

МОДЕЛЮВАННЯ ФІЗИЧНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ МАТЕРІАЛУ КОНСТРУКТИВНО-НЕОДНОРІДНИХ ТОНКИХ ОБОЛОНОК КОМБІНОВАНИХ МЕХАНІЧНИХ СИСТЕМ

Національний авіаційний університет, Україна

Запропонована методика визначення параметрів конструктивно-ортотропної оболонки з використанням рівнянь стану на основі узагальненого закону Гука для ортотропного однорідного матеріалу.

Постановка проблеми. Технологія виготовлення елементів висячих оболонкових конструкцій зумовлює конструктивні особливості матеріалу загальної тонколистової оболонкової конструкції. Монтажні роботи при виготовленні великопрогонових оболонкових конструкцій покриттів за укладкою і подальшої автоматичною електрозваркою, у тому числі лазерною, окремих тонколистових елементів (товщина 3-4 мм) виконуються по раніше виготовленій конструкції, так званій, постелі оболонкової конструкції, як складової загальної тонколистової оболонки. Поверхня постелі визначає початкову поверхню самої оболонки, тому для її визначення розв'язується задача формоутворення і використовуються спеціальні пристрої натягу елементів конструкції постелі, яка складається з регулярних ниток скінченої жорсткості, напрям яких по довжині співпадає з твірними лініями лінійчатих поверхонь (наприклад, гіперболічний параболоїд). Конструкції ниток скінченої жорсткості виготовляють з прокатного металу – таврового, швелерного, кутового і полосового, а також їх комбінацій з використанням конструктивних схем перерізів відкритого і закритого профілю.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. При побудові дискретних моделей і розрахункових схем комбінованих оболонкових конструкцій з використанням площин симетрії розрахункового фрагменту не завжди вдається адекватно відобразити модель конструкції тонколистової оболонки з регулярно розміщеними в одному напрямку ребер – ниток скінченої жорсткості, крім того реалізація зазначеної адекватності пов'язана з різким збільшенням числа невідомих і, відповідно, числа розв'язуючих рівнянь, а останнє призводить до погіршення обумовленості матриці системи лінеаризованих рівнянь і, відповідно, до зниження ефективності, або взагалі недієздатності розробленого алгоритму розв'язку нелінійних розв'язуючих рівнянь.

Існує відома методологія створення композитних конструкцій з попередньо заданими анізотропними властивостями, тобто реалізуються відповідні вимоги до створення властивостей однорідних анізотропних матеріалів композитних систем. Конструктивно - ортотропні тонколистові оболонки є своєрідним аналогом створення подібних композитних систем [1].

Пружно-нелінійні властивості композитних, або анізотропно - конструктивних (умовних) матеріалів досліджуваних оболонкових конструкцій при наявності значних (великих) деформацій апроксимуються у процесі

еволюції деформації інтегральним законом стану [2] з використанням узагальненого закону Гука, розповсюдженого на область скінченних деформацій, для “еквівалентного” ортотропного матеріалу (прямолінійна або криволінійна ортотропія) [3, 4].

Постановка задачі. У зв’язку з вищенаведеним запропонована методика визначення параметрів модельної конструктивно-ортотропної оболонки з використанням рівнянь стану на основі узагальненого закону Гука для ортотропного однорідного матеріалу [5].

Основна частина. Розглянемо циклічну модель конструктивно-ортотропної моделі тонколистової оболонки з регулярно розташованими поздовжніми і поперечними ребрами, яка наведена на рис. 1.

Вихідні геометричні і фізико-механічні параметри оболонки з ребрами наступні: $h_0, h_{r(l)}, h_{r(b)}, b_{r(l)}, b_{r(b)}, f_a, f_b, E, G, \nu$ (ізотропний матеріал). Матеріал конструктивно - ортотропної умовно гладкої моделі оболонки еквівалентної для розрахункового фрагменту (рис.1) має наступні геометричні і фізико-механічні параметри: $h_{(e)}, l, b, E_1^{(e)}, E_2^{(e)}, E_3^{(e)}, G_{12}^{(e)}, G_{13}^{(e)}, G_{23}^{(e)}, \nu_{21}^{(e)}, \nu_{31}^{(e)}, \nu_{32}^{(e)}$ (дев’ять незалежних технічних констант, з використанням яких можна отримати рівняння стану ортотропного матеріалу).

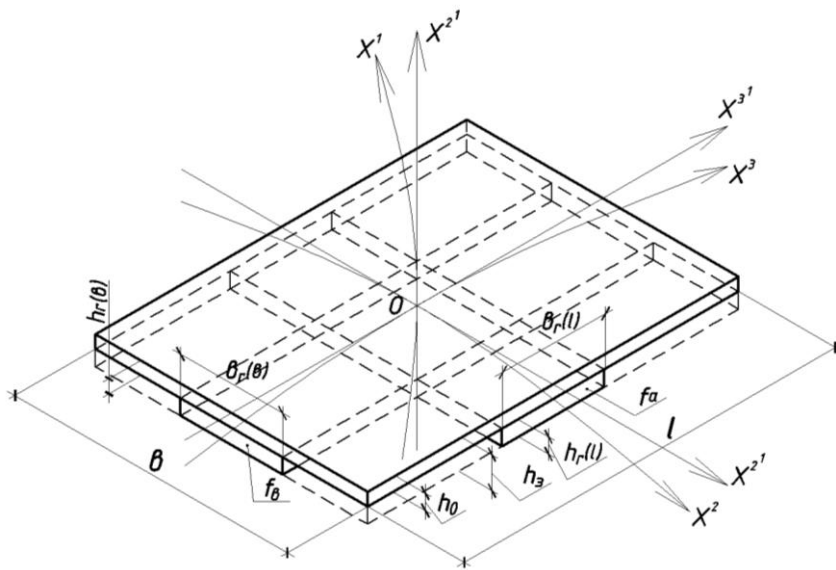


Рис. 1. Циклічна модель конструктивно-ортотропної оболонки

Параметри l, b незмінні для розрахункового циклічного фрагменту, а параметр $h_{(e)}$ і фізико-механічні характеристики визначаються з використанням умов: еквівалентність (рівність) поздовжніх (циліндричних), зсувних і згинальних жорсткостей розрахункового фрагменту (рис.1) відносно осей базиса ортотропії $OX^1 X^2 X^3$; термодинамічні обмеження: $E_1 \nu_{21} = E_2 \nu_{12}$; $E_2 \nu_{32} = E_3 \nu_{23}$; $E_2 \nu_{31} = E_1 \nu_{13}$; $|\nu_{12}| < (E_2 / E_1)^{1/2}$; $|\nu_{21}| < (E_1 / E_2)^{1/2}$; $E_1, E_2, E_3, G_{12} > 0$; $\nu_{21}, \nu_{23}, \nu_{31} < 0,5$.

Враховуючи, що в розглянутих оболонкових системах привалюють мембранні напруження (до 90-95%), при побудові еквівалентних аналогів конструктивно-ортотропних моделей можна прийняти:

$$E_1^{(e)} \equiv E; \quad \nu_{21} = \nu_{31} \equiv \nu; \quad G_{12}^{(e)} = G_{13}^{(e)} = G. \quad (1)$$

З урахуванням (1) залишається п'ять незалежних невідомих геометричних параметрів і технічних констант конструктивно-ортотропної умовно-гладкої моделі тонколистової оболонки з ребрами: $h_{(e)}, E_2^{(e)}, E_3^{(e)}, G_{23}^{(e)}, \nu_{32}^{(e)}$. Для їх визначення складаємо п'ять рівнянь з вище зазначених умов:

$$E_2^{(e)} \cdot l \cdot h_{(e)} = EA_{(q)}^{(2)}; \quad E_3^{(e)} \cdot b \cdot h_{(e)} = EA_{(q)}^{(3)}; \quad E_2^{(e)} \frac{l \cdot h_{(e)}^3}{12} = EI_{(q)}^{(2)}; \\ E_3^{(e)} \frac{b \cdot h_{(e)}^3}{12} = EI_{(q)}^{(3)}; \quad G_{23}^{(e)} \cdot l \cdot b = G \cdot l \cdot b \quad (2)$$

Розв'язуючи систему рівнянь (2) одержимо: $E_2^{(e)} = \frac{1}{l} \sqrt{\frac{[EA_{(q)}^{(2)}]^3}{12EI_{(q)}^{(2)}}}; \quad (3)$

$$E_3^{(e)} = \frac{1}{b} \sqrt{\frac{[EA_{(q)}^{(3)}]^3}{12EI_{(q)}^{(3)}}}; \quad G_{23}^{(e)} = G; \quad h_{(e)}^{2(3)} = \sqrt{\frac{12EI_{(q)}^{(2)(3)}}{EA_{(q)}^{(2)(3)}}}. \quad (4)$$

Приймаємо $h_{(e)}^{(2)(3)\min} \leq h_{(e)}^{cp} < h_{(e)}^{(2)(3)\max}$ і з урахуванням $h_{(e)}^{cp}$ виконуємо уточнення технічних констант, обчислених за (3), (4): $E_{2(3)}^{(e)} = \frac{EA_{(q)}^{2(3)}}{l(b) \cdot h_{(e)}^{cp}}$.

Незалежний коефіцієнт Пуассона ν_{32} визначаємо із урахуванням умов:

$$E_2 \nu_{32} = E_3 \nu_{23}; \quad |\nu_{23}| < (E_3 / E_2)^{1/2}; \quad |\nu_{32}| < (E_2 / E_3)^{1/2}. \quad (5)$$

В формулах (1)-(5) використані наступні співвідношення (рис. 1):

$$EA_{(q)}^{(2)} = E(f_a + h_0 l); \quad EA_{(q)}^{(3)} = E(f_b + h_0 b); \\ EI_{(q)}^{(2)} = \frac{E}{12} [l \cdot h_0^3 + b_{r(l)} \cdot h_{r(l)}^3 + 3f_a (h_0 + h_{r(l)})^2]; \\ EI_{(q)}^{(3)} = \frac{E}{12} [b \cdot h_0^3 + b_{r(b)} \cdot h_{r(b)}^3 + 3f_b (h_0 + h_{r(b)})^2]. \quad (6)$$

З використанням технічних констант конструктивно-ортотропної моделі тонколистової оболонки з ребрами отримуємо компоненти тензора пружностей

$$4\text{-го рангу } \hat{C}_4^{(e)}: \quad C^{ijkl} = C^{0\text{strp}} \hat{S}_s^i \hat{S}_t^j \hat{S}_r^k \hat{S}_p^l; \quad \hat{S}_s^i = \delta_s^i + \nabla_i^0 u^k, \quad (7)$$

де \hat{S}_s^i - компоненти афінного тензора перетворень вихідного початкового базису лагранжевої системи координат в базис актуальної конфігурації нелінійної дискретної моделі оболонки.

Компоненти $C^{0\text{strp}}$ обчислюються з використанням компонент тензора пружностей в ортонормованому базисі ортотропії:

$$C_{ijkl}^0 = \tilde{C}^{rstp} \tilde{S}_{,r}^0 \tilde{S}_{,s}^0 \tilde{S}_{,t}^0 \tilde{S}_{,p}^0 \sqrt{g^{(rr)} g^{(ss)} g^{(tt)} g^{(pp)}}, \quad (8)$$

$$\text{де } \tilde{S}_{,r}^0 = C_{j'}^i C_r^{j'}; C_i^0 = \frac{\partial z^{j'}}{\partial x^i}; C_{j'}^0 = \frac{\partial x^i}{\partial z^{j'}}; C_i^{j'} = \frac{\partial z^{j'}}{\partial x^i}; C_{j'}^i = \frac{\partial x^i}{\partial z^{j'}};$$

$\frac{\partial z^{j'}}{\partial x^i}; \frac{\partial x^i}{\partial z^{j'}}$ - компоненти тензорів афінного перетворення лагранжевої системи координат у глобальну декартову систему координат; $C_{j'}^i$ - компоненти ортогонального перетворення глобальних декартових координат $z^{j'}$ у декартовий базис криволінійної (в загальному плані) ортотропної системи координат x^i .

Висновки. На основі аналітичних співвідношень (1)-(8) і процедур моментної схеми скінченних елементів (МССЕ) отримані співвідношення МСЕ для універсального просторового оболонкового скінченного елемента (СЕ) з 24-ма ступенями вільності, що відповідає чотирьом вузлам на серединній поверхні оболонки з шістьма узагальненими переміщеннями в кожному. Переміщення і координати точок у межах простору СЕ змінюються у відповідності з полілінійними апроксимуючими функціями місцевих лагранжевих координат x^1, x^2, x^3 :

$$u^i = \sum_{s_1=\pm 1} \sum_{s_2=\pm 1} \sum_{s_3=\pm 1} u_{s_1 s_2 s_3}^i \prod_{\delta=1}^3 \left(S_{(\delta)} x^{(\delta)} + \frac{1}{2} \right), \quad (9)$$

де $-\frac{1}{2} \leq x^{(\delta)} \leq \frac{1}{2}$; $S_{(\delta)} = \begin{cases} +1 \\ -1 \end{cases}$ - умовні лагранжеві координати; $u_{s_1 s_2 s_3}^i$ - вузлові переміщення СЕ.

Література

1. *Тарнопольский Ю. М.* Инженерная механика композитов / Ю. М. Тарнопольский ; пер. с англ. Н. П. Жмудя, В. Л. Кулакова // Прикладная механика композитов : сб. статей 1986-1988 гг. – М.: Мир, 1989. – 358 с.
2. *Баженов В. А.* Метод скінченних елементів у задачах нелінійного деформування тонких та м'яких оболонок / В. А. Баженов, В. К. Цихановський, В. М. Кислоокій. – Київ: КНУБА, 2000. – 386 с.
3. *Грин А.* Большие упругие деформации и нелинейная механика сплошной среды / А. Грин, Дж. Адкинс; пер. с англ. Ю. В. Немировского. – М.: Мир, 1965. – 455 с.
4. *Клаф Р.* Динамика сооружений / Р. Клаф, Дж. Пензиен. – М.: Стройиздат, 1979. – 320 с.
5. *Работнов Ю. Н.* Механика деформируемого твердого тела: [учеб. пособие для вузов] / Юрий Николаевич Работнов. – [2-е изд., испр.]. – М.: Наука. Гл. ред. физ-мат. лит., 1988. – 712 с.

**МОДЕЛИРОВАНИЕ ФИЗИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК МАТЕРИАЛА
КОНСТРУКТИВНО-НЕОДНОРОДНЫХ ТОНКИХ ОБОЛОЧЕК
КОМБИНИРОВАННЫХ МЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ**

N.O. Kostyra

Предложена методика определения параметров конструктивно-ортотропной оболочки с использованием уравнений состояния на основе обобщенного закона Гука для ортотропного однородного материала.

**THE SIMULATION OF MATERIAL PHYSICAL CHARACTERISTIC
STRUCTURAL-NON HOMOGENEOUS THIN SHELLS OF COMBINED
MECHANICAL SYSTEMS**

N.O. Kostyra

The method of characteristic determination is offered for designing structural-non homogeneous thin shells of combined mechanical systems that based on the generalized Hooke's law for orthogonal oriented homogeneous material.