий опір, межа текучості);
 n – коефіцієнт запасу міцності, який залежить від матеріалу, характеру навантаження та ін.

Умову міцності, що перевіряється в небезпечних перерізах, можна записати у вигляді:

$$\sigma_{\max} \leq [\sigma].$$

Використовуючи умову міцності виконують проектувальні розрахунки (підбирання розмірів поперечних перерізів), перевіряють

розрахунки (за заданими розмірами визначають можливість конструкції витримувати задане навантаження), а також визначають припустиму величину навантаження за заданими розмірами, різновидом матеріалу та схемою завантаження споруди.

Для забезпечення нормальної роботи конструкції необхідно також забезпечити умову жорсткості:

$$\Delta w \leq [\Delta w],$$

де Δw – переміщення елементів у небезпечних перерізах конструкції; $[\Delta w]$ – припустима величина цього переміщення.

Аналіз за умовою жорсткості слід доповнювати розрахунком на міцність. Якщо умова жорсткості виконується, а умова міцності ні, то необхідно розв'язувати задачу з умови міцності.

Слід зазначити, що питання про міцність матеріалу у випадку складного напруженого стану, коли в небезпечних перерізах наявні всі три головні напруження $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$, вирішується згідно з механічною теорією міцності, яка полягає в обранні критеріїв міцності (критерій припустимого напружено-деформованого стану). У цьому випадку вводять гіпотезу про перевагу впливу на міцність матеріалу того чи іншого чинника. Іншими словами, порушення міцності матеріалу наступить тоді, коли величина обраного чинника досягне допустимого значення. Введення критерію міцності дозволяє порівняти складний напружений стан з простим.

Нині існує декілька класичних критеріїв міцності:

– критерій найбільших нормальних напружень (перша теорія міцності), згідно з яким перевага впливу на міцність надається величині найбільшого нормального напруження;

– критерій найбільших лінійних деформацій (друга теорія міцності), згідно з яким за критерій міцності беруть найбільшу за абсолютною величиною лінійну деформацію;

– критерій найбільших дотичних напружень (третья теорія міцності), критерієм міцності в цьому випадку беруть значення найбільшого дотичного напруження;

– критерій питомої потенціальної енергії (четверта теорія міцності), згідно з яким за критерій міцності беруть кількість питомої потенціальної енергії, накопиченої деформованим елементом.

Існують і деякі інші теорії визначення міцності матеріалу [4]. Різноманітні теорії міцності в практичних розрахунках застосовують залежно від умов роботи конструкції і стану матеріалу (крихлий або пластичний), що визначається не лише його властивостями, але й видом напруженого стану, температурою, швидкістю навантаження.

При розрахунках на міцність конструкцій і їх елементів найпоширеніші розрахункові напруження, залежно від прийнятої теорії міцності, порівнюють з допустимими в небезпечних перерізах. Якщо ці напруження не перевищують допустимі, то запас міцності конструкції забезпечений. Такий спосіб розрахунку на міцність називають розрахунком за допустимим напруженням.

Цей розрахунок не дозволяє раціонально використовувати всі можливості конструкції. Виникнення місцевих напружень, що доводяться межі текучості в конструкціях, які виготовлені з пластичних матеріалів, у деяких випадках не є небезпечним для всієї конструкції. У разі появи місцевих пластичних деформацій конструкція ще може задовольняти висунутим до неї вимогам і до певної допустимого стану потрібне подальше зростання навантаження. Виражається, що конструкція має запас міцності порівняно з розрахунком за допустимим напруженням. Тому ряд розрахунків конструкцій виконують за допустимим станом.

Допустимий стан конструкції – стан, при якому вона втрачає здатність чинити опір зовнішнім впливам або перестає відповідати висунутим експлуатаційним вимогам.

Розрізняють три типи допустимих станів:

- а) несучою здатністю (міцності, стійкості, витривалості);
- б) розвитком надмірних деформацій (прогинів, перекосів тощо);
- в) утворенням або розкриттям тріщин.

Розрахунки за допустимим станом широко застосовуються під час проектування будівельних конструкцій і споруд. Розрахунок дає можливість зменшити вагу конструкцій.

Для складного напруженого стану запропоновані різноманітні теорії переходу матеріалу в пластичний стан.

Слід пам'ятати, що розрахунок за допустимим станом не є універсальним і повністю не замінює розрахунок за допустимим напруженням. Необхідно детально аналізувати задачу в кожному конкретному

випадку і вести розрахунки обґрунтовано, з урахуванням різноманітних чинників, що впливають на роботу конструкції.

Розрахунок конструкції на міцність і жорсткість в окремих випадках може виявитися недостатнім. У деформованому стані рівновага між внутрішніми і зовнішніми силами пружності може бути не тільки стійкою, але й нестійкою. Необхідно провести розрахунок конструкції на стійкість.

Пружна рівновага буде стійкою, якщо деформоване тіло при будь-якому малому відхиленні від стану рівноваги прагне повернутися до початкового стану. Пружна рівновага нестійка, якщо деформоване тіло, при виведенні його з початкового рівноважного стану, прагне продовжити деформуватися в напрямі, наданому йому відхиленням й у вихідний стан не повертається.

Між цими двома станами рівноваги існує перехідний стан, який називається критичним. Стійкість форми рівноваги деформованого тіла залежить від величини прикладених до неї навантажень.

Навантаження, перевищення якого спричиняє втрату стійкості початкової форми тіла, називається критичним. Досягнення навантажень критичних значень призводить до руйнування конструкції. Втрата стійкості виникає раптово, коли міцність елементів ще не вичерпана. Після появи критичного стану, деформації зростають дуже швидко. Критичне навантаження $P_{кр}$ подібне до руйнівного при розрахунку на міцність.

Проводячи розрахунок на стійкість, необхідно щоб була дотримана умова:

$$P \leq [P],$$

де P – діюче навантаження.

Допустиме навантаження $[P]$ визначають за формулою:

$$[P] = \frac{P_{кр}}{n_y},$$

n_y – коефіцієнт запасу стійкості.

У разі прикладання до конструкції різних динамічних навантажень доводиться мати справу з механічними коливаннями, ураху-

вання яких необхідне для обчислення задач міцності при змінних напруженнях.

Колівальні процеси поділяють на періодичні та неперіодичні. Періодичним називається процес, при якому змінна величина через певний проміжок часу T (період) має однакове значення. Коливання, що не задовольняють цю умову, називаються неперіодичними.

З іншого боку, розрізняють власні та вимушені коливання систем.

Власними називають коливання, які виникають від зовнішнього впливу і викликають у системі початкові відхилення від положення рівноваги та продовжуються потім за рахунок наявності внутрішніх пружних сил, які намагаються відновити рівновагу системи. Характер процесу при цьому визначається властивостями системи.

У цьому випадку метою розрахунку конструкції є визначення амплітуди, власних частот і форм коливань системи, необхідних для розрахунку конструкції на можливі вимушені коливання.

Вимушеними називають коливання пружних систем при дії на них протягом усього періоду коливань зовнішніх періодично змінних сил.

Отже, характер колівального процесу залежить як від властивостей системи, так і від зовнішніх сил.

У разі наближення частоти вимушених коливань до частоти власних коливань системи ведуть мову про наявність резонансу.

За видом деформації розрізняють поздовжні, поперечні, крутильні коливання.

Далі будуть розглянуті послідовність і особливості розрахунку різних видів стержневих систем при дії різного типу навантажень.

1.3. Кінематичний аналіз споруд

Ціля всебічного аналізу реальна конструкція зображується в уявленому вигляді з погляду геометричних форм, властивостей матеріалу, зовнішніх впливів на неї. Далі будемо розглядати такі площинні розрахункові схеми, у яких усі елементи розміщені в одній площині. Отримана таким чином розрахункова схема споруди на наступному етапі має піддаватися кінематичному аналізу.

Особливість вивчення цього розділу полягає в необхідності ознайомлення з цілою низкою універсальних понять і визначень, без яких неможливо оволодіти прийомами кінематичного аналізу споруд.

Метою кінематичного аналізу розрахункової схеми споруди є визначення типу розрахункової схеми з кінематичного погляду. Крім того, за допомогою кінематичного аналізу можна визначити послідовність розрахунку геометрично незмінних розрахункових схем на задані зовнішні впливи.

З погляду кінематики, розрахункові схеми споруд діляться на:

- геометрично незмінні;
- геометрично змінні;
- миттєво змінні.

До геометрично незмінних належать розрахункові схеми споруд, форма яких не змінюється, якщо припустити, що їхні елементи виготовлені з абсолютно твердого недеформівного матеріалу.

На рис. 1.10, *a-в* показано приклади найпростіших геометрично незмінної, геометрично змінної і миттєво змінної конструкцій.

До геометрично змінних належать розрахункові схеми споруд, що можуть суттєво змінити свою форму, якщо припустити, що їхні елементи виготовлені з абсолютно твердого матеріалу.

До миттєво змінних належать схеми, точки яких здатні переміщатися без зміни геометричних розмірів з точністю до малих вишого порядку.

Для наступного викладання матеріалу розділу необхідно ввести поняття «диск» і «з'єднувальний пристрій».

Диском називається будь-яка геометрично незмінна частина розрахункової схеми споруди або вся її розрахункова схема, якщо вона в цілому є геометрично незмінною. Геометрично незмінна плоска фігура, що характеризується властивістю однов'язковості (усі границі фігури можна «пройти» вздовж однієї безперервної замкнутої лінії, що не перетинає саме тіло), називається *простим плоским диском*.

Прикладами плоских дисків можуть бути матеріальна точка, стержень будь-якої конфігурації, геометрично незмінна плоска фігура.

Положення диску в площині його розташування задається за допомогою геометричних параметрів відносно певної системи координат. Кількість таких параметрів, необхідна для задання положення плоского диска або системи дисків, називається *степенем вільності* цього диска або системи дисків. Положення матеріальної точки в координатній площині визначається двома незалежними геометричними параметрами – координатами x і y .

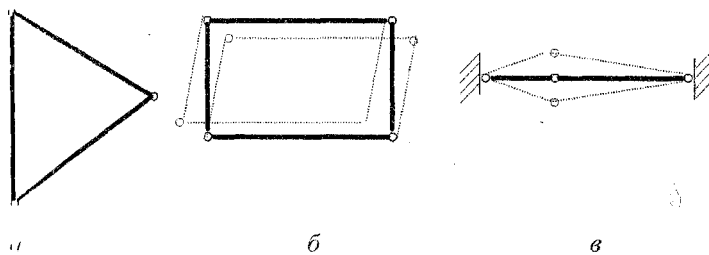


Рис. 1.10. Найпростіші випадки геометричної змінності конструкції: *а* – геометрично незмінна; *б* – геометрично змінна; *в* – миттєво змінна

Положення простого диска в його площині визначається трьома параметрами: координатами x_1 і y_1 будь-якої його точки і кутом повороту α будь-якої прямої лінії цього диска відносно координатної осі (рис. 1.11).

Існуювальним пристроєм розрахункової схеми називається зв'язь, що обмежує певним чином взаємне переміщення дисків, які в'язуються цим пристроєм. У плоских розрахункових схемах зазвичай застосовуються такі основні типи зв'язей:

- просте припаювання;
- простий циліндричний шарнір;
- рухоме затиснення;
- кінематична в'язь.

Розглянемо кінематичні та статичні властивості зв'язувальних зв'язей.

Із кінематичного погляду, просте припаювання повністю виключає взаємні лінійні та кутові переміщення двох дисків, що в'язуються. Це зв'язання зменшує кількість незалежних параметрів руху дисків на три, тобто знищує три степеня вільності. Із ста-