

МЕТОД СИНТЕЗУ НЕЛІНІЙНИХ ЯКІСНИХ РЕГУЛЯТОРІВ

Запропоновано новий метод синтезу регуляторів для нелінійних динамічних об'єктів. Задача синтезу розв'язується модифікованим методом аналітичного конструювання на основі квадратичного функціоналу якості. Метод побудовано на основі послідовного врахування нелінійних членів в моделі об'єкта і відповідного розширення функції Белмана. Для її додаткових членів вводяться показники затухання, що визначають швидкодію.

Побудова сучасних динамічних керованих об'єктів поєднує етапи безпосереднього проектування об'єкта і системи управління. Управління має вичерпати всі ресурси об'єкта і забезпечити максимально можливу якість його функціонування, а також при цьому надати проектувальнику можливість перенесення з об'єкта на систему управління максимальної кількості функцій. Для широкого класу динамічних систем характерною ознакою є їх функціонування в великому експлуатаційному діапазоні вихідних координат, де не виконуються умови можливості лінеаризації. Такі режими руху як правило не є режимами стабілізації у звичайному розумінні, і звести задачу обчислення траєкторії до задач стабілізації неможливо. Але і задачі стабілізації із цих траєкторій мають враховувати великі відхилення управлінь і вихідних координат від програмних значень, що має місце за умов дії великих збурень. В багатьох випадках спроби побудувати нелінійні регулятори не продемонстрували значних переваг перед лінійними. [1-4]. Тому актуальним є побудування методів синтезу регуляторів для нелінійних об'єктів, зокрема з поліноміальними правими частинами, які забезпечують задану якість перехідних процесів.

Розглянемо синтез регулятора для системи, що описується системою рівнянь:

$\dot{X} = AX + BU + \Phi(X)$, де останній доданок відображає нелінійності об'єкта. Нелінійну частину цієї системи можна представити у вигляді ступеневого ряду: $\Phi = \Phi_{(2)} + \Phi_{(3)} + \dots = \sum_{i=1}^{\infty} \Phi_i(X)$ по відповідним ступеням компонентів вектора стану X . Управління необхідно

обрати таким чином, щоб досягти мінімуму функціонала якості $I = \int_{t=0}^{\infty} w(X(t), U(t)) dt$.

Функціонал якості задамо наступним чином: $I = \int_0^{\infty} w(X, U) dt =$

$= \int_{t=0}^{\infty} (w_1(X(t), U(t)) + w_2(X(t), U(t))) dt = \int_0^{\infty} (X^T P X + U^T R U + c_0 V_0 + c_1 V_1 + \dots + c_k V_k) dt$, де

$w_1(X(t), U(t)) = X^T P X + U^T R U$ - звичайно вживаний підінтегральний вираз квадратичного функціоналу якості, а V_0, V_1, \dots, V_k - компоненти розкладу функції Ляпунова $V(X)$ в

ступеневий ряд по компонентах вектора X : $V(X) = \sum_{i=0}^k V_i(X)$. Зважаючи на те, що на

оптимальній траєкторії $V(X) = \int_0^{\infty} (X^T P X + U^T R U + c_0 V_0 + \dots + c_k V_k) dt$, або ж $\dot{V} = w_1(X, U) + c_0 V_0 + \dots + c_k V_k = X^T P X + U^T R U + c_0 V_0 + \dots + c_k V_k$, таке визначення функціоналу призведе до того, що $V(X)$ матиме власне "затухання", швидкість якого визначається коефіцієнтами $c_0 \dots c_k$ для кожної моди окремо, і "вимушений рух" під впливом $w_1(X, U)$, яке щодо $V(X)$ виконуватиме роль управління.

Розглянемо спочатку лінеаризовану систему і проведемо для неї синтез лінійного регулятора. Для лінеаризованої системи $\dot{X} = AX + BU$ функціонал якості матиме вигляд $J = \int_0^{\infty} (X^T P X + U^T R U + c_0 V_0) dt$. Записавши для цієї системи рівняння Беллмана $\min_{u \in \Omega(u)} \{X^T P X + U^T R U + c_0 V_0 + V_0' &_0\} = 0$, де, в силу системи, $V_0' &_0 = (\partial V_0(X) / \partial X)(AX + BU)$, можна знайти оптимальне управління для лінеаризованої системи: $U_{opt,lin} = -\frac{1}{2} R^{-1} B (\partial V_0 / \partial X)$. Функцію V_0 знайдемо як $X^T Q_0 X$, де Q_0 - симетрична матриця, що є коренем матричного рівняння Ріккати $Q_0 B R^{-1} B^T Q_0 - \frac{1}{2} (c_0 E + 2A)^T Q_0 - \frac{1}{2} Q_0 (c_0 E + 2A) - P = 0$. Відтак неважко знайти $\frac{\partial V_0}{\partial X}$, після чого отримуємо закон оптимального управління для лінеаризованої системи: $U_{opt,lin} = -R^{-1} B Q_0$. На цьому перший крок синтезу закінчено.

Тепер перейдемо до синтезу нелінійної частини регулятора. Для цього використаємо метод зворушень. Почнемо послідовно вводити до системи рівнянь, що описують об'єкт керування, нелінійні члени: на другому кроці $\dot{\Phi} = \Phi_{(2)}(X)$, на третьому $\dot{\Phi} = \Phi_{(2)}(X) + \Phi_{(3)}(X)$, і так далі. Записавши відповідні рівняння для m -го кроку, $m \geq 2$, отримаємо співвідношення:

$$-\frac{1}{4} \left(\left(\frac{\partial V_0}{\partial X} \right)^T B R^{-1} B^T \frac{\partial V_{m-1}}{\partial X} + \left(\frac{\partial V_{m-1}}{\partial X} \right)^T B R^{-1} B^T \frac{\partial V_0}{\partial X} \right) + c_{m-1} V_{m-1} + \left(\frac{\partial V_{m-1}}{\partial X} \right)^T A X + \left(\frac{\partial V_0}{\partial X} \right)^T \Phi_{(m)} = 0$$

Маючи набір таких співвідношень для $m=2,3,\dots$, знаходимо з них відповідно V_1, V_2 і т. д.

Знайшовши $V(X) = \sum_{i=0}^k V_i(X)$, отримаємо оптимальне управління $U_{opt} = -\frac{1}{2} R^{-1} B \left(\frac{\partial V}{\partial X} \right)$

Кількість коефіцієнтів, які потрібно знаходити при реалізації такого метода, залежить від порядку нелінійності, що розглядається. Так, для синтезу регулятора другого порядку необхідно обчислити десять коефіцієнтів, для синтезу регулятора третього порядку - 15 коефіцієнтів, і так далі. Подальше підвищення порядку закону управління, для якого синтезується регулятор, значно підвищує обсяг обчислень для знаходження коефіцієнтів регулятора, а також і складність реалізації такого регулятора. Проте його реалізація може значно покращити використання діапазону можливостей органів керування літальним апаратом.

Список літератури

1. Al'brecht E.G. On the optimal stabilisation of nonlinear systems. *PMM-J, Appl. Math.Mech.* 25, 1254-1266.
2. Al'brecht E.G. The existence of an optimal Lyapunov function and of a continuous optimal controller for one problem in the analytical design of controllers. *Differential'nye Uravneniya*, 1(10),1301-1311.
3. Rekasius Z.V. Suboptimal design of intentionally nonlinear controllers. *IEEE Trans. Aut. Control* AC-9, 380-386.
4. P.Kokotovich and G. Singh. Optimisation of coupled systems. *Int. J. Control*, 5, 75-100
5. Антонов В.К. Аналитическое конструирование качественных регуляторов // Проблемы информатизации и управления. - К.: КМУГА, 1997.
6. Антонов В.К. Методы синтеза регуляторов с заданным качеством переходных процессов. - К.: КМУГА, 1995. - 120 с.