

О. Я. Кузнєцова, Н. П. Муранова

# ФІЗИКА

## Частина 1

*Рекомендовано Міністерством освіти і науки України  
як навчальний посібник*

Київ  
Видавництво  
Національного авіаційного університету «НАУ-друк»  
2009

УДК 53(075.8)  
ББК В 3я7  
К 891

*Тиражувати  
без офіційного дозволу НАУ забороняється*

**Рецензенти:**

**Ю. І. Джежеря**, д-р фіз.-мат. наук, проф.  
(Національний технічний університет України «КПІ»)

**Б. С. Карпінос**, д-р тех. наук, проф.  
(Інститут проблем міцності ім. Г. С. Писаренко НАН України)

**І. П. Ільчишин**, канд. фіз.-мат. наук, старш. наук. співроб.  
(Інститут фізики НАН України)

*Гриф надано Міністерством освіти і науки України  
(Лист 1-4/18-Г-985 від 07.05.2008)*

**Кузнєцова О. Я.**

К 891 Фізика : навч. посіб. Ч. 1/ О. Я. Кузнєцова, Н. П. Муранова. —  
К.: Вид-во Нац. авіац. ун-ту «НАУ-друк», 2009. — 328 с.

ISBN 978-966-598-524-2

ISBN 978-966-598-547-1 (Ч. 1)

Автори навчального посібника мали на меті допомогти учням систематизувати здобуті знання з фізики, підготувати їх до незалежного тестування та адаптувати до вимог навчання за кредитно-модульною системою.

Зміст посібника відповідає робочій навчальній програмі з фізики Інституту доуніверситетської підготовки Національного авіаційного університету та програмі загальноосвітнього навчального закладу.

Для абітурієнтів, слухачів підготовчих курсів, студентів, учителів та учнів середніх загальноосвітніх шкіл.

УДК 53 (075.8)  
ББК В3я7

ISBN 978-966-598-524-2  
ISBN 978-966-598-547-1 (Ч. 1)

© Кузнєцова О. Я., Муранова Н. П., 2009  
© НАУ, 2009



## ПЕРЕДМОВА

Одна з фундаментальних концепцій Болонського процесу — *навчання впродовж усього життя*. Багаторічний викладацький досвід показав, що у студентів I курсу, учорашніх випускників шкіл, зовсім не розвинені або недостатньо розвинені вміння та навички самостійного опрацювання навчального матеріалу. Тому перед викладачем особливо гостро постає методичне завдання сформувати у студентів на I та II курсах навички самостійної роботи. За час, протягом якого студенти адаптуються до умов навчання у вищому закладі освіти і набувають умінь слухати викладача на аудиторних заняттях, самостійно готуватися до практичних та лабораторних занять із фізики, зазвичай нагромаджується велика кількість невиконаних завдань і, як наслідок, багато хто зі студентів втрачає інтерес до навчання та взагалі перестає відвідувати заняття. Таке розчарування в навчанні у студентів виникає ще в середині I семестру, коли з'являються «перші ластівки» заборгованостей.

Викладацький досвід підказує, що доцільно заздалегідь підготувати абітурієнтів до реалій майбутнього студентського життя, тобто до специфічної форми навчання у вищому навчальному закладі за модульно-рейтинговою технологією. Зрозуміло, що охопити такою підготовкою загалом усіх абітурієнтів України водночас неможливо. Проте варто спробувати започаткувати таку роботу в рамках підготовчих курсів інститутів доуніверситетської підготовки.

Навчальний посібник допоможе учням не тільки опанувати науковий метод, характерний для фізики, а й усвідомити, що цей метод є методом експериментальний, а отже, зрозуміти, що визначення, сформульовані на підставі логіки, наповнюються змістом лише за допомогою досліду, через вимірювання, оскільки будь-яке фізичне поняття має конкретне тлумачення тільки за умови, що з ним пов'язаний певний спосіб спостереження і вимірювання, без якого це поняття не можна застосувати під час дослідження реальних фізичних явищ.

Зрештою цей посібник допоможе чітко зрозуміти, що експериментальний характер фізичних законів має надзвичайно важливе значення, бо саме завдяки йому фізика стала наукою про природу, а не системою теоретичних уявлень, які, проте, дозволяють визначати межі застосовності встановлених фізичних законів і теорій, що на них ґрунтуються, і побачити подальші перспективи розвитку науки.

Навчальний матеріал посібника систематизовано за логічною схемою спостереження *досвід — закон — приклад — математичний запис*. Особливістю видання є те, що кожний розділ структуровано за окремими темами, після опрацювання яких необхідно відповісти на тестові запитання та завдання. Увагу читача має привернути рубрика «Висновки», пропонується як для контролю знань, так і для самостійної роботи.

На початку кожного розділу подано ілюстрації, які показують зв'язок фізики з сучасними технологіями та допомагають ознайомитися з впливом фізичних досліджень на розвиток різних галузей науки і техніки.

Пропонований посібник сприятиме підготовці абітурієнтів до незалежного тестування з фізики та допоможе адаптуватися до вимог кредитно-модульної системи, впровадженій у вищих навчальних закладах.



# Розділ 1



## Механіка

### Кінематика

- Тема К-1.** Рівномірний прямолінійний рух
- Тема К-2.** Рівнозмінний прямолінійний рух
- Тема К-3.** Прямолінійний рух тіл під дією сили тяжіння
- Тема К-4.** Криволінійний рух
- Тема К-5.** Рівномірний рух по колу

### Динаміка

- Тема Д-1.** Закони Ньютона
- Тема Д- 2.** Сила гравітації. Вага тіла. Невагомість
- Тема Д-3.** Закон збереження імпульсу
- Тема Д-4.** Робота сили. Енергія. Закон збереження енергії
- Тема Д-5.** Механіка рідин та газів



**Механіка** вивчає найпростіший рух тіл у природі — переміщення тіл відносно інших тіл. Такий рух називається **механічним рухом**.

Механіка, яка вивчає рух макроскопічних тіл зі швидкостями, набагато меншими за швидкість світла у вакуумі, що дорівнює  $3 \cdot 10^8$  м/с, називається **класичною**. Механіка яка вивчає рух тіл зі швидкостями, близькими до швидкості світла у вакуумі, називається **релятивістською**. Релятивістська механіка, що описує рух тіл відносно інерційних систем відліку, ґрунтується на **спеціальній теорії відносності**, яку створив А. Ейнштейн.

Класична механіка складається з таких розділів: кінематика, динаміка, статика.

**Кінематика** вивчає закономірності відносного руху тіл у просторі не залежно від причин, які його викликали. **Динаміка** досліджує вплив взаємодії між тілами на їхній механічний рух. **Статика** вивчає закони додавання сил і умови рівноваги тіл.



## Кінематика поступального руху

Кінематика, як уже зазначалося, описує рух тіл, абстрагуючись від причин, що його викликали. Щоб описати рух, потрібно вибрати систему відліку. Сукупність тіла відліку і заданих на ньому початку відліку та осей координат і являє собою **систему відліку**. Необхідно ще додати прилад для вимірювання часу. Систему відліку слід вибирати так, щоб вона давала змогу в найпростіший спосіб розв'язати фізичну задачу. Вивчаючи рух тіл на Землі, систему відліку потрібно поєднувати із Землею. Вивчаючи рух самої Землі, систему відліку найзручніше поєднувати із Сонцем. Таким чином **механічний рух відносний**, тобто завжди потрібно вказувати систему відліку.

Яку ж систему координат вибрати? Найчастіше застосовують декартову систему координат (рис. К-1).

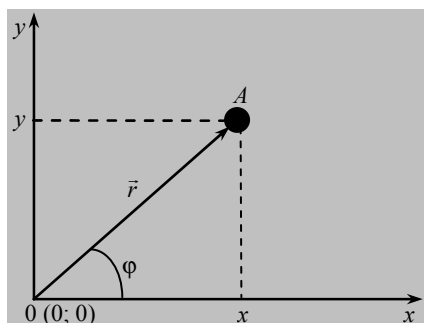


Рис. К-1

Вісь абсцис —  $Ox$ , вісь ординат —  $Oy$ ,  $O$  — початок координат, де  $x = 0$  і  $y = 0$ . Положення точки  $A$  відносно площини  $xOy$  задаємо за допомогою **декартових координат**  $x$  і  $y$ . Проте положення точки  $A$  можна задати не тільки її декартовими координатами  $(x; y)$ , а й відстанню  $r$  цієї точки від початку відліку та кутом  $\varphi$  між віссю  $Ox$  і вектором  $\vec{r}$ . Пару величин  $(\vec{r}, \varphi)$  називають **полярними координатами** точки. Декартові і полярні координати однієї і тієї самої точки пов'язані між собою такими залежностями:

$$\begin{aligned}x &= r \cos \varphi; & \varphi &= \arctg \frac{y}{x}; \\y &= r \sin \varphi; & r &= \sqrt{x^2 + y^2}.\end{aligned}$$

Вектор  $\vec{r}$ , який сполучає початок координат і точку  $A$ , **називається радіусом-вектором  $A$** .

Які об'єкти вивчає кінематика? Найпростішим об'єктом, рух якого вивчає класична механіка, є матеріальна точка. **Матеріальна точка** — це макроскопічне тіло, розмірами якого можна знехтувати порівняно з відстанями в умовах задачі. Матеріальних точок в природі не існує. Це фізична модель. Як вибрати матеріальну точку? Потрібно порівнювати розміри тіла з деякими відстанями, характерними для руху, що вивчається. Наприклад, Землю можна вважати за матеріальну точку під час розгляду її руху навколо Сонця. Характерним розміром тут є радіус земної орбіти ( $15 \cdot 10^8$  км) порівняно з радіусом Землі (6400 км). Автомобіль (довжиною приблизно 3 м), який проїхав, наприклад, по дорозі 1,5 км, також можна вважати матеріальною точкою і т. ін.

Які задачі розв'язує кінематика? **Основна задача кінематики** полягає у визначенні положення матеріальної точки в будь-який момент часу відносно вибраної системи відліку. Отже, потрібно знайти рівняння, яке встановлюватиме зв'язок між радіусом-вектором (або координатами) матеріальної точки і часом. Тобто маємо подати радіус-вектор (або координати) матеріальної точки як функцію часу:

$$\vec{r} = \vec{r}(t), \text{ або } x = x(t), y = y(t).$$

Для розв'язування поставленої задачі застосовують такі **кінематичні характеристики** руху:

- траєкторія;
- переміщення;
- шлях;
- швидкість;
- прискорення.

**Траєкторією** матеріальної точки (або просто точки) називається лінія, яку вона описує під час руху у просторі відносно вибраної системи відліку.

Траєкторія руху точки може мати форму будь-якої складної кривої лінії (рис. К-2).

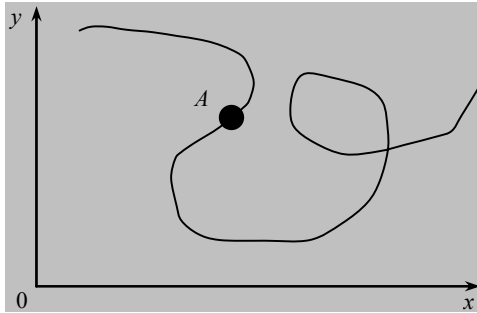
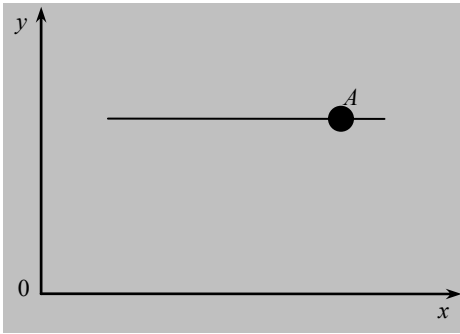


Рис. К-2

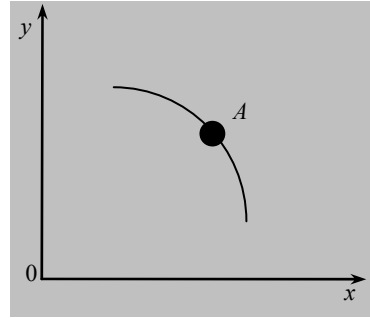
У такому разі говоритимемо про **криволінійний рух** точки. Проте зручно виокремити дві найпростіші форми траєкторії руху матеріальної точки: пряму лінію і коло (рис. К-3, *a*, *б*). Будь-яку криву лінію завжди можна подати як комбінацію прямої лінії і дуги кола.

**Шлях** — це довжина тієї частини траєкторії, яку пройшла матеріальна точка за даний проміжок часу  $\Delta t$ . Шлях позначається  $\Delta s$ . Це скалярна величина (рис. К-4, *a*). Проте потрапити з точки 1 в точку 2 можна й інакше, тобто вздовж прямої, яка сполучає точку 1 з точкою 2 (рис. К-4, *a*).



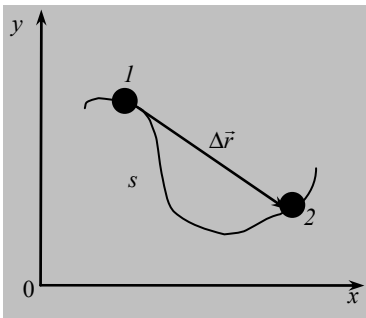


*a*

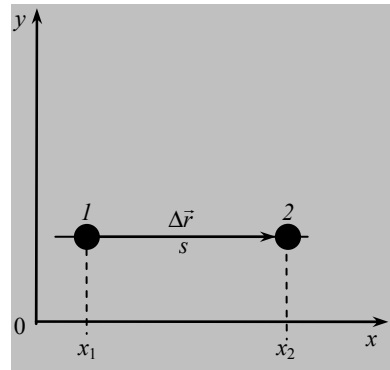


*б*

Рис. К-3



*a*



*б*

Рис. К-4

Лінія, яка сполучає початкове і кінцеве положення точки на траєкторії, називається **вектором переміщення**  $\Delta\vec{r}$ . Коли рух криволінійний, модуль вектора переміщення завжди менший за шлях (рис. К-4, *a*):

$$|\Delta\vec{r}| < \Delta s.$$

У тому разі, коли траєкторія руху точки являє собою пряму лінію, тобто рух прямолінійний, модуль вектора переміщення дорівнює шляху (рис. К-4, *б*):

$$|\Delta\vec{r}| = \Delta s.$$

При прямолінійному русі шлях, пройдений точкою за час  $\Delta t$ , визначається як різниця її координат:

$$\Delta s(t) = x_2 - x_1.$$

Узагальнюючи сказане, доходимо висновку, що модуль вектора переміщення або дорівнює шляху, або менший за шлях:

$$|\Delta \vec{r}| \leq \Delta s.$$

**Одиниця довжини шляху** і переміщення в системі СІ — метр (м).

Ми знаємо, що положення тіла відносно системи відліку може змінюватися в різному темпі. У кінематиці вводиться величина, яка характеризує темп зміни зазначеного положення рухомої точки — це **швидкість**.

**Середньою швидкістю**  $\vec{v}_{\text{сеп}}$  руху точки в інтервалі часу  $\Delta t$  називається вектор, який дорівнює відношенню вектора переміщення за цей час до інтервалу часу:

$$\vec{v}_{\text{сеп}} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}.$$

Швидкість — величина векторна, тому вона має напрям і модуль.

Вектор середньої швидкості напрямлений вздовж вектора переміщення (рис. К-5). Модуль вектора середньої швидкості:

$$v_{\text{сеп}} = \frac{|\Delta \vec{r}|}{\Delta t}.$$

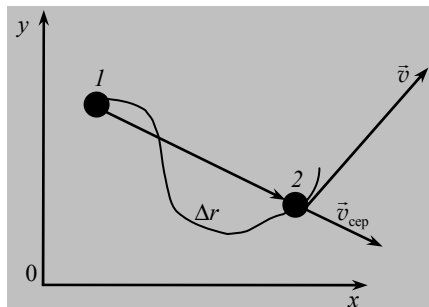


Рис. К-5

У випадку прямолінійного руху, як ми знаємо, модуль вектора переміщення дорівнює величині шляху, тоді:

$$\bar{v}_{\text{сєр}} = \frac{\Delta s}{\Delta t}.$$

Одиниця швидкості в системі СІ — метр за секунду (м/с).

**Миттєва швидкість** руху точки — це швидкість у даний момент часу в даній точці траєкторії. Миттєва швидкість напрямлена по дотичній до траєкторії в даній точці (див. рис. К-5).

Відомо, що тіло може рухатися одночасно відносно двох систем відліку. Найцікавіший випадок такого руху маємо, коли друга система відліку сама рухається відносно першої. Розглянемо приклад такого руху. Вагон трамвая рухається прямолінійно і рівномірно із швидкістю  $\bar{v}_0$  відносно Землі. Людина рухається прямолінійно і рівномірно із швидкістю  $\bar{v}'$  відносно вагона трамвая в тому самому напрямі. Потрібно визначити, з якою швидкістю  $\bar{v}$  людина рухається відносно Землі. Введемо такі позначення: переміщення людини відносно Землі позначимо  $\Delta\vec{r}$ ; переміщення вагона трамвая відносно Землі за той самий проміжок часу позначимо  $\Delta\vec{r}_0$ ; переміщення людини відносно вагона трамвая за той самий час —  $\Delta\vec{r}'$ . Тоді

$$\Delta\vec{r} = \Delta\vec{r}_0 + \Delta\vec{r}',$$

або

$$\Delta\vec{r} = \bar{v}_0\Delta t + \bar{v}'\Delta t.$$

Поділивши ліву і праву частини рівності на  $\Delta t$ , дістанемо швидкість руху людини відносно Землі:

$$\bar{v} = \bar{v}_0 + \bar{v}'.$$

Це рівняння є математичним виразом **класичного закону додавання швидкостей**: швидкість руху тіла (людини) відносно нерухомої системи відліку (Землі) дорівнює векторній сумі швидкості руху рухомої системи відліку (вагону трамвая) відносно нерухомої системи і швидкості руху тіла відносно рухомої системи відліку.

Відомо, що під час руху швидкість тіла може змінюватися з часом, а може лишатися сталою. У кінематиці для характеристики темпу зміни швидкості вводиться вектор прискорення.

**Прискоренням** точки в інтервалі часу  $\Delta t$  називається вектор, який дорівнює відношенню вектора зміни швидкості за цей час до зазначеного інтервалу часу:

$$\bar{a} = \frac{\bar{v}_2 - \bar{v}_1}{\Delta t} = \frac{\Delta\bar{v}}{\Delta t}.$$

Прискорення напрямлене вздовж вектора зміни швидкості.

Одиниця прискорення в системі СІ — метр за секунду в квадраті (м/с<sup>2</sup>).

**К-1.1. Теоретичні відомості**

**Рівномірний прямолінійний рух** відбувається зі сталою в часі за модулем і напрямом швидкістю. Для цього руху середня і миттєва швидкості однакові.

Залежність прискорення рівномірного прямолінійного руху (таке прискорення, вочевидь, дорівнює нулю) від часу ілюструє рис. К-1.1, а, швидкості такого руху від часу — рис. К-1.1, б.

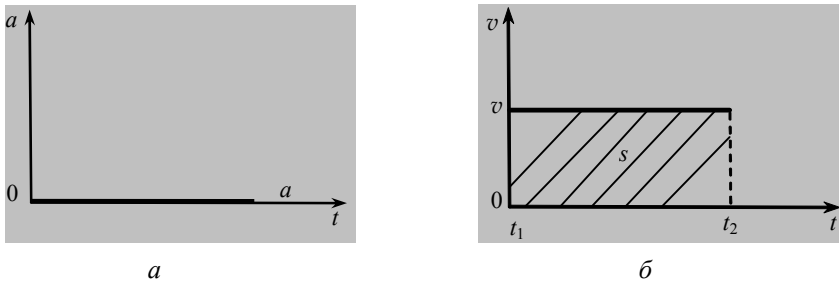


Рис. К-1.1

Обчисливши площу заштрихованого прямокутника на рис. К-1.1, б, можна розрахувати шлях, пройдений точкою за час  $\Delta t$ :

$$\Delta s = v\Delta t = v(t_2 - t_1).$$

Тоді графік залежності шляху від часу являє собою пряму лінію (рис. К-1.2):

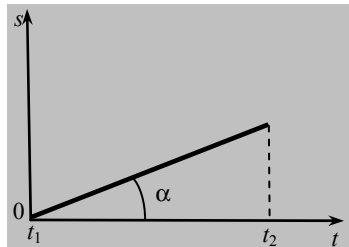


Рис. К-1.2

Побудувавши графік залежності шляху від часу, можна визначити швидкість точки в момент часу  $\Delta t$ :

$$v = \operatorname{tg} \alpha = \frac{s}{\Delta t}.$$

Отже, за графіком залежності швидкості руху точки від часу  $v = v(t)$  можна визначити пройдений нею шлях, а за графіком залежності шляху від часу  $\Delta s = \Delta s(t)$  — швидкість руху тіла.

### ***К-1.2. Завдання для поточного тестування***

1. Назвіть складові, які утворюють систему відліку:

1) тіло відліку; 2) осі координат; 3) початок координат; 4) вимірювач часу; 5) радіус-вектор.

2. Тіло рухається прямолінійно. В якому з наведених далі випадків його можна вважати матеріальною точкою?

- 1) Довжина тіла 0,3 м, воно пройшло шлях 1 км;
- 2) довжина тіла 3 м, воно пройшло шлях 10 м;
- 3) довжина тіла 1,8 м, воно пройшло шлях 10 км;
- 4) довжина тіла 30 см, воно пройшло шлях 0,5 км.

3. Радіус-вектор матеріальної точки — це:

- 1) вектор, який сполучає початок координат і точку;
- 2) лінія, яку описує матеріальна точка під час руху у просторі відносно вибраної системи відліку;
- 3) довжина частини траєкторії, яку пройшла матеріальна точка за даний проміжок часу;
- 4) вектор, який сполучає початкове і кінцеве положення матеріальної точки.

4. Траєкторія матеріальної точки — це:

- 1) вектор, який сполучає початок координат і точку;
- 2) лінія, яку описує матеріальна точка під час руху у просторі відносно вибраної системи відліку;
- 3) довжина частини траєкторії, яку пройшла матеріальна точка за даний проміжок часу;
- 4) вектор, який сполучає початкове і кінцеве положення матеріальної точки.

5. Шлях, пройдений матеріальною точкою, — це:

- 1) вектор, який сполучає початок координат і точку;

- 2) лінія, яку описує матеріальна точка під час руху у просторі відносно вибраної системи відліку;
- 3) довжина частини траєкторії, яку пройшла матеріальна точка за даний проміжок часу;
- 4) вектор, який сполучає початкове і кінцеве положення матеріальної точки.

6. Переміщення матеріальної точки — це:

- 1) вектор, який сполучає початок координат і точку;
- 2) лінія, яку описує матеріальна точка під час руху у просторі відносно вибраної системи відліку;
- 3) довжина частини траєкторії, яку пройшла матеріальна точка за даний проміжок часу;
- 4) вектор, який сполучає початкове і кінцеве положення матеріальної точки.

7. Рівняння руху матеріальної точки подається так:

1)  $\vec{r} = \vec{r}(t)$ ; 2)  $x = x(t)$ ,  $y = y(t)$ ; 3)  $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ .

8. При прямолінійному русі співвідношення між переміщенням і шляхом таке:

1)  $|\Delta\vec{r}| < \Delta s$ ; 2)  $|\Delta\vec{r}| = \Delta s$ ; 3)  $|\Delta\vec{r}| \leq \Delta s$ .

9. Вектор середньої швидкості напрямлений:

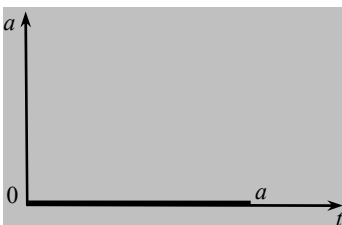
- 1) по дотичній до траєкторії в даній точці;
- 2) вздовж вектора переміщення;
- 3) до центра кривини траєкторії.

10. Вектор миттєвої швидкості напрямлений:

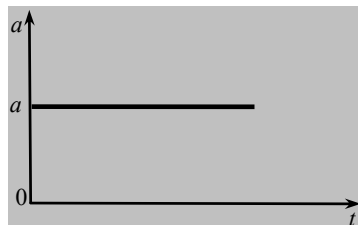
- 1) по дотичній до траєкторії в даній точці;
- 2) уздовж вектора переміщення;
- 3) до центра кривини траєкторії.

11. Показати той графік залежності прискорення від часу, який характеризує рівномірний прямолінійний рух.

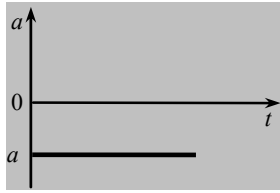
1)



2)

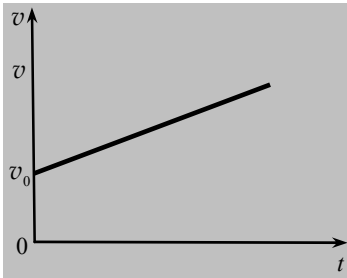


3)

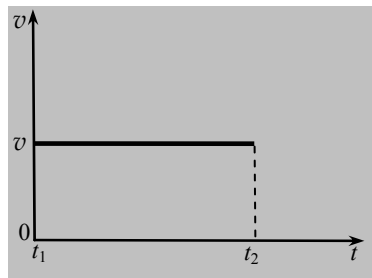


12. Показати той графік залежності швидкості від часу, який характеризує рівномірний прямолінійний рух.

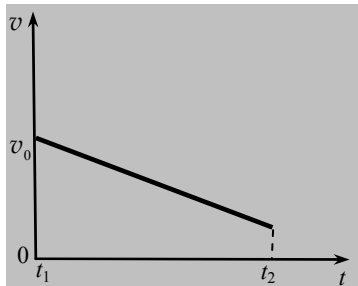
1)



2)

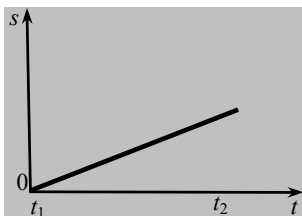


3)

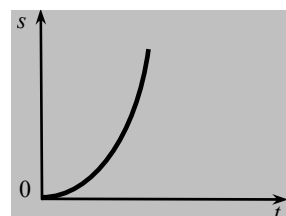


13. Показати той графік залежності шляху від часу, який характеризує рівномірний прямолінійний рух.

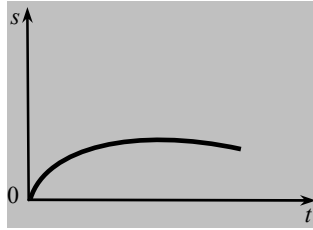
1)



2)



3)



**14.** Прямолінійний рух можна схарактеризувати так:

1)  $\vec{v} = \text{const}$ ; 2)  $\vec{v} \neq \text{const}$ ; 3)  $\vec{a} = \text{const}$ ; 4)  $\vec{a} = 0$ .

**15.** Рівномірний рух можна схарактеризувати так:

1)  $|\vec{v}| = \text{const}$ ; 2)  $|\vec{v}| \neq \text{const}$ ; 3)  $a = 0$ ; 4)  $|\vec{a}| = \text{const}$ .

**16.** Поставити у відношенні  $\Delta \vec{r} ? \Delta s$  такий зі знаків «<», «=», «>», щоб співвідношення між переміщенням  $\Delta \vec{r}$  і шляхом  $\Delta s$  відповідало прямолінійному руху.

1) <; 2) =; 3) ≤.

**17.** Показати формулу, за якою визначається шлях при рівномірному прямолінійному русі.

1)  $? = \frac{m \cdot c}{c} + \frac{m \cdot c^2}{c \cdot c}$ ; 2)  $? = \frac{m \cdot c}{c}$ ; 3)  $? = \frac{m}{c \cdot c}$ ; 4)  $? = \frac{m}{c}$ ; 5)  $? = \frac{m}{c} + \frac{m \cdot c}{c \cdot c}$ .

**18.** Показати формулу, за якою визначається швидкість при рівномірному прямолінійному русі.

1)  $? = \frac{m \cdot c}{c} + \frac{m \cdot c^2}{c \cdot c}$ ; 2)  $? = \frac{m \cdot c}{c}$ ; 3)  $? = \frac{m}{c \cdot c}$ ; 4)  $? = \frac{m}{c}$ ; 5)  $? = \frac{m}{c} + \frac{m \cdot c}{c \cdot c}$ .

**19.** Упродовж трьох годин автомобіль рухався зі швидкістю 60 км/год, а протягом наступних трьох годин — зі швидкістю 40 км/год. Визначити середню швидкість руху автомобіля за весь час подорожі.

1) 60 км/год; 2) 48 км/год; 3) 50 км/год; 4) 40 км/год; 5) немає правильної відповіді.

**20.** Під час руху частинки модуль вектора її переміщення може:

1) бути більшим за пройдений шлях; 2) меншим за пройдений шлях; 3) дорівнювати нулю; 4) дорівнювати пройденому шляху; 5) правильної відповіді тут немає.

**21.** Баскетболіст матиме змогу повернутися в початкове положення, якщо виконає послідовні переміщення, модулі яких (у метрах) дорівнюють:



1) 4 і 4; 2) 3,4 і 9; 3) 9,9 і 1; 4) 3,3,4 і 12; 5) правильної відповіді тут немає.

### К-1.3. Висновки з теми

1. Опис механічного руху тіла полягає у визначенні його координат у просторі в будь-який момент часу.

2. Положення тіла у просторі завжди задається відносно вибраної системи відліку.

3. Рух прямолінійний і рівномірний, коли в часі вектор швидкості  $\vec{v} = \text{const}$ , модуль швидкості  $|\vec{v}| = \text{const}$ , а прискорення  $a = 0$ .

4. Коли координата  $x$  точки дорівнює нулю ( $x = 0$ ), то ця точка міститься на початку координат.

5. Якщо координата  $x$  точки зменшується, то ця точка рухається в бік, протилежний напрямку осі  $Ox$ .

### К-1.4. Приклади розв'язування задач

**Задача 1.** Тіло рухається прямолінійно зі сталою швидкістю 72 км/год. У початковий момент часу воно перебуває на відстані 10 м від точки  $A$  і віддаляється від неї. На якій відстані від точки  $A$  перебуватиме тіло через 45 с. Визначити шлях, пройдений тілом за час руху. Побудувати графіки залежності від часу пройденого шляху, а також координати.

#### Дано:

$$v = 72 \text{ км/год} = 20 \text{ м/с};$$

$$x_0 = 10 \text{ м};$$

$$t = 45 \text{ с}$$

$$s \text{ — ? } \quad x \text{ — ?}$$

#### Розв'язання

Положення точки  $A$  збігається з початком координат на осі  $x$  (рис. 1). Координату тіла через час  $t$  визначимо за формулою

$$x = x_0 + vt.$$

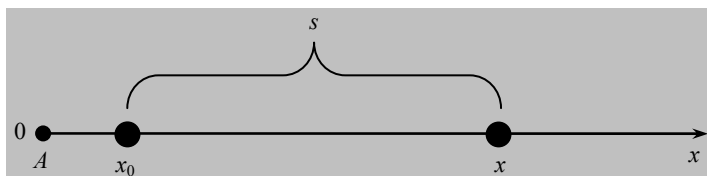


Рис. 1

Шлях при прямолінійному русі визначається як різниця координат у моменти часу  $t$  та  $t = 0$ :

$$s = x - x_0 = vt.$$

Виконуємо обчислення:

$$s = 20 \cdot 4,5 = 90 \text{ м};$$

$$x = 10 + 90 = 100 \text{ м}.$$

Графіки залежності шляху, пройденого тілом, і його координати від часу зображено на рис. 2, а, б:

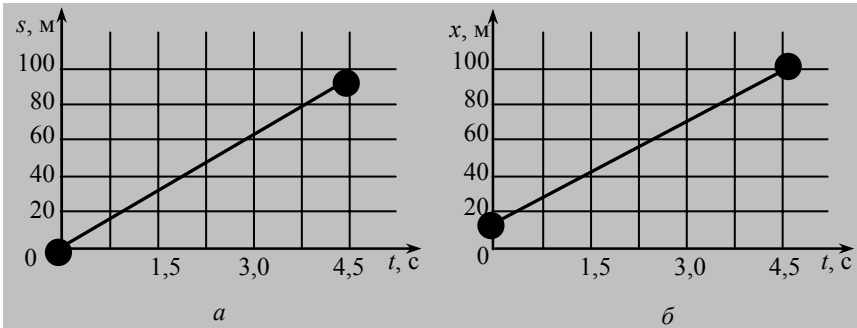


Рис. 2

**Задача 2.** З пункту  $A$  до пункту  $B$ , відстань між якими  $l = 7,5$  км, одночасно назустріч один одному почали рухатися два велосипедисти — перший зі швидкістю 18 км/год, другий — 9 км/год. Визначити час, через який вони зустрінуться, і відстань від пункту  $A$  до місця зустрічі.

*Дано:*

$$l = 7,5 \text{ км} = 7500 \text{ м};$$

$$v_1 = 18 \text{ км/год} = 5 \text{ м/с};$$

$$v_2 = 9 \text{ км/год} = 2,5 \text{ м/с}$$

$$x_c \text{ — ? } t \text{ — ?}$$

*Розв'язання*

Велосипедисти рухаються рівномірно і прямолінійно відносно Землі. Положення пункту  $A$  збігається з початком координат на осі  $x$ . Напрямок осі  $Ox$  виберемо від  $A$  до  $B$  (рис. 3). У момент зустрічі в точці  $C$  координати велосипедистів будуть однаковими.

Перший велосипедист у початковий момент часу ( $t = 0$ ) перебуває в точці  $A$  з координатою  $x_A = 0$ , а другий — у точці  $B$  із координатою  $x_B = l$ .

Для велосипедиста, який рухається з пункту  $A$  до пункту  $B$ , координата в момент зустрічі:

$$x_1 = v_1 \cdot t.$$

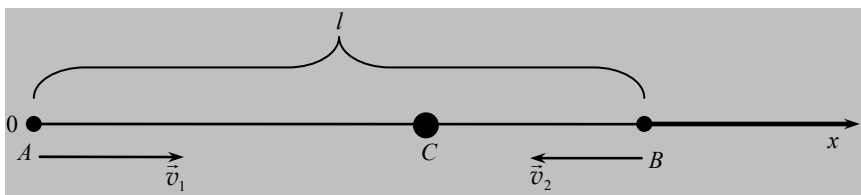


Рис. 3

Перший велосипедист у початковий момент часу ( $t = 0$ ) перебуває в точці  $A$  з координатою  $x_A = 0$ , а другий — у точці  $B$  із координатою  $x_B = l$ .

Для велосипедиста, який рухається з пункту  $A$  до пункту  $B$ , координата в момент зустрічі дорівнюватиме:

$$x_1 = v_1 t.$$

Для велосипедиста, який рухається з пункту  $B$  до пункту  $A$ , координата в момент зустрічі:

$$x_2 = l - v_2 t.$$

У момент зустрічі  $x_2 = x_1$ , тобто

$$v_1 t = l - v_2 t.$$

Звідси час, через який велосипедисти зустрілися, визначатиметься так:

$$t = \frac{l}{v_1 + v_2}.$$

Відстань від пункту  $A$  до місця зустрічі, тобто координата точки  $C$ , набирає вигляду:

$$x_c = v_1 t = \frac{v_1 l}{v_1 + v_2}.$$

Перевіримо одиниці величин:

$$[t] = \left[ \frac{\text{м}}{\text{м/с}} \right] = [\text{с}];$$

$$[x] = \left[ \frac{\text{м/с} \cdot \text{м}}{\text{м/с}} \right] = [\text{м}].$$

Виконуємо обчислення:

$$t = \frac{7,5 \cdot 10^3}{5 + 2,5} = 10^3 \text{ с;}$$

$$x_c = \frac{5 \cdot 7,5 \cdot 10^3}{7,5} = 5 \cdot 10^3 \text{ м.}$$

**Відповідь.** Велосипедисти зустрінуться через  $10^3$  с на відстані  $5 \cdot 10^3$  м від пункту А.

**Задача 3.** Моторний човен першу половину шляху рухався по озеру зі сталою швидкістю 36 км/год, а другу — зі швидкістю 18 км/год. Визначити середню швидкість моторного човна на всьому шляху.

**Дано:**

$$s_1 = s_2 = \frac{1}{2} s;$$

$$v_1 = 36 \text{ км/год; } = 10 \text{ м/с;}$$

$$v_2 = 18 \text{ км/год} = 5 \text{ м/с}$$

---

$$v_{\text{сеп}} \text{ — ?}$$

**Розв'язання**

Нехай моторний човен починає рухатися з точки А, положення якої збігається з початком координат на осі  $x$ . Вісь  $x$  спрямуємо в напрямі руху човна (рис. 4).

Середня швидкість човна на всьому шляху визначається так:

$$v_{\text{сеп}} = \frac{s_1 + s_2}{t_1 + t_2}.$$

Час  $t_1$ , за який моторний човен пройшов першу половину шляху:

$$t_1 = \frac{s_1}{v_1} = \frac{s}{2v_1}.$$

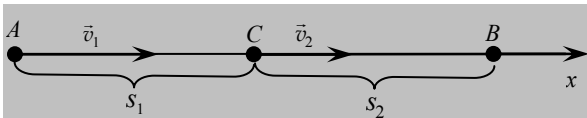


Рис. 4

Час  $t_2$ , за який моторний човен пройшов другу половину шляху, визначимо аналогічно:

$$t_2 = \frac{s_2}{v_2} = \frac{s}{2v_2}.$$

Після підставлення виразів для  $t_1$  і  $t_2$  та відповідних перетворень знаходимо середню швидкість на всьому шляху:

$$v_{\text{сер}} = \frac{s}{\frac{s}{2v_1} + \frac{s}{2v_2}} = \frac{2v_1v_2}{v_1 + v_2}.$$

Перевіряємо одиниці величин:

$$[v_{\text{сер}}] = \left[ \frac{\text{м/с} \cdot \text{м/с}}{\text{м/с}} \right] = [\text{м/с}].$$

Виконуємо обчислення:

$$v_{\text{сер}} = \frac{2 \cdot 10 \cdot 5}{10 + 5} \approx 6,7 \text{ м/с}.$$

**Відповідь.** Середня швидкість моторного човна на всьому шляху дорівнює 6,7 м/с.

**Задача 4.** Першу третину шляху автомобіль їхав зі сталою швидкістю 10 км/год, другу третину — зі сталою швидкістю 20 км/год і останню — зі сталою швидкістю 60 км/год. Визначити середню швидкість на всьому шляху.

**Дано:**

$$v_1 = 10 \text{ км/год} = 2,8 \text{ м/с};$$

$$v_2 = 20 \text{ км/год} = 5,6 \text{ м/с};$$

$$v_3 = 60 \text{ км/год} = 16,6 \text{ м/с};$$

$$s_1 = s_2 = s_3 = \frac{1}{3}s$$

$$v_{\text{сер}} \text{ — ?}$$

**Розв'язання**

Середня швидкість автомобіля на всьому шляху визначається так:

$$v_{\text{сер}} = \frac{s_1 + s_2 + s_3}{t_1 + t_2 + t_3},$$

де  $s = s_1 + s_2 + s_3$  — увесь шлях, пройдений автомобілем;  $t_1, t_2, t_3$  — час руху відповідно на першій, другій і третій ділянці шляху. Нехай автомобіль починає рухатися з початку координат на осі  $x$ . Спрямуємо вісь  $x$  у напрямку руху автомобіля (рис. 5).

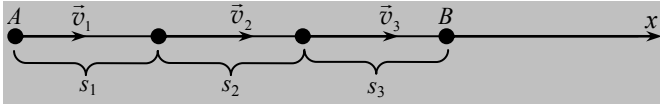


Рис. 5

Час  $t_1$ , за який автомобіль пройшов першу третину шляху, визначається так:

$$t_1 = \frac{s_1}{v_1} = \frac{s}{3v_1}.$$

Аналогічно знаходимо час, за який автомобіль пройшов другу і третю третини шляху:

$$t_2 = \frac{s_2}{v_2} = \frac{s}{3v_2}, \quad t_3 = \frac{s_3}{v_3} = \frac{s}{3v_3}.$$

Підставивши значення  $t_1$ ,  $t_2$  і  $t_3$  у формулу для визначення середньої швидкості, дістанемо

$$v_{\text{ср}} = \frac{3v_1v_2v_3}{v_2v_3 + v_1v_3 + v_1v_2}.$$

Перевіряємо одиниці величини:

$$[v_{\text{ср}}] = \left[ \frac{\text{м/с} \cdot \text{м/с} \cdot \text{м/с}}{\text{м/с} \cdot \text{м/с}} \right] = [\text{м/с}].$$

Виконуємо обчислення:

$$v_{\text{ср}} = \frac{3 \cdot 2,8 \cdot 5,6 \cdot 16,6}{5,6 \cdot 16,6 + 2,8 \cdot 16,6 + 2,8 \cdot 5,6} = 5 \text{ м/с}.$$

**Відповідь.** Середня швидкість автомобіля на всьому шляху дорівнює 5 м/с.

**Задача 5.** З якою швидкістю має летіти літак та якого курсу відносно меридіана триматися, щоб за 0,5 год пролетіти в північному напрямі 248,4 км, коли дме північно-східний вітер під кутом  $60^\circ$  до меридіана зі швидкістю 36 км/год?

**Дано:**

$$\begin{aligned}t &= 0,5 \text{ год}; = 180 \text{ с}; \\s &= 248,4 \text{ км}; = 248,4 \cdot 10^3 \text{ м}; \\ \alpha &= 60^\circ; \\ v_1 &= 36 \text{ км/год} = 10 \text{ м/с}\end{aligned}$$

$$v_2 \text{ — ? } \gamma \text{ — ?}$$

**Розв'язання**

Коли б літак летів у безвітряну погоду, то його швидкість уздовж меридіана дорівнювала б

$$v = \frac{s}{t} = \frac{248,4 \cdot 10^3}{1800} = 138 \text{ м/с.}$$

Оскільки на літак під час польоту діє вітер у південно-західному напрямі зі швидкістю  $v_1$ , то його швидкість уздовж меридіана визначається, так (рис. 6):

$$\vec{v}_2 = \vec{v} - \vec{v}_1.$$

Модуль швидкості літака обчислимо за теоремою косинусів:

$$v_2 = \sqrt{v^2 + v_1^2 - 2v_1v \cos \beta}.$$

Кут  $\beta$  визначимо так:

$$\beta = 180^\circ - \alpha; \cos \beta = -\cos \alpha.$$

Підставивши значення кута  $\beta$  у формулу для визначення швидкості літака, дістанемо:

$$v_2 = \sqrt{v^2 + v_1^2 + 2vv_1 \cos \alpha}.$$

Для визначення курсу літака відносно меридіана, тобто для обчислення кута  $\gamma$  скористаємося теоремою синусів:

$$\frac{\sin \beta}{v} = \frac{\sin \gamma}{v_1},$$

звідки

$$\sin \gamma = \frac{v_1 \sin \beta}{v}.$$

Виконуємо обчислення:

$$v = \sqrt{138^2 + 10^2 + 2 \cdot 138 \cdot 10 \cdot \cos 60^\circ} = 143,26 \text{ м/с};$$

$$\sin \gamma = \frac{10 \cdot \sin 120^\circ}{143,26} = \frac{10 \cdot \cos 30^\circ}{143,26} = 0,060; \quad \gamma = 3^\circ 26'.$$

**Відповідь.** Швидкість літака 143,26 м/с; курс відносно меридіана  $3^\circ 26'$ .

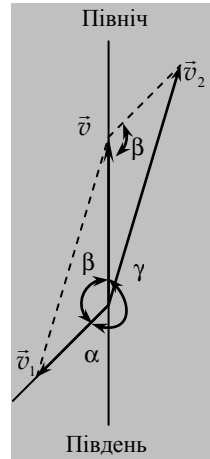


Рис. 6

**Задача 6.** Задано графіки залежності шляху від часу для двох тіл. Швидкість якого тіла більше через час  $t$ ?

*Дано:*

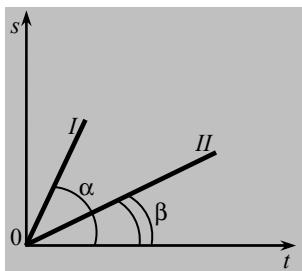


Рис. 7

*Розв'язання*

Тіла  $I$  і  $II$  починають рухатись зі стану спокою:

$$v_{01} = 0 \text{ і } v_{02} = 0.$$

Рух рівномірний, оскільки

$$s = v \cdot t.$$

Ми знаємо, що тангенсом кута нахилу графіка до осі абсцис визначає швидкість, з якою рухається тіло:

$$\operatorname{tg} \alpha = v_1 \text{ і } \operatorname{tg} \beta = v_2.$$

Бачимо, що  $\alpha > \beta$ , а отже, і  $\operatorname{tg} \alpha > \operatorname{tg} \beta$ . Маємо, що  $v_1 > v_2$ , тобто швидкість, з якою рухається тіло  $I$ , більша від швидкості, з якою рухається тіло  $II$ .

**Задача 7.** За заданими графіками залежності координати тіла від часу його руху (рис. 8). описати характер руху тіл  $A$  та  $B$  за інтервали часу  $0 - t_1$ ,  $t_1 - t_2$ ,  $t_2 - t_3$ .

*Дано:*

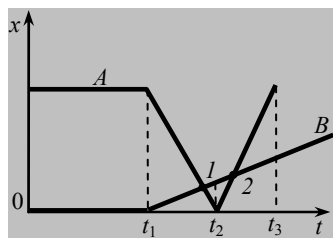


Рис. 8

*Розв'язання*

Аналіз характеру руху тіл  $A$  та  $B$  на кожному із зазначених інтервалів подамо у вигляді таблиці.



Інтервал часу	Характер руху тіл	
	Тіло <i>A</i>	Тіло <i>B</i>
1. Від 0 до $t_1$	1. Координата тіла з часом не змінюється. Тобто тіло перебуває у стані спокою	1. Тіло перебуває в початку координат ( $x = 0$ ) у стані спокою
2. Від $t_1$ до $t_2$	2. Координата тіла з часом зменшується. Графік залежності $x(t)$ являє собою пряму лінію, тобто тіло рухається рівномірно в напрямі, протилежному осі $Ox$ . У момент $t_2$ координата тіла дорівнює нулю. У точці 1 тіла <i>A</i> і <i>B</i> зустрічаються	2. Координата тіла з часом збільшується. Графік залежності $x(t)$ являє собою пряму лінію, тобто тіло рухається рівномірно в напрямі осі $Ox$ . У точці 1 тіла <i>A</i> і <i>B</i> зустрілися.
3. Від $t_2$ до $t_3$	3. Координата тіла з часом зростає. Графік залежності $x(t)$ являє собою пряму лінію, тобто тіло рухається рівномірно в напрямі осі $Ox$ . У точці 2 тіла <i>A</i> і <i>B</i> зустрічаються	3. Координата тіла з часом збільшується. Графік залежності $x(t)$ являє собою пряму лінію, тобто тіло рухається рівномірно в напрямі осі $Ox$ . У точці 2 тіла <i>A</i> і <i>B</i> зустрічаються

**Задача 8.** За даними графіками залежності координати тіла від часу його руху (рис. 9) визначити швидкості руху тіл *A* та *B* залежно від часу в інтервалі від 0 до  $t_1$ .

*Дано:*

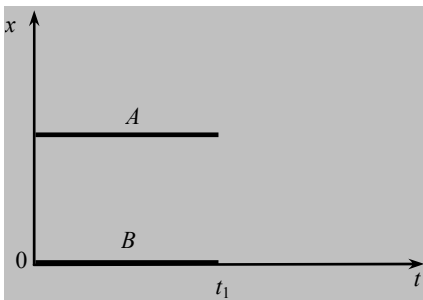


Рис. 9

*Розв'язання*

Координата тіла *A* з часом не змінюється, тобто воно перебуває у стані спокою в точці з координатою  $x_0$ . Тіло *B* у цей час перебуває на початку координат ( $x = 0$ ), причому також у стані спокою. Отже, швидкість руху кожного тіла в інтервалі від 0 до  $t_1$  дорівнює нулю.

**Задача 9.** За заданими графіками залежності координат рухомих тіл *A* та *B* від часу їхнього руху (рис. 10) визначити залежності від часу швидкості руху кожного з тіл *A* та *B* в інтервалі від  $t_1$  до  $t_2$ .

**Дано:**

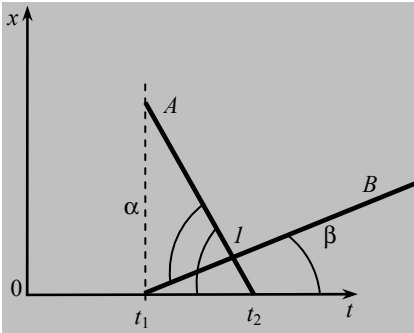


Рис. 10

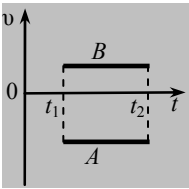


Рис. 11

Виявляється, що швидкості цих тіл стали й протилежно напрямлені. Оскільки кут  $\alpha$  нахилу до осі абсцис графіка  $x(t)$  для тіла  $A$  більший за кут  $\beta$  нахилу до осі абсцис графіка  $x(t)$  для тіла  $B$ , то швидкість руху тіла  $A$  за модулем більша, ніж швидкість руху тіла  $B$ . Графіки залежностей швидкостей від часу для тіл  $A$  та  $B$  наведено на рис. 11.

**Розв'язання**

Координата  $x$  тіла з часом  $t$  зменшується. Графік залежності  $x(t)$  для цього тіла являє собою пряму лінію, тобто тіло  $A$  рухається рівномірно в напрямі, протилежному осі  $Ox$ . У точці  $t_2$  координата тіла  $A$  дорівнює нулю. Що ж до координати тіла  $B$ , то вона з часом збільшується. Графік залежності  $x(t)$  для цього тіла являє собою також пряму лінію, тобто тіло  $B$ , як і тіло  $A$ , рухається рівномірно, але в напрямі осі  $Ox$ . Отже, тіла  $A$  та  $B$  рухаються назустріч одне одному, зустрічалися у точці  $I$ .

**Задача 10.** За заданими графіками залежності координат рухомих тіл  $A$  та  $B$  від часу їхнього руху (рис. 12) визначити залежність від часу швидкості руху кожного з тіл  $A$  та  $B$  в інтервалі від  $t_2$  до  $t_3$ .

**Дано:**

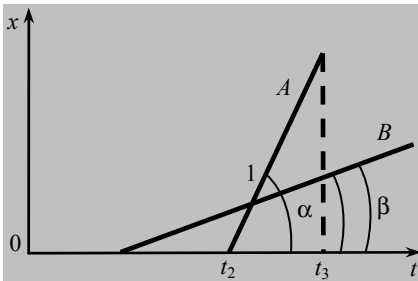


Рис. 12

**Розв'язання**

Координати тіл  $A$  та  $B$  із часом зростають. Графіки залежності  $x(t)$  для цих двох тіл являють собою прямі лінії, тобто обидва тіла рухаються рівномірно у напрямі осі  $Ox$ . Тіло  $A$  в момент часу  $t_2$  почало свій рух із початку координат  $x_0 = 0$ . У точці  $I$  тіла  $A$  і  $B$  зустрілися. Оскільки кут  $\alpha$  нахилу до осі абсцис графіка  $x(t)$  для тіла  $A$  більший за кут  $\beta$  нахилу до осі абсцис графіка  $x(t)$  для

тіла  $B$ , то швидкість руху тіла  $A$  за модулем більша від швидкості руху тіла  $B$ . Графіки залежності швидкості кожного з тіл від часу наведено на рис. 13.

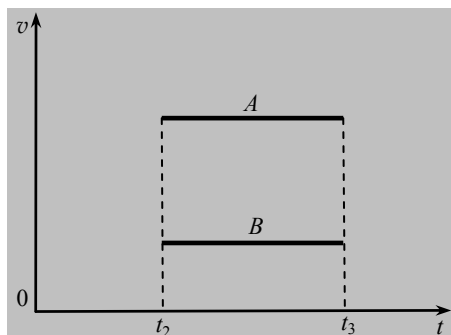


Рис. 13

### ***К-1.5. Задачі для аудиторного розв'язування***

**1-1.** Моторний човен проходить відстань між пунктами  $A$  та  $B$ , розміщеними на березі річки, за 3 год, а пліт — за 12 год. Скільки часу буде потрібно моторному човну на зворотний шлях? (6 год)

**1-2.** На станції метрополітену кут нахилу до горизонталі ескалатора дорівнює  $30^\circ$ , швидкість його переміщення —  $80 \text{ см/с}$ , а час підняття пасажирів становить 2,5 хв. Визначити вертикальну та горизонтальну складові швидкості переміщення ескалатора. Яка довжина ескалатора і глибина залягання тунелю в місці, де розташована станція? ( $0,69 \text{ м/с}$ ,  $0,4 \text{ м/с}$ ,  $60 \text{ м}$ ,  $120 \text{ м}$ )

**1-3.** Ескалатор піднімає людину, котра стоїть на ньому, за 1 хв; у разі, коли людина йде по нерухомому ескалатору, їй на підняття потрібно 3 хв. Скільки часу знадобиться для підняття людині, яка крокує вгору сходами ескалатора, що рухається також угору? (45 с)

**1-4.** Зі станції вийшов товарний потяг зі швидкістю  $36 \text{ км/год}$ . Через 30 хв у тому самому напрямі вийшов експрес зі швидкістю  $72 \text{ км/год}$ . Через який час і на якій відстані експрес наздожене товарний потяг? (1 год;  $36 \text{ км}$ )

**1-5.** Пункти  $A$  і  $B$  розміщено на відстані  $1080 \text{ км}$  один від одного. Літак летів із пункту  $A$  до пункту  $B$  і назад зі швидкістю  $390 \text{ км/год}$  відносно повітря. Скільки часу знадобиться літаку на весь політ, якщо на трасі польоту безперервно дме сильний вітер зі швидкістю  $150 \text{ км/год}$ ? Розглянути два випадки: а) вітер дме вздовж прямої  $AB$ ; б) вітер дме під прямим кутом до  $AB$ . (а)  $6,5 \text{ год}$ ; б)  $6 \text{ год}$ )

**1-6.** Пароплав рухається по річці з точки  $A$  до точки  $B$  униз за течією зі швидкістю 15 км/год, а назад — зі швидкістю 10 км/год. Знайти: 1) середню швидкість пароплава відносно води, вважаючи її однаковою; 2) швидкість течії річки. (1) 12 км/год; 2) 0,69 м/с)

**1-7.** Першу половину шляху автомобіль рухався зі швидкістю 80 км/год, а другу — 40 км/год. Визначити середню швидкість руху автомобіля. (53,3 км/год)

**1-8.** Першу половину часу автомобіль рухався зі швидкістю 80 км/год, а другу — 20 км/год. Визначити середню швидкість руху автомобіля. (50 км/год)

**1-9.** Першу третину шляху автомобіль рухався прямолінійно зі швидкістю 3 м/с, решту шляху — зі швидкістю 9 м/с. Знайти середню швидкість на цьому шляху. (5,4 м/с)

**1-10.** Рух вантажного автомобіля по шосе описується рівнянням  $x_1 = -270 + 12t$ , а рух пішохода вздовж того самого шосе — рівнянням  $x_2 = -1,5t$ . Зробити пояснювальний рисунок (вісь  $x$  спрямувати праворуч), на якому зазначити положення автомобіля і пішохода в момент початку спостереження. З якими швидкостями та в якому напрямі вони рухалися? Коли і де вони зустрінуться? (12 м/с, праворуч; 1,5 м/с, ліворуч; 20 с; -30 м)

**1-11.** Літак летить відносно повітря зі швидкістю 800 км/год. Вітер дме із заходу на схід зі швидкістю 15 м/с. З якою швидкістю літак рухатиметься відносно Землі та під яким кутом до меридіана потрібно тримати курс, щоб переміщення відбулося: а) на південь; б) на північ; в) на схід; г) на захід? (а)  $\alpha = 3^\circ 52'$ , 798 км/год; б)  $\alpha = 3^\circ 52'$ , 798 км/год; в) 746 км/год; г) 854 км/год)

**1-12.** Першу чверть шляху потяг пройшов зі швидкістю 60 км/год. Середня швидкість на всьому шляху становила 40 км/год. З якою швидкістю потяг пройшов решту шляху? (36 км/год)

### ***К-1.6. Задачі для самостійного розв'язування***

**1-13.** Відстань між пунктами  $A$  та  $B$  моторний човен проходить за течією за 10 хв, а проти течії — за 30 хв. За який час цю відстань пропливе пліт? (30 хв)

**1-14.** Ескалатор метро рухається зі швидкістю 0,75 м/с. Знайти час, за який пасажир переміститься на 20 м відносно Землі, якщо він сам іде в напрямі руху ескалатора зі швидкістю 0,25 м/с у системі відліку, пов'язаній з ескалатором. (20 с).

**1-15.** Людина, котра йде вниз по ескалатору, який опускається, витрачає на спускання 1 хв. Якщо людина йтиме вдвічі швидше, то вона витратить на 15 с менше. Скільки часу людина спускається, стоячи на ескалаторі? (1,5 хв)

**1-16.** Два потяги рухаються назустріч один одному зі швидкостями 72 і 54 км/год. Пасажира першого потяга помічає, що другий потяг проходить повз нього протягом 14 с. Яка довжина другого потяга? (490 м)

**1-17.** З двох міст назустріч один одному виїхали одночасно два автомобілі. Рухаючись зі швидкостями 60 км/год кожний, вони через 20 хв зустрілися посередині між містами. Визначити відстань між містами. ( $4 \cdot 10^4$  м)

**1-18.** Моторний човен переправляється на протилежний берег річки, рухаючись відносно води зі швидкістю 6 м/с у напрямі, перпендикулярному до її течії. Ширина річки дорівнює 300 м, а швидкість течії — 3,6 км/год. На яку відстань знесе течія човен за час переправи? (50 м)

**1-19.** Легковий і вантажний автомобілі, відстань між якими в початковий момент часу дорівнювала 500 м, рухаються рівномірно по прямолінійній ділянці дороги в одному напрямі зі швидкостями 72 і 54 км/год. Визначити, на якій відстані від свого початкового положення легковий автомобіль наздожене вантажний. (2000 м)

**1-20.** У вагоні потяга, що має швидкість 20 м/с, у напрямі його руху йде людина зі швидкістю 3,6 км/год відносно вагона. Визначити її переміщення за 3 с відносно вагона та відносно залізничного полотна. Рух вважати прямолінійним і рівномірним. (3 м; 63 м)

**1-21.** Кондуктор пасажирського потяга, швидкість якого 54 км/год, помітив, що зустрічний товарний потяг, довжина якого 150 м, пройшов повз нього за 6 с. Визначити швидкість товарного потяга відносно Землі. (10 м/с)

**1-22.** Рух велосипедиста і мотоцикліста задано відповідно рівнянням  $x_1 = 700 + 6t$ ,  $x_2 = 20t$  (у СІ). Визначити: а) координати велосипедиста і мотоцикліста через 20 с; б) місце і час їхньої зустрічі; в) моменти часу, для яких відстань між велосипедистом і мотоциклістом становить 140 м. (а) 820 м; 400 м; б) 1000 м; 50 с; в) 40 с; 60 с)

**1-23.** Рух двох велосипедистів задано такими рівняннями:  $x_1 = 5t$ ,  $x_2 = 150 - 10t$ . Побудувати графіки цих рівнянь. Знайти час і місце зустрічі графічно і аналітично. (10 с; 50 м)

**1-24.** Пліт завширшки 12 м пливе річкою зі швидкістю 2 м/с відносно берега. Поперек плота рухається рівномірно людина. За 24 с вона проходить його від одного краю до іншого й повертається назад. Знайти швидкість, зміну швидкості, переміщення людини та пройдений нею шлях: а) відносно плота; б) відносно берега. (а) 1 м/с; 2 м/с; 0; 24 м; б) 2,24 м/с; 48 м; 54 м)

**1-25.** Пліт завдовжки 15 м пливе річкою зі швидкістю 1 м/с відносно берега. Уздовж плота рівномірно рухається людина. За 20 с

вона проходить його від одного краю до іншого й повертається назад. Знайти швидкість, переміщення та пройдений людиною шлях: а) відносно плоту; б) відносно берега. (а) 1,5 м/с; 0; 30 м; б) 2,5 м/с; 0,5 м/с; 20 м; 50 м)

**1-26.** Першу половину часу свого руху велосипедист їхав зі швидкістю 10 км/год, а другу — зі швидкістю 20 км/год. Знайти середню його швидкість на всьому шляху. (15 км/год)

**1-27.** Першу половину свого шляху велосипедист їхав зі швидкістю 30 км/год, а другу — зі швидкістю 15 км/год. Знайти середню швидкість на всьому шляху. (20 км/год)

**1-28\*.** Вагон завширшки 2,4 м, який рухається зі швидкістю 15 м/с, був пробитий кулею, яка летіла перпендикулярно до напрямку руху потяга. Зміщення отворів у стінках вагона відносно один до одного дорівнює  $6 \cdot 10^{-2}$  м. З якою швидкістю рухалася куля? (600 м/с)

**1-29.** З пункту  $A$  до пункту  $B$ , на відстань між якими 150 км, у східному напрямі летить літак. Швидкість літака відносно повітря  $v_2 = 300$  км/год. Знайти тривалість польоту, якщо: 1) вітру немає; 2) вітер дме із заходу на схід; 3) вітер дме з півдня на північ. Швидкість вітру  $v_1 = 10$  м/с. (1) 15 хв; 2) 13,4 хв; 3) 15,1 хв)

**1-30.** З порту  $A$  відправляється теплохід зі швидкістю  $v$  під кутом  $\alpha$  до прямої  $AB$  (див. рисунок). Під яким кутом  $\beta$  до лінії  $AB$  має вирушити з порту  $B$  катер зі швидкістю  $u$ , щоб зустрітися з теплоходом? Катер і теплохід починають рух одночасно.  $\left( \beta = \arcsin \frac{v}{u} \sin \alpha \right)$



**1-31.** Від пункту  $A$  до пункту  $B$  річкою пливе човен зі швидкістю  $v_1 = 3$  км/год відносно води. Назустріч човну одночасно з ним від  $B$  до  $A$  відходить катер, швидкість якого відносно води  $v_2 = 10$  м/с. За час руху човна від  $A$  до  $B$  катер встигає пройти двічі туди й назад і прибуває в пункт  $B$  одночасно з човном. Яка швидкість течії річки? Який напрям течії? (0,51 км/год; у напрямі від  $B$  до  $A$ )

**К-2.1. Теоретичні відомості**

**Рівнозмінним** називається рух із сталим у часі прискоренням. Для такого руху середнє і миттєве прискорення одне й те саме.

Якщо швидкість рівномірного руху з часом зростає, то рух називають **рівноприскореним**. Для такого руху прискорення  $a > 0$ . Швидкість рівноприскореного руху в будь-який момент часу визначається так:

$$v = v_0 + a\Delta t,$$

де  $v_0$  — швидкість тіла в початковий момент часу  $t_0 = 0$ .

А якщо швидкість рівнозмінного руху з часом зменшується, то рух називають **рівносповільненим**. Для такого руху прискорення  $a < 0$ . Швидкість у будь-який момент часу визначається так:

$$v = v_0 - a\Delta t.$$

Залежність прискорення рівнозмінного руху від часу ілюструють рис. К-2.1, а, б, а залежність швидкості такого руху від часу — рис. К-2.1, в, г.

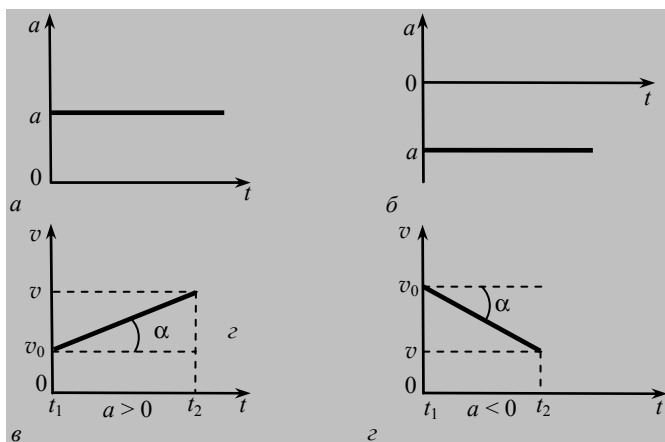


Рис. К-2.1

Скориставшись графіком залежності швидкості рівнозмінного руху тіла від часу, можна знайти прискорення тіла:

$$a = \operatorname{tg}\alpha = \frac{(v - v_0)}{\Delta t}.$$

Щоб знайти залежність шляху, пройденого тілом у рівнозмінному русі, від часу його руху, зауважимо, що цей шлях чисельно дорівнює площі заштрихованої на рис. К-2.2 фігури.

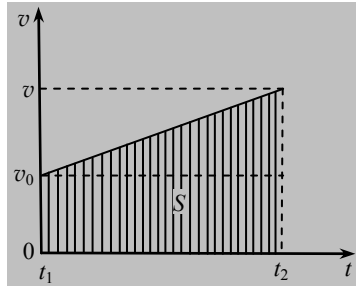


Рис. К-2.2

Ця фігура являє собою трапецію, площу якої можна знайти як суму площ прямокутника і прямокутного трикутника:

$$S_{\text{трап}} = S_{\text{пр}} + S_{\text{тр}},$$

або

$$S_{\text{трап}} = v_0 \Delta t + \frac{(v - v_0)}{2} \Delta t.$$

Ураховуючи, що

$$(v - v_0) = a \Delta t,$$

дістаємо:

$$\Delta s = v_0 \Delta t + \frac{a \Delta t^2}{2}.$$

Ця формула відповідає рівноприскореному руху. Узагальнюючи її й на випадок рівносповільненого руху, маємо:

$$\Delta s = v_0 \Delta t \pm \frac{a \Delta t^2}{2}.$$

Графіки залежності шляху від часу, коли тіло рухається зі стану спокою ( $v_0 = 0$ ), наведено на рис. К-2.3.



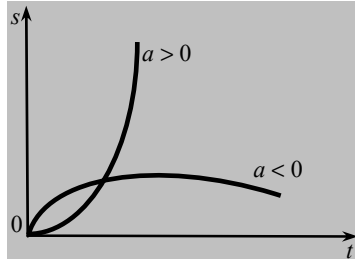


Рис. К-2.3

Отже, за графіком залежності  $v = v(t)$  швидкості рівнозмінного руху від часу можна визначити пройдений тілом шлях і прискорення, з яким воно рухається.

Формули для визначення кінематичних величин при рівномірному і рівнозмінному русі для зручності їх порівняння зведено в таблицю.

Рівномірний прямолінійний рух	Рівнозмінний прямолінійний рух
1. Прискорення $\vec{a} = 0$	1. Прискорення: $\vec{a} = \text{const}$ . якщо $\vec{a} > 0$ — рух прискорений; якщо $\vec{a} < 0$ — рух сповільнений
2. Швидкість $\vec{v} = \text{const}$	2. Швидкість $v = v_0 \pm a\Delta t$
3. Шлях $s = v\Delta t$	3. Шлях: $s = v_0\Delta t \pm \frac{a\Delta t^2}{2}$

### К-2.2. Завдання для поточного тестування

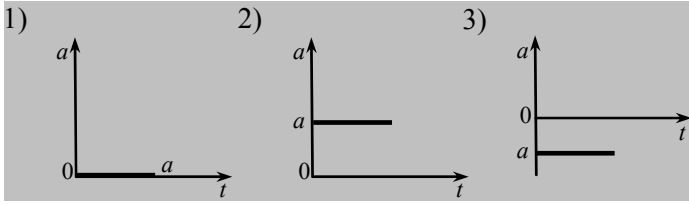
1. Рівняння руху подається так:

1)  $\vec{r} = \vec{r}(t)$ ; 2)  $x = x(t), y = y(t)$ ; 3)  $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ .

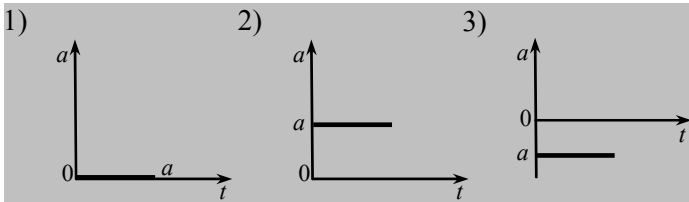
2. При криволінійному русі співвідношення між переміщенням і шляхом таке:

1)  $|\Delta\vec{r}| < \Delta s$ ; 2)  $|\Delta\vec{r}| = \Delta s$ ; 3)  $|\Delta\vec{r}| \leq \Delta s$ .

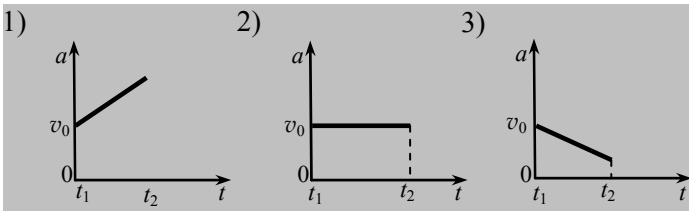
3. Показати той графік залежності прискорення від часу, який характеризує рівноприскорений прямолінійний рух.



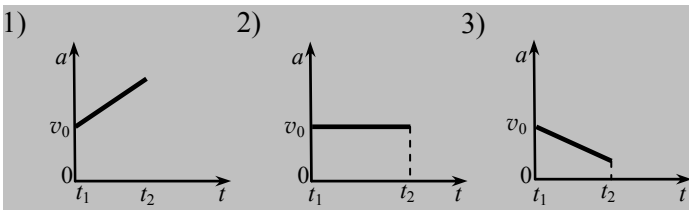
4. Показати той графік залежності прискорення від часу, який характеризує рівносповільнений прямолінійний рух.



5. Показати той графік залежності швидкості від часу, який характеризує рівноприскорений прямолінійний рух

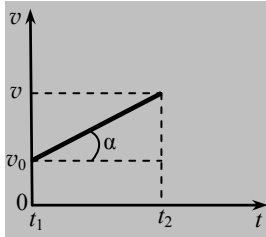


6. Показати той графік залежності швидкості від часу, який характеризує рівносповільнений прямолінійний рух.

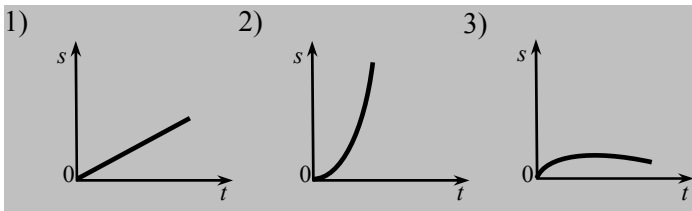


7. Користуючись графіком, визначити прискорення, з яким рухається тіло.

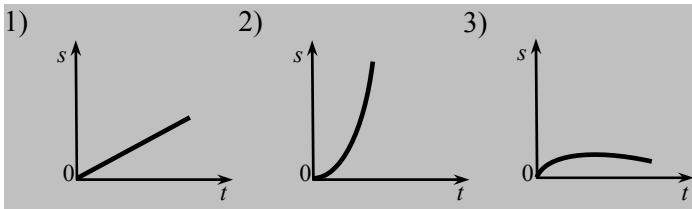
1)  $\frac{v - v_0}{\Delta t}$ ; 2)  $\frac{v_0}{\Delta t}$ ; 3)  $\text{tg}\alpha$ .



8. Показати той графік залежності шляху від часу, який характеризує рівноприскорений прямолінійний рух.



9. Показати той графік залежності шляху від часу, який характеризує рівносповільнений прямолінійний рух.



10. Прямолінійний рух можна схарактеризувати так:

1)  $\vec{v} = \text{const}$ ; 2)  $\vec{v} \neq \text{const}$ ; 3)  $\vec{a} = \text{const}$ ; 4)  $\vec{a} = 0$ .

11. Рівнозмінний рух можна схарактеризувати так:

1)  $|\vec{v}| = \text{const}$ ; 2)  $|\vec{v}| \neq \text{const}$ ; 3)  $a = 0$ ; 4)  $|\vec{a}| = \text{const}$ .

12. Рівноприскорений прямолінійний рух можна схарактеризувати так:

1)  $a = 0$ ; 2)  $a > 0$ ; 3)  $a < 0$ .

13. Рівносповільнений прямолінійний рух можна схарактеризувати так:

1)  $a = 0$ ; 2)  $a > 0$ ; 3)  $a < 0$ .

14. У відношенні  $|\Delta \vec{r}|/\Delta s$  поставити такий зі знаків «<», «=», «>», щоб співвідношення між переміщенням і шляхом відповідало прямолінійному руху.

1) <; 2) =; 3) >.

15. Записати рівняння  $v(\Delta t)$ , для визначення швидкості прямолінійного рівноприскореного руху підставивши у вираз  $v = ??? \Delta t$  замість знаків питання позначення необхідних фізичних величин із відповідними знаками дій.

1)  $a$ ; 2)  $g$ ; 3)  $\pm$ ; 4)  $v_0$ ; 5)  $+$ ; 6)  $-$ .

16. Записати рівняння  $v(\Delta t)$ , для визначення швидкості прямолінійного рівносповільненого руху підставивши у вираз  $v = ??? \Delta t$  замість знаків питання позначення необхідних фізичних величин із відповідними знаками дій.

1)  $a$ ; 2)  $g$ ; 3)  $\pm$ ; 4)  $v_0$ ; 5)  $+$ ; 6)  $-$ .

17. Записати рівняння  $s(\Delta t)$ , для визначення шляху при прямолінійному рівноприскореному русі, підставивши у вираз  $s = ? \Delta t ? \frac{? \Delta t^2}{2}$  замість знаків питання позначених необхідних фізичних величин із відповідними знаками дій.

1)  $a$ ; 2)  $g$ ; 3)  $\pm$ ; 4)  $v_0$ ; 5)  $+$ ; 6)  $-$ .

18. Записати рівняння  $s(\Delta t)$ , для визначення шляху при прямолінійному рівносповільненому русі, підставивши у вираз  $s = ? \Delta t ? \frac{? \Delta t^2}{2}$  замість знаків питання позначених необхідних фізичних величин із відповідними знаками дій.

1)  $a$ ; 2)  $g$ ; 3)  $\pm$ ; 4)  $v_0$ ; 5)  $+$ ; 6)  $-$ .

19. Показати формулу, за якою визначається шлях при рівноприскореному прямолінійному русі.

1)  $? = \frac{m \cdot c}{c} + \frac{m \cdot c^2}{c \cdot c}$ ; 2)  $? = \frac{m \cdot c}{c}$ ; 3)  $? = \frac{m}{c \cdot c}$ ; 4)  $? = \frac{m}{c}$ ;  
5)  $? = \frac{m}{c} + \frac{m \cdot c}{c \cdot c}$ ; 6)  $? = \frac{m \cdot c}{c} + \frac{m \cdot c^2}{c \cdot c}$ .

20. Показати формулу, за якою визначається шлях при рівносповільненому прямолінійному русі.

$$1) \quad ? = \frac{M \cdot c}{c} + \frac{M \cdot c^2}{c \cdot c}; \quad 2) \quad ? = \frac{M \cdot c}{c}; \quad 3) \quad ? = \frac{M}{c \cdot c}; \quad 4) \quad ? = \frac{M}{c};$$

$$5) \quad ? = \frac{M}{c} + \frac{M \cdot c}{c \cdot c}; \quad 6) \quad ? = \frac{M \cdot c}{c} + \frac{M \cdot c^2}{c \cdot c}.$$

**21.** Показати формулу, за якою визначається швидкість при рівноприскореному прямолінійному русі.

$$1) \quad ? = \frac{M \cdot c}{c} + \frac{M \cdot c^2}{c \cdot c}; \quad 2) \quad ? = \frac{M \cdot c}{c}; \quad 3) \quad ? = \frac{M}{c \cdot c}; \quad 4) \quad ? = \frac{M}{c};$$

$$5) \quad ? = \frac{M}{c} + \frac{M \cdot c}{c \cdot c}; \quad 6) \quad ? = \frac{M \cdot c}{c} + \frac{M \cdot c}{c \cdot c}.$$

**22.** Показати формулу, за якою визначається швидкість при рівносповільненому прямолінійному русі.

$$1) \quad ? = \frac{M \cdot c}{c} + \frac{M \cdot c^2}{c \cdot c}; \quad 2) \quad ? = \frac{M \cdot c}{c}; \quad 3) \quad ? = \frac{M}{c \cdot c}; \quad 4) \quad ? = \frac{M}{c};$$

$$5) \quad ? = \frac{M}{c} + \frac{M \cdot c}{c \cdot c}; \quad 6) \quad ? = \frac{M \cdot c}{c} + \frac{M \cdot c}{c \cdot c}.$$

**23.** По підлозі рівносповільнено котиться куля, початкова швидкість якої дорівнює 0,64 м/с, а прискорення — 16 см/с<sup>2</sup>. Яку відстань вона подолає перед зупинкою?

1) 1,28 м; 2) 1,5 м; 3) 2 м; 4) 2,14 м; 5) 0,5 м.

**24.** Тіло починає рух із прискоренням 2 м/с<sup>2</sup>. Визначити шлях, пройдений тілом за 2 с.

1) 1 м; 2) 2 м; 3) 3 м; 4) 4 м; 5) Інша відповідь.

**25.** Тіло, рухаючись рівноприскорено, за 15 с від початку руху набуло швидкості 9 м/с. Визначити прискорення.

1) 0,4 м/с<sup>2</sup>; 2) 0,6 м/с<sup>2</sup>; 3) 0,5 м/с<sup>2</sup>; 4) 0,3 м/с<sup>2</sup>; 5) 0,7 м/с<sup>2</sup>.

### ***К-2.3. Висновки з теми***

1. Опис механічного руху тіла полягає у визначенні його координат у просторі в будь-який момент часу.

2. Положення тіла у просторі завжди задається відносно вибраної системи відліку.

3. Рух називається прямолінійним і рівномірним, якщо швидкість його не змінюється з часом ні за напрямом, ні за модулем в часі; вектор швидкості  $\vec{v} = \text{const}$ .

4. Рух називається прямолінійним і рівнозмінним, якщо прискорення його не змінюється з часом за модулем вектор прискорення  $\vec{a} = \text{const}$ .

5. Якщо прискорення, з яким рухається тіло, більше від нуля ( $a > 0$ ), то рух називається прискореним.

6. Якщо прискорення, з яким рухається тіло, менше від нуля ( $a < 0$ ), то рух називається сповільненим.

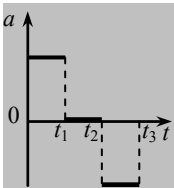
7. Якщо координата тіла дорівнює нулю ( $x = 0$ ), то воно перебуває на початку координат.

8. Якщо координата тіла зменшується, то воно рухається в бік, протилежний напрямку осі  $Ox$ .

### К-2.4. Приклади розв'язування задач

**Задача 1.** Задано графік залежності прискорення тіла від часу. Накреслити графіки залежності швидкості та шляху тіла від часу, якщо воно рухається із стану спокою.

*Дано:*



*Розв'язання*

Розглянемо рух тіла за кожного із заданих інтервалів часу окремо, подавши результати у вигляді таблиці.

Інтервал часу	Характер руху
1. Від 0 до $t_1$	1. $\vec{a} = \text{const}$ ; рух тіла рівноприскорений
2. Від $t_1$ до $t_2$	2. $\vec{a} = 0$ ; рух тіла рівномірний
3. Від $t_2$ до $t_3$	3. $\vec{a} < 0$ ; рух тіла рівносповільнений

Відповідні графіки залежності швидкості та шляху тіла від часу наведено на рис. 2 і 3.

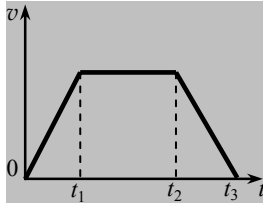


Рис. 2

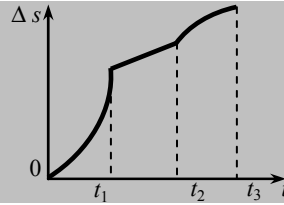


Рис. 3

**Задача 2.** Задано графіка швидкості руху тіл *I* і *II* (рис. 4). Швидкість якого тіла більша через час  $\Delta t$ ?

*Дано:*

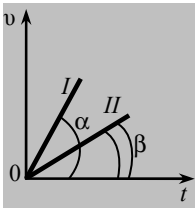


Рис. 4

*Розв'язання*

Тіла *I* і *II* рухаються зі стану спокою, тобто

$$v_{01} = 0 \text{ і } v_{02} = 0.$$

Із часом швидкості цих тіл збільшуються, рух рівноприскорений. Ми знаємо, що тангенсом кута нахилу графіка швидкості до осі абсцис визначається прискорення, з яким рухається тіло:

$$\operatorname{tg} \alpha = a_1 \text{ і } \operatorname{tg} \beta = a_2.$$

Бачимо, що  $\alpha > \beta$ , а отже, і  $\operatorname{tg} \alpha > \operatorname{tg} \beta$ . Маємо, що  $a_1 > a_2$ , тобто прискорення, з яким рухається тіло *I*, більше від прискорення, з яким рухається тіло *II*. Тоді тіло *I* за час  $\Delta t$  набуває більшої швидкості, ніж тіло *II*.

**Задача 3.** Автомобіль, проїхавши 1 км, зупиняється в пункті *A*. Далі рухається прямолінійно зі сталим прискоренням  $0,5 \text{ м/с}^2$  з пункту *A* до пункту *B*. Визначити координату автомобіля через 1 хв після початку руху. Який шлях він пройде за цей час? Визначити швидкість автомобіля через 1 хв. Побудувати графіки залежності від координати часу, шляху, швидкості та прискорення автомобіля.

*Дано:*

$$x_0 = 1 \text{ км}; = 100 \text{ м};$$

$$a = 0,5 \text{ м/с}^2;$$

$$t = 1,0 \text{ хв} = 60 \text{ с}$$

$$s \text{ — ? } v \text{ — ?}$$

*Розв'язання*

Швидкість при рівноприскореному русі обчислюється за формулою

$$v = v_0 + at.$$

Оскільки автомобіль рухається із стану спокою, ця формула набирає такого вигляду:

$$v = at.$$

Пункт  $A$  перебуває на відстані 1 км від початку координат, як показано на рис. 5.

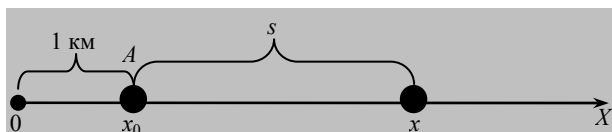


Рис. 5

Тоді координату автомобіля через 1 хв визначимо так:

$$x = x_0 + \frac{at^2}{2}.$$

Шлях, пройдений автомобілем за цей час, обчислимо за формулою

$$\Delta s = x - x_0 = \frac{at^2}{2}.$$

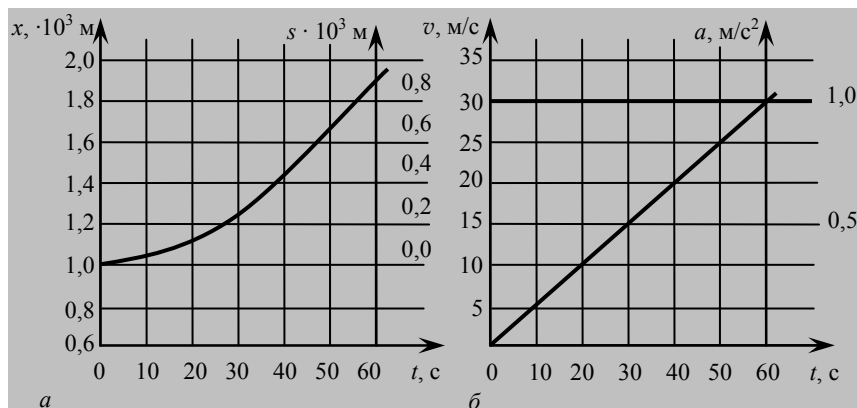
Виконуємо обчислення:

$$v = 0,5 \cdot 60 = 30 \text{ м/с};$$

$$x = 1000 + \frac{0,5 \cdot 60^2}{2} = 1900 \text{ м};$$

$$\Delta s = 1900 - 1000 = 900 \text{ м}.$$

Графіки координати автомобіля, шляху, пройденого ним, а також швидкості руху та прискорення наведено на рис. 6, *а*, *б*.



**Відповідь.** Координата автомобіля дорівнює 1900 м; швидкість 30 м/с, прискорення 0,5 м/с<sup>2</sup>, пройдений шлях дорівнює 900 м.



**Задача 4.** Тіло рухається рівноприскорено. Шлях, пройдений тілом за перші та другі 2 с відповідно, дорівнює 12 і 32 м. Визначити початкову швидкість і прискорення тіла.

*Дано:*

$$t_1 = t_2 = t = 2 \text{ с}; x_0 = 0;$$

$$s_1 = 12 \text{ м};$$

$$s_2 = 32 \text{ м}$$

$$v_0 \text{ — ? } a \text{ — ?}$$

*Розв'язання*

За початок відліку візьмемо початкове положення тіла, а вісь  $x$  спрямуємо вздовж його руху.

Шлях, пройдений тілом за дві перші та другі секунди визначимо за формулами:

$$x_1 - x_0 = s_1 = v_0 t_1 + \frac{at_1^2}{2}; \quad s_2 = v_{02} t_2 + \frac{at_2^2}{2},$$

де  $v_0$  — початкова швидкість на першій ділянці шляху;  $v_{02}$  — початкова швидкість на другій ділянці шляху,

$$v_{02} = v_0 + at_1.$$

Узявши до уваги, що розв'яжемо систему трьох рівнянь  $t_1 = t_2 = t$ ,

$$\begin{cases} s_1 = v_0 t + \frac{at^2}{2}; \\ s_2 = v_{02} t + \frac{at^2}{2}; \\ v_{02} = v_0 + at. \end{cases}$$

Підставивши значення  $v_{02}$  з третього рівняння в друге, дістанемо:

$$s_2 = v_0 t + at^2 + \frac{at^2}{2} \Rightarrow s_2 = v_0 t + \frac{3}{2} at^2 \Rightarrow v_0 = \frac{s_2 - \frac{3}{2} at^2}{t} = \frac{s_2}{t} - \frac{3}{2} at.$$

Тепер підставимо  $v_0$  в перше рівняння:

$$s_1 = s_2 - \frac{3}{2} at^2 + \frac{at^2}{2} \Rightarrow s_1 = s_2 - \frac{2at^2}{2} = s_2 - at^2.$$

Звідси знаходимо прискорення

$$a = \frac{s_2 - s_1}{t^2}.$$

Тоді

$$v_0 = \frac{s_2}{t} - \frac{3(s_2 - s_1)}{2t^2} = \frac{3s_1 - s_2}{2t}.$$

Перевіряємо одиниці величин:

$$[a] = \left[ \frac{\text{М}}{\text{с}^2} \right] = \left[ \frac{\text{М}}{\text{с}^2} \right];$$

$$[v_0] = \left[ \frac{\text{М}}{\text{с}} \right] = \left[ \frac{\text{М}}{\text{с}} \right].$$

Виконуємо обчислення:

$$a = \frac{32 - 12}{4} = 5 \text{ м/с}^2;$$

$$v_0 = \frac{3 \cdot 12 - 32}{2 \cdot 2} = 1 \text{ м/с}.$$

**Відповідь.** Початкова швидкість тіла  $v_0 = 1 \text{ м/с}$ ; прискорення  $a = 5 \text{ м/с}^2$ .

**Задача 5.** Матеріальна точка, рухаючись зі сталим прискоренням, проходить послідовно дві ділянки шляху по 10 м кожна. Першу ділянку шляху було пройдено за 1,05 с, другу — за 2,2 с. Визначити прискорення матеріальної точки та її швидкість на початку першої ділянки шляху.

**Дано:**

$$s_1 = s_2 = s = 10 \text{ м};$$

$$t_1 = 1,05 \text{ с};$$

$$t_2 = 2,2 \text{ с}$$

$$a \text{ — ? } v_1 \text{ — ?}$$

**Розв'язання**

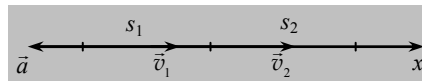


Рис. 7

Першу та другу ділянки шляху визначимо за формулами:

$$s_1 = v_1 t_1 + \frac{a t_1^2}{2}; \quad s_2 = v_2 t_2 + \frac{a t_2^2}{2},$$

де  $v_1$  і  $v_2$  — швидкість на початку першої та другої ділянки шляху відповідно.

Оскільки

$$v_2 = v_1 + at_1,$$

то формулу для визначення другої ділянки шляху можна записати так:

$$s_2 = (v_1 + at_1)t_2 + \frac{at_2^2}{2}.$$

Із цього рівняння знайдемо швидкість  $v_1$ . Підставивши її значення в рівняння шляху  $s_1$ , визначимо прискорення:

$$a = \frac{2s(t_1 - t_2)}{t_1 t_2 (t_1 + t_2)}.$$

Підставивши знайдене значення прискорення у вираз для шляху  $s_1$  та розв'язавши рівняння відносно швидкості  $v_1$ , дістанемо:

$$v_1 = \frac{s_1}{t_1} - \frac{at_1}{2}.$$

Перевіряємо одиниці величин:

$$[a] = \left[ \frac{\text{м} \cdot \text{с}}{\text{с}^2 \cdot \text{с}} \right] = [\text{м}/\text{с}^2].$$

$$[v_1] = \left[ \frac{\text{м}}{\text{с}} - \frac{\text{м} \cdot \text{с}}{\text{с}^2} \right] = [\text{м}].$$

Виконуємо обчислення:

$$a = \frac{2 \cdot 10(1,05 - 2,2)}{1,05 \cdot 2,2(1,05 + 2,2)} = -3,06 \text{ м}/\text{с}^2;$$

$$v_1 = \frac{10}{1,05} + \frac{3,06 \cdot 1,05}{2} = 11,13 \text{ м}/\text{с}.$$

**Відповідь.** Прискорення дорівнює  $-3,06 \text{ м}/\text{с}^2$ ; швидкість —  $11,13 \text{ м}/\text{с}$ .

**Задача 6.** Потяг рухається зі швидкістю  $20 \text{ м}/\text{с}$ . При гальмуванні до повної зупинки він пройшов відстань  $200 \text{ м}$ . Визначити час, через який потяг зупинився.

*Дано:*

$$v_0 = 20 \text{ м/с};$$

$$v = 0;$$

$$s = 200 \text{ м}$$

$$t \text{ — ?}$$

Тоді

*Розв'язання*

Потяг рухається рівносповільнено, тобто  $a < 0$ .

Визначимо прискорення, з яким рухається потяг, урахувавши, що  $v = 0$ :

$$v = v_0 - at = 0.$$

$$a = \frac{v_0}{t}.$$

Шлях, що його пройшов потяг до зупинки, визначається за формулою

$$\Delta s = v_0 t - \frac{at^2}{2}.$$

Підставивши в цю формулу прискорення, дістанемо:

$$\Delta s = v_0 t - \frac{v_0 t^2}{2t},$$

звідки

$$t = \frac{2\Delta s}{v_0}.$$

Перевіримо одиницю цієї величини:

$$[t] = \left[ \frac{\text{м}}{\text{м/с}} = \frac{\text{м} \cdot \text{с}}{\text{м}} \right] = [\text{с}].$$

Виконаємо обчислення:

$$t = \frac{2 \cdot 200}{20} = 20 \text{ с}.$$

**Відповідь.** Час гальмування потяга дорівнює 20 с.

**Задача 7.** В одному напрямі з однієї точки почали рухатися два велосипедисти. Перший — зі сталою швидкістю 15 м/с. Другий — зі стану спокою з прискоренням 1 м/с<sup>2</sup>. Відомо, що другий велосипедист почав рух через 20 с після першого. Через скільки часу після початку руху першого велосипедиста його наздожене другий? Побудувати графіки руху велосипедистів.

*Дано:*

$$v_1 = 15 \text{ м/с};$$

$$v_{02} = 0;$$

$$a_2 = 1 \text{ м/с}^2;$$

$$\Delta t = 20 \text{ с}$$

$$t_1 = ?$$

*Розв'язання*

Оскільки велосипедисти почали рухатися з однієї точки і другий зрештою наздогнав першого, то шлях, пройдений першим велосипедистом, дорівнює шляху, пройденому другим велосипедистом:

$$s_1 = s_2.$$

Перший велосипедист рухався зі сталою швидкістю, подолавши відстань

$$s_1 = v_1 t_1.$$

Другий велосипедист рухається з прискоренням зі стану спокою, тому

$$\Delta s_2 = \frac{at^2}{2}.$$

Оскільки  $s_1 = s_2$ , то

$$v_1 t_1 = \frac{at^2}{2}.$$

Другий велосипедист почав рухатись через час  $\Delta t$  після першого, тобто

$$t_1 = t + \Delta t.$$

Тоді

$$v_1 (t + \Delta t) = \frac{at^2}{2}.$$

Розв'язавши це квадратне рівняння відносно  $t$ , дістанемо:

$$t = 43,7 \text{ с}.$$

Час, через який другий велосипедист наздогнав першого, згідно з умовою на 20 с більший:

$$t_1 = 43,7 + 20 = 63,7 \text{ с}.$$

Графіком руху першого велосипедиста є пряма, яка виходить з початку координат. Графіком руху другого велосипедиста є парабола (рис. 8).

Точка перетину графіків визначає час, коли другий велосипедист наздогнав першого, і шлях, пройдений велосипедистами.

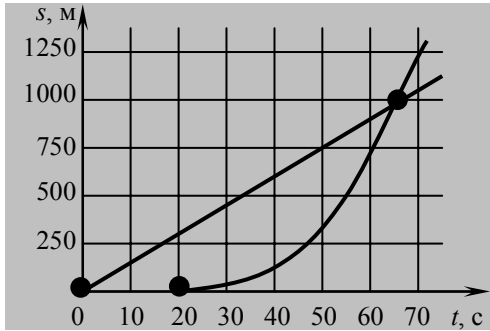


Рис. 8

**Відповідь.** Через 63,7 с після початку руху першого велосипедиста його наздожене другий.

**Задача 8.** Рух тіла описується рівнянням  $x = 15t + 0,4t^2$ . Визначити початкову швидкість і прискорення тіла, а також координату і швидкість тіла через 5 с.

*Дано:*

$$x(t) = 15t + 0,4t^2;$$

$$t_1 = 5 \text{ с}$$

$$a \text{ — ? } v_0 \text{ — ?}$$

$$x_1 \text{ — ? } v_1 \text{ — ?}$$

*Розв'язання*

Загальний вигляд рівняння руху такий:

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2};$$

$$x = 15t + 0,4t^2.$$

Бачимо, що  $x_0 = 0$ , початкова швидкість  $v_0 = 15 \text{ м/с}$ .

Множник біля  $t^2$  означає, що  $0,4 = \frac{a}{2}$ ,

звідки

$$a = 0,8 \text{ м/с}^2.$$

Координату тіла через 5 с визначаємо так:

$$x_1 = 15 \cdot 5 + 0,4 \cdot 5^2 = 85 \text{ м.}$$

Швидкість тіла визначимо за формулою

$$v_1 = v_0 + at.$$

Підставляючи числові значення, дістаємо:

$$v_1 = 15 + 0,8 \cdot 5 = 19 \text{ м/с.}$$

**Відповідь.** Прискорення тіла  $0,8 \text{ м/с}^2$ ; початкова швидкість  $15 \text{ м/с}$ ; координата через  $5 \text{ с}$  —  $85 \text{ м}$ ; швидкість через  $5 \text{ с}$  —  $19 \text{ м/с}$ .

**Задача 9.** Рівняння руху матеріальної точки має вигляд  $x = -3t^2$ . Описати характер руху цієї точки. Визначити шлях, який пройшла точка, та її швидкість через  $2 \text{ с}$ .

**Дано:**

$$x(t) = -3t^2;$$

$$t_1 = 2 \text{ с}$$

$$s_1 = ? \quad v_1 = ?$$

За умовами задачі

**Розв'язання**

Загальний вигляд рівняння руху такий:

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2}.$$

$$x = -3t^2.$$

Бачимо, що  $x_0 = 0$ ;  $v_0 = 0$ ;  $\frac{a}{2} = -3 \text{ м/с}^2$  і  $a = -6 \text{ м/с}^2$ .

Загальний вигляд рівняння швидкості такий:

$$v = v_0 + at.$$

Враховуючи умови задачі, дістаємо рівняння швидкості у вигляді

$$v = -6t.$$

Отже, матеріальна точка, вийшовши з початку координат, рухається зі стану спокою зі сталим прискоренням у бік, протилежний обраному додатному напрямку осі  $Ox$ .

Через  $2 \text{ с}$  швидкість матеріальної точки дорівнюватиме:

$$v_1 = -6 \cdot 2 = -12 \text{ м/с}.$$

Шлях, пройдений матеріальною точкою, визначається так:

$$s = v_0 t + \frac{at^2}{2}.$$

Звідси

$$s_1 = -3t_1^2 = -3 \cdot 2^2 = -12 \text{ м}.$$

**Відповідь.** Швидкість  $-12 \text{ м/с}$ ; шлях  $-12 \text{ м}$ .

### К-2.5. Задачі для аудиторного розв'язування

2-1. За який час автомобіль, рухаючись зі стану спокою з прискоренням  $0,6 \text{ м/с}^2$ , пройде 30 м? (10 с)

2-2. Знайти швидкість автомобіля, набуту через 8,7 с, і шлях, пройдений ним за цей час, якщо він рухається з прискоренням  $0,6 \text{ м/с}^2$ , а початкова швидкість дорівнює нулю. (5,22 м/с; 22,7 м)

2-3. Під час аварійного гальмування автомобіль, який рухався зі швидкістю 72 км/год, зупинився через 5 с. Знайти гальмівний шлях. (50 м)

2-4. В одному напрямі одночасно з однієї точки почали рухатися два тіла: одне — рівномірно зі швидкістю 98 м/с, друге — рівноприскорено з прискоренням  $9,8 \text{ м/с}^2$ . Через скільки секунд друге тіло наздожене перше? (20 с)

2-5. Швидкість потяга протягом 10 с збільшилася з 10 до 15 м/с, далі протягом 18 с він рухався рівномірно. Побудувати графік швидкості. Визначити пройдений шлях і середню швидкість на всьому шляху. (395 м; 14,1 м/с)

2-6. Тролейбус за 10 с пройшов шлях 120 м. Якої швидкості він набув наприкінці шляху і з яким прискоренням рухався, якщо початкова швидкість руху дорівнює  $10 \text{ м/с}$ ? (14 м/с;  $0,4 \text{ м/с}^2$ )

2-7. Тіло, яке вийшло з деякої точки  $O$ , рухалося зі сталим за значенням і напрямом прискоренням. Швидкість його наприкінці п'ятої секунди була  $1,5 \text{ м/с}$ , наприкінці шостої секунди тіло зупинилося. Знайти шлях, пройдений тілом до зупинки, і визначити швидкість, з якою тіло вийшло з точки  $O$ . (27 м; 9 м/с)

2-8. Тіло починає рухатись прямолінійно зі сталим прискоренням і за шосту секунду проходить 12 м. Знайти прискорення тіла і шлях, пройдений за шістнадцяту секунду. ( $2,2 \text{ м/с}^2$ ; 34 м)

2-9. Тіло рухається рівноприскорено з початковою швидкістю  $1 \text{ м/с}$  і, пройшовши деяку відстань, набуває швидкості  $7 \text{ м/с}$ . Якою була швидкість тіла на половині цієї відстані? (Оскільки  $v_1^2 - v_0^2 = 2al$  і

$$v^2 - v_0^2 = 2a \frac{l}{2}, \text{ то } v = \sqrt{\frac{v_0^2 + v_1^2}{2}} = 5 \text{ м/с}$$

2-10. Який шлях пройде моторний човен, коли він рухається прямолінійно протягом 5 с зі сталою швидкістю  $1 \text{ м/с}$ , а потім протягом 5 с — із прискоренням  $1 \text{ м/с}^2$ ? Накреслити графік швидкості  $v = f_1(t)$ , графік прискорення  $a = f_2(t)$ . ( $\approx 23 \text{ м}$ )

2-11. За другу секунду після початку руху автомобіль проїхав 1,2 м. З яким прискоренням рухався автомобіль? Визначити переміщення за десяту секунду. ( $0,8 \text{ м/с}^2$ ; 7,6 м)



**2-12.** Потяг, рухаючись під ухил, пройшов за 20 с шлях 340 м і розвинув швидкість 19 м/с. З яким прискоренням рухався потяг і якою була швидкість на початку ухилу? ( $0,2 \text{ м/с}^2$ ; 15 м/с)

**2-13.** Залежність швидкості матеріальної точки від часу задано формулою  $v_x = 6t$ . Записати рівняння  $x = x(t)$ , якщо в початковий момент ( $t = 0$ ) рухома точка була на початку координат ( $x = 0$ ). Обчислити шлях, пройдений матеріальною точкою за 10 с. ( $x = 3 \text{ т}^2$ ; 300 м)

**2-14.** Рівняння руху матеріальної точки має вигляд  $x = -0,2t^2$ . Який це рух? Знайти координату точки через 5 с і шлях, пройдений нею за цей час. (Рівноприскорений;  $-5 \text{ м}$ ; 5 м)

### ***К-2.6. Задачі для самостійного розв'язування***

**2-15.** Швидкість автомобіля збільшилася від 7,2 до 25,2 км/год на шляху 18 м. Визначити прискорення автомобіля і час, протягом якого збільшувалася швидкість. ( $1,25 \text{ м/с}^2$ ; 4 с)

**2-16.** Реактивний літак починає посадку на аеродром зі швидкістю 576 км/год. Через скільки секунд літак зупиниться, рухаючись із прискоренням  $-8 \text{ м/с}^2$ ? Який шлях він пройде за цей час? (20 с; 1,6 км)

**2-17.** Тролейбус за 12 с проїхав 120 м. Якої швидкості набув він наприкінці шляху і з яким прискоренням рухався, якщо початкова швидкість руху дорівнює  $10 \text{ м/с}$ ? ( $10 \text{ м/с}$ ;  $0 \text{ м/с}^2$ )

**2-18.** Автомобіль за 18 с проїхав 120 м. Якої швидкості набув він наприкінці шляху і з яким прискоренням рухався, якщо початкова швидкість руху дорівнює  $10 \text{ м/с}$ ? ( $33 \text{ м/с}$ ;  $-0,37 \text{ м/с}^2$ )

**2-19.** Два велосипедисти, виїхавши одночасно з пунктів  $A$  і  $B$ , рухаються з початковими швидкостями 14,4 та 21,6 км/год і однаковим прискоренням  $0,5 \text{ м/с}^2$  назустріч один одному. Через який час і на якій відстані від пункту  $A$  вони зустрінуться, якщо відстань між пунктами  $A$  і  $B$  дорівнює 150 м? (10 с; 65 м)

**2-20.** Потяг рухається рівносповільнено і за 1 хв зменшує свою швидкість від 40 до 28 км/год. Знайти прискорення потяга й відстань, пройдену ним за час гальмування. ( $-0,055 \text{ м/с}^2$ ; 566 м)

**2-21.** Потяг починає гальмувати зі швидкістю 54 км/год з прискоренням  $0,5 \text{ м/с}^2$ . Через який час і на якій відстані від початку гальмування потяг зупинився? (30 с; 225 м)

**2-22.** Відстань між двома станціями метрополітену становить 1,5 км. Першу половину цього шляху потяг рухався рівноприскорено, другу — рівносповільнено з тим самим за модулем прискоренням. Максимальна швидкість потяга між станціями дорівнювала 50 км/год. Знайти прискорення і час руху потяга між станціями. ( $0,13 \text{ м/с}^2$ ; 3,6 хв)

**2-23.** Рухаючись рівноприскорено зі стану спокою, тіло за п'яту секунду пройшло шлях 18 м. Чому дорівнює прискорення і який шлях тіло пройшло за 5 с? ( $4 \text{ м/с}^2$ ; 50 м)

**2-24.** Тіло, рухаючись рівноприскорено зі стану спокою, за шосту секунду пройшло шлях 22 м. Який шлях тіло пройшло за перші 6 с? (72 м)

**2-25.** Тіло, рухаючись зі сталим прискоренням  $-1,2 \text{ м/с}^2$ , пройшло за четверту секунду шлях 4,2 м. Знайти початкову швидкість, а також переміщення тіла за 10 с. ( $8,4 \text{ м/с}$ ; 24 м)

**2-26.** Рівняння руху матеріальної точки має вигляд  $x = 0,4t^2$ . Записати формулу залежності швидкості  $v$  цієї точки від часу  $t$  і побудувати графік. Заштрихувати на графіку площу, яка чисельно дорівнює шляху, пройденому точкою за 4 с, і обчислити цей шлях. ( $v = 0,8 t$ ; 6,4 м)

**2-27.** Рівняння швидкості руху тіла має вигляд  $v = 3 t$ . Визначити початкову швидкість і прискорення цього тіла. Побудувати графік швидкості і знайти модуль переміщення тіла за перші 3 с руху. (0; 3 м/с; 13,5 м)

**2-28.** Залежність швидкості матеріальної точки від часу має вигляд  $v_x = 6 t$ . Записати залежність координати  $x$  цієї точки від часу, якщо в початковий момент 0 точка була в положенні з координатою 6 м. Обчислити шлях, пройдений точкою за 10 с. ( $x = 6 + 3t^2$ ; 300 м)

**2-29.** Рухи двох автомобілів по шосе задано рівняннями  $x_1 = 2t + 0,2t^2$  і  $x_2 = 80 - 4t$ . Описати картину руху; знайти: а) час і місце зустрічі автомобілів; б) відстань між ними через 5 с від початку відліку часу; в) координату першого автомобіля в той час, коли другий перебував на початку відліку. (а) 10 с; 40 м; б) 45 м; в) 120 м)

**2-30.** Тіло одну четверту частину шляху рухалося зі сталою швидкістю 2 м/с, потім третину шляху, що залишився, — зі сталою швидкістю 1 м/с, а решту шляху — зі сталим прискоренням і наприкінці шляху мало швидкість 7 м/с. Визначити середню швидкість за весь час руху. (2,46 м/с)

### К-3.1. Теоретичні відомості

#### Вільне падіння тіл

Частинним випадком рівноприскореного прямолінійного руху у вертикальній площині зі *стану спокою є вільне падіння* тіл. Тіло піднімають на деяку висоту над поверхнею Землі і відпускають (рис. К-3.1). Такий рух відбувається під дією сили гравітації, яка впливає на всі тіла з боку Землі. Тому прискорення, з яким падають тіла на Землю, назвали *прискоренням вільного падіння* і позначили  $g$ . Закони вільного падіння встановив Галілей.

**Перший закон вільного падіння:** у широкому інтервалі висот вільне падіння тіл є рівноприскореним.

**Другий закон вільного падіння:** усі тіла падають з однаковим прискоренням  $g$ , незалежно від їхньої маси, об'єму, форми, хімічної природи.

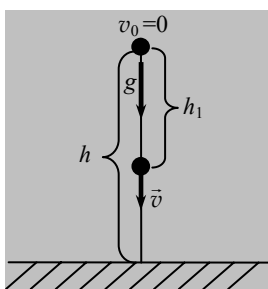


Рис. К-3.1

Власне кажучи, прискорення вільного падіння не стало. Воно залежить від широти місцевості на Землі та від висоти, на якій перебуває тіло над поверхнею Землі. На модуль прискорення вільного падіння впливає також і те, що Земля за своєю формою не є ідеальною кулею — вона сплюснена з полюсів. Тобто радіус Землі на полюсі менший від її радіуса на екваторі.

Проте за певних умов цими обставинами можна знехтувати, вважаючи, що прискорення вільного падіння поблизу поверхні Землі стало, а його середнє значення дорівнює  $9,81 \text{ м/с}^2$ .

Вільне падіння тіл ідеально відбувається у вакуумі, де немає сил опору повітря. Але для великих та масивних тіл, які рухаються в повітрі з невеликими швидкостями, опором повітря можна знехтувати і вважати їхній рух вільним падінням.

Ми знаємо, що рівнозмінний рух може бути або прискореним, або сповільненим. Знаємо рівняння, за якими визначаються швидкість і шлях під час прискореного або сповільненого руху. А далі все дуже просто! Для того щоб дістати формули для визначення в будь-який момент часу швидкості тіла, що вільно падає, а також пройденого ним шляху, потрібно:

- врахувати умови руху тіла при вільному падінні:  $a > 0$ ,  $a = g = \text{const}$ ,  $v_0 = 0$ ;
- у формули для рівноприскореного руху підставити значення початкової швидкості і прискорення;
- записати здобуті формули для визначення в будь-який момент часу швидкості тіла, що вільно падає, і пройденого ним за відповідний час шляху.

Формули для визначення кінематичних величин при вільному падінні тіл подано в табл. К-3.1, де заради зручності порівняння наведено відповідні формули для рівнозмінного руху.

Таблиця К-3.1

Рівнозмінний рух	Вільне падіння
1. Прискорення $\vec{a} = \text{const}$ якщо $\vec{a} > 0$ — рух прискорений; якщо $\vec{a} < 0$ — рух уповільнений	1. Прискорення $\vec{a} > 0$ — <b>рух прискорений</b> , $\vec{a} = \vec{g} = \text{const}$
2. Швидкість $v = v_0 \pm a\Delta t$	2. Швидкість $v_0 = 0$ , а отже, $v = g\Delta t$
3. Шлях $s = v_0\Delta t \pm \frac{a\Delta t^2}{2}$	3. Шлях, що його пододало тіло, тобто <b>висота</b> цього тіла над поверхнею Землі, за умови $v_0 = 0$ , визначається так: $h = \frac{g\Delta t^2}{2}$ <b>Увага!</b> Висота, на якій перебуватиме тіло над поверхнею Землі через деякий час, відлічується від початкової точки руху тіла (див. рис. К-3.1).

## Рух тіла, кинутого вертикально вгору

У вертикальній площині відбувається також рух тіла, кинутого вертикально вгору. У початковий момент часу тіло має початкову швидкість  $v_0$ , прискорення тіла дорівнює  $g$ , швидкість тіла під час піднімання на деяку висоту зменшується, тому рух рівносповільнений (рис. К-3.2).

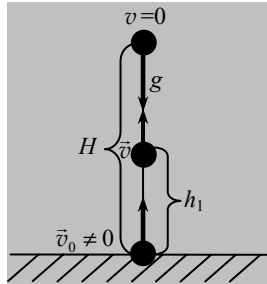


Рис. К-3.2

І знову все просто, і можемо використати той самий прийом:

- урахуємо умови руху тіла:  $\vec{a} < 0$ ,  $\vec{a} = \vec{g} = \text{const}$ ,  $v_0 \neq 0$ ;
- у формули для рівносповільненого руху підставляємо значення початкової швидкості та прискорення;
- дістаємо формули для визначення швидкості тіла та пройденого ними шляху за відповідний час.

Формули для визначення кінематичних величин при русі тіла, кинутого вертикально вгору, подано в табл. К-3.2, де заради зручності порівняння наведено відповідні формули для рівнозмінного руху.

Таблиця К-3.2

Рівнозмінний рух	Рух тіла, кинутого вертикально вгору
1. Прискорення $\vec{a} = \text{const}$ , якщо $\vec{a} > 0$ — рух прискорений; якщо $\vec{a} < 0$ — рух уповільнений	1. Прискорення $\vec{a} < 0$ — <i>рух сповільнений</i> , $\vec{a} = \vec{g} = \text{const}$
2. Швидкість $v = v_0 \pm a\Delta t$	2. Швидкість $v_0 \neq 0$ , тоді $v = v_0 - a\Delta t$

<p>3. Шлях</p> $s = v_0 \Delta t \pm \frac{a \Delta t^2}{2}$	<p>3. Шлях, що його пододало тіло, тобто <b>висота</b> підняття тіла над поверхнею Землі, за умови <math>v_0 \neq 0</math>, визначається так:</p> $h = v_0 \Delta t - \frac{g \Delta t^2}{2}$ <p><b>Увага!</b> Висота, на якій перебуватиме тіло над поверхнею Землі через деякий час, відлічується від початкової точки руху тіла, тобто від поверхні Землі</p>
	<p>4. Час підняття на максимальну висоту за умови зупинки тіла, тобто <math>v = 0</math>:</p> $\Delta t_n = \frac{v_0}{g}$
	<p>5. Максимальна висота підняття (у вираз для висоти підняття тіла підставляємо час підняття на максимальну висоту):</p> $H = \frac{v_0^2}{2g}$

### К-3.2. Завдання для поточного тестування

1. Вільне падіння тіл — це:

- 1) рівноприскорений рух із початковою швидкістю;
- 2) рівноприскорений рух зі стану спокою;
- 3) рівносповільнений рух із початковою швидкістю.

2. Рух тіла, кинутого вертикально вгору, — це:

- 1) рівноприскорений рух із початковою швидкістю;
- 2) рівноприскорений рух зі стану спокою;
- 3) рівносповільнений рух із початковою швидкістю.

3. У вираз підставити замість знака питання такий зі знаків, «<», «=», «>», «≤», «≥», щоб співвідношення між переміщенням і шляхом відповідало вільному падінню

- 1) < ; 2) = ; 3) ≤.

4. У вираз  $|\Delta \vec{r}| ? \Delta s$  підставити замість знака питання такий зі знаків, «<», «=», «>», «≤», «≥», щоб співвідношення між переміщенням і шляхом відповідало руху тіла, кинутого вертикально вгору.

- 1) < ; 2) = ; 3) ≤.

5. Записати рівняння вигляду  $v(\Delta t)$  для визначення швидкості при вільному падінні, підставивши у вираз  $v = ??? \Delta t$  замість знаків питання позначення потрібних фізичних величин.

1)  $a$ ; 2)  $g$ ; 3)  $2$ ; 4)  $v_0$ ; 5)  $4$ .

6. Записати рівняння вигляду  $h(\Delta t)$  для визначення висоти під час вільного падіння тіла, підставивши у вираз  $h = \frac{? \cdot ?^2}{2}$  замість знаків питання позначення потрібних фізичних величин.

1)  $a$ ; 2)  $g$ ; 3)  $\Delta t$ ; 4)  $v_0$ ; 5)  $4$ .

7. У вираз  $v = ??? \Delta t$  підставити замість знаків питання такий зі знаків «+», «-» і такі позначення фізичних величин, щоб дістати формулу для визначення швидкості  $v(\Delta t)$  руху тіла, кинутого вертикально вгору.

1)  $a$ ; 2)  $g$ ; 3)  $\pm$ ; 4)  $v_0$ ; 5)  $-$ .

8. У вираз  $h = ? \Delta t ? \frac{? \Delta t^2}{2}$  підставити замість знаків питання такий зі знаків «+», «-» і такі позначення фізичних величин, щоб дістати формулу для визначення висоти  $h(\Delta t)$ , на яку піднімається тіло, кинуте вертикально вгору.

1)  $a$ ; 2)  $g$ ; 3)  $+$ ; 4)  $-$ ; 5)  $v_0$ .

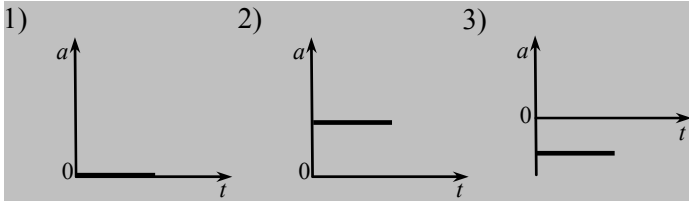
9. У вираз  $H = \frac{?}{2?}$  підставити замість знаків питання такий зі знаків «+», «-» і такі позначення фізичних величин, щоб дістати формулу для визначення максимального підняття тіла, кинутого вертикально вгору.

1)  $a$ ; 2)  $g$ ; 3)  $+$ ; 4)  $-$ ; 5)  $v_0$ .

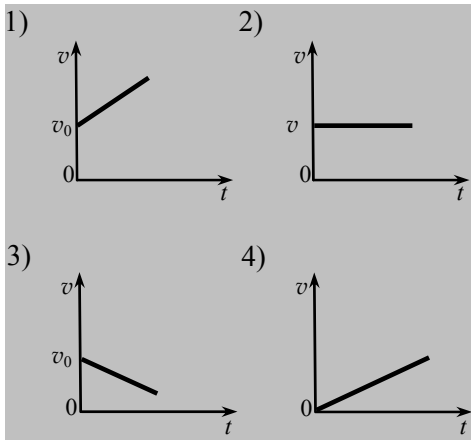
10. У вираз  $\Delta t_n = \frac{?}{?}$  підставити замість знаків питання такий зі знаків «+», «-» і такі позначення фізичних величин, щоб дістати формулу для визначення часу підняття на максимальну висоту тіла, кинутого вертикально вгору.

1)  $a$ ; 2)  $g$ ; 3)  $+$ ; 4)  $-$ ; 5)  $v_0$ .

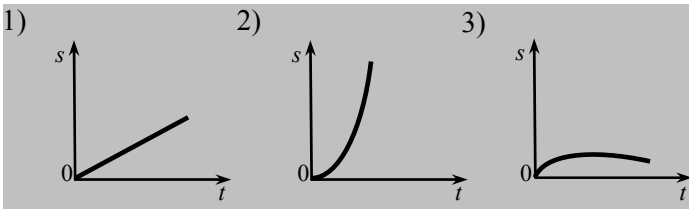
11. Показати графік залежності прискорення від часу, який характеризує: а) вільне падіння тіла; б) рух тіла, кинутого вертикально вгору.



12. Показати графік залежності швидкості від часу, який характеризує: а) вільне падіння тіла; б) рух тіла, кинутого вертикально вгору.



13. Показати графік залежності шляху від часу, який характеризує: а) вільне падіння тіла; б) рух тіла, кинутого вертикально вгору.



14. Показати формулу, записану через одиниці величин, згідно з якою визначається висота, яку пролітає тіло при вільному падінні за час  $\Delta t$ .

- 1)  $h = \frac{m \cdot c}{c} + \frac{m \cdot c^2}{c \cdot c}$ ; 2)  $h = \frac{m \cdot c}{c} - \frac{m \cdot c^2}{c \cdot c}$ ; 3)  $h = \frac{m}{c \cdot c}$ ; 4)  $h = \frac{m}{c}$ ;  
 5)  $h = \frac{m}{c} + \frac{m \cdot c}{c \cdot c}$ ; 6)  $h = \frac{m \cdot c^2}{c \cdot c}$ .



15. Показати формулу, записану через одиниці величин, згідно з якою визначається висота, яку пролітає тіло кинуте вертикально вгору за час  $\Delta t$ .

$$1) ? = \frac{m \cdot c}{c} + \frac{m \cdot c^2}{c \cdot c}; \quad 2) ? = \frac{m \cdot c}{c} - \frac{m \cdot c^2}{c \cdot c}; \quad 3) ? = \frac{m}{c \cdot c}; \quad 4) ? = \frac{m}{c};$$

$$5) ? = \frac{m}{c} + \frac{m \cdot c}{c \cdot c}; \quad 6) ? = \frac{m \cdot c^2}{c \cdot c}.$$

16. Показати формулу, записану через одиниці величин, згідно з якою визначається швидкість тіла при вільному його падінні упродовж часу  $\Delta t$ .

$$1) ? = \frac{m \cdot c}{c} + \frac{m \cdot c^2}{c \cdot c}; \quad 2) ? = \frac{m \cdot c}{c} - \frac{m \cdot c^2}{c \cdot c}; \quad 3) ? = \frac{m}{c} - \frac{m \cdot c^2}{c \cdot c};$$

$$4) ? = \frac{m \cdot c^2}{c \cdot c}; \quad 5) ? = \frac{m}{c} + \frac{m \cdot c}{c \cdot c}; \quad 6) ? = \frac{m \cdot c^2}{c \cdot c}.$$

17. Показати формулу, записану через одиниці величин, згідно з якою визначається швидкість тіла, кинутого вертикально вгору через час  $\Delta t$ .

$$1) ? = \frac{m \cdot c}{c} + \frac{m \cdot c^2}{c \cdot c}; \quad 2) ? = \frac{m \cdot c}{c} - \frac{m \cdot c^2}{c \cdot c}; \quad 3) ? = \frac{m}{c} - \frac{m \cdot c^2}{c \cdot c};$$

$$4) ? = \frac{m \cdot c^2}{c \cdot c}; \quad 5) ? = \frac{m}{c} + \frac{m \cdot c}{c \cdot c}; \quad 6) ? = \frac{m \cdot c^2}{c \cdot c}.$$

18. Тіло кинули вертикально вгору з початковою швидкістю 20 м/с. Визначити його швидкість через 3 с після початку руху.

- 1) 10 м/с; 2) -10 м/с; 3) 5 м/с; 4) -5 м/с; 5) інша відповідь.

19. Визначити відношення шляхів, пройдених тілом за 1 с та за 2 с після початку вільного падіння.

- 1)  $1/\sqrt{2}$ ; 2) 1/2; 3) 1/3; 4) 1/4; 5) немає правильної відповіді.

### ***К-3.3. Висновки з теми***

1. Вільним падінням називається рух тіла із стану спокою під дією сили тяжіння у вакуумі.

2. Рух тіла із стану спокою під дією сили тяжіння в повітрі достатньо добре підпорядкований законом вільного падіння тіл.

3. Вільне падіння тіла — це прискорений рух із прискоренням  $\vec{g} = \text{const}$ .

4. Числове значення прискорення вільного падіння визначається через гравітаційну сталу, масу і радіус планети, яка притягує тіло. Саме тому його значення різне на різних планетах.

5. Прискорення вільного падіння не залежить від властивостей тіл, що падають. Саме тому його позначено спеціально окремою літерою  $g$ , на відміну від прискорення взагалі.

6. Вертикально вгору тіло рухається сповільнено з прискоренням  $\vec{g} = \text{const}$ .

7. При русі тіла вертикально вгору час його підняття на максимальну висоту дорівнює часу падіння тіла з цієї висоти на поверхню Землі.

8. Загальний час польоту тіла, що відлічується від моменту його підкидання вгору і до падіння на поверхню Землі, дорівнює подвоєному часу його підняття на максимальну висоту.

### К-3.4. Приклади розв'язування задач

**Задача 1.** На рис. 1 подано графіки залежності прискорення вільного падіння від часу. Побудувати графіки залежності швидкості руху тіла від часу за ті самі проміжки часу.

*Дано:*

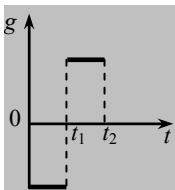


Рис. 1

*Розв'язання*

Проаналізуємо за допомогою таблиці графіки залежності прискорення вільного падіння від часу за кожний інтервал часу, припустивши, що додатний напрям осі ординат збігається з напрямом швидкості тіла (знаємо, що прискорення вільного падіння напрямлене до центра землі).

Інтервал часу	Характер руху
1. Від 0 до $t_1$	1. Прискорення вільного падіння з часом не змінюється $\vec{g} = \text{const}$ , причому $\vec{g} < 0$ : рух тіла рівносповільнений, тобто тіло рухається вертикально вгору
2. Від $t_1$ до $t_2$	2. Прискорення вільного падіння з часом не змінюється $\vec{g} = \text{const}$ , причому $\vec{g} > 0$ : рух тіла рівноприскорений, тобто тіло вільно падає

Проаналізуємо за допомогою таблиці графіки залежності швидкості тіла від часу за кожний інтервал часу.

Інтервал часу	Характер руху
1. Від 0 до $t_1$	1. Коли тіло рухається вертикально вгору, його швидкість з часом зменшується. Коли тіло піднялося на максимальну висоту, його швидкість дорівнює нулю $v = 0$
2. Від $t_1$ до $t_2$	2. При вільному падінні швидкість тіла з часом зростає

Накреслимо графіки залежності швидкості руху тіла від часу (рис. 2).

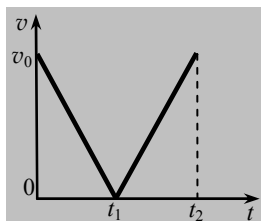


Рис. 2

**Задача 2.** Тіло кинули з поверхні Землі вертикально вгору з початковою швидкістю 30 м/с. Коли воно досягло максимальної висоти, з поверхні Землі з тією самою швидкістю кинули друге тіло. На якій висоті вони зустрінуться?

*Дано:*

$$v_0 = 30 \text{ м/с}$$

$h_x$  — ?

*Розв'язання*

Максимальну висоту піднімання першого тіла визначимо за формулою

$$H = \frac{v_0^2}{2g}$$

Оскільки обидва тіла зустрілися на висоті  $h$  від поверхні Землі (рис. 3), час  $t$  руху тіл до зустрічі однаковий.

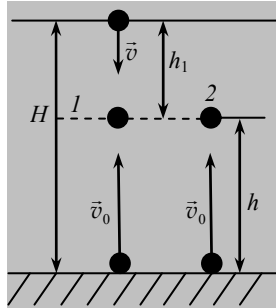


Рис. 3

Висоту, на якій тіла зустрілися, можна визначити так:

$$h = H - h_1.$$

Знаємо, що

$$h = v_0 t - \frac{gt^2}{2}.$$

Перше тіло, почавши рухатися вниз, пройшло за час  $t$  таку відстань:

$$h_1 = \frac{gt^2}{2}.$$

Тоді

$$v_0 t - \frac{gt^2}{2} = \frac{v_0^2}{2g} - \frac{gt^2}{2}.$$

Звідси знаходимо час  $t$ , через який тіла зустрілися:

$$t = \frac{v_0}{2g}.$$

Після відповідних перетворень знаходимо висоту, на якій тіла зустрілися:

$$h_x = v_0 \frac{v_0}{2g} - \frac{g}{2} \cdot \left( \frac{v_0}{2g} \right)^2 = \frac{3v_0^2}{8g}.$$

Графіки залежності висоти піднімання від часу для першого і другого тіл наведено на рис. 4.

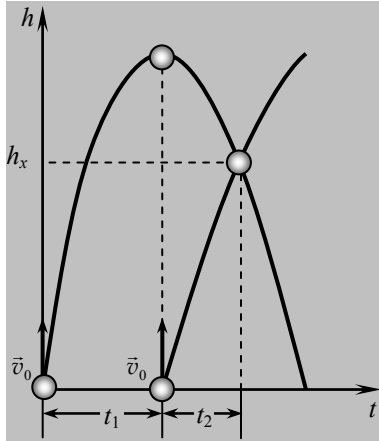


Рис. 4

Перевіримо одиниці величин:

$$[h] = \left[ \frac{\text{м}^2 \cdot \text{с}^2}{\text{с}^2 \cdot \text{м}} \right] = [\text{м}].$$

Виконуємо обчислення:

$$h = \frac{3 \cdot 30^2}{8 \cdot 9,8} = 34,4 \text{ м.}$$

**Відповідь.** Тіла зустрілися на висоті 33,4 м від поверхні Землі.

**Задача 3.** Два тіла вільно падають з різної висоти і долітають до Землі одночасно. Час падіння першого тіла дорівнює 2 с, другого — 1 с. На якій висоті було перше тіло, коли друге почало падати?

*Дано:*

$$t_1 = 2 \text{ с};$$

$$t_2 = 1 \text{ с}$$

$$h_2 = ?$$

*Розв'язання*

Нехай перше тіло падає з висоти  $h_1$ , друге — з висоти  $h_2$  (рис. 5). Висоту, з якої падає перше тіло, визначимо за формулою

$$h_1 = \frac{gt_1^2}{2}.$$

Час руху першого тіла до того моменту, коли друге почало падати, визначимо так:

$$t = t_1 - t_2.$$

За цей час перше тіло пройшло такий шлях:

$$h = \frac{gt^2}{2}.$$

Висоту, на якій перебувало перше тіло, коли друге почало падати, визначимо за формулою

$$h_2 = h_1 - h,$$

або

$$h_2 = \frac{gt_1^2}{2} - \frac{g(t_1 - t_2)^2}{2}.$$

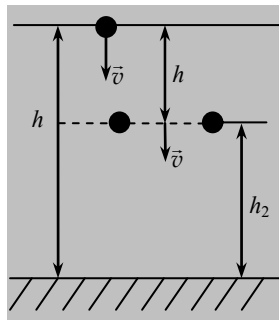


Рис. 5

Перевіримо одиниці величин:

$$[h] = \left[ \frac{\text{м} \cdot \text{с}^2}{\text{с}^2} - \frac{\text{м} \cdot \text{с}^2}{\text{с}^2} \right] = [\text{м}].$$

Виконуємо обчислення:

$$h_2 = \frac{9,8 \cdot 2^2}{2} - \frac{9,8(2-1)^2}{2} = 14,7 \text{ м}.$$

**Відповідь.** Перше тіло було на висоті 14,7 м, коли друге почало падати.

**Задача 4.** Камінь кинуто вертикально вгору з початковою швидкістю 20 м/с. Яка максимальна висота піднімання каменя? Коли тіло впаде на Землю?

*Дано:*

$$v_0 = 20 \text{ м/с}$$

$H - ?$

*Розв'язання*

У верхній точці траєкторії швидкість каменя дорівнює нулю, тоді можна записати рівняння

$$v = v_0 - gt = 0,$$

звідси визначається час підняття каменя до верхньої точки траєкторії:

$$t_{\text{п}} = \frac{v_0}{g}.$$

Висота підняття каменя визначається за формулою

$$h = v_0 t - \frac{gt^2}{2}.$$

Максимальну висоту підняття каменя визначимо, підставивши в цю формулу час  $t_{\text{п}}$  підняття до верхньої точки траєкторії:

$$H = \frac{v_0^2}{2g}.$$

Виконуємо обчислення:

$$t_{\text{п}} = \frac{20}{9,8} = 2,04 \text{ с};$$

$$H = \frac{20^2}{2 \cdot 9,8} = 20,4 \text{ м}.$$

**Відповідь.** Максимальна висота піднімання каменя 20,4 м. Оскільки час підняття каменя на максимальну висоту дорівнює часу його падіння з цієї висоти на Землю, камінь впаде на Землю через 2,04 с. Проте можна ще й так відповісти на поставлене запитання: камінь впаде на Землю через 4,08 с після того, як його кинули вертикально вгору.

**Задача 5.** Тіло кинуто вертикально вгору з початковою швидкістю 30 м/с. Коли воно досягло верхньої точки траєкторії? Яка максимальна висота підняття тіла?

*Дано:*

$$v_0 = 30 \text{ м/с}$$

$$t - ? \quad H - ?$$

*Розв'язання*

Рух тіла, кинутого вертикально вгору, — це рівносповільнений рух із прискоренням вільного падіння  $g$ .

У верхній точці траєкторії швидкість тіла дорівнює нулю, тоді можна записати рівняння

$$v = v_0 - gt = 0,$$

з якого визначається час підняття тіла до верхньої точки траєкторії:

$$t_n = \frac{v_0}{g}.$$

Загалом висота підняття тіла визначається за формулою

$$h = v_0 t - \frac{gt^2}{2}.$$

Підставивши в цю формулу час  $t_n$  підняття тіла до верхньої точки траєкторії, визначимо максимальну висоту підняття тіла

$$H = \frac{v_0^2}{2g}.$$

Виконуємо обчислення:

$$t_n = \frac{30}{9,8} = 3,06 \text{ с;}$$

$$H = \frac{30^2}{2 \cdot 9,8} = 45,9 \text{ м.}$$

**Відповідь.** Тіло досягло верхньої точки через 3,06 с; максимальна висота — 45,9 м.



### ***К-3.5. Задачі для аудиторного розв'язування***

**3-1.** Г. Галілей, вивчаючи закони вільного падіння (1589 р.), кидав без початкової швидкості різні предмети з похилої вежі в місті Піза, висота якої дорівнює 57,5 м. Скільки часу падали предмети з цієї вежі і яка їхня швидкість під час удару об Землю? (3,4 с; 33,6 м/с)

**3-2.** Тіло вільно падає з висоти 80 м. Визначити переміщення тіла за останню секунду падіння. (35 м)

**3-3.** Тіло падає з висоти 2000 м. За який час воно пройде перші 100 м і останні 100 м? (4,5 с; 0,51 с)

**3-4.** Тіло кинули вертикально вгору зі швидкістю 30 м/с. На якій висоті і через який час швидкість тіла буде втричі меншою, ніж на початку руху? (40 м; 2 с)

**3-5.** Визначити початкову швидкість тіла, кинутого вертикально вгору, якщо через 10 с воно рухається вниз зі швидкістю 20 м/с. (78 м/с)

**3-6.** Тіло кинули вертикально вгору з початковою швидкістю  $v_0$ . Коли воно досягло найвищої точки, із тієї самої початкової точки із такою самою початковою швидкістю кинули вгору друге тіло. На якій висоті тіла зустрінуться? ( $h = 3 v_0^2 / 8g$ )

**3-7.** Два тіла кинули вертикально вгору з однієї точки з однаковою початковою швидкістю 19,6 м/с з інтервалом часу 0,5 с. Через який час після кидання другого тіла і на якій висоті тіла зустрінуться?

$$\left( t = \frac{v_0}{g} + \frac{\tau}{2} = 2,25 \text{ с}; \quad h = y_2 = \frac{v_0^2}{2g} - \frac{g\tau^2}{8} = 19,3 \text{ м} \right)$$

### ***К-3.6. Задачі для самостійного розв'язування***

**3-8.** М'яч, кинутий вертикально вгору, упав у вихідну точку через 3 с. Визначити початкову швидкість м'яча. ( $\approx 15$  м/с)

**3-9.** Тіло, що вільно падає, пролетіло останні 30 м за 0,5 с. З якої висоти падало тіло? (198,9 м)

**3-10.** За останню секунду вільного падіння тіло пройшло половину свого шляху. З якої висоти і скільки часу падало тіло? (57 м; 3,4 с)

**3-11.** Тіло падає з висоти 500 м. Який шлях воно пролетить за першу та за останню секунди падіння? (5 м; 95 м)

**3-12.** Тіло вільно падає протягом 5 с. Визначити висоту падіння тіла: а) за 5 с; б) за п'яту секунду падіння. (а) 122,5 м; б) 44,1 м)

**3-13.** Тіло, що вільно падає, пролетіло останні 10 м за 0,25 с. Визначити висоту падіння і швидкість у момент приземлення. (86,8 м; 41,2 м/с)

**3-14.** З висоти 2 м вертикально вгору кинули тіло з початковою швидкістю 5 м/с. Через який час тіло досягне поверхні Землі? Знайти переміщення і пройдений тілом шлях за цей час. (1,3 с; 2 м; 4,6 м)

**3-15.** Перше тіло перебуває на висоті 100 м. Друге — на Землі. Перше тіло починає вільно падати, друге тіло кидають вертикально вгору з початковою швидкістю 5 м/с. Тіла починають рухатись одночасно. Через який час і на якій висоті вони зустрінуться? (2 с; 80,4 м)

**3-16.** Перше тіло, перебуваючи в стані спокою, починає вільно падати з висоти 80 м. Водночас друге тіло кидають вертикально вгору. Чому дорівнює швидкість другого тіла, коли відомо, що тіла впали на Землю одночасно? (19,8 м/с)

**3-17.** Тіло падає з деякої висоти за 20 с. Визначити час, за який тіло пройде першу чверть шляху. Чому дорівнює швидкість тіла в цей час? (10 с; 98 м/с)

**3-18.** Перше тіло кинуто вертикально вгору з початковою швидкістю 40 м/с. Друге тіло вільно падає з висоти 100 м. Тіла починають рухатись одночасно. Через скільки часу вони зустрінуться? На якій висоті від поверхні Землі станеться зустріч? (2,5 с; 69,4 м)

### К-4.1. Теоретичні відомості

#### Рух тіла, кинутого горизонтально

Поряд із прямолінійним рухом тіла вздовж однієї осі координат можливий складніший криволінійний рух. Нехай, наприклад, тіло піднято на деяку висоту над поверхнею Землі і кинуте горизонтально (рис. К-4.1). Через деякий час воно впаде на Землю. Отже, тіло одночасно рухається як по горизонталі, так і по вертикалі, тобто відбувається його рух у площині  $xOy$ .

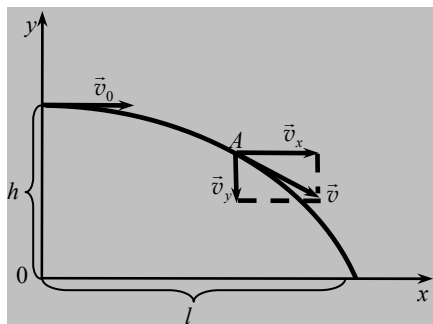


Рис. К-4.1

Траєкторія руху тіла являє собою частину параболи. У деякий момент часу  $\Delta t$  тіло перебуває в точці  $A$  на зазначеній траєкторії. Швидкість  $\vec{v}$  тіла в цей момент напрямлена по дотичній до траєкторії в цій точці. Її можна подати як векторну суму двох складових: швидкості  $\vec{v}_x$ , напрямленої вздовж осі  $Ox$  і швидкості  $\vec{v}_y$ , напрямленої вздовж осі  $Oy$ :

$$\vec{v} = \vec{v}_x + \vec{v}_y.$$

Звідси модуль швидкості тіла в точці  $A$

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}.$$

Як же визначити модулі швидкостей  $\vec{v}_x$  та  $\vec{v}_y$ ? Рух тіла відбувається під дією сили тяжіння із прискоренням  $\vec{g} = \text{const}$ , напрямленим вертикально вниз. Тому вздовж осі  $Ox$  рух тіла рівномірний, а вздовж осі  $Oy$  рух тіла являє собою вільне падіння, тобто  $v_x = v_0 = \text{const}$ , а  $v_y = g\Delta t$ , де  $\Delta t$  — час польоту тіла. Отже, швидкість тіла наприкінці польоту визначається так:

$$v = \sqrt{v_x^2 + (g\Delta t)^2}.$$

А далі знов усе просто! Висоту, що її пододало тіло за деякий час руху, знайдемо із законів вільного падіння тіла. Відстань  $l$  від початкової точки руху тіла до місця його падіння на Землю називається **дальністю польоту**. Дальність польоту тіла знайдемо із законів рівномірного руху.

Формули для визначення кінематичних величин при русі тіла, кинутого горизонтально, наведено в табл. К-4.1.

Таблиця К-4.1

РУХ ТІЛА, КИНУТОГО ГОРИЗОНТАЛЬНО

Рух уздовж осі $Ox$	Рух уздовж осі $Oy$
1. Прискорення $\vec{a} = 0$ . <i>Рух рівномірний</i>	1. Прискорення $\vec{a} > 0$ — рух прискорений, $\vec{a} = \vec{g} = \text{const}$ . <i>Вільне падіння</i>
2. Швидкість $v_0 \neq 0$ $v_x = v_0 = \text{const}$	2. Швидкість $v_0 = 0$ , $v_y = g\Delta t$
3. Модуль швидкості тіла через деякий час польоту $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$ , або $v = \sqrt{v_x^2 + (g\Delta t)^2}$	
4. Дальність польоту тіла $l = v_x\Delta t$	4. Шлях, пройдений тілом, тобто <b>висота</b> його над поверхнею Землі: $h = \frac{g\Delta t^2}{2}$ . <i>Увага!</i> Висота, на якій перебуватиме тіло над поверхнею Землі через деякий час, відлічується від початкової точки руху тіла
5. Час, через який тіло впаде на Землю, або час польоту тіла: $\Delta t = \frac{l}{v_x}$ $\Delta t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$	

## Рух тіла, кинутого під кутом до горизонту

Рух тіла, кинутого під кутом  $\alpha$  до горизонту, — це ще один приклад криволінійного руху тіла у площині  $xOy$  (рис. К-4.2). Траєкторія руху тіла являє собою параболу.

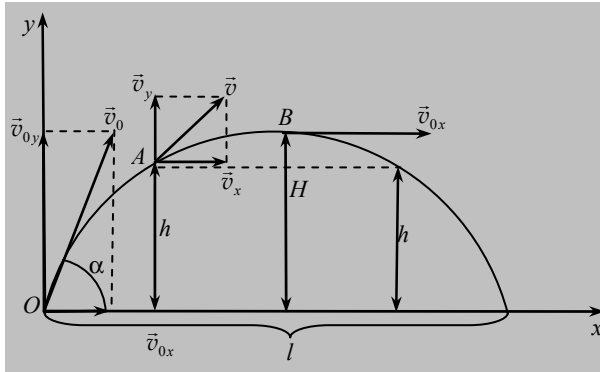


Рис. К-4.2

Швидкість  $\vec{v}_0$  тіла в початковий момент часу утворює кут  $\alpha$  з горизонтом. Цю швидкість можна подати як векторну суму двох складових: швидкості  $\vec{v}_{0x}$ , напрямленої вздовж осі  $Ox$  і швидкості  $\vec{v}_{0y}$ , напрямленої вздовж осі  $Oy$ :

$$\vec{v}_0 = \vec{v}_{0x} + \vec{v}_{0y}.$$

Модуль початкової швидкості

$$v_0 = \sqrt{v_{0x}^2 + v_{0y}^2}.$$

Проекції початкової швидкості на осі координат  $Ox$  та  $Oy$  обчислимо так:

$$v_{0y} = v_0 \cos \alpha, \quad v_{0x} = v_0 \sin \alpha.$$

Тоді

$$v_0 = \sqrt{(v_0 \cos \alpha)^2 + (v_0 \sin \alpha)^2}.$$

У деякий момент часу  $t$  тіло перебуває в точці  $A$  на своїй траєкторії. Швидкість  $\vec{v}$  напрямлена по дотичній до траєкторії в цій точ-

ці. Її можна подати як векторну суму двох складових: швидкості  $\vec{v}_x$ , напрямленої вздовж осі  $Ox$  і швидкості  $\vec{v}_y$ , напрямленої вздовж осі  $Oy$ :

$$\vec{v} = \vec{v}_x + \vec{v}_y.$$

Модуль швидкості тіла в точці  $A$  визначається так:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}.$$

Як же визначити модулі швидкостей  $\vec{v}_x$  та  $\vec{v}_y$ ? Далі побачимо, що це насправді просто! Skorистаємося вже здобутими знаннями. Ми знаємо, що цей вид руху тіла також відбувається під дією сили тяжіння з прискоренням  $\vec{g} = \text{const}$ , напрямленим вертикально вниз. Тоді вздовж осі  $Ox$  рух тіла рівномірний, а вздовж осі  $Oy$  тіло рухається вертикально вгору. Маємо:

$$\begin{aligned} v_x &= v_{0x} = v_0 \cos \alpha; \\ v_y &= v_{0y} - g\Delta t = v_0 \sin \alpha - g\Delta t, \end{aligned}$$

де  $\Delta t$  — час, протягом якого рухалось тіло.

Через деякий час тіло досягне максимальної висоти польоту, тобто точки  $B$  на траєкторії. У цій точці швидкість  $\vec{v}_y = 0$ , тоді

$$v = v_x = v_{0x} = v_0 \cos \alpha.$$

Далі з точки  $B$  рух тіла являє собою вільне падіння.

Висоту, пройдену тілом за деякий час  $\Delta t$  руху, знайдемо із законів руху тіла, кинутого вертикально вгору. Відстань від початкової точки руху тіла до місця його падіння на Землю, також називається **дальністю польоту**. Дальність польоту тіла знайдемо із законів рівномірного руху. Однак тут час польоту тіла дорівнює сумі часу підняття на максимальну висоту та часу, за який воно впаде на Землю. Розрахунки показують, що час піднімання тіла на максимальну висоту дорівнює його часу падіння з цієї висоти на Землю.

Формули для визначення кінематичних величин при русі тіла, кинутого під кутом  $\alpha$  до горизонту, подано в табл. К-4.2.

Таблиця К-4.2

РУХ ТІЛА, КИНУТОГО ПІД КУТОМ  $\alpha$  ДО ГОРИЗОНТУ

Рух уздовж осі $Ox$	Рух уздовж осі $Oy$
1. Прискорення $\vec{a} = 0$ . <i>Рух рівномірний</i>	1. Прискорення $\vec{a} < 0$ — рух сповільнений, $\vec{a} = \vec{g} = \text{const}$ . <i>Рух тіла, кинутого вертикально вгору</i>

Рух уздовж осі $Ox$	Рух уздовж осі $Oy$
2. Швидкість $v_0 \neq 0$ ; $v_{0x} = \text{const}$ ; $v_x = v_{0x} = v_0 \cos \alpha$	2. Швидкість $v_0 \neq 0$ ; $v_{0y} = v_0 \sin \alpha$ , тоді $v_y = v_{0y} - g \Delta t = v_0 \sin \alpha - g \Delta t$
3. Модуль початкової швидкості $v_0 = \sqrt{v_{0x}^2 + v_{0y}^2}$ ; модуль швидкості тіла через деякий час польоту $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$ ; модуль швидкості тіла у верхній точці траєкторії $\vec{v}_y = 0$ , тоді $v = v_x = v_{0x} = v_0 \cos \alpha$	
—	4. Шлях, тобто <b>висота</b> тіла над поверхнею Землі $h = v_{0y} \Delta t - \frac{g \Delta t^2}{2}$ <b>Увага!</b> Висота, на якій перебуватиме тіло над поверхнею Землі через деякий час, відлічується від початкової точки руху тіла. <b>Увага!</b> Тіло перебуватиме на тій самій висоті двічі, а саме: до підняття на максимальну висоту і після проходження максимальної точки на траєкторії (див. рис. К-4.2)
4. Час польоту тіла $t_n = 2 \Delta t_n$ , звідки $t_n = 2 \frac{v_{0y}}{g}$	5. Час підняття на максимальну висоту за умови зупинки тіла, тобто при $v_y = 0$ $\Delta t_n = \frac{v_{0y}}{g}$
5. Дальність польоту тіла або $l = v_{0x} t_n$ або $l = \frac{2}{g} v_0^2 \sin \alpha \cos \alpha$	6. Максимальна висота підняття (у формулу для визначення висоти підняття тіла підставляємо час підняття на максимальну висоту): $H = \frac{v_{0y}^2}{2g} = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$

**К-4.2. Завдання для поточного тестування**

1. Рух тіла, кинутого горизонтально, можна подати як комбінацію таких видів руху:

1) вільного падіння тіла; 2) руху тіла, кинутого вертикально вгору; 3) рівномірного руху.

**2.** Рух тіла, кинутого під кутом до горизонту, можна подати як комбінацію таких видів руху:

1) вільного падіння тіла; 2) руху тіла, кинутого вертикально вгору; 3) рівномірного руху.

**3.** Час польоту тіла визначає:

1) горизонтальна складова швидкості руху; 2) швидкість в момент часу  $\Delta t$ ; 3) вертикальна складова швидкості руху тіла.

**4.** Дальність польоту тіла визначається:

1) горизонтальною складовою швидкості руху; 2) швидкістю в момент часу  $t$ ; 3) вертикальною складовою швидкості руху тіла.

**5.** Максимальна висота підняття тіла визначається:

1) горизонтальною складовою швидкості руху; 2) швидкістю в момент часу  $t$ ; 3) вертикальною складовою швидкості руху тіла.

**6.** Тіло кинуте під кутом до горизонту. Швидкість падіння тіла на землю дорівнює:

1) початковій швидкості; 2) швидкості у верхній точці траєкторії; 3) горизонтальній складовій початкової швидкості.

**7.** Тіло кинуте під кутом до горизонту. Швидкість у верхній точці траєкторії дорівнює:

1) початковій швидкості; 2) нулю; 3) горизонтальній складовій початкової швидкості.

**8.** Тіло кинуте під кутом до горизонту. Швидкість вздовж вертикальної осі у верхній точці траєкторії дорівнює:

1) початковій швидкості; 2) нулю; 3) горизонтальній складовій початкової швидкості.

**9.** Тіло кинуте під кутом до горизонту. Час польоту тіла дорівнює:

1) часу підняття на максимальну висоту; 2) половині часу підняття на максимальну висоту; 3) вдвічі більший за час підняття на максимальну висоту.

**10.** Тіло кинуте горизонтально. Час польоту тіла дорівнює:

1) часу падіння з максимальної висоти; 2) половині часу падіння з максимальної висоти; 3) вдвічі більший за час падіння з максимальної висоти.



11. У вираз  $v = \sqrt{g^2 + (gt)^2}$  підставити замість знака питання такий зі знаків «+», «-» і такі позначення фізичних величин, щоб дістати формулу для визначення швидкості тіла, кинутого горизонтально, у момент часу  $t$ .

12. У вираз  $l = v_0 \Delta t$  підставити замість знака питання такий зі знаків «+», «-» і такі позначення фізичних величин, щоб дістати формулу для визначення дальності польоту тіла, кинутого горизонтально.

1)  $a$ ; 2)  $g$ ; 3)  $v_x$ ; 4)  $-$ ; 5)  $v_0$ ; 6)  $+$ ; 7)  $v_y$ .

13. У вираз  $v_0 = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$  підставити замість знака питання такий зі знаків «+», «-» і такі позначення фізичних величин, щоб дістати формулу для визначення початкової швидкості тіла, кинутого під кутом до горизонту.

1)  $v_{0x}$ ; 2)  $g$ ; 3)  $v_x$ ; 4)  $-$ ; 5)  $v_{0y}$ ; 6)  $+$ ; 7)  $v_y$ .

14. У вираз  $h = \frac{v_0^2 \Delta t^2}{2}$  підставити замість знака питання такий зі знаків «+», «-» і такі позначення фізичних величин, щоб дістати формулу для визначення висоти  $h(\Delta t)$  підняття тіла, кинутого під кутом до горизонту.

1)  $v_{0x}$ ; 2)  $g$ ; 3)  $v_x$ ; 4)  $-$ ; 5)  $v_{0y}$ ; 6)  $+$ ; 7)  $v_y$ .

15. У вираз  $l = \frac{2 \cdot v_0^2 \cdot \sin^2 \alpha}{g}$  підставити замість знака питання такий зі знаків «+», «-» і такі позначення фізичних величин, щоб дістати формулу для визначення дальності польоту тіла, кинутого під кутом до горизонту.

1)  $v_{0x}$ ; 2)  $g$ ; 3)  $v_x$ ; 4)  $-$ ; 5)  $v_{0y}$ ; 6)  $+$ ; 7)  $v_y$ .

### ***К-4.3. Висновки з теми***

1. Рух криволінійний, коли в часі вектор швидкості  $\vec{v} \neq \text{const}$ .
2. Рух тіла, кинутого горизонтально, можна розкласти на прямолінійні рухи вздовж двох осей координат: горизонтальної  $Ox$  і вертикальної  $Oy$ .
3. Уздовж осі  $Ox$  тіло рухається рівномірно з початковою швидкістю.
4. Уздовж осі  $Oy$  тіло вільно падає.
5. Рух тіла, кинутого під кутом до горизонту, також можна розкласти на прямолінійні рухи вздовж двох осей координат: горизонтальної  $Ox$  і вертикальної  $Oy$ .

6. Уздовж осі  $Ox$  тіло також рухається рівномірно з початковою швидкістю.
7. Уздовж осі  $Oy$  тіло рухається вертикально вгору.
8. Час польоту тіла в обох випадках визначається вертикальною складовою швидкості руху тіла.

#### К-4.4. Приклади розв'язування задач

**Задача 1.** З гори висотою 25 м горизонтально кинули м'яч зі швидкістю 15 м/с. Через скільки часу м'яч впаде на Землю? На якій відстані від підніжжя гори впаде м'яч? З якою швидкістю він впаде на Землю?

*Дано:*

$h = 25 \text{ м};$   
 $v_0 = 15 \text{ м/с}$

$t - ?; l - ?; v - ?$

*Розв'язання*

Сумістимо систему координат із Землею. Вісь  $Ox$  збігається з підніжжям гори, вісь  $Oy$  напрямлена вертикально вгору. М'яч, який кинули горизонтально, рухається у площині  $xOy$ . Траєкторія руху являє собою частину параболи. Такий рух можна розкласти на два рухи: відносно осі  $Ox$  та осі  $Oy$  (рис. 1).

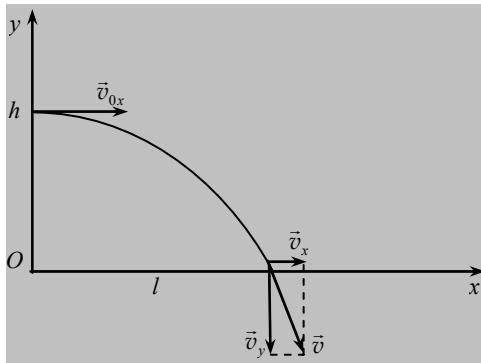


Рис. 1

У горизонтальному напрямі (вісь  $Ox$ ) рух м'яча рівномірний зі швидкістю  $v_0$ , а вздовж осі  $Oy$  рух м'яча являє собою вільне падіння. Тоді висоту гори, з якої м'яч кинули, можна визначити за формулою

$$h = \frac{gt^2}{2}.$$

Звідси час падіння

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}}.$$

Відстань від підніжжя гори (дальність польоту), на якій впаде м'яч, визначається за формулою

$$l = v_{0x}t.$$

У момент падіння м'яча на Землю його швидкість напрямлена по дотичній до траєкторії його руху в точці падіння (див. рис. 1). Швидкість падіння м'яча на Землю можна подати як векторну суму двох швидкостей вздовж осі  $Ox$  та вздовж осі  $Oy$ :  $\vec{v} = \vec{v}_x + \vec{v}_y$ . Ці швидкості взаємно перпендикулярні, а тому модуль швидкості м'яча в момент падіння на Землю

$$v = \sqrt{v_{0x}^2 + v_y^2} = \sqrt{v_0^2 + (gt)^2}.$$

Виконуємо обчислення:

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot 25}{9,8}} = 2,26 \text{ с};$$

$$l = 15 \cdot 2,26 = 33,9 \text{ м};$$

$$v = \sqrt{15^2 + (9,8 \cdot 2,26)^2} = 26,7 \text{ м/с}.$$

**Відповідь.** М'яч впаде на Землю на відстані 33,9 м із швидкістю 26,7 м/с.

**Задача 2.** Камінь кинули горизонтально з вертикальної стіни висотою 10 м зі швидкістю 5 м/с. З якою швидкістю та під яким кутом до вертикалі тіло впаде на Землю?

*Дано:*

$$h = 10 \text{ м};$$

$$v_1 = v_0 = 5 \text{ м/с}$$

$$v = ? \quad \alpha = ?$$

*Розв'язання*

Сумістимо систему координат із Землею. Вісь  $Ox$  збігається з підніжжям стіни, вісь  $Oy$  напрямлена вертикально вгору.

Камінь, який кинули горизонтально, рухається у площині  $xOy$ . Траєкторія руху являє собою частину параболи. Такий рух можна розкласти на два рухи: відносно осі  $Ox$  та осі  $Oy$  (рис. 2). Швидкість тіла завжди напрямлена по дотичній до траєкторії його руху. У будь-який момент часу маємо:

$$\vec{v} = \vec{v}_x + \vec{v}_y.$$

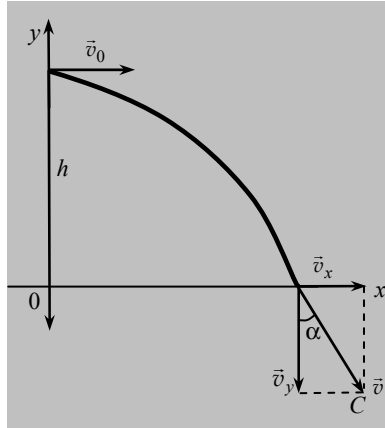


Рис. 2

За теоремою Піфагора

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{v_x^2 + g^2 t^2}.$$

Час падіння каменя визначимо за формулою

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}}.$$

Підставивши час у формулу для визначення швидкості, дістанемо:

$$v = \sqrt{v_x^2 + \frac{2g^2 h}{g}} = \sqrt{v_x^2 + 2gh}.$$

З рис. 2 випливає:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{v_x}{v_y}.$$

Кут, який утворює з вертикаллю вектор швидкості каменя при падінні на Землю, такий:

$$\alpha = \operatorname{arctg} \frac{v_x}{v_y}.$$

Узявши до уваги, що  $v_x = v_0$ ;  $v_v = gt$ , або  $v_y = \sqrt{2gh}$ , дістанемо:

$$\alpha = \operatorname{arctg} \frac{v_0}{\sqrt{2gh}}.$$

Перевіримо одиниці величин:

$$[v] = \left[ \sqrt{\frac{\text{М}^2}{\text{с}^2} + \text{М} \frac{\text{М}}{\text{с}^2}} \right] = [\text{М/с}];$$

$$[\alpha] = \left[ \operatorname{arctg} \frac{\text{М}}{\text{с} \cdot \sqrt{\frac{\text{М} \cdot \text{М}}{\text{с}^2}}} \right] = \left[ \operatorname{arctg} \frac{\text{М} \cdot \text{с}}{\text{с} \cdot \text{М}} \right] = [\text{градус}].$$

Виконуємо обчислення:

$$v = \sqrt{5^2 + 2 \cdot 10 \cdot 9,8} = 14,8 \text{ м/с};$$

$$\alpha = \operatorname{arctg} \frac{5}{\sqrt{2 \cdot 10 \cdot 9,8}} = \operatorname{arctg} \frac{5}{14} = 20^\circ.$$

**Відповідь.** У момент падіння каменя на Землю його швидкість дорівнює 14,8 м/с, напрямлена під кутом  $\alpha = 20^\circ$  до вертикалі.

**Задача 3.** Цеглину кинули горизонтально з висоти 45 м зі швидкістю 6 м/с. Визначити модуль і напрям швидкості цеглини через 2 с після початку руху.

**Дано:**

$$v_0 = 6 \text{ м/с};$$

$$t_2 = 2 \text{ с};$$

$$h_x = 45 \text{ м}$$

$$v_x \text{ — ? } \alpha_x \text{ — ?}$$

**Розв'язання**

Сумістимо систему координат із Землею. Вісь  $Ox$  збігається з поверхнею Землі, вісь  $Oy$  напрямлена вертикально вгору. Цеглина, яку кинули горизонтально, рухається у площині  $xOy$ .

Траекторія руху являє собою частину параболи. Такий рух можна розкласти на два рухи: відносно осі  $Ox$  та осі  $Oy$  (рис. 3). У будь-який момент часу швидкість цеглини дорівнює векторній сумі швидкостей тіла у вертикальному і горизонтальному напрямках:

$$\vec{v} = \vec{v}_x + \vec{v}_y.$$

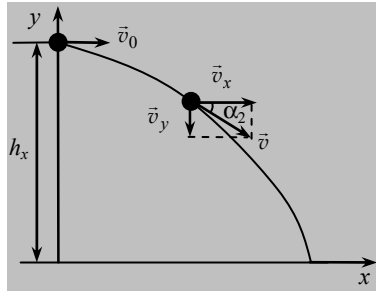


Рис. 3

Рух у горизонтальному напрямі є рівномірним, тому швидкість  $v_x$  дорівнює початковій швидкості цеглини:

$$v_0 = v_x.$$

Вертикальна складова швидкості руху цеглини

$$v_y = gt.$$

Тоді швидкість тіла в будь-який момент часу

$$v = \sqrt{v_0^2 + g^2 t^2}.$$

Кут, який утворює з горизонтом вектор швидкості через  $t$  с польоту, визначається так:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{v_y}{v_0}.$$

Підставивши швидкості, дістанемо:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{gt}{v_0},$$

звідки

$$\alpha = \operatorname{arctg} \frac{gt}{v_0}.$$

Перевіримо одиниці величин:

$$[v] = \left[ \sqrt{\frac{M^2}{c^2} + \left(\frac{M}{c^2}\right)^2} \cdot c^2 = \sqrt{\frac{M^2}{c^2} + \frac{M^2}{c^2}} \right] = \left[ \frac{M}{c} \right];$$

$$[\alpha] = \left[ \operatorname{arctg} \frac{M \cdot c \cdot c}{c^2 \cdot M} \right] = [\text{градус}].$$

Виконуємо обчислення:

$$v = \sqrt{6^2 + 9,8^2 \cdot 2^2} = 20,5 \text{ м/с};$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{9,8 \cdot 2}{6} = 3,27; \quad \alpha_2 = 73^\circ.$$

**Відповідь.** Через 2 с після початку руху швидкість цеглини дорівнює 20,5 м/с і напрямлена під кутом  $73^\circ$  до горизонту.

**Задача 4.** Камінь кинули зі швидкістю 12 м/с під кутом  $45^\circ$  до горизонту. На якій відстані від місця кидання камінь впаде на Землю? На яку максимальну висоту підніметься камінь?

**Дано:**

$$v_0 = 12 \text{ м/с};$$

$$\alpha = 45^\circ$$

$l - ?; H - ?$

**Розв'язання**

Сумістимо систему координат з Землею. Вісь  $Ox$  збігається з поверхнею Землі, вісь  $Oy$  напрямлена вертикально вгору. Камінь, який кинули під кутом до горизонту, рухається у площині  $xOy$ . Траєкторія руху являє собою параболу. Такий рух можна розкласти на два рухи: відносно осі  $Ox$  та осі  $Oy$  (рис. 4).

У горизонтальному напрямі (вісь  $Ox$ ) рух каменя рівномірний із швидкістю  $v_{0x}$ , а в напрямі осі  $Oy$  рух каменя являє собою рух тіла, кинутого вертикально вгору з початковою швидкістю  $v_{0y}$ .

Тоді вектор початкової швидкості руху каменя можна подати як векторну суму двох взаємно перпендикулярних швидкостей уздовж осі  $Ox$  та вздовж осі  $Oy$ :  $\vec{v}_0 = \vec{v}_{0x} + \vec{v}_{0y}$ , а модуль початкової швидкості визначається за формулою:

$$v_0 = \sqrt{v_{0x}^2 + v_{0y}^2}.$$

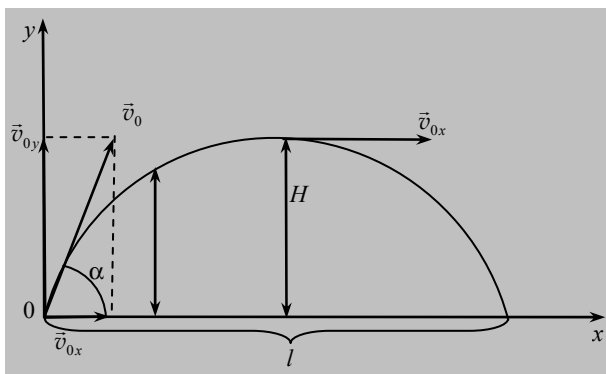


Рис. 4

Проекція початкової швидкості на вісь  $Ox$

$$v_{0x} = v_0 \cos \alpha,$$

а проекція початкової швидкості на вісь  $Oy$

$$v_{0y} = v_0 \sin \alpha.$$

Дальність польоту каменя визначається за формулою

$$l = v_{0x} t_{\text{пол}} = v_0 \cos \alpha \cdot t_{\text{пол}},$$

де  $t_{\text{пол}}$  — час польоту каменя. Це час, за який камінь піднімається на максимальну висоту і падає на Землю. Час піднімання  $t_{\text{п}}$  каменя на максимальну висоту визначаємо з умови

$$v_y = v_{0y} - g t_{\text{п}} = v_0 \sin \alpha - g t_{\text{п}} = 0,$$

тобто користуючись тим, що у верхній точці траєкторії вертикальна складова швидкості  $v_y$  каменя дорівнює нулю.

Тоді час  $t_{\text{п}}$  піднімання каменя на максимальну висоту

$$t_{\text{п}} = \frac{v_{0y}}{g} = \frac{v_0 \sin \alpha}{g}.$$

Час польоту каменя



$$t_{\text{пол}} = 2 \cdot t_n = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}.$$

Тоді дальність  $l$  польоту каменя визначається так:

$$l = \frac{2v_0^2 \cos \alpha \cdot \sin \alpha}{g} = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}.$$

Максимальну висоту піднімання каменя можна визначити за формулою:

$$H = v_{y0} t_n - \frac{gt_n^2}{2} = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}.$$

Перевіримо одиниці величин:

$$[l] = \left[ \frac{\text{м}^2 \cdot \text{с}^2}{\text{с}^2 \cdot \text{м}} \right] = [\text{м}];$$

$$[H] = \left[ \frac{\text{м}^2 \cdot \text{с}^2}{\text{с}^2 \cdot \text{м}} \right] = [\text{м}].$$

Виконуємо обчислення:

$$l = \frac{12^2 \sin 90^\circ}{9,8} = 14,7 \text{ м};$$

$$H = \frac{12^2 \sin 45^\circ}{2 \cdot 9,8} = 3,7 \text{ м}.$$

**Відповідь.** Камінь впаде на Землю на відстані 14,7 м від місця кидання та підніметься на максимальну висоту 3,7 м.

**Задача 5.** Куля летить зі швидкістю 100 м/с під кутом  $60^\circ$  до горизонту. Обчислити модуль та напрям швидкості кулі через 5 с після початку руху.

**Дано:**

$$v_0 = 100 \text{ м/с};$$

$$\alpha = 60^\circ;$$

$$t = 5 \text{ с}$$

$$v - ? \quad \alpha_1 - ?$$

**Розв'язання**

Сумістимо систему координат із Землею. Вісь  $Ox$  збігається з поверхнею Землі, вісь  $Oy$  напрямлена вертикально вгору. Куля, яка летить під кутом до горизонту, рухається у площині  $xOy$ .

Траекторія руху являє собою параболу. Такий рух можна розкласти на два рухи: відносно осі  $Ox$  та осі  $Oy$  (рис. 5). Швидкість у довільній точці траекторії напрямлена по дотичній до неї та дорівнює векторній сумі складових швидкості у вертикальному і горизонтальному напрямках:

$$\vec{v} = \vec{v}_x + \vec{v}_y.$$

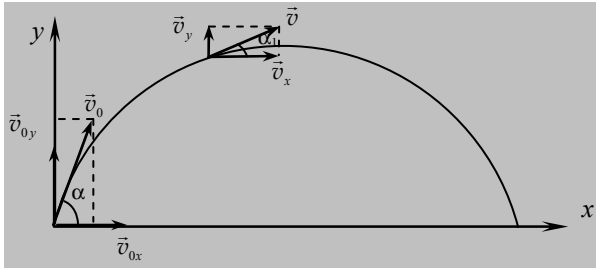


Рис. 5

У горизонтальному напрямі рух рівномірний. Тоді горизонтальна складова швидкості

$$v_x = v_{0x} = v_0 \cos \alpha.$$

У вертикальному напрямі рух рівносповільнений. Тоді вертикальна складова швидкості

$$v_y = v_{0y} - gt = v_0 \sin \alpha - gt.$$

Отже,

$$v = \sqrt{(v_0 \cos \alpha)^2 + (v_0 \sin \alpha - gt)^2}.$$

Кут, який утворює з горизонтом вектор швидкості кулі через 5 с після початку руху, визначаємо з рівності:

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{v_y}{v_x} = \frac{v_0 \sin \alpha - gt}{v_0 \cos \alpha}.$$

Виконуємо обчислення:

$$v = \sqrt{(100 \cos 60^\circ)^2 + (100 \sin 60^\circ - 9,8 \cdot 5)^2} = 62,5 \text{ м/с};$$

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = 0,75, \text{ або } \alpha_1 = 36^\circ 56'.$$

**Відповідь.** Через 5 с після початку руху кулі її швидкість дорівнює 62,5 м/с і напрямлена під кутом  $36^{\circ}56'$  до горизонту.

**Задача 6.** Максимальна висота підняття м'яча дорівнює дальності його польоту. Визначити кут до горизонту, під яким кинули м'яч.

**Дано:**

$l = H$

$\alpha - ?$

**Розв'язання**

Сумістимо систему координат із Землею. Вісь  $Ox$  збігається з поверхнею Землі, вісь  $Oy$  напрямлена вертикально вгору. М'яч, який кинули під кутом до горизонту, рухається у площині  $xOy$ . Траєкторія руху являє собою параболу. Такий рух можна розкласти на два рухи: відносно осі  $Ox$  та осі  $Oy$  (рис. 6).

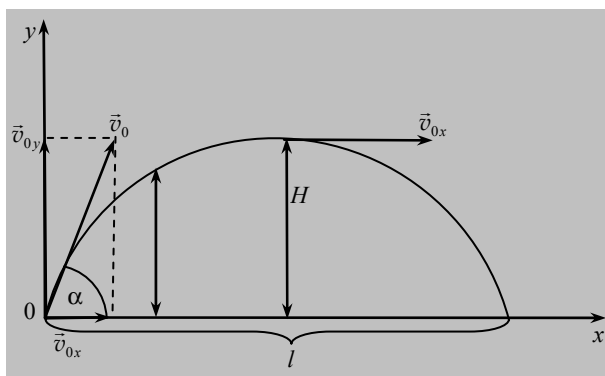


Рис. 6

У горизонтальному напрямі (вісь  $Ox$ ) рух м'яча рівномірний зі швидкістю  $v_{0x}$ , а в напрямі осі  $Oy$  маємо рух тіла, кинутого вертикально вгору із початковою швидкістю  $v_{0y}$ . Проекція початкової швидкості на вісь  $Ox$ :

$$v_{0x} = v_0 \cos \alpha,$$

а проекція початкової швидкості на вісь  $Oy$ :

$$v_{0y} = v_0 \sin \alpha.$$

Дальність  $l$  польоту м'яча визначається за формулою:

$$l = v_{0x} t_{\text{пол}} = v_0 \cos \alpha \cdot t_{\text{пол}},$$

де  $t_{\text{пол}}$  — час польоту м'яча. Це час, за який він піднімається на максимальну висоту і падає на Землю. Час піднімання  $t_{\text{п}}$  на максимальну висоту можна визначити з формули

$$v_y = v_{0y} - gt_{\text{п}} = v_0 \sin \alpha - gt_{\text{п}} = 0,$$

скориставшись тим, що у верхній точці траєкторії вертикальна складова  $v_y$  швидкості м'яча дорівнює нулю. Тоді час піднімання на максимальну висоту дорівнює:

$$t_{\text{п}} = \frac{v_{0y}}{g} = \frac{v_0 \sin \alpha}{g}.$$

Час польоту м'яча

$$t_{\text{пол}} = 2 \cdot t_{\text{п}} = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}.$$

Тоді дальність польоту

$$l = \frac{2v_0^2 \cos \alpha \sin \alpha}{g} = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}.$$

Максимальна висота підняття м'яча

$$H = v_{y0} t_{\text{п}} - \frac{gt_{\text{п}}^2}{2} = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}.$$

За умовою задачі дальність польоту м'яча дорівнює максимальній висоті його підняття ( $l = H$ ):

$$\frac{2v_0^2 \cos \alpha \sin \alpha}{g} = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g},$$

звідки

$$\text{tg} \alpha = 4.$$

Тобто кут до горизонту, під яким кинули м'яч, становить

$$\alpha = 76^\circ.$$

**Відповідь.** Кут до горизонту, під яким кинули м'яч дорівнює  $76^\circ$ .

#### ***К-4.5. Задачі для аудиторного розв'язування***

**4-1.** Хлопчик кинув горизонтально м'яч із вікна будинку з висоти 20 м. Скільки часу летів м'яч до Землі та з якою швидкістю його було кинuto, якщо він упав на відстані 6 м від фундаменту будинку? (2 с; 3 м/с)

**4-2.** Камінь кинули горизонтально з даху будинку. Через 3 с вектор швидкості каменя становив  $45^\circ$  до горизонту. Знайти початкову швидкість каменя. (29 м/с)

**4-3.** Тіло, кинуте горизонтально, у момент падіння мало швидкість 30 м/с, напрямлену під кутом  $60^\circ$  до горизонту. З якої висоти та з якою швидкістю кинули тіло? Які дальність та час польоту тіла? Опір повітря не враховувати. (33,8 м; 15 м/с; 39,36 м; 2,6 с)

**4-4.** Тіло кинули горизонтально з висоти 45 м з початковою швидкістю 10 м/с. З якою швидкістю і під яким кутом до горизонту буде рухатись тіло через 1 с після початку руху? (22,4 м/с;  $63^\circ 26'$ )

**4-5.** Камінь, кинутий горизонтально з початковою швидкістю 10 м/с, упав на відстані 10 м від точки кидання. З якої висоти кинули камінь? (4,9 м)

**4-6.** Камінь, кинутий горизонтально з даху будинку зі швидкістю 15 м/с, упав на Землю під кутом  $60^\circ$  до горизонту. Яка висота будинку? ( $\approx 34,4$  м)

**4-7.** Тіло кинули під кутом  $60^\circ$  до горизонту. Визначити відношення висоти підняття тіла до дальності його польоту. (0,43)

**4-8.** Камінь кинули під кутом  $30^\circ$  до горизонту зі швидкістю 50 м/с. Визначити максимальну висоту підйому й дальність польоту каменя. (32 м; 160 м)

**4-9.** Тіло, кинуте під кутом до горизонту, перебувало в польоті 4 с. Якої найбільшої висоти воно досягло? (19,6 м)

**4-10.** Тіло кинули з поверхні Землі під кутом  $30^\circ$  до горизонту. Початкова швидкість тіла дорівнює 25 м/с. Чому дорівнює час польоту тіла? На якій відстані від місця кидання впаде тіло? (2,5 с; 32,6 м)

**4-11.** З літака, який летить горизонтально на висоті 500 м зі сталою швидкістю 300 м/с, скинули бомбу на нерухому ціль. На якій відстані по горизонталі до цілі мали скинути бомбу, щоб вона влучила в ціль? (3000 м)

**4-12.** На деякій висоті з однієї точки одночасно кинули два тіла — одне вгору, друге — вниз, обидва зі швидкістю 30 м/с під кутом  $60^\circ$  до вертикалі. Визначити різницю координат, де перебуватимуть ці тіла через 2 с. ( $y_1 - y_2 = 2v_0t \cos\alpha = 60$  м)

**4-13.** З вежі висотою 25 м кинули камінь зі швидкістю 15 м/с під кутом  $30^\circ$  до горизонту. Скільки часу рухасться камінь? На якій відстані від основи вежі він упаде на Землю? З якою швидкістю він упаде на Землю та під яким кутом до горизонту буде напрямлена його швидкість? (3,17 с; 41,2 м; 26,8 м/с;  $61^\circ$ )

**4-14.** Тіло кинули з висоти 12,7 м над поверхнею Землі зі швидкістю 27,4 м/с під кутом  $45^\circ$  до горизонту. Знайти: 1) максимальну висоту підйому над поверхнею Землі; 2) час польоту; 3) горизонтальну дальність польоту; 4) швидкість під час удару об Землю. (31,8 м; 4,52 с; 87,6 м; 31,6 м/с)

#### ***К-4.6. Задачі для самостійного розв'язування***

**4-15.** М'яч, кинутий горизонтально з висоти 2 м над Землею, упав на Землю на відстані 7 м по горизонталі від точки кидання. Знайти початкову й кінцеву швидкість м'яча. (11 м/с; 13 м/с)

**4-16.** Дальність польоту тіла, кинутого в горизонтальному напрямі зі швидкістю 10 м/с, дорівнює висоті кидання. З якої висоти кинули тіло? (20 м)

**4-17.** Тіло на висоті 2 м кидають у горизонтальному напрямі так, що біля поверхні Землі його швидкість напрямлена під кутом  $45^\circ$  до горизонту. Яку відстань по горизонталі пролітає тіло? ( $l = 2H / \operatorname{tg}\alpha = 4$  м)

**4-18.** Камінь кинули горизонтально з даху будинку з початковою швидкістю 15 м/с. Через який час його швидкість буде напрямлена під кутом  $45^\circ$  до горизонту? ( $t = v_0/g = 1,5$  с)

**4-19.** М'яч кинули під кутом  $30^\circ$  до горизонту з початковою швидкістю 10 м/с. Визначити горизонтальну та вертикальну складові початкової швидкості, висоту підняття, час і дальність польоту м'яча. (8,7 м/с; 5 м/с; 1,3 м; 1 с; 8,7 м)

**4-20.** Тіло кинули під кутом  $30^\circ$  до горизонту з початковою швидкістю 100 м/с. Через скільки часу тіло буде на висоті 50 м? (9,1 с)

**4-21.** Тіло кинули з висоти 12,7 м над поверхнею Землі зі швидкістю 27,4 м/с під кутом  $40^\circ$  до горизонту. Знайти: 1) максимальну висоту підняття над поверхнею Землі; 2) час польоту; 3) горизонтальну дальність польоту; 4) швидкість під час удару об Землю. (28,5 м; 4,21 с; 88,3 м; 32,6 м/с)

**4-22.** Під яким кутом до горизонту слід кинути тіло, щоб дальність польоту дорівнювала максимальній висоті підняття? ( $76^\circ$ )

**4-23.** Тіло кинули з поверхні Землі зі швидкістю 10 м/с під кутом  $60^\circ$  до горизонту. Знайти його швидкість через 0,4 с. (6,9 м/с)

**4-24.** Снаряд вилітає з гармати з початковою швидкістю 1000 м/с під кутом  $30^\circ$  до горизонту. Який час снаряд перебуває в польоті?

На яку максимальну висоту піднімається? На якій відстані від гармати він упаде на Землю? (102 с;  $12,7 \cdot 10^3$  м;  $88,4 \cdot 10^3$  м)

**4-25.** Снаряд вилітає з гармати з початковою швидкістю 490 м/с під кутом  $30^\circ$  до горизонту. Знайти висоту, дальність і час польоту снаряда. (3060 м;  $21,2 \cdot 10^3$  м; 50 с)

**4-26.** З висоти  $h$  над поверхнею Землі кинули тіло під деяким кутом до горизонту зі швидкістю  $v_0$ . З якою швидкістю тіло впаде на Землю? ( $v = \sqrt{v_0^2 + 2gh}$ )

**4-27.** Бомбардувальник пікірує зі швидкістю 600 км/год під кутом  $60^\circ$  до горизонту і на висоті 1600 м скидає бомбу. На якій відстані в горизонтальному напрямі від цілі потрібно скинути бомбу, щоб вона влучила в ціль? (1492 м)

**4-28.** Снаряд вилітає з гармати під кутом  $30^\circ$  до горизонту зі швидкістю 600 м/с. Через який час і на якій відстані, рухаючись у горизонтальному напрямі від місця пострілу, перебуватиме снаряд на висоті 400 м? Вважати, що  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>. (30465 м; 711,9 м; 58,6 с; 1,37 с)

**4-29.** Ліфт починає підніматися з прискоренням  $2,2$  м/с<sup>2</sup>. Коли його швидкість досягла  $2,4$  м/с, зі стелі кабіни ліфта почало падати тіло. Чому дорівнюють час падіння тіла і його переміщення відносно Землі за цей час? Висота кабіни ліфта становить  $2,5$  м. (0,654 с; тіло переміщується відносно Землі на  $0,49$  м вниз)

*Вказівка.* Тіло падає з прискоренням  $g$  відносно Землі та з прискоренням  $g + a$  відносно ліфта. Його початкова швидкість відносно ліфта дорівнює нулю, а відносно Землі  $v$ .

**К-5.1. Теоретичні відомості**

Далі розглянемо ще один вид криволінійного руху — рівномірний рух по колу, або **обертальний рух**. Обертальний рух матеріальної точки навколо осі, яка проходить через центр кола — точку  $O$  і перпендикулярна до площини, в якій лежить коло, ілюструє рис. К-5.1. Під час руху точки по колу напрям лінійної швидкості весь час змінюється.

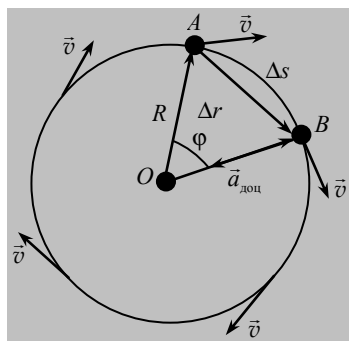


Рис. К-5.1

Прискорення тіла, напрямлене до центра кола, називається **доцентровим**  $\vec{a}_{\text{доц}}$ . Модуль доцентрового прискорення визначається так:

$$\vec{a}_{\text{доц}} = \frac{v^2}{R}.$$

Матеріальна точка, рухаючись із точки  $A$  в точку  $B$ , за час  $\Delta t$  проходить по траєкторії шлях  $\Delta s$ . Проте з точки  $A$  в точку  $B$  можна потрапити вздовж вектора переміщення  $\Delta \vec{r}$ . Бачимо, що рухові по колу вздовж траєкторії з точки  $A$  в точку  $B$  відповідає поворот радіуса  $R$  цього кола на кут  $\varphi$ . Ось тут дуже зручно ввести кутові характеристики обертального руху. Звісно, що вони будуть аналогічними лінійним характеристикам руху:



Шлях $\Delta s \rightarrow$	Кутовий шлях або кут повороту $\varphi$
Лінійна швидкість $\vec{v} \rightarrow$	Кутова швидкість $\vec{\omega}$
Час $\Delta t \rightarrow$	Період обертання $T$
	Частота обертання $\nu$ або $n$

Обертання матеріальної точки по колу називається **рівномірним** з огляду на те, що **кутова швидкість**  $\vec{\omega}$  залишається **однаковою** за решти незмінних умов.

При рівномірному русі кутова швидкість визначається так:

$$\omega = \frac{\varphi}{\Delta t}.$$

Одиниця кутової швидкості — рад/с.

**Періодом обертання**  $T$  називається час, за який виконується один повний оберт по колу.

Одному повному обертуну точки по колу відповідає шлях, пройдений нею по траєкторії, тобто довжина кола:

$$\Delta s = 2\pi R.$$

Проте один повний оберт відповідає повороту матеріальної точки на кут  $360^\circ$ :

$$\varphi = 2\pi.$$

Тоді період обертання можна визначати так:

$$T = \frac{\Delta s}{v} = \frac{2\pi R}{v},$$

або, скориставшись аналогією між лінійними і кутовими характеристиками, так:

$$T = \frac{\varphi}{\omega} = \frac{2\pi}{\omega}.$$

**Частотою обертання**  $\nu$  називається кількість повних обертів, що їх виконала матеріальна точка за 1 с, тобто

$$\nu = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}, \text{ або } \nu = \frac{v}{2\pi R}.$$

Одиниця частоти обертання — герц;  $1 \text{ Гц} = 1/\text{с}$ .

Зв'язок між лінійними та кутовими характеристиками руху матеріальної точки по колу ілюструє наведена далі таблиця.

Лінійні характеристики	Кутові характеристики
1. Шлях $s = vt$	1. Кутовий шлях $\varphi = \omega t$
2. Швидкість $\vec{v} = \omega R$	2. Кутова швидкість $\omega = \frac{v}{R} = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T}$
3. Доцентрове прискорення $a_{\text{доц}} = \frac{v^2}{R}$	3. Доцентрове прискорення $a_{\text{доц}} = \omega^2 R = 4\pi^2 R\nu^2 = \frac{4\pi^2 R}{T^2}$

### ***К-5.2. Завдання для поточного тестування***

1. Обертальний рух матеріальної точки називається рівномірним з огляду на те, що:

- 1) прискорення стало;
- 2) напрям лінійної швидкості змінюється;
- 3) кутова швидкість стала.

2. Модуль лінійної швидкості матеріальної точки залежить:

- 1) від прискорення;
- 2) відстані до осі обертання;
- 3) кута повороту.

3. Кутова швидкість визначається так:

- 1)  $\omega R$ ;
- 2)  $\frac{v}{R}$ ;
- 3)  $\omega^2 R$ ;
- 4)  $\frac{2\pi}{T}$ ;
- 5)  $4\pi^2\nu^2 R$ .

4. Лінійна швидкість визначається так:

- 1)  $\omega R$ ;
- 2)  $\frac{v}{R}$ ;
- 3)  $\omega^2 R$ ;
- 4)  $\frac{2\pi}{T}$ ;
- 5)  $4\pi^2\nu^2 R$ ;
- 6)  $\frac{v^2}{R}$ .

5. Доцентрове прискорення визначається так:

- 1)  $\omega R$ ;
- 2)  $\frac{v}{R}$ ;
- 3)  $\omega^2 R$ ;
- 4)  $\frac{2\pi}{T}$ ;
- 5)  $4\pi^2\nu^2 R$ ;
- 6)  $\frac{v^2}{R}$ .

6. Період обертання визначається так:

- 1)  $\omega R$ ;
- 2)  $\frac{v}{R}$ ;
- 3)  $\omega^2 R$ ;
- 4)  $\frac{2\pi}{T}$ ;
- 5)  $4\pi^2\nu^2 R$ ;
- 6)  $\frac{v^2}{R}$ .

7. Прискорення напрямлене:

1) по дотичній до траєкторії в даній точці; 2) вздовж вектора переміщення; 3) до центра кривини траєкторії.

8. У вираз  $|\Delta\vec{r}|? \Delta s$  підставити замість знака питання такий зі знаків «<», «≤», «=», щоб співвідношення між переміщенням і шляхом відповідало обертальному руху.

1) <; 2) =; 3) ≤.

9. У вираз  $|\Delta\vec{r}|? \Delta s$  підставити замість знака питання такий зі знаків «<», «≤», «=», щоб співвідношення між переміщенням і шляхом відповідало криволінійному руху.

1) <; 2) =; 3) ≤.

10. У вираз  $\omega = \frac{?}{R}$  підставити замість знака питання таке позначення фізичної величини, щоб дістати формулу для визначення кутової швидкості  $\omega$ .

1)  $T$ ; 2)  $g$ ; 3)  $v$ ; 4)  $v$ ; 5)  $a_{\text{доц}}$ .

11. У вираз  $\omega = 2\pi \cdot ?$  підставити замість знака питання таке позначення фізичної величини, щоб дістати формулу для визначення кутової швидкості  $\omega$ .

1)  $T$ ; 2)  $g$ ; 3)  $v$ ; 4)  $v$ ; 5)  $a_{\text{доц}}$ .

12. У вираз  $\omega = \frac{2\pi}{?}$  підставити замість знака питання таке позначення фізичної величини, щоб дістати формулу для визначення кутової швидкості  $\omega$ .

1)  $T$ ; 2)  $g$ ; 3)  $v$ ; 4)  $v$ ; 5)  $a_{\text{доц}}$ .

13. У вираз  $a_{\text{доц}} = ?^2 \cdot ?$  підставити замість знака питання таке позначення фізичної величини, щоб дістати формулу для визначення доцентрового прискорення.

1)  $T$ ; 2)  $R$ ; 3)  $v$ ; 4)  $v$ ; 5)  $\omega$ ; 6)  $\pi$ .

14. У вираз  $a_{\text{доц}} = 4\pi^2 \cdot ? \cdot ?^2$  підставити замість знака питання таке позначення фізичної величини, щоб дістати формулу для визначення доцентрового прискорення.

1)  $T$ ; 2)  $R$ ; 3)  $v$ ; 4)  $v$ ; 5)  $\omega$ ; 6)  $\pi$ .

15. У вираз  $a_{\text{доц}} = \frac{4 \cdot ?^2 \cdot ?}{\gamma^2}$  підставити замість знака питання таке позначення фізичної величини, щоб дістати формулу для визначення доцентрового прискорення.

1)  $T$ ; 2)  $R$ ; 3)  $v$ ; 4)  $v$ ; 5)  $\omega$ ; 6)  $\pi$ .

**16.** Задано формулу  $[?] = [\text{рад} \cdot \text{Гц}]$ , подану через одиниці величин. Якій фізичній величині відповідає ця формула?

1) Частоті; 2) кутовій швидкості; 3) доцентровому прискоренню; 4) періоду обертання.

**17.** Задано формулу  $[?] = \left[ \frac{\text{рад}^2 \cdot \text{м}}{\text{с}^2} \right]$ , подану через одиниці величин. Якій фізичній величині відповідає формула?

1) Частоті; 2) кутовій швидкості; 3) доцентровому прискоренню; 4) періоду обертання.

**18.** Задано формулу  $[?] = \left[ \frac{\text{рад}}{\text{с} \cdot \text{рад}} \right]$ , подану через одиниці величин. Якій фізичній величині відповідає формула?

1) Частоті; 2) кутовій швидкості; 3) доцентровому прискоренню; 4) періоду обертання.

**19.** Задано формулу  $[?] = \left[ \frac{\text{рад} \cdot \text{с}}{\text{рад}} \right]$ , подану через одиниці величин. Якій фізичній величині відповідає формула?

1) Частоті; 2) кутовій швидкості; 3) доцентровому прискоренню; 4) періоду обертання.

**20.** Кутова швидкість обертання колеса дорівнює 2 рад/с. Визначити доцентрове прискорення точок, які перебувають на відстані 0,5 і 1 м від його осі.

1)  $0,5 \text{ м/с}^2$ ; 2)  $2 \text{ м/с}^2$ ; 3)  $3,14 \text{ м/с}^2$ ; 6,28  $\text{м/с}^2$ ; 3)  $3 \text{ м/с}^2$ ; 7  $\text{м/с}^2$ ; 4)  $2 \text{ м/с}^2$ ; 4  $\text{м/с}^2$ ; 5) інша відповідь.

**21.** Радіус-вектор точки, розміщеної на ободі колеса діаметром 1 м, повернувся на кут  $60^\circ$  навколо осі колеса. Переміщення точки дорівнює:

1) 1 м; 2) 0,4 м; 3) 3,14 м; 4) 0,5 м; 5) інша відповідь.

**22.** При рівномірному русі по колу радіусом 1 м кутова швидкість тіла була  $2\pi$  рад / с. Визначити доцентрове прискорення.

1)  $50 \text{ м/с}^2$ ; 2)  $40 \text{ м/с}^2$ ; 3)  $60 \text{ м/с}^2$ ; 4)  $4 \text{ м/с}^2$ ; 5) інша відповідь.

**23.** Довжина хвилиної стрілки годинника 10 мм. Визначити лінійну швидкість кінця стрілки.

1)  $17,4 \cdot 10^{-6} \text{ м/с}$ ; 2)  $14,4 \cdot 10^{-6} \text{ м/с}$ ; 3)  $17,4 \cdot 10^{-5} \text{ м/с}$ ; 4)  $14,4 \cdot 10^{-5} \text{ м/с}$ ; 5) інша відповідь.

**24.** Кутова швидкість обертання колеса, яке за 2 хв зробило 60 обертів, дорівнює:

1) 3,14 рад/с; 2) 2,28 рад/с; 3)  $2\pi$  рад/с; 4)  $0,75\pi$  рад/с; 5) інша відповідь.

25. Визначити доцентрове прискорення точок ободу барабана діаметром 600 мм, якщо період його обертання 0,05 с.

1)  $9,6 \cdot 10^3$  м/с<sup>2</sup>; 2)  $5,6 \cdot 10^2$  м/с<sup>2</sup>; 3)  $4,8 \cdot 10^4$  м/с<sup>2</sup>; 4)  $5 \cdot 10^2$  м/с<sup>2</sup>; 5)  $4,8 \cdot 10^3$  м/с<sup>2</sup>.

26. За 1 хв тіло зробило 90 обертів. Визначити частоту обертання.

1)  $1\text{с}^{-1}$ ; 2)  $1,5\text{с}^{-1}$ ; 3)  $2\text{с}^{-1}$ ; 4)  $2,5\text{с}^{-1}$ ; 5) інша відповідь.

27. Дві матеріальні точки рухаються по колах радіусами  $R_1$  та  $R_2$ , причому  $R_1 = 2R_2$ . Коли лінійні швидкості точок однакові, відношення  $a_1/a_2$  їхніх доцентрових прискорень дорівнює:

1) 2; 2) 4; 3) 1/2; 4) 1/4; 5) 1.

28. Тіло рухається по колу з постійною за модулем швидкістю. Як зміниться доцентрове прискорення тіла при збільшенні швидкості у 2 рази, якщо радіус кола залишиться незмінним?

1) Збільшиться у 2 рази; 2) зменшиться у 2 рази; 3) не зміниться; 4) зменшиться в 4 рази; 5) збільшиться в 4 рази.

### К-5.3. Висновки з теми

1. Рух криволінійний, коли в часі вектор швидкості  $\vec{v} \neq \text{const}$ .

2. Розглядаючи обертальний рух матеріальної точки, зручно використовувати кутові кінематичні характеристики: кутовий шлях, кутове переміщення, кутову швидкість.

3. Модуль швидкості  $\vec{v}$  при обертальному русі залежить від відстані, на якій перебуває тіло від осі обертання.

4. Обертання тіла по колу називається рівномірним з огляду на те, що модуль його кутової швидкості  $\vec{\omega}$  залишається сталим.

### К-5.4. Приклади розв'язування задач

**Задача 1.** Шків робить 100 обертів за 1 хв. Визначити частоту і період обертання шківа.

*Дано:*

$$N = 100;$$

$$t = 1 \text{ хв} = 60 \text{ с}$$

$$v \text{ — ? } T \text{ — ?}$$

*Розв'язання*

Період обертання визначимо так:

$$T = \frac{t}{N}.$$

Тоді частота обертання

$$\nu = \frac{1}{T}.$$

Виконуємо обчислення:

$$T = \frac{60}{100} = 0,6 \text{ с}; \quad \nu = \frac{1}{0,6} = 1,7 \text{ 1/с}.$$

**Відповідь.** Частота дорівнює 1,7 1/с; період обертання — 0,6 с.

**Задача 2.** Велосипедист рухаючись по дорозі, виконує поворот радіусом 100 м зі швидкістю 10 м/с. З яким прискоренням він проходить поворот?

*Дано:*

$$R = 100 \text{ м};$$

$$v = 10 \text{ м/с}$$

$$a_{\text{доц}} \text{ — ?}$$

*Розв'язання*

Велосипедист рухається по дузі кола радіусом  $R$ , тому доцентрове прискорення можна визначити за формулою

$$a_{\text{доц}} = \frac{v^2}{R}.$$

Перевіримо одиницю величин:

$$[a_{\text{доц}}] = \left[ \frac{\frac{\text{м}^2}{\text{с}^2}}{\text{м}} = \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2 \cdot \text{м}} \right] = \left[ \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \right].$$

Виконуємо обчислення:

$$a_{\text{доц}} = \frac{10^2}{100} = 1 \text{ м/с}^2.$$

**Відповідь.** Велосипедист проходить поворот із прискоренням 1 м/с<sup>2</sup>.

**Задача 3.** Який радіус кривини має поворот дороги, якщо автомобіль рухається з доцентровим прискоренням 2 м/с<sup>2</sup> при швидкості 72 км/год?

*Дано:*

$$a_{\text{доц}} = 2 \text{ м/с}^2;$$

$$v = 72 \text{ км/год} = 20 \text{ м/с}$$


---


$$R \text{ — ?}$$

*Розв'язання*

Доцентрове прискорення визначається за формулою

$$a_{\text{доц}} = \frac{v^2}{R}.$$

Звідси можна визначити радіус кривини повороту дороги

$$R = \frac{v^2}{a_{\text{доц}}}.$$

Перевіримо одиницю величини

$$[R] = \left[ \frac{\text{м}^2 \cdot \text{с}^2}{\text{м} / \text{с}^2} \right] = [\text{м}].$$

Виконуємо обчислення:

$$R = \frac{20^2}{2} = \frac{400}{2} = 200 \text{ м}.$$

**Відповідь.** Радіус кривини повороту дороги  $R = 200 \text{ м}$ .

**Задача 4.** Земля обертається навколо власної осі. Визначити лінійну швидкість і доцентрове прискорення точок земної поверхні: 1) на екваторі; 2) на широті  $45^\circ$ . Радіус Землі взяти  $6400 \text{ км}$ .

*Дано:*

$$T = 24 \text{ год} = 8,64 \cdot 10^4 \text{ с};$$

$$\varphi = 45^\circ;$$

$$R = 6400 \text{ км} = 6,4 \cdot 10^6 \text{ м}$$


---


$$v_1 \text{ — ? } v_2 \text{ — ?}$$

$$a_{\text{доц}_1} \text{ — ? } a_{\text{доц}_2} \text{ — ?}$$

*Розв'язання*

Для точки  $A$  земної поверхні на екваторі радіус обертання дорівнює радіусу Землі (див. рисунок). Тоді лінійна швидкість

$$v_1 = \frac{2\pi}{T} R.$$

Доцентрове прискорення

$$a_{\text{доц}_1} = \frac{4\pi^2 R}{T^2}.$$

Для точки  $B$  земної поверхні на широті місцевості  $45^\circ$  радіус обертання

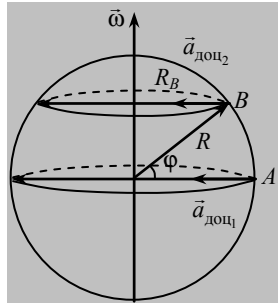
$$R_B = R \cos \varphi.$$

Тоді лінійна швидкість

$$v_2 = \frac{2\pi}{T} R \cos \varphi.$$

Доцентрове прискорення

$$a_{\text{доц}_2} = \frac{4\pi^2 R \cos \varphi}{T^2}.$$



Виконуємо обчислення:

$$v_1 = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 6,4 \cdot 10^6}{8,64 \cdot 10^4} = 465,2 \text{ м/с};$$

$$v_2 = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 6,4 \cdot 10^6 \cdot \cos 45^\circ}{8,64 \cdot 10^4} = 330,3 \text{ м/с};$$

$$a_{\text{доц}_1} = \frac{4 \cdot 3,14^2 \cdot 6,4 \cdot 10^6}{8,64 \cdot 10^4} = 3,4 \cdot 10^{-2} \text{ м/с}^2;$$

$$a_{\text{доц}_2} = \frac{4 \cdot 3,14^2 \cdot 6,4 \cdot 10^6 \cdot \cos 45^\circ}{8,64 \cdot 10^4} = 2,4 \cdot 10^{-2} \text{ м/с}^2.$$

**Відповідь.** Лінійна швидкість і доцентрове прискорення точок земної поверхні на екваторі і широті місцевості становлять відповідно  $v_1 = 465,2 \text{ м/с}$ ;  $a_{\text{доц}_1} = 3,4 \cdot 10^{-2} \text{ м/с}^2$ ;  $v_2 = 330,3 \text{ м/с}$ ;  $a_{\text{доц}_2} = 2,4 \cdot 10^{-2} \text{ м/с}^2$ .



**Задача 5.** Визначити частоту обертання колеса автомобіля, якщо точки колеса, які торкаються дороги, рухаються з прискоренням  $1 \text{ км/с}^2$ . Радіус колеса дорівнює  $45 \text{ см}$ . Вважати, що рух автомобіля рівномірний прямолінійний.

*Дано:*

$$R = 45 \text{ см} = 0,45 \text{ м};$$

$$a = 1 \text{ км/с}^2;$$

$$10^3 \text{ м/с}^2$$

$n$  — ?

*Розв'язання*

Частота обертання визначається так:

$$v = \frac{1}{T}.$$

Період обертання визначається за формулою:

$$T = \frac{2\pi R}{v}.$$

Тоді

$$v = n = \frac{v}{2\pi R}.$$

Оскільки

$$a_{\text{доц}} = a = \frac{v^2}{R},$$

то швидкість руху колеса

$$v = \sqrt{aR}.$$

Тоді

$$v = \frac{\sqrt{aR}}{2\pi \cdot R} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{a}{R}}.$$

Перевіримо одиницю величини:

$$[v] = \left[ \sqrt{\frac{\text{м/с}^2}{\text{м}}} = \sqrt{\frac{1}{\text{с}^2}} \right] = [\text{с}^{-1}].$$

Виконуємо обчислення:

$$v = \frac{1}{2 \cdot 3,14} \cdot \sqrt{\frac{10^3}{0,45}} = 8 \text{ с}^{-1}.$$

**Відповідь.** Частота обертання колеса автомобіля становить  $8 \text{ с}^{-1}$ .

### К-5.5. Задачі для аудиторного розв'язування

5-1. Визначити частоту і кутову швидкість колеса вітрового двигуна, що обертається, якщо за 2 хв воно виконало 50 обертів. ( $0,42 \text{ с}^{-1}$ ;  $0,83\pi \text{ рад/с}$ )

5-2. Колесо, радіус якого 2 м, виконує 40 об/хв. Визначити доцентрове прискорення точок, розміщених на краю колеса. За якої частоти обертання прискорення буде вдвічі більшим? ( $35,3 \text{ м/с}^2$ ;  $0,94 \text{ с}^{-1}$ )

5-3. Частота обертання повітряного гвинта літака 1500 об/хв. Скільки обертів виконує гвинт за час, коли літак пролітає 90 км зі швидкістю 180 км/год? (45 000 обертів)

5-4. Визначити доцентрове прискорення потяга, який виконує поворот радіусом 800 м зі швидкістю 20 м/с. ( $0,5 \text{ м/с}^2$ )

5-5. Період обертання молотильного барабана комбайна «Нива» діаметром 600 мм дорівнює 0,046 с. Визначити швидкість точок, які містяться на ободі барабана, та їх доцентрове прискорення. ( $41 \text{ м/с}$ ;  $5,6 \cdot 10^3 \text{ м/с}^2$ )

5-6. Визначити доцентрове прискорення точок колеса автомобіля, які торкаються дороги, якщо автомобіль рухається зі швидкістю 72 км/год. Частота обертання колеса дорівнює  $8 \text{ с}^{-1}$ . ( $10^3 \text{ м/с}^2$ )

5-7. З якою швидкістю автомобіль має проходити середину опуклого мосту радіусом 40 м, щоб доцентрове прискорення дорівнювало прискоренню вільного падіння? (20 м/с)

5-8. Велосипедист рухається по велотреку зі швидкістю 32,4 км/год. Визначити доцентрове прискорення велосипедиста та його кутову швидкість на одному із поворотів треку, який являє собою півколо завдовжки 157 м. **Увага!** Радіус повороту  $R$  і довжина дуги (півкола)  $l$  задовольняють таке співвідношення:  $l = \pi \cdot R$ . ( $a_{\text{доц}} = 5,832 \text{ м/с}^2$ ;  $0,18 \text{ с}^{-1}$ )

5-9. Визначити лінійну швидкість і доцентрове прискорення точок поверхні Землі: 1) на екваторі; 2) на широті  $56^\circ$ . (1)  $463 \text{ м/с}$ ,  $3,37 \cdot 10^{-3} \text{ м/с}^2$ ; 2)  $259 \text{ м/с}$ ,  $1,88 \cdot 10^{-2} \text{ м/с}^2$ )

5-10. Камінь кинули горизонтально зі швидкістю 10 м/с. Визначити радіус кривини траєкторії каменя через 3 с після початку руху. (305 м)

### К-5.6. Задачі для самостійного розв'язування

5-11. Визначити кутові швидкості валів, які обертаються з періодами  $T_1 = 10 \text{ с}$ ,  $T_2 = 0,05 \text{ с}$ ,  $T_3 = 10^{-3} \text{ с}$ . ( $0,63 \text{ с}^{-1}$ ;  $130 \text{ с}^{-1}$ ;  $6,28 \cdot 10^3 \text{ с}^{-1}$ )

5-12. Визначити кутові швидкості валів, частоти обертання яких 24; 60 та 1800 об/хв. ( $2,5 \text{ с}^{-1}$ ;  $2\pi \text{ с}^{-1}$ ;  $60\pi \text{ с}^{-1}$ )

**5-13.** Визначити швидкість тіла, що рухається рівномірно по колу радіусом 3 м, коли доцентрове прискорення дорівнює  $12 \text{ м/с}^2$ . (0,6 м/с)

**5-14.** Колесо радіусом 50 см котиться по горизонтальній поверхні без проковзування. Який шлях воно пройде, зробивши 10 повних обертів? (31,4 м)

**5-15.** Штучний супутник Землі рухається по коловій орбіті зі швидкістю 7,8 км/год і періодом обертання 88 хв. Визначити висоту польоту супутника над поверхнею Землі і його кутову швидкість. ( $1,58 \cdot 10^3 \text{ м}$ ;  $1,2 \cdot 10^{-3} \text{ с}^{-1}$ )

**5-16.** Колесо велосипеда має діаметр 80 см. З якою швидкістю їде велосипедист, якщо колесо велосипеда робить 150 об/хв? Визначити кутову швидкість колеса. (6,28 м/с;  $15,7 \text{ с}^{-1}$ )

**5-17.** Визначити максимально припустиму кількість обертів за 1 с шліфувального круга діаметром 30 см, якщо гранична лінійна швидкість для кругів на керамічній основі дорівнює 30 м/с. (31,8 об/с)

**5-18.** Велосипедист рухається рівномірно по колу радіусом 100 м, виконуючи 0,5 об/хв. Визначити шлях і переміщення за 60 та 120 с. (314 м; 200 м; 628 м; 0)

**5-19.** Вітряне колесо радіусом 2 м виконує 40 об/хв. Визначити: а) доцентрове прискорення точок, які перебувають на краю колеса; б) кутову швидкість обертання, за якої доцентрове прискорення буде вдвічі більшим. ( $36 \text{ м/с}^2$ ;  $6 \text{ с}^{-1}$ )

**5-20.** Визначити радіус колеса, коли відомо, що під час його обертання лінійна швидкість точки на ободі у 2,5 раза більша від лінійної швидкості точки, що лежить на 5 см ближче до осі колеса. ( $8,3 \cdot 10^{-2} \text{ м}$ )

**5-21.** У скільки разів кутова швидкість обертання секундної стрілки годинника більша, ніж хвилинної? (6 раз)

**5-22.** Лінійна швидкість точок, розміщених на ободі маховика, дорівнює 5 м/с, а точок, що лежать на 20 см ближче до осі, 4 м/с. Визначити радіус маховика і його кутову швидкість. (1 м;  $5 \text{ с}^{-1}$ )

**5-23.** Два диски, насаджені на один вал двигуна, виконують  $10^3$  об/хв. Перпендикулярно до поверхні дисків летить куля. Визначити швидкість кулі, якщо кутове зміщення між отворами  $30^\circ$ . Відстань між дисками 1 м. (200 м/с)

**5-24.** Хлопчик обертає у вертикальній площині камінь, прив'язаний до мотузка завдовжки 0,5 м, роблячи 3 об/с. На яку висоту злетить камінь, якщо мотузок обірветься в момент, коли швидкість каменя напрямлена вертикально вгору? (4,5 м)

**5-25.** З якою лінійною швидкістю і в якому напрямі має летіти літак над екватором на висоті 10 км над Землею, щоб його екіпажеві здавалося, що Сонце нерухоме? ( $4,6 \cdot 10^2 \text{ м/с}$ ; зі сходу на захід)

**5-26.** Із літака, який летить горизонтально зі швидкістю 720 км/год, випадає камінь. Визначити радіус кривини траєкторії в точці, де камінь перебуватиме через 5 с після початку руху. (4263 м)



### Д-1.1. Теоретичні відомості

**Динаміка** вивчає рух тіл з урахуванням причин, які його викликали. Будь-яке тіло залишається нерухомим доти, доки на нього не діють інші тіла. Тіло, яке рухалося з деякою швидкістю, рухатиметься рівномірно і прямолінійно доти, доки на нього не подіють інші тіла. Таких висновків вперше дійшов Галілей і опублікував їх у 1632 році. Явище збереження швидкості руху тіла за відсутності зовнішніх дій, називається **інерцією**.

Будь-який стан спокою тіла відносний. Відносно однієї системи відліку тіло перебуватиме у стані спокою, а в іншій системі відліку те саме тіло рухатиметься з прискоренням.

Елементарні спостереження показують, що для того, аби вивести тіло зі стану спокою або змінити його швидкість руху, потрібна дія з боку іншого тіла. Наприклад, щоб м'яч покотився по підлозі, потрібно штовхнути його, наприклад ногою; а щоб той самий м'яч покотився швидше, знову потрібно штовхнути його ногою. Отже, щоб змінити рух м'яча, потрібна зовнішня дія від ноги. Вплив одного тіла на інше, який викликає появу прискорення, називають **силою**, яка діє на тіло.

**Сила** — це векторна величина, яка виступає мірою механічної дії на досліджуване тіло з боку інших тіл. Якщо на тіло діє кілька сил, то їхню дію можна замінити дією однієї сили, яка називається **рівнодійною** силою. Рівнодійна сила дорівнює векторній сумі всіх сил, які діють на дане тіло:

$$\vec{F}_p = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \dots + \vec{F}_n = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i.$$

Отже, з'ясовано, що причиною появи прискорення тіла є зовнішня сила. При цьому спостереження показують, що різні тіла реагують по-різному на дію однакової зовнішньої сили, тобто однакові за модулем сили в різних тіл викликають різну зміну швидкості. Виходить, що прискорення тіла залежить не тільки від прикладеної до

нього сили, а ще й від деякої властивості самого тіла. Цю властивість тіла назвали його *інертністю*. *Мірою інертності тіла є його маса*.

Отже, *динамічні характеристики руху* тіла такі:

- сила  $\vec{F}$ ;
- маса  $m$ ;
- імпульс  $\vec{p} = m\vec{v}$ ;
- прискорення  $\vec{a}$ .

Тепер ми готові до формулювання фундаменту класичної фізики — законів Ньютона.

**Перший закон Ньютона (закон інерції):** *тіло за відсутності зовнішніх дій або перебуває у стані спокою, або рухається прямолінійно і рівномірно. Ще одне формулювання першого закону Ньютона: системи відліку, відносно яких тіло за відсутності зовнішніх дій рухається прямолінійно і рівномірно, називаються інерційними системами відліку.*

У будь-яких інерційних системах відліку за однакових умов усі механічні явища відбуваються однаково. Це твердження називається **принципом відносності Галілея**. Зазвичай системи відліку, пов'язані із Землею, вважають інерціальними системами відліку. Але насправді, оскільки Земля обертається навколо власної осі, спостерігаються відхилення від закону інерції.

**Другий закон Ньютона**, або основний закон динаміки: *прискорення матеріальної точки прямо пропорційне до сили, яка діє на неї, і обернено пропорційне до маси цієї точки:*

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}.$$

Якщо на тіло діє кілька сил, другий закон Ньютона набирає вигляду:

$$\vec{a} = \frac{\sum_{i=1}^n \vec{F}_i}{m}.$$

Це означає, що прискорення тілу надає рівнодійна всіх сил, що діють на це тіло.

Оскільки прискорення точки визначається за формулою

$$\vec{a} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t},$$

то другий закон Ньютона можна записати у вигляді

$$\vec{F}\Delta t = \Delta(m\vec{v}),$$

де  $\vec{F}\Delta t$  — імпульс сили;  $\Delta(m\vec{v})$  — зміна імпульсу тіла.

Цей вираз основного закону динаміки читається так: *імпульс сили дорівнює зміні імпульсу тіла.*

Одиниця сили — ньютон; один ньютон (1Н) — це сила, яка тілу масою 1 кг надає прискорення, що дорівнює  $1 \text{ м/с}^2$ .

**Третій закон Ньютона:** *тіла діють одне на одного із силами, які напрямлені вздовж однієї прямої, рівні між собою за модулем і протилежні за напрямом (рис. Д-1.1):*

$$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2.$$

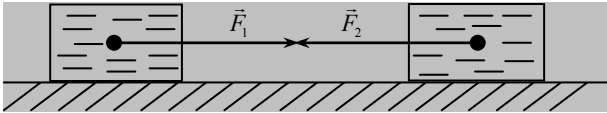


Рис. Д-1.1

Сили, що виникають під час взаємодії між тілами, завжди мають однакову природу. Сили дії та протидії прикладені до різних тіл, тому не можуть врівноважувати одна одну.

Варто наголосити: закони динаміки, або закони Ньютона, як принципи, що на них ґрунтується фізика, являють собою систему взаємозалежних законів, які узагальнюють дослідні факти. Дослідний переверіці підлягає не кожний закон окремо, а вся система в цілому.

### Сили тертя

Сили тертя виникають під час відносного руху тіл, які торкаються одне одного. Тертя буває в'язке і сухе. **Сили в'язкого тертя** виникають при переміщенні твердих тіл у рідинах і газах з невеликими швидкостями.

**Сухим** називається тертя між двома поверхнями, що торкаються одна одної, коли між ними немає рідкого чи газоподібного прошарку. Сухе тертя можна поділити на два види: **тертя ковзання** та **тертя кочення**. Сили тертя кочення виникають між кулястим тілом, яке котиться без ковзання по плоскій або гнучій поверхні. Сили тертя кочення набагато менші, ніж сили тертя ковзання. Сухе тертя має особливість — **тертя спокою**. Нехай дерев'яна коробочка лежить на плоскій поверхні. Із досліду ми знаємо: щоб зрушити цю коробочку з

місця, потрібно прикласти силу  $F$ , модуль якої має перевищувати деяке значення  $F_0$ , інакше коробка не почне рухатися. Сила  $F_0$  називається **силою тертя спокою**. Якщо сила  $F$  не перевищує максимального значення  $F_0$  сили тертя спокою, то коробка не зрушить з місця. Тобто існує область, при зміщенні в межах якої коробка залишається в рівновазі. Ця область називається **областю застою**.

Тертя ковзання підпорядковане двом законам. **Перший закон:** сила тертя завжди напрямлена в бік, протилежний напрямку руху, і прямо пропорційна до сили нормального тиску  $F_n$ :

$$F_{\text{тер}} = \mu F_n,$$

де  $\mu$  — **коефіцієнт тертя**, який залежить від матеріалу поверхонь, що стикаються, ступеня гладкості цих поверхонь, а також від швидкості відносного руху поверхонь.

За третім законом Ньютона (рис. Д-1.2)

$$\vec{F}_n = -\vec{N},$$

а модуль сили нормального тиску  $F_n$  дорівнює модулю сили реакції опори  $N$ . Тоді перший закон тертя можна записати так:

$$F_{\text{тер}} = \mu N.$$

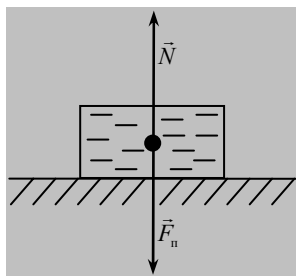


Рис. Д-1.2

**Другий закон:** сила тертя не залежить від площі поверхонь, що труться (рис. Д-1.3).

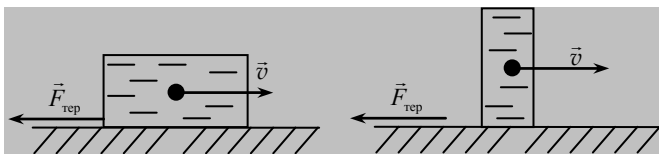


Рис. Д-1.3

Наведемо кілька прикладів визначення сили тертя.

**Приклад 1.** Автомобіль масою  $m$  рухається по горизонтальній поверхні з прискоренням  $a$ . Визначити силу тертя, якщо коефіцієнт тертя  $\mu$ .

На рис. Д-1.4 зображено сили, що діють на автомобіль: силу тяжіння, силу реакції опори, силу тертя, силу тяги.

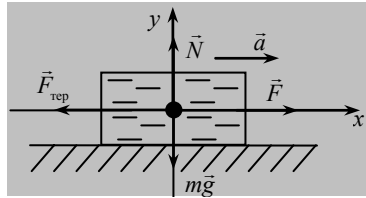


Рис. Д-1.4

За другим законом Ньютона рівнодія цих сил створює прискорення. Запишемо цей закон у проекціях на осі  $x$  та  $y$ :

$$x: F - F_{\text{тер}} = ma;$$

$$y: N - mg = 0, \text{ або } N = mg.$$

Сила тертя

$$F_{\text{тер}} = \mu N = \mu mg.$$

**Приклад 2.** Автомобіль масою  $m$  рухається з прискоренням  $a$  по горизонтальній поверхні (рис. Д-1.5). На нього діє сила тяги, яка утворює кут  $\alpha$  з горизонтом. Визначити силу тертя, якщо коефіцієнт тертя  $\mu$ .

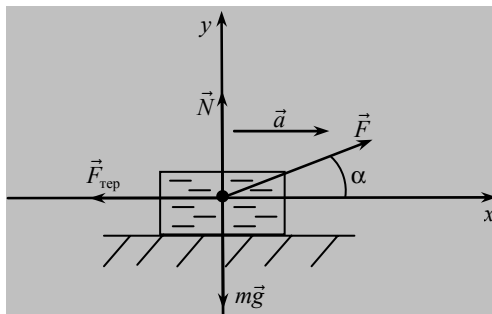


Рис. Д-1.5



На рис. Д-1.5 зображено сили, що діють на автомобіль: сила тягіння, сила реакції опори, сила тертя, сила тяги.

Згідно з другим законом Ньютона рівнодійна цих сил створює прискорення. Запишемо цей закон у проекціях на осі  $x$  і  $y$ :

$$x: F \cos \alpha - F_{\text{тер}} = ma;$$

$$y: N + F \sin \alpha - mg = 0, \text{ або } N = mg - F \sin \alpha.$$

Сила тертя

$$F_{\text{тер}} = \mu N = \mu(mg - F \sin \alpha).$$

**Приклад 3.** Автомобіль масою  $m$  під дією сили тяги рухається з прискоренням  $a$  по похилій площині, яка утворює кут  $\alpha$  з горизонтом (рис. Д-1.6). Визначити силу тертя, якщо коефіцієнт тертя  $\mu$ .

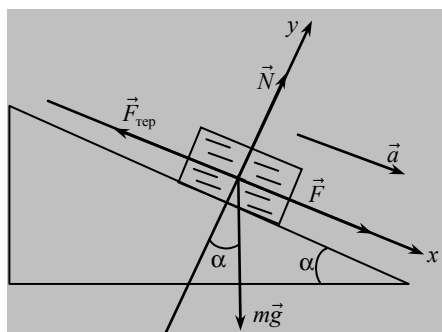


Рис. Д-1.6

На рис. Д-1.6 зображено сили, що діють на автомобіль: сила тягіння, сила реакції опори, сила тертя, сила тяги.

Згідно з другим законом Ньютона рівнодійна цих сил створює прискорення. Запишемо цей закон у проекціях на осі  $x$  і  $y$ :

$$x: F + mg \sin \alpha - F_{\text{тер}} = ma;$$

$$y: N - mg \cos \alpha = 0, \text{ або } N = mg \cos \alpha.$$

Сила тертя

$$F_{\text{тер}} = \mu N = \mu mg \cos \alpha.$$

Наведено ці приклади (і можна навести ще кілька подібних) ось із яких міркувань. Дуже поширена така помилка, коли учні визна-

чають силу тертя за формулою  $F_{\text{тер}} = \mu mg$ , не з'ясовуючи, звідки вона взялася, і не враховуючи умови руху тіла. Потрібно запам'ятати, що сила тертя визначається за законом  $F_{\text{тер}} = \mu N$ , тобто дорівнює добутку сили реакції опори на коефіцієнт тертя. А от силу реакції опори потрібно визначати окремо під час розв'язування кожної конкретної задачі, ураховуючи умови руху тіла!

Сили тертя завдають шкоди роботі машин і механізмів, викликаючи зрештою руйнування деталей, які зазнають тертя. Уникнути тертя в принципі неможливо. Сили тертя присутні завжди; їхню дію можна тільки зменшити. Для цього використовують змащування між поверхнями, що стикаються. Оскільки сили тертя кочення набагато менші від сил тертя ковзання, то скрізь, де це можливо, використовують підшипники.

Проте сили тертя можуть бути й корисними. Вони допомагають нам ходити, бігати та їздити. Ми знаємо, що по гладенькій поверхні, наприклад по льоду, ні йти, ні їхати практично неможливо. Саме задля того, щоб підвищити сили тертя, у взимку дороги посипають піском.

### Сили пружності

Якщо до тіла прикласти зовнішню силу, можна змінити його розміри і форму, тобто деформувати. Деформація тіла спричинюється до зміщення з положень рівноваги частинок тіла у вузлах кристалічної решітки. Оскільки сили взаємодії між частинками заважають їх зміщенню, у деформованому тілі виникають внутрішні пружні сили, які врівноважують зовнішні сили, що викликали деформацію. Сили, які виникають під час деформації тіла і напрямлені в бік, протилежний зміщенню частинок тіла, називаються **силами пружності**. Деформація називається **пружною**, якщо тіло набуває своїх попередніх розмірів і форми після припинення дії зовнішньої сили. При цьому частинки твердого тіла повертаються у свої попередні положення рівноваги. Під час **не пружних** деформацій кристалічна решітка руйнується і форма тіла не повертається. Такі деформації називаються **пластичними**. Пружні деформації можуть переходити в не пружні під час тривалої дії навіть невеликих зовнішніх сил. Зворотний перехід не відбувається.

Найпростішими деформаціями є деформації **розтягнення** або **стиснення** — це збільшення або зменшення довжини тіла під дією зовнішньої сили. Фізична величина, яка чисельно дорівнює пружній силі  $F_{\text{пр}}$ , що припадає на одиницю площі перерізу  $S$  тіла, називається **нормальним напруженням**:

$$\sigma = \frac{F_{\text{пр}}}{S}.$$

Нехай на стрижень довжиною  $l$  і площею перерізу  $S$  діє зовнішня сила  $\vec{F}$  (рис. Д-1.7).

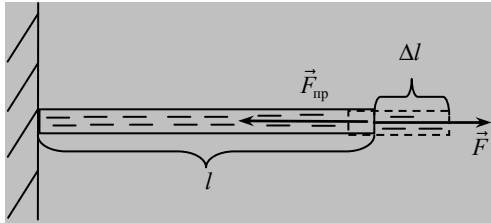


Рис. Д-1.7

Стрижень видовжується на величину  $\Delta l$ . Мірою деформації тіла виступає *відносна деформація*, яка визначається за формулою

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l},$$

де  $\Delta l$  — *абсолютна* деформація.

Для пружних деформацій розтягнення і стиснення виконується закон Гука:

$$\sigma = \frac{F_{\text{пр}}}{S} = E \frac{\Delta l}{l},$$

де  $F_{\text{пр}} = -k\Delta l$  — пружна сила, яка пропорційна до абсолютної деформації; знак «мінус» показує, що сила пружності напрямлена завжди в бік, протилежний деформації;  $k$  — жорсткість тіла;  $E$  — модуль Юнга, який залежить від матеріалу тіла та його фізичного стану. Модуль Юнга дорівнює нормальному напруженню, при якому лінійні розміри тіла змінюються вдвічі, тобто коли  $\Delta l = l$ .

Ураховуючи значення відносної деформації, закон Гука можна записати у вигляді

$$\sigma = E\varepsilon.$$

Закон Гука формулюється так: *нормальне напруження тіла пропорційне до його відносної деформації*. Цей закон виконується тільки для *невеликих деформацій* розтягнення або стиснення.

## *Д-1.2. Завдання для поточного тестування*

1. Які з наведених далі висловлювань характеризують дію сил?

- 1) Визначає модуль і напрям прискорення;
- 2) виступає мірою механічної дії на тіло з боку інших тіл;
- 3) викликає появу прискорення.

2. Яке з наведених далі формулювань являє собою перший закон Ньютона?

- 1) Тіло за відсутності зовнішніх дій або перебуває у стані спокою, або рухається прямолінійно і рівномірно;
- 2) прискорення матеріальної точки прямо пропорційне до сили, що діє на неї, і обернено пропорційне до маси точки;
- 3) тіла діють одне на одне із силами, що належать одній і тій самій прямій, рівні між собою за модулем і протилежні за напрямом;
- 4) системи відліку, відносно яких тіло за відсутності зовнішніх дій рухається прямолінійно і рівномірно, називаються інерційними системами відліку.

3. Яке з наведених далі формулювань являє собою другий закон Ньютона?

- 1) Тіло за відсутності зовнішніх дій або перебуває у стані спокою, або рухається прямолінійно і рівномірно;
- 2) прискорення матеріальної точки прямо пропорційне до сили, що діє на неї, і обернено пропорційне до маси точки;
- 3) тіла діють одне на одне із силами, що належать одній і тій самій прямій, рівні між собою за модулем і протилежні за напрямом;
- 4) системи відліку, відносно яких тіло за відсутності зовнішніх дій рухається прямолінійно і рівномірно, називаються інерційними системами відліку.

4. Яке з формулювань являє собою третій закон Ньютона?

- 1) Тіло за відсутності зовнішніх дій або перебуває у стані спокою, або рухається прямолінійно і рівномірно;
- 2) прискорення матеріальної точки прямо пропорційне до сили, що діє на неї, і обернено пропорційне до маси точки;
- 3) тіла діють одне на одне із силами, що належать одній і тій самій прямій, рівні між собою за модулем і протилежні за напрямом;
- 4) системи відліку, відносно яких тіло за відсутності зовнішніх дій рухається прямолінійно і рівномірно, називаються інерційними системами відліку.

5. Які з наведених далі виразів є математичним описом другого закону Ньютона?

1)  $\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$ ; 2)  $\vec{F}\Delta t = (\Delta m\vec{v})$ ; 3)  $\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$ ; 4)  $\vec{F}_p = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i$ ;

5)  $\vec{a} = \frac{\sum_{i=1}^n \vec{F}_i}{m}$ .

6. Який із виразів є математичним описом третього закону Ньютона:

1)  $\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$ ; 2)  $\vec{F}\Delta t = (\Delta m\vec{v})$ ; 3)  $\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$ ; 4)  $\vec{F}_p = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i$ ;

5)  $\vec{a} = \frac{\sum_{i=1}^n \vec{F}_i}{m}$ .

7. Сила тертя визначається так:

1)  $G \frac{M}{(R+h)^2}$ ; 2)  $G \frac{m_1 m_2}{r^2}$ ; 3)  $g_0 \frac{R^2}{(R+h)^2}$ ; 4)  $mg$ ; 5)  $\mu N$ .

8. Прискорення, з яким рухається тіло, напрямлене:

1) так само, як швидкість руху тіла; 2) уздовж вектора переміщення; 3) так само, як рівнодійна сил, що діють на тіло.

9. Сила тертя має напрям:

1) уздовж швидкості руху тіла; 2) протилежний швидкості руху тіла; 3) такий самий, як прискорення, з яким рухається тіло.

10. На тіло діє стала сила. Тіло рухається так:

1) зі сталим прискоренням; 2) зі сталою швидкістю; 3) рівномірно.

11. Модуль сили тертя:

1) дорівнює модулю сили тяжіння; 2) прямо пропорційний до сили реакції опори; 3) прямо пропорційний до сили тяжіння.

12. Сили дії і протидії:

1) врівноважують одна одну; 2) геометрична сума цих сил дорівнює нулю; 3) не врівноважують одна одну.

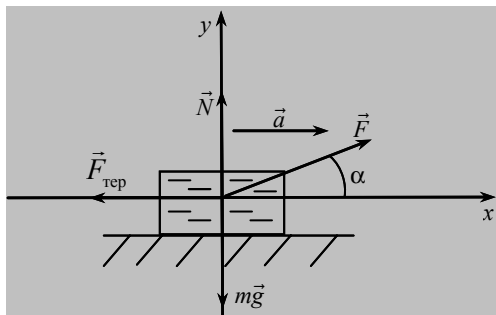
13. Двигун автомобіля вимкнено. Після цього автомобіль до зупинки рухатиметься:

1) рівномірно; 2) із сталою швидкістю; 3) із прискоренням.

14. Двигун автомобіля вимкнено. Після цього автомобіль рухатиметься під дією сили:

1) тяжіння; 2) тертя; 3) реакції опори.

15. На рисунку зображено сили, які діють на тіло. Яка з наведених далі формул визначає силу тертя?

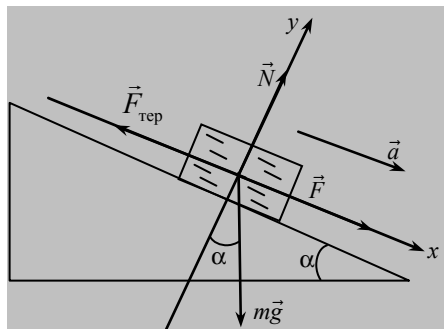


1)  $F_{\text{тер}} = \mu mg$ ;

2)  $F_{\text{тер}} = \mu mg \cos \alpha$ ;

3)  $F_{\text{тер}} = \mu (mg - F \sin \alpha)$ .

16. На рисунку зображено сили, які діють на тіло. Яка з наведених далі формул визначає силу тертя?

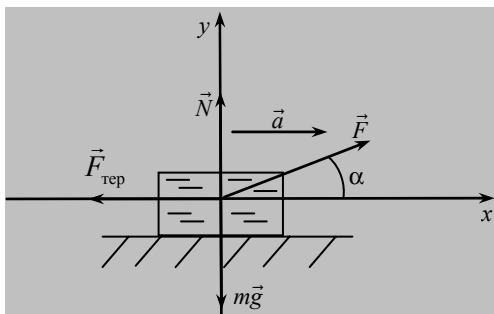


1)  $F_{\text{тер}} = \mu mg$ ;

2)  $F_{\text{тер}} = \mu mg \cos \alpha$ ;

3)  $F_{\text{тер}} = \mu (mg - F \sin \alpha)$ .

17. На рисунку зображено сили, які діють на тіло. Яка з наведених далі формул визначає силу тертя?



- 1)  $F_{\text{тер}} = \mu mg$ ;
- 2)  $F_{\text{тер}} = \mu mg \cos \alpha$ ;
- 3)  $F_{\text{тер}} = \mu (mg - F \sin \alpha)$ .

18. Деформація, унаслідок якої тіло набуває своїх попередніх розмірів і форми після припинення дії зовнішньої сили, називається:

- 1) пластичною; 2) не пружною; 3) пружною.

19. Деформація, унаслідок якої форма тіла не повертається, називається:

- 1) пластичною; 2) не пружною; 3) пружною.

20. Деформація, унаслідок якої кристалічна решітка тіла руйнується, називається:

- 1) пластичною; 2) не пружною; 3) пружною.

21. Який із наведених далі виразів визначає відносну деформацію?

- 1)  $E\varepsilon$ ; 2)  $\frac{\Delta l}{l}$ ; 3)  $-k\Delta l$ .

22. Яким із наведених далі виразів подається закон Гука?

- 1)  $E\varepsilon$ ; 2)  $\frac{\Delta l}{l}$ ; 3)  $-k\Delta l$ .

**23.** Закон Гука виконується для невеликих деформацій:

1) стиснення; 2) зсуву; 3) розтягнення.

**24.** Тіло масою 2 кг зісковзує по похилій площині з прискоренням  $2 \text{ м/с}^2$ . Чому дорівнює рівнодійна всіх сил, що діють на тіло?

1) 0,4 Н; 2) 2,5 Н; 3) 2 Н; 4) 8 Н; 5) 4 Н.

**25.** Як рухатиметься тіло масою 5 кг під дією сили 10 Н?

1) Рівномірно зі швидкістю  $2 \text{ м/с}$ ; 2) рівномірно зі швидкістю  $0,5 \text{ м/с}$ ; 3) рівноприскорено з прискоренням  $2 \text{ м/с}^2$ ; 4) рівноприскорено з прискоренням  $0,5 \text{ м/с}^2$ ; 5) рівноприскорено з прискоренням  $18 \text{ м/с}^2$ .

**26.** Під дією сили 10 Н пружина видовжилась на 0,05 м. Чому дорівнює жорсткість пружини?

1) 2 Н/м; 2) 0,5 Н/м; 3) 0,02 Н/м; 4) 500 Н/м; 5) 200 Н/м.

**27.** Як зміниться сила тертя ковзання під час руху бруска по горизонтальній поверхні, якщо силу нормального тиску збільшити у 3 рази?

1) Не зміниться; 2) збільшиться у 3 рази; 3) зменшиться у 3 рази; 4) збільшиться у 4 рази; 5) зменшиться у 4 рази.

**28.** Як зміниться сила тертя ковзання бруска по горизонтальній поверхні, якщо збільшити у 2 рази площу поверхонь, які дотикаються одна до одної?

1) Збільшиться в 2 рази; 2) зменшиться в 2 рази; 3) зменшиться в  $\sqrt{2}$  раз; 4) збільшиться в 4 рази; 5) не зміниться.

**29.** Вектори сил, модуль яких дорівнює 9 і 12 Н, прикладені до однієї точки тіла і утворюють кут  $90^\circ$ . Визначити модуль рівнодійної сили.

1) 21 Н; 2) 3 Н; 3) 15 Н; 4) 25 Н; 5) немає правильної відповіді.

**30.** Як буде рухатись тіло масою 2 кг під дією сили в 4Н?

1) Рівномірно зі швидкістю  $2 \text{ м/с}$ ; 2) рівномірно зі швидкістю  $0,5 \text{ м/с}$ ; 3) рівноприскорено з прискоренням  $2 \text{ м/с}^2$ ; 4) рівноприскорено з прискоренням  $0,5 \text{ м/с}^2$ ; 5) рівноприскорено з прискоренням  $18 \text{ м/с}^2$ ; 6) інша відповідь.

**31.** Які з названих сил мають електромагнітну природу?



1) Сила всесвітнього тяжіння; 2) сила пружності; 3) сила тертя; 4) сила пружності і тяжіння; 5) сили пружності й тертя; 6) інша відповідь.

**32.** На тіло масою 3 кг діє сила в 0,1 Н. Швидкість тіла наприкінці шостої секунди руху дорівнює, м/с:

1) 0,1; 2) 0,2; 3) 0,3; 4) 0,6; 5) правильної відповіді немає.

**33.** Які з названих сил мають гравітаційну природу?

1) Сила всесвітнього тяжіння; 2) сила пружності; 3) сила тертя; 4) сила пружності і тяжіння, 5) сили пружності і тертя.

### ***Д-1.3. Висновки з теми***

1. Закони Ньютона виконуються тільки в інерційних системах відліку.

2. Закони Ньютона розглядають тільки рух матеріальних точок або поступальний рух абсолютно твердого тіла. Абсолютно тверде тіло — це тіло, деформаціями якого в умовах даної задачі можна знехтувати.

3. Маса тіла — величина стала.

4. Інерційна система відліку — це система відліку, яка перебуває у стані спокою або рухається рівномірно і прямолінійно відносно деякої іншої інерційної системи.

5. Час плине в усіх інерційних системах відліку однаково.

6. Другий закон Ньютона стверджує, що сила, яка діє на тіло, є причиною появи прискорення. Прискорення, з яким рухається тіло, є наслідком дії на тіло сили.

7. Модуль і напрям прискорення завжди визначає або сила, що діє на тіло, або рівнодійна всіх сил, які діють на тіло.

8. Якщо на тіло діє стала сила, то воно рухається зі сталим прискоренням.

9. Прискорення тіла і сили взаємодії між тілами не залежать від швидкості руху інерційної системи відліку.

10. У будь-яких інерційних системах відліку за однакових умов усі механічні явища відбуваються однаково.

11. Сили дії і протидії прикладені до різних тіл, тому не можуть врівноважувати одна одну.

12. Сила тертя завжди напрямлена в бік, протилежний напрямку руху тіла.

13. Модуль сили тертя прямо пропорційний до сили реакції опори.

14. Сила пружності з'являється тоді, коли на тіло діє зовнішня деформуюча сила, наприклад така, що розтягне стрижень, закріплений з одного кінця.

15. Сила пружності напрямлена в бік, протилежний розтягненню.

#### Д-1.4. Приклади розв'язування задач

### Динаміка поступального руху

**Задача 1.** На тіло масою 0,2 кг, яке перебувало в стані спокою, упродовж 5 с діє сила 1 Н (рис. 1). Якої швидкості набуде і який шлях пройде тіло за цей час? Тертям знехтувати.

*Дано:*

$m = 0,2 \text{ кг};$   
 $t = 5 \text{ с};$   
 $F = 1 \text{ Н}$

$v = ? \text{ м/с};$   
 $s = ? \text{ м}$

*Розв'язання*

На тіло діють сила тяжіння  $m\vec{g}$ , сила реакції опори  $\vec{N}$  і сила  $\vec{F}$  (рис. 1).

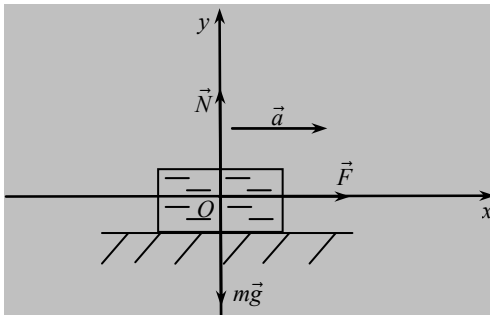


Рис. 1

Оскільки на тіло діє кілька сил, то прискорення, з яким воно рухається, створює рівнодія цих сил. Запишемо другий закон Ньютона у векторній формі:

$$m\vec{a} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i,$$

або

$$m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F} = m\vec{a}.$$

Виберемо напрям осі  $Ox$  та осі  $Oy$  так, як показано на рис. 1. Перепишемо другий закон Ньютона у проекціях на осі координат :

$$Ox : F = ma;$$

$$Oy : N - mg = 0, \text{ або } N = mg.$$

Прискорення, якого набуває тіло, визначається так:

$$a = \frac{F}{m}.$$

Швидкість тіла можна визначити за формулою

$$v = v_0 + at.$$

Оскільки  $v_0 = 0$ , то

$$v = at.$$

Знайдемо шлях, пройдений цим тілом:

$$s = \frac{at^2}{2}.$$

Підставивши у формули для визначення швидкості і шляху значення прискорення, дістанемо

$$v = \frac{F \cdot t}{m},$$

$$s = \frac{F \cdot t^2}{2m}.$$

Перевіримо одиниці величин:

$$[v] = \left[ \frac{\text{Н} \cdot \text{с}}{\text{кг}} \right] = \left[ \frac{\text{кг} \cdot \text{м}/\text{с}^2 \cdot \text{с}}{\text{кг}} \right] = \left[ \frac{\text{м}}{\text{с}} \right];$$

$$[s] = \left[ \frac{\text{Н} \cdot \text{с}^2}{\text{кг}} \right] = \left[ \frac{\text{кг} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^2}{\text{с}^2 \cdot \text{кг}} \right] = [\text{м}].$$

Виконуємо обчислення:

$$v = \frac{1 \cdot 5}{0,2} = 25 \text{ м/с};$$

$$s = \frac{1 \cdot 5^2}{2 \cdot 0,2} = 62,5 \text{ м.}$$

**Відповідь.** Тіло через 5 с набуває швидкості 25 м/с та проходить шлях 63,5 м.

**Задача 2.** Автомобіль масою 1020 кг, рухаючись рівносповільнено, зупиняється через 5 с, проїхавши відстань 25 м. Визначити початкову швидкість автомобіля і силу гальмування.

**Дано:**

$$m = 1020 \text{ кг;}$$

$$t = 5 \text{ с;}$$

$$s = 25 \text{ м}$$

$$v_0 \text{ — ? } F_{\text{г}} \text{ — ?}$$

**Розв'язання**

Початкову швидкість автомобіля, можна визначити, розв'язавши систему двох рівнянь:

$$\begin{cases} v_0 - at = 0, \\ s = v_0 t - \frac{at^2}{2}. \end{cases}$$

Звідси знаходимо

$$v_0 = \frac{2s}{t}.$$

Прискорення, з яким рухається автомобіль, визначається так:

$$a = \frac{v_0}{t}.$$

На автомобіль діють сили тяжіння  $m\vec{g}$ , реакції опори  $\vec{N}$  і тертя  $\vec{F}_{\text{тер}}$  (рис. 2).

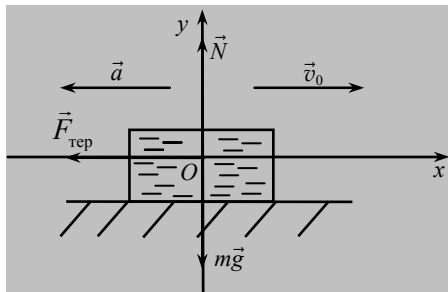


Рис. 2

Оскільки на автомобіль діє кілька сил, то прискорення, з яким він рухається, створює рівнодійна цих сил. Запишемо другий закон Ньютона у векторній формі:

$$m\vec{a} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i,$$

або

$$m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{\text{тер}} = m\vec{a}.$$

Виберемо напрям осі  $Ox$  і осі  $Oy$  так, як показано на рис. 2. Перепишемо другий закон Ньютона у проекціях на осі координат:

$$Ox: -F_{\text{тер}} = -ma;$$

$$Oy: N - mg = 0, \text{ або } N = mg.$$

Отже, сила тертя, під дією якої зупиняється автомобіль, визначається так:

$$F_{\text{тер}} = ma = \frac{mv_0}{t}.$$

Виконуємо обчислення:

$$v_0 = \frac{2 \cdot 25}{5} = 10 \text{ м/с};$$

$$F_{\text{т}} = \frac{1020 \cdot 10}{5} = 2040 \text{ Н}.$$

**Відповідь.** Початкова швидкість автомобіля дорівнює 10 м/с; сила гальмування – 2040 Н.

**Задача 3.** Дві гири масами 1 і 2 кг з'єднано ниткою і перекинута через невагомий блок. Визначити прискорення, з яким рухаються гири, і силу натягу нитки. Тертям у блоку знехтувати.

*Дано:*

$$m_1 = 1 \text{ кг};$$

$$m_2 = 2 \text{ кг}$$

$$a \text{ — ? } T \text{ — ?}$$

*Розв'язання*

Розглянемо сили, які діють на кожну гирю окремо і на блок. На першу гирю діють дві сили: сила тяжіння  $m_1\vec{g}$  і сила

натягу нитки  $\vec{T}_1$  (рис. 3). Спроектуємо ці сили на вісь  $Oy$ , яку спрямуємо вертикально вниз, і запишемо другий закон Ньютона:

$$m_1g - T_1 = -m_1a. \quad (1)$$

На другу гирю діють сила тяжіння  $m_2\vec{g}$  і сила натягу нитки  $\vec{T}_2$ . Запишемо другий закон Ньютона для другої гирі:

$$m_2g - T_2 = m_2a. \quad (2)$$

За третім законом Ньютона

$$T_1 = T_2.$$

Враховуючи, що

$$T_1 = T_2 = T,$$

запишемо рівняння (1) і (2) у вигляді системи

$$\begin{cases} m_1g - T = -m_1a, \\ m_2g - T = m_2a. \end{cases}$$

Звідси визначимо прискорення гир і силу натягу ниток:

$$a = \frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1}g,$$

$$T = \frac{2m_1m_2}{m_2 + m_1}g.$$

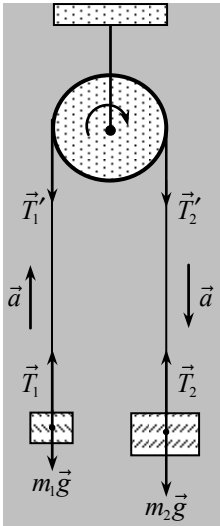


Рис. 3

Виконуємо обчислення:

$$a = \frac{2-1}{2+1} \cdot 9,8 = 3,3 \text{ м/с}^2;$$

$$T = \frac{2 \cdot 1 \cdot 2}{2+1} \cdot 9,8 = 13 \text{ Н.}$$

**Відповідь.** Прискорення, з яким рухаються гирі, дорівнює  $3,3 \text{ м/с}^2$ ; сила натягу ниток –  $13 \text{ Н}$ .

**Задача 4.** Дерев'яний брусок масою  $2 \text{ кг}$  рухається по горизонтальній поверхні під дією тягарця масою  $0,5 \text{ кг}$ , підвешеного за кінець шнура, який перекинута через нерухомий блок. Коефіцієнт тертя бруска об поверхню дорівнює  $0,1$ . Визначити прискорення руху тіл і силу натягу шнура.

**Дано:**

$$\begin{aligned} m_1 &= 2 \text{ кг}; \\ m_2 &= 0,5 \text{ кг}; \\ \mu &= 0,1; \\ g &= 9,8 \text{ м/с}^2 \end{aligned}$$

$$a \text{ — ? } T \text{ — ?}$$

**Розв'язання**

На брусок діють такі сили:  $m_1\vec{g}$  — сила тяжіння;  $\vec{N}$  — сила реакції поверхні;  $\vec{T}_1$  — сила натягу шнура;  $\vec{F}_{\text{тер}}$  — сила тертя (рис. 4). На тягарець масою  $m_2$  діють такі сили:  $m_2\vec{g}$  — сила тяжіння;  $\vec{T}_2$  — сила натягу шнура. Запишемо другий закон Ньютона для руху обох тіл у векторній формі:

$$m_1\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{\text{тер}} + \vec{T}_1 = m_1\vec{a};$$

$$m_2\vec{g} + \vec{T}_2 = m_2\vec{a}.$$

За третім законом Ньютона маємо:

$$|\vec{T}_1| = |\vec{T}_2| = T.$$

Запишемо другий закон Ньютона у проєкціях сил на напрям руху кожного тіла:

$$\begin{cases} T - F_{\text{тер}} = m_1 a, \\ m_2 g - T = m_2 a. \end{cases}$$

Додавши почленно ліві і праві частини цих рівнянь, визначимо прискорення

$$a = \frac{m_2 g - F_{\text{тер}}}{m_1 + m_2}.$$

Оскільки  $F_{\text{тер}} = \mu N = \mu m_1 g$ , то

$$a = \frac{g(m_2 - \mu m_1)}{m_1 + m_2}.$$

Силу натягу визначимо з рівняння, записаного для тягарця масою  $m_2$ :

$$T = m_2 g - m_2 a = m_2 (g - a).$$

Перевіримо одиницю величини:

$$[T] = [\text{кг} \cdot \text{м/с}^2] = [\text{Н}].$$

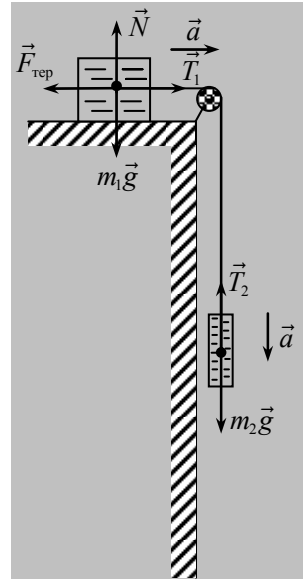


Рис. 4

Виконуємо обчислення:

$$a = \frac{9,8(0,5 - 0,1 \cdot 2)}{0,5 + 2} \approx 1,2 \text{ м/с}^2;$$

$$T = 0,5 (9,8 - 1,2) \approx 4,3 \text{ Н.}$$

**Відповідь.** Прискорення, з яким рухаються тіла, дорівнює  $1,2 \text{ м/с}^2$ ; сила натягу шнура –  $4,3 \text{ Н}$ .

**Задача 5.** Автомобіль масою  $3,5 \text{ т}$  рушає з місця і перші  $100 \text{ м}$  проходить за  $5 \text{ с}$ . Визначити силу тяги двигуна автомобіля, якщо коефіцієнт тертя дорівнює  $0,05$ .

*Дано:*

$$\begin{aligned} m &= 3,5 \text{ т} = 3500 \text{ кг}; \\ s &= 100 \text{ м}; \\ t &= 5 \text{ с}; \\ \mu &= 0,05 \end{aligned}$$

$$F_T = ?$$

*Розв'язання*

На автомобіль діють такі сили: сила тяжіння  $m\vec{g}$ , сила реакції дороги  $\vec{N}$ , сила тяги  $F_T$ , сила тертя  $\vec{F}_{\text{тер}}$  (рис. 5). Під дією цих сил автомобіль рухається прискорено.

Запишемо другий закон Ньютона у векторній формі:

$$m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{\text{тер}} + \vec{F}_T = m\vec{a}.$$

Виберемо напрям осі  $Ox$  та осі  $Oy$  так, як показано на рис. 5. Перепишемо другий закон Ньютона у проекціях на осі координат :

$$Ox: F_T - F_{\text{тер}} = ma;$$

$$Oy: N - mg = 0 \text{ або } N = mg.$$

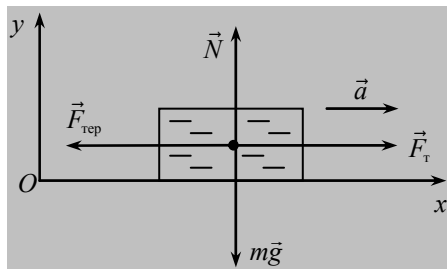


Рис. 5



Сила тяги двигуна визначається так:

$$F_T = ma + F_{\text{тер}}.$$

Оскільки  $F_{\text{тер}} = \mu N$ , то сила тяги двигуна:

$$F_T = ma + \mu mg.$$

Згідно з умовою задачі рух рівноприскорений зі стану спокою, тобто  $v_0 = 0$ . Отже,

$$s = \frac{at^2}{2}, \text{ звідки } a = \frac{2s}{t^2}.$$

Тоді сила тяги автомобіля

$$F_T = m \frac{2s}{t^2} + \mu mg.$$

Перевіримо одиницю величини:

$$[F_T] = \left[ \text{кг} \cdot \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \right] = [\text{Н}].$$

Виконуємо обчислення:

$$F_T = 3,5 \cdot 10^3 \cdot \frac{2 \cdot 100}{5^2} + 0,05 \cdot 3,5 \cdot 10^3 \cdot 9,8 = 29,7 \cdot 10^3 \text{ Н}.$$

**Відповідь.** Сила тяги двигуна  $29,7 \cdot 10^3 \text{ Н}$ .

**Задача 6.** Брусок зісковзує з похилої поверхні, яка утворює кут  $45^\circ$  із горизонтом. Визначити прискорення бруска, якщо коефіцієнт тертя  $\mu$  дорівнює  $0,5$ .

*Дано:*

$$\alpha = 45^\circ;$$

$$\mu = 0,5$$

$$a = ?$$

*Розв'язання*

На брусок діють такі сили (рис. 6): сила тяжіння  $m\vec{g}$ , напрямлена завжди вертикально вниз; сила реакції опори  $\vec{N}$ , напрямлена завжди перпендикулярно до опори, і сила тертя  $\vec{F}_{\text{тер}}$ , напрямлена завжди в бік протилежний напрямку руху тіла (перший закон тертя).

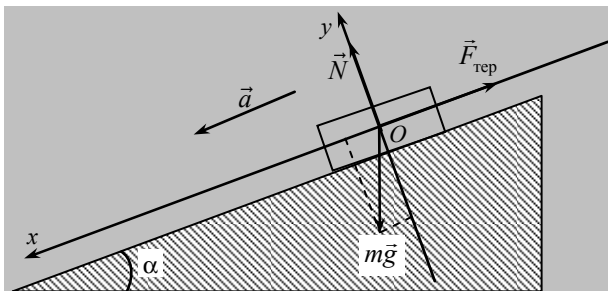


Рис. 6

Оскільки на брусок діє кілька сил, то прискорення, з яким він рухається, створює рівнодіяння цих сил. Запишемо другий закон Ньютона у векторній формі:

$$m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{\text{тер}} = m\vec{a}.$$

Виберемо напрям осі  $Ox$  так, щоб він був паралельним похилій поверхні, а напрям осі  $Oy$  — перпендикулярним до неї. Перепишемо другий закон Ньютона у проекціях на осі координат :

$$Ox: mg \sin \alpha - F_{\text{тер}} = ma;$$

$$Oy: N - mg \cos \alpha = 0, \text{ або } N = mg \cos \alpha.$$

Прискорення визначається за формулою

$$a = \frac{mg \sin \alpha - F_{\text{тер}}}{m}.$$

Силу тертя можна визначити з другого закону тертя:

$$F_{\text{тер}} = \mu N = \mu mg \cos \alpha.$$

Після перетворень прискорення визначається так:

$$a = \frac{mg \sin \alpha - \mu mg \cos \alpha}{m} = g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha).$$

Виконуємо обчислення:

$$a = 9,8 \left( \frac{\sqrt{2}}{2} - 0,5 \frac{\sqrt{2}}{2} \right) = 3,4 \text{ м/с}^2.$$

**Відповідь.** Прискорення, з яким зісковзує з похилої поверхні брусок, дорівнює  $3,4 \text{ м/с}^2$ .

**Задача 7.** Вантажний автомобіль тягне легковий автомобіль масою 2 т і, рухаючись рівноприскорено, за 50 с долає шлях 400 м. На скільки видовжується при цьому трос, який з'єднує автомобілі, якщо його жорсткість дорівнює  $2 \cdot 10^6$  Н/м? Тертям знехтувати.

**Дано:**

$$m_2 = 2 \text{ т} = 2 \cdot 10^3 \text{ кг};$$

$$t = 50 \text{ с};$$

$$s = 400 \text{ м};$$

$$v_0 = 0;$$

$$k = 2 \cdot 10^6 \text{ Н/м}$$


---


$$x = ?$$

**Розв'язання**

На вантажний та легковий автомобілі діють такі сили (рис. 7): сила тяжіння  $m\vec{g}$ , сила реакції опори  $\vec{N}$  та сили натягу  $\vec{T}_1$  і  $\vec{T}_2$  троса.

Запишемо другий закон Ньютона у векторній формі для легкового автомобіля:

$$m\vec{g} + \vec{N} + \vec{T}_2 = m_2\vec{a}.$$

Виберемо напрям осі  $Ox$  так, як показано на рис. 7.

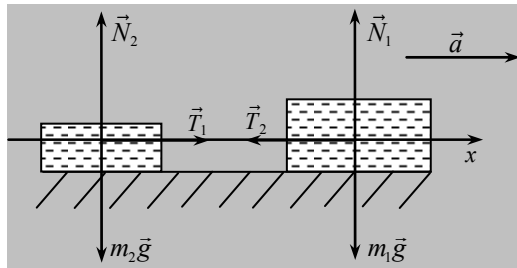


Рис.7

Перепишемо другий закон Ньютона у проекціях на вісь  $Ox$ :

$$T_2 = m_2 a.$$

За третім законом Ньютона модуль сили пружності, яка виникає в тросі під час розтягування, дорівнює силі натягу троса:

$$T_2 = F_{\text{пр}}.$$

Тоді

$$m_2 a = kx.$$

Отже, видовження троса визначається так:

$$x = \frac{m_2 a}{k}.$$

Прискорення можна визначити з формули

$$s = v_0 t + \frac{at^2}{2}.$$

За умовою задачі  $v_0 = 0$ , а тому

$$s = \frac{at^2}{2},$$

звідки

$$a = \frac{2s}{t^2}.$$

Тоді шукане видовження троса

$$x = \frac{2sm_2}{kt^2}.$$

Перевіримо одиницю величини:

$$[x] = \left[ \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{Н/м} \cdot \text{с}^2} \right] = \left[ \frac{\text{кг} \cdot \text{м} \cdot \text{м}}{\text{кг} \cdot \text{м/с} \cdot \text{с}^2} \right] = [\text{м}].$$

Виконуємо обчислення:

$$x = \frac{2 \cdot 2 \cdot 10^3 \cdot 4 \cdot 10^2}{2 \cdot 10^6 \cdot 50^2} = 3,2 \cdot 10^{-4} = 0,32 \cdot 10^{-3} \text{ м}.$$

**Відповідь.** Видовження троса дорівнює 0,32 мм.

**Задача 8.** Дві пружини однакової довжини з'єднані між собою з одного кінця. Пружини розтягують за вільні кінці руками з однаковими силами. Пружина жорсткістю 200 Н/м видовжилася на 4 см. Яка жорсткість другої пружини, якщо її видовження дорівнює 2 мм?

**Дано:**

$$\begin{aligned} k_1 &= 200 \text{ Н/м}; \\ x_1 &= 4 \text{ см} = 4 \cdot 10^{-2} \text{ м}; \\ x_2 &= 2 \text{ мм} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ м} \end{aligned}$$

$$k_2 = ?$$

**Розв'язання**

Під дією сили рук пружини деформуються і виникає сила пружності, яку можна визначити за законом Гука:

$$F_{\text{пр}} = -kx.$$

Для першої пружини модуль сили пружності:

$$F_{\text{пр1}} = -k_1 x_1.$$

Для другої пружини модуль сили пружності:

$$F_{\text{пр2}} = -k_2 x_2.$$

За умовою задачі сили, прикладені до пружин, однакові. За третім законом Ньютона сили пружності, які виникають у пружинах, також однакові:

$$F_{\text{пр1}} = F_{\text{пр2}},$$

або

$$k_1 x_1 = k_2 x_2.$$

Звідси визначаємо

$$k_2 = \frac{k_1 x_1}{x_2}.$$

Виконуємо обчислення:

$$k_2 = \frac{2 \cdot 10^2 \cdot 4 \cdot 10^{-2}}{2 \cdot 10^{-3}} = 4000 \text{ Н/м}.$$

**Відповідь.** Жорсткість другої пружини дорівнює 4000 Н/м.

### Динаміка руху по колу

**Задача 9.** Мотоцикліст їде по горизонтальній дорозі зі швидкістю 54 км/год і виконує поворот радіусом кривини 100 м. На який кут від вертикалі має відхилитися мотоцикліст, щоб не впасти на повороті?

**Дано:**

$$v = 54 \text{ км/год} = 15 \text{ м/с};$$

$$R = 100 \text{ м}$$

$\alpha$  — ?

**Розв'язання**

На мотоцикліста діють сила тяжіння  $m\vec{g}$  і сила реакції  $\vec{N}$  дороги. Коли мотоцикліст рухається прямолінійно (рис. 8, а), то рівнодійна цих сил дорівнює нулю, оскільки сили діють уздовж однієї прямої та протилежно напрямлені.

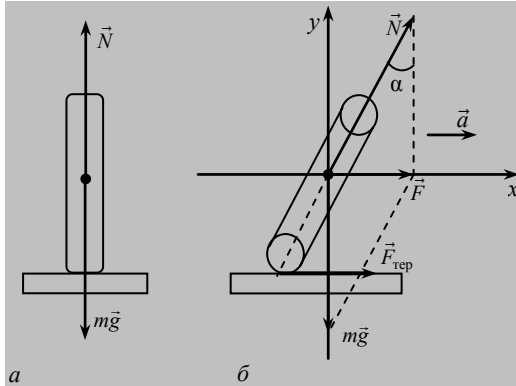


Рис. 8

Коли мотоцикліст виконує поворот, то ці сили напрямлені під деяким кутом одна до одної (рис. 8, б). Запишемо другий закон Ньютона у проекціях на осі  $Ox$  та  $Oy$ :

$$Ox : N \sin \alpha = m a_{\text{доц}} ;$$

$$Oy : -mg + N \cos \alpha = 0.$$

Оскільки

$$N \sin \alpha = m a_{\text{доц}},$$

і

$$N \cos \alpha = mg,$$

то, поділивши почленно перше рівняння на друге, дістанемо:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a_{\text{доц}}}{g}.$$

Доцентрове прискорення

$$a_{\text{доц}} = \frac{v^2}{R}.$$

Тоді

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{v^2}{Rg}.$$

Перевіримо одиницю величини:

$$\operatorname{tg} \alpha = \left[ \frac{\text{М}^2/\text{с}^2}{\text{М} \cdot \text{М}/\text{с}^2} \right] = \left[ \frac{\text{М}^2 \cdot \text{с}^2}{\text{с}^2 \cdot \text{М}^2} \right] = [1].$$

Виконуємо обчислення:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{15^2}{100 \cdot 9,8} = 0,23, \text{ або } \alpha = 13^\circ.$$

**Відповідь.** Для виконання повороту мотоцикліст має відхилитися від вертикалі на  $13^\circ$ .

**Задача 10.** Кулька масою  $m$ , прикріплена до нитки, обертається по колу в горизонтальній площині. Довжина нитки  $0,5$  м, кут між ниткою і вертикаллю  $60^\circ$ . Скільки обертів виконує кулька за  $10$  с?

*Дано:*

$$l = 0,5 \text{ м};$$

$$\alpha = 60^\circ;$$

$$t = 10 \text{ с}$$

$N$  — ?

*Розв'язання*

Кількість обертів, що їх виконує кулька за час  $t$ , визначається так:

$$N = vt,$$

де  $v$  — частота обертання (кількість обертів за  $1$  с).

На кульку діють сила тяжіння  $m\vec{g}$  і сила натягу нитки  $\vec{T}$  (рис. 9). За другим законом Ньютона

$$\vec{T} + m\vec{g} = m\vec{a}_{\text{доц}}.$$

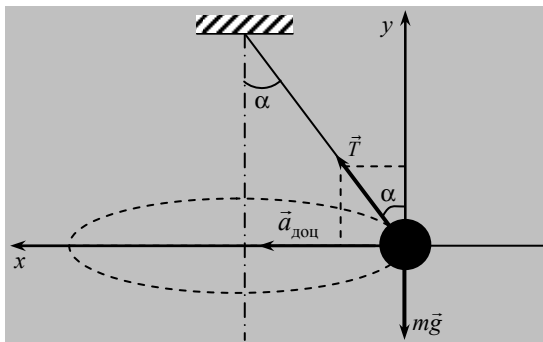


Рис. 9

Запишемо другий закон Ньютона у проєкціях на осі  $Ox$  та  $Oy$ :

$$Ox: T \sin \alpha = ma_{\text{доц}};$$

$$Oy: -mg + T \cos \alpha = 0.$$

Доцентрове прискорення:

$$a_{\text{доц}} = 4\pi^2 v^2 R,$$

де  $R$  — радіус траєкторії руху кульки,

$$R = l \sin \alpha.$$

Оскільки

$$T \sin \alpha = ma_{\text{доц}}$$

і

$$T \cos \alpha = mg,$$

то, поділивши почленно перше рівняння на друге, дістанемо:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a_{\text{доц}}}{g}.$$

Тоді

$$4\pi^2 v^2 R = g \operatorname{tg} \alpha.$$

Звідси визначимо частоту обертання кульки

$$v = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{l \cos \alpha}}.$$

Кількість обертів за 10 с

$$N = \frac{t}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{l \cos \alpha}}.$$

Виконуємо обчислення:

$$N = \frac{10}{2 \cdot 3,14} \sqrt{\frac{9,8}{0,5 \cdot 0,5}} = 10 \text{ об.}$$

**Відповідь.** За 10 с кулька виконала 10 обертів.

**Задача 11.** Кулька, підвішена на нерозтяжній і невагомій нитці завдовжки 3 м, здійснює коливальний рух у вертикальній площині. У деякий момент часу кут відхилення кульки від положення рівноваги дорівнює  $45^\circ$ . За якої швидкості кульки сила натягу нитки дорівнює силі тяжіння?



**Дано:**

$$l = 3 \text{ м};$$
$$\alpha = 45^\circ$$

$v = ?$

**Розв'язання**

На кульку (рис. 10) діють сила тяжіння  $m\vec{g}$  і сила натягу нитки  $\vec{T}$ . Під дією цих сил кулька рухається по дузі кола.

Спрямуємо вісь у уздовж нитки, на якій підвішено кульку. Запишемо другий закон Ньютона у векторній формі:

$$m\vec{a}_{\text{доц}} = m\vec{g} + \vec{T}.$$

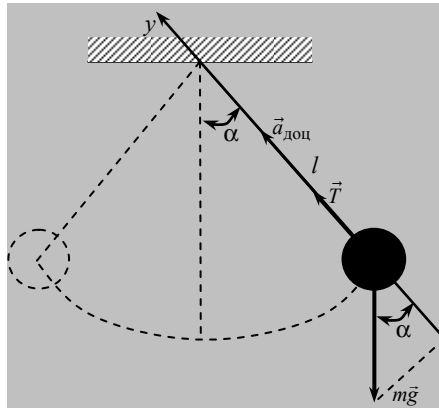


Рис. 10

У проекціях на вісь у маємо:

$$ma_{\text{доц}} = T - mg \cos \alpha.$$

Доцентрове прискорення

$$a_{\text{доц}} = \frac{v^2}{l}.$$

Тоді

$$\frac{mv^2}{l} = T - mg \cos \alpha.$$

За умовою задачі

$$T = mg.$$

Тоді

$$v = \sqrt{gl(1 - \cos \alpha)}.$$

Перевіримо одиницю величини:

$$[v] = \left[ \sqrt{\frac{M}{c^2} \cdot M} \right] = \left[ \frac{M}{c} \right].$$

Виконуємо обчислення:

$$v = \sqrt{9,8 \cdot 3(1 - \cos 45^\circ)} = 2,97 \text{ м/с}.$$

**Відповідь.** Швидкість кульки, за якої сила натягу нитки дорівнює силі тяжіння, становить 2,97 м/с.

**Задача 12.** На краю горизонтальної платформи радіусом 2 м лежить вантаж. З якою найбільшою частотою може обертатися платформа навколо вертикальної осі, щоб вантаж не впав з платформи. Коефіцієнт тертя між платформою і вантажем дорівнює 0,2.

**Дано:**

$$R = 2 \text{ м};$$

$$\mu = 0,2$$

$v$  — ?

**Розв'язання**

На вантаж діє сила тяжіння  $m\vec{g}$  сила реакції опори  $\vec{N}$  і сила тертя  $\vec{F}_{\text{тер}}$ .

Запишемо другий закон Ньютона у векторній формі:

$$m\vec{a}_{\text{доц}} = m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{\text{тер}}.$$

Виберемо напрям осей  $Ox$  і  $Oy$  так, як показано на рис. 11.

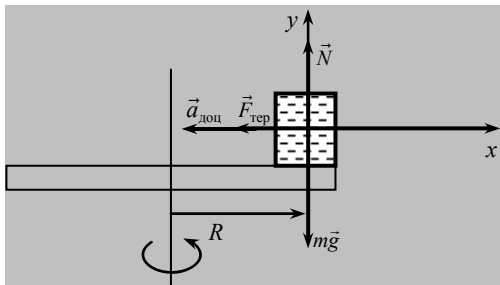


Рис. 11

Запишемо другий закон Ньютона у проекціях на осі  $Ox$  і  $Oy$ :

$$Ox : ma_{\text{доц}} = F_{\text{тер}};$$

$$Oy: N - mg = 0.$$

Сила тертя

$$\vec{F}_{\text{тер}} = \mu N.$$

Доцентрове прискорення

$$a_{\text{доц}} = 4\pi^2 v^2 R.$$

Після підставлень і перетворень дістанемо:

$$v = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g\mu}{R}}.$$

Перевіримо одиницю величини:

$$[v] = \left[ \sqrt{\frac{\text{М/с}^2}{\text{М}}} \right] = \left[ \frac{1}{\text{с}} \right].$$

Виконуємо обчислення:

$$v = \frac{1}{2 \cdot 3,14} \sqrt{\frac{0,2 \cdot 9,8}{2}} = 0,156 \frac{1}{\text{с}}.$$

**Відповідь.** Максимальна частота, за якої вантаж утримується на платформі, дорівнює 0,156 об/с.

### *Д-1.5. Задачі для аудиторного розв'язування*

#### **Динаміка поступального руху**

**1-1.** З яким прискоренням має рухатися під час розбігу реактивний літак масою 60 т, якщо сила тяги двигунів становить 90 кН? Тертям знехтувати. ( $1,5 \text{ м/с}^2$ )

**1-2.** Порожній вантажний автомобіль масою 4 т почав рух із прискоренням  $0,3 \text{ м/с}^2$ . Яка маса вантажу, взятого автомобілем, якщо за цієї самої сили тяги він рушає з місця з прискоренням  $0,2 \text{ м/с}^2$ ? (2 т)

**1-3.** Потяг на горизонтальному шляху розвиває сталу силу тяги  $15 \cdot 10^4 \text{ Н}$ . На відрізку шляху завдовжки 1000 м швидкість потяга

збільшилася з 10 до 20 м/с. Визначити силу тертя. Маса потяга становить  $10^5$  кг. ( $13,5 \cdot 10^4$  Н)

**1-4.** Маса потяга дорівнює  $3 \cdot 10^6$  кг. Коефіцієнт тертя становить 0,02. Якою має бути сила тяги потяга, щоб він набрав швидкість 60 км/год через 2 хв після початку руху? ( $1,08 \cdot 10^6$  Н)

**1-5.** Через який час після початку аварійного гальмування зупиниться автобус, який рухається зі швидкістю 12 м/с, якщо коефіцієнт тертя при аварійному гальмуванні дорівнює 0,4? (3 с)

**1-6.** Автобус, маса якого з повним навантаженням дорівнює 15 т, рушає з місця з прискоренням  $0,7$  м/с<sup>2</sup>. Знайти силу тяги, якщо коефіцієнт тертя дорівнює 0,03. (15 кН)

**1-7.** Однакові тягарці масами 120 г причепили до нитки, перекинутої через невагомий блок. На один із тягарців діє вертикально вниз сила 0,48 Н. Визначити шлях, що проходить кожний із тягарців за 1 с. Якої швидкості вони набудуть? (1 м; 2 м/с)

**1-8.** Два вантажі масами 2 і 3 кг, з'єднані між собою ниткою, лежать на горизонтальній поверхні. До першого вантажу прикладають горизонтальну силу 40 Н. Коефіцієнт тертя між тілами і поверхнею становить 0,4. З яким прискоренням почнуть рухатися вантажі? Чому дорівнює при цьому сила натягу нитки між ними? ( $4$  м/с<sup>2</sup>; 24 Н)

**1-9.** Через невагомий блок перекинута нитка, до кінців якої прив'язано тягарці масою 0,3 та 0,34 кг. Визначити прискорення, з яким рухатимуться тягарці. ( $0,6125$  м/с<sup>2</sup>)

**1-10.** Дві гирі масою 3 та 6 кг підвішено на кінцях нитки, перекинутої через невагомий блок. Перша гиря розміщена на 2 м нижче, ніж друга. Гирі почали рухатися без початкової швидкості. Через який час вони будуть на однаковій висоті? (0,78 с)

**1-11.** Визначити прискорення тіла, яке зісковзує з похилої площини, якщо її кут нахилу  $30^\circ$ , а коефіцієнт тертя між тілами і поверхнею площиною 0,3. ( $2,4$  м/с<sup>2</sup>)

**1-12.** Тіло зісковзує без початкової швидкості з похилої площини. Кут нахилу площини до горизонту  $30^\circ$ , довжина похилої площини 2 м. Коефіцієнт тертя тіла об площину 0,3. Визначити прискорення тіла? Скільки часу воно зісковзує з площини? ( $2,4$  м/с<sup>2</sup>; 1,3 с)

**1-13.** Тіло масою 0,75 кг зісковзує без початкової швидкості з похилої площини. Кут нахилу площини до горизонту становить  $45^\circ$ . Коефіцієнт тертя об площину 0,14. Визначити мінімальну силу, яку необхідно прикласти до бруска паралельно площині, щоб брусок не зісковзував униз? (4,5 Н)

**1-14.** Дві пружини однакової довжини, скріплені між собою з одного кінця, розтягують за вільні кінці руками. Пружина жорсткістю

100 Н/м видовжилась на 5 см. Яка жорсткість другої пружини, якщо її видовження дорівнює 1 см? (0,5 кН/м)

**1-15.** Визначити видовження буксирного троса жорсткістю 100 кН/м під час буксирування автомобіля масою 2 т із прискоренням  $0,5 \text{ м/с}^2$ . Тертям знехтувати. (1 см)

### Динаміка руху по колу

**1-16.** Мотоцикліст їде по горизонтальній дорозі зі швидкістю 72 км/год та виконує поворот радіусом кривини 100 м. На який кут від вертикалі при цьому він має відхилитися, щоб не впасти на повороті? ( $22^\circ$ )

**1-17.** Велотрек має заокруглення радіусом 40 м. У цьому місці він має нахил  $40^\circ$  до горизонту. На яку швидкість руху розраховано такий шлях? (18 м/с)

**1-18.** З якою максимальною швидкістю може їхати мотоцикліст по горизонтальній дорозі, описуючи дугу радіусом 100 м, якщо коефіцієнт тертя дорівнює 0,4? На який кут від вертикального положення він при цьому відхиляється? (20 м/с;  $22^\circ$ )

**1-19.** Кулька на нитці завдовжки 2 м рівномірно рухається по колу в горизонтальній площині. При цьому нитка весь час утворює з вертикаллю кут  $30^\circ$ . Визначити період обертання кульки. (2,64 с)

**1-20.** Кульку масою 100 г, підвішену на нерозтяжній і невагомій нитці, відхилили від положення рівноваги на кут  $90^\circ$  і відпустили. Якою має бути сила натягу нитки, щоб вона не розірвалася? ( $T = 3mg = 2,94 \text{ Н}$ )

**1-21.** Куля, прикріплена до нитки завдовжки 0,6 м, обертається по колу в горизонтальній площині. Кут між ниткою і вертикаллю дорівнює  $45^\circ$ . Чому дорівнює частота обертання кульки? ( $n = 0,74 \text{ об/с}$ )

**1-22.** Горизонтально розташований диск обертається навколо власної осі з кутовою швидкістю  $4,5 \text{ с}^{-1}$ . Відстань від осі обертання до тіла, що лежить на диску, дорівнює 100 мм. Визначити коефіцієнт тертя, за якого тіло не зісковзне з диска. (0,2)

### Д-1.6. Задачі для самостійного розв'язування

### Динаміка поступального руху

**1-23.** Трактор, сила тяги якого 15 кН, тягне причіп із прискоренням  $0,5 \text{ м/с}^2$ . З яким прискоренням трактор тягнути той самий причіп із силою тяги 60 кН? ( $2 \text{ м/с}^2$ )

**1-24.** Сила 60 Н надає тілу прискорення  $0,8 \text{ м/с}^2$ . Яка сила надасть цьому тілу прискорення  $2 \text{ м/с}^2$ ? (150 Н)

**1-25.** Тіло масою 4 кг під дією сили набуло прискорення  $2 \text{ м/с}^2$ . Якого прискорення набуває тіло масою 10 кг під дією такої самої сили? ( $0,8 \text{ м/с}^2$ )

**1-26.** Під дією сили 2,5 кН швидкість автомобіля масою 5 т зростає з 54 до 72 км/год. Визначити час і шлях розгону. Тертям знехтувати. (10 с; 175 м)

**1-27.** На горизонтальному шляху в 400 м швидкість автобуса збільшилася з 15 до 25 м/с. Визначити середню силу тяги двигуна, якщо маса автобуса становить 10 т, сила тертя дорівнює 1 кН. ( $6 \cdot 10^3 \text{ Н}$ )

**1-28.** Потяг масою 800 т рухається зі швидкістю 54 км/год. Через який час він зупиниться під дією сили гальмування  $10^5 \text{ Н}$ ? (2 хв)

**1-29.** Через невагомий блок перекинули нитку, до кінців якої прив'язали гирі масами 2 і 3 кг. Визначити прискорення, з яким будуть рухатися гирі, і силу натягу нитки. (1,96 м/с; 15,68 Н)

**1-30.** До кінців шнура, перекинутого через невагомий блок, підвісили тягарці з масами 100 і 150 г. Визначити прискорення тягарців і силу натягу шнура. ( $2 \text{ м/с}^2$ ; 1,2 Н)

**1-31.** На одному кінці мотузки, перекинutoї через невагомий блок, підвішено гирю масою 7 кг. З якою силою потрібно тягнути вниз другий кінець мотузки, щоб гиря піднімалася з прискоренням  $1,2 \text{ м/с}^2$ ? (77 Н)

**1-32.** Через блок перекинули нитку, на кінцях якої підвішено гирі масами по 200 г. Яку вертикальну силу потрібно прикласти до однієї з гир, щоб вона могла рухатися з прискоренням  $50 \text{ см/с}^2$ ? (0,2 Н)

**1-33.** Тіло масою 2 кг лежить на горизонтальній поверхні. Визначити горизонтальну силу, здатну надати тілу прискорення  $0,2 \text{ м/с}^2$ . Коефіцієнт тертя між тілом і поверхнею 0,01. (0,6 Н)

**1-34.** Під дією сили 20 Н коробка масою 10 кг рухається по горизонтальній поверхні з прискоренням  $1,5 \text{ м/с}^2$ . Визначити коефіцієнт тертя між коробкою і поверхнею. (0,2)

**1-35.** Середній гальмівний шлях автомобіля під час руху зі швидкістю 30 км/год на горизонтальній асфальтованій дорозі становить 11 м. Визначити коефіцієнт тертя ковзання коліс автомобіля. (0,32)

**1-36.** Сани масою 60 кг рівномірно з'їжджають із гори, нахил якої становить 40 м на кожні 100 м шляху. Визначити коефіцієнт тертя саней. (0,44)

**1-37.** Вагон масою 600 кг рухається канатною дорогою з кутом нахилу  $20^\circ$ . Визначити силу, необхідну для його підйому, якщо коефіцієнт тертя дорівнює 0,05. (2,3 кН)

**1-38.** На похилу площину, кут нахилу якої дорівнює  $30^\circ$ , поклали кубик. Визначити прискорення, з яким зісковзує кубик, якщо коефіцієнт тертя 0,5. За якого коефіцієнта тертя він перебуватиме в стані спокою? ( $0,69 \text{ м/с}^2$ ;  $0,57$ )

**1-39.** Вантаж масою 100 кг рухають рівноприскорено по горизонтальній поверхні, приклавши силу 200 Н, напрямлену під кутом  $30^\circ$  до горизонту. З яким прискоренням рухається вантаж, якщо коефіцієнт тертя дорівнює 0,1? Початкова швидкість дорівнює нулю. ( $0,85 \text{ м/с}^2$ )

**1-40.** Визначити видовження троса жорсткістю  $2 \cdot 10^5 \text{ Н/м}$  під час буксирування автомобіля масою  $3 \cdot 10^3 \text{ кг}$  з прискоренням  $0,2 \text{ м/с}^2$ . Тертям знехтувати. ( $3 \cdot 10^{-3} \text{ м}$ )

**1-41.** За допомогою пружинного динамометра піднімають вантаж масою 2 кг із прискоренням  $2,5 \text{ м/с}^2$ . Визначити видовження пружинного динамометра, якщо жорсткість пружини дорівнює  $10^3 \text{ Н/м}$ . ( $2,5 \text{ см}$ )

**1-42.** Дві пружини жорсткістю  $3 \cdot 10^2$  і  $8 \cdot 10^2 \text{ Н/м}$  з'єднано послідовно. Визначити видовження першої пружини, якщо видовження другої дорівнює 1,5 см. ( $4 \text{ см}$ )

**1-43.** З вершини похилої площини, довжина якої 10 м і висота 5 м, починає рухатися без початкової швидкості тіло. Упродовж якого часу рухатиметься тіло до основи похилої площини, якщо коефіцієнт тертя 0,2? Визначити його швидкість біля основи похилої площини. ( $2,5 \text{ с}$ ;  $8 \text{ м/с}$ )

**1-44.** Парашутист масою 70 кг, пролетівши 100 м, розкрив парашут. Визначити силу натягу строп, якщо протягом 5 с з моменту розкриття парашута швидкість парашутиста зменшилась до  $4,3 \text{ м/с}$ . Опором повітря до розкриття парашута знехтувати. ( $1,27 \text{ кН}$ )

**1-45.** Щоб утримувати візок на похилій площині з кутом нахилу  $\alpha$ , потрібно прикласти силу  $F_1$ , напрямлену вгору вздовж похилої площини. Щоб тягти цей самий візок угору, потрібно прикласти силу  $F_2$ . Визначити коефіцієнт тертя.  $\left( \mu = \frac{F_2 - F_1}{F_2 + F_1} \text{tg } \alpha \right)$

**1-46.** Два тягарці масами  $M_1$  і  $M_2$ , зв'язані шнуром, лежать на горизонтальній поверхні. Шнур витримує силу натягу  $T$ . Коефіцієнт тертя між кожним із тягарців і поверхнею дорівнює  $\mu$ .

З якою сталою силою  $F$  можна тягнути перший тягарець паралельно шнурові, щоб шнур не порвався?

$$\left( F_{\max} = (M_1 + M_2)(a_{\max} + \mu g) = T \left( 1 + \frac{M_1}{M_2} \right), \right.$$

$$\left. \text{де } a_{\max} = \frac{T - \mu M_2 g}{M_2} \right)$$

### Динаміка руху по колу

**1-47.** Мотоцикліст робить поворот по дузі радіусом 160 м, рухаючись зі швидкістю 72 км/год. Під яким кутом до горизонту він має нахилитися, щоб зберегти рівновагу? (76°)

**1-48.** Ковзаняр рухається по колу зі швидкістю 18 км/год. Чому дорівнює радіус кола при відхиленні спортсмена від вертикального положення на 10°? (14,5 м)

**1-49.** Визначити швидкість руху мотоцикліста по внутрішній поверхні вертикального кругового циліндра радіусом 5 м (цирковий трюк), за якої він не впаде вниз? Коефіцієнт тертя ковзання 0,5. (10 м/с)

**1-50.** Який найменший радіус кола, по якому може проїхати ковзаняр зі швидкістю 20 км/год, якщо коефіцієнт тертя ковзання між ковзанами та поверхнею льоду 0,2? Визначити найбільший кут нахилу ковзаняра, за якого він ще не падатиме, рухаючись по колу. (16 м; 11°17')

**1-51.** Потяг рухається зі швидкістю 54 км/год, виконуючи поворот радіусом 10<sup>3</sup> м. Ширина залізничної колії 1,5 м. На скільки зовнішня рейка має бути вищою від внутрішньої? (3,4 см)

**1-52.** Тягарець, підвішений на нитці завдовжки 60 см, описує в горизонтальній площині коло. З якою швидкістю рухається тягарець, якщо під час його руху нитка утворює з вертикаллю сталий кут 30°? ( $v = \sqrt{gl \sin \alpha \operatorname{tg} \alpha} = 1,3$  м/с)

**1-53.** Вантаж масою 10 кг, підвішений на канаті завдовжки 5 м, обертається в горизонтальній площині, здійснюючи 30 об/хв. Визначити кут, який утворює канат із вертикаллю, і силу його натягу? (78°; 0,49 кН)

**1-54.** У скільки разів горизонтальна сила, що діє на частинку молока в сепараторі, більша від її сили тяжіння? Частота обертання молока в сепараторі навколо власної осі дорівнює 10 об/с? (у 24,1 раза)

**1-55.** На горизонтальній круглій платформі, що обертається навколо вертикальної осі, на відстані 50 см від осі лежить вантаж. Ко-



ефіцієнт тертя між вантажем і платформою 0,05. Визначити частоту обертання платформи, коли вантаж почне зісковзувати. ( $n > 0,16$  об/с)

**1-56.** Диск обертається в горизонтальній площині з частотою 30 об/хв. На відстані 20 см від осі обертання на диску лежить тіло масою 1 кг. Яким має бути коефіцієнт тертя, щоб тіло не зісковзнуло з диска? (0,2)

**1-57.** Кулька масою 50 г висить на гумовому шнурі та обертається в горизонтальній площині з частотою 180 об/хв. На скільки розтягується шнур під час обертання, якщо під дією сили 9,8 Н шнур розтягується на 1 см? Довжина нерозтягнутого шнура дорівнює 30 см. (0,55 см)

**1-58.** До стелі вагона на нитці підвішено кульку. Вагон виконує поворот радіусом 98 м. Визначити швидкість вагона, якщо кулька відхиляється від вертикалі на кут  $45^\circ$ ? Визначити силу натягу нитки, якщо маса кульки 10 кг (31,1 м/с; 137 Н)

**1-59.** Велосипедист має проїхати по «чортовому колесу» радіусом 8 м. З якої найменшої висоти він має почати рух, щоб не впасти у верхній точці «колеса»? ( $h = 20$  м)

**Д-2.1. Теоретичні відомості**

Ньютон установив **закон всесвітнього тяжіння**: будь-які два точкові тіла масами  $m_1$  і  $m_2$  притягуються одне до одного із силою, пропорційною до добутку їхніх мас і обернено пропорційною до квадрата відстані  $r$  між ними:

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2},$$

де  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2}$  — гравітаційна стала, яка визначається експериментально.

Ці сили називаються **силами гравітації**. Закон всесвітнього тяжіння виконується для точкових тіл або великих тіл, які мають форму кулі. Тоді  $r$  — це відстань між центрами куль. Сили гравітації завжди являють собою сили притягання. Вони діють між усіма тілами, що мають масу. Якщо тіло масою  $m_1$  притягує тіло масою  $m_2$ , то й тіло масою  $m_2$  притягує з такою самою силою тіло масою  $m_1$ .

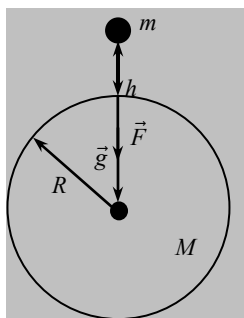


Рис. Д-2.1

Тобто під час гравітаційної взаємодії обидва тіла діють одне на одне з однаковими за модулем і протилежними за напрямом силами. Сили гравітації, які діють між земними тілами, мають дуже мале значення, оскільки маси цих тіл зазвичай невеликі. Проте саме силами гравітації зумовлюється рух космічних тіл, оскільки останні мають величезні маси.

На підставі закону всесвітнього тяжіння можна пояснити закони вільного падіння тіл і зрозуміти, чому саме прискорення вільного падіння дорівнює в середньому  $9,81 \text{ м/с}^2$ . Вважатимемо Землю правильною кулею радіуса  $R$  і масою  $M$ . Нехай на висоті  $h$  від поверхні Землі у стані спокою міститься тіло масою  $m$  (рис. Д-2.1).

За законом всесвітнього тяжіння з боку Землі на це тіло діє сила гравітації. До речі, тіло масою  $m$  з такою самою за модулем силою притягує Землю. Ми знаємо, що за другим законом Ньютона сила завжди надає тілу прискорення. Отже, це тіло буде рухатися до поверхні Землі з прискоренням, тобто вільно падати. Визначимо це прискорення, скориставшись рівністю

$$\vec{F} = m\vec{a},$$

або

$$G \frac{Mm}{(R+h)^2} = ma.$$

Тоді прискорення, з яким рухається тіло, визначається так:

$$a = G \frac{M}{(R+h)^2}.$$

Якщо висота набагато менша за радіус Землі ( $h \ll R$ ), то її значенням можна знехтувати, і тоді прискорення визначається за формулою

$$a = G \frac{M}{R^2}.$$

Ми бачимо, що модуль цього прискорення залежить тільки від **характеристик Землі і значення всесвітньої сталої, тобто таке прискорення не залежить від властивостей тіла, яке падає**. Саме тому це прискорення позначили **окремою літерою  $g$** . Однак це звичайнісіньке прискорення. Тільки тому, що його створює сила гравітації, воно отримало такі переваги, як окрему літеру  $g$ , і в умовах Землі має стале значення:

$$g_0 = G \frac{M}{R^2} = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{5,98 \cdot 10^{24}}{(6,37 \cdot 10^6)^2} = 9,8299 \text{ м/с}^2.$$

Проте поглиблене вивчення цього питання показує, що все ж таки прискорення вільного падіння не зовсім стале. **По-перше**, воно залежить від висоти, з якої тіло починає падати. Наприклад, якщо тіло падає з деякої висоти на поверхню гори, яка сама має висоту 1000 м над поверхнею Землі, прискорення вільного падіння буде меншим за  $9,8299 \text{ м/с}^2$ . Покажемо це. Таку висоту гори не можна вважати набагато меншою за радіус Землі, а тому

$$g_h = G \frac{M}{(R+h)^2} = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{5,98 \cdot 10^{24}}{(6,37 \cdot 10^6 + 1000)^2} = 9,8268 \text{ м/с}^2.$$

Отже, прискорення вільного падіння на висоті  $h$  можна визначити так:

$$g_h = g_0 \frac{R^2}{(R+h)^2}.$$

**По-друге**, прискорення вільного падіння залежить і від широти місцевості на поверхні Землі. **По-третє**, потрібно врахувати ще й те, що Земля не є правильною кулею — вона стиснута з полюсів. Тобто Земля — це еліпс, радіус якого на полюсі менший за радіус на екваторі. Тому для звичайних розрахунків беруть середнє значення прискорення вільного падіння  $9,81 \text{ м/с}^2$ .

Ми знаємо, що зміна пір року на Землі спричинена тим, що Земля обертається навколо Сонця. Однак Земля обертається ще й навколо власної осі, тому існують день і ніч. І саме внаслідок обертання Землі навколо власної осі прискорення вільного падіння залежить від широти місцевості на Землі.

Нехай тіло масою  $m = 1 \text{ кг}$  перебуває в точці земної поверхні, яка задається кутом  $\varphi$  (рис. Д-2.2). Цей кут називається **широтою місцевості**. На тіло діє сила гравітації  $\vec{F}$  і сила реакції опори  $\vec{N}$ , напрямлена під деяким кутом до сили гравітації  $\vec{F}$ . Сила реакції опори  $\vec{N}$  врівноважує складову сили гравітації  $\vec{F}_T$ , яка називається **силою тяжіння**. Сила гравітації завжди напрямлена по радіусу до центра Землі, сила тяжіння — вертикально вниз в даному місці Землі. Бачимо, що сила тяжіння скрізь, **окрім полюсів і екватора**, напрямлена під деяким кутом  $\alpha$  до радіуса Землі і, відповідно, до сили гравітації:

$$F_T = F \cos \alpha.$$

Власне кажучи, у тому самому місці Землі кут  $\alpha$  дуже малий, тому модуль сили гравітації і модуль сили тяжіння відрізняються один від одного дуже мало (косинус  $\alpha \approx 0$  наближено дорівнює одиниці). Отже, можна вважати, що модулі цих сил однакові:

$$F = F_T = G \frac{Mm}{R^2}.$$

Оскільки прискорення вільного падіння

$$g_0 = G \frac{M}{R^2},$$

то можна записати:

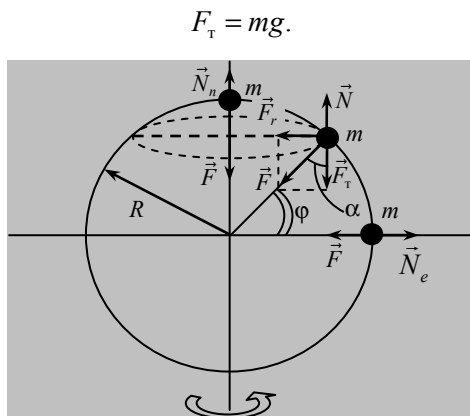


Рис. Д-2.2

Отже, Земля обертається навколо власної осі. Відповідно, і тіло масою  $m$  також обертається навколо земної осі, а радіус кола, по якому воно обертається, визначається так:

$$r = R \cos \varphi.$$

Рівнодійна  $\vec{F}_r$  сил гравітації і реакції опори надає тілу доцентрового прискорення:

$$F_r = ma_{\text{доц}},$$

або

$$F_r = m\omega^2 r = m\omega^2 R \cos \varphi,$$

де  $\omega$  — кутова швидкість обертання Землі навколо власної осі.

До того ж вектор сили тяжіння  $\vec{F}_T$  (див. рис. Д-2.2) дорівнює векторній сумі сили гравітації  $\vec{F}$  та сили  $\vec{F}_r$ . Тоді модуль сили тяжіння можна визначити так:

$$F_{T\varphi} = \sqrt{F^2 + F_r^2 - 2FF_r \cos \varphi}.$$

Тобто сила тяжіння залежить від широти місцевості  $\varphi$ . Тому і прискорення вільного падіння залежить від широти місцевості  $\varphi$ .

На полюсі Землі ( $r=0$ ) сила тяжіння дорівнює силі гравітації, оскільки сила  $F_r=0$ . Тоді прискорення вільного падіння визначається так:

$$g_{\text{п}} = \frac{F}{m} = 9,83 \text{ м/с}^2.$$

На екваторі Землі за другим законом Ньютона запишемо:

$$F - N_{\text{е}} = mR \frac{4\pi^2}{T^2},$$

де  $T$  — період обертання Землі навколо власної осі, тобто тривалість доби на Землі.

Оскільки  $F_{\text{т}} = N_{\text{е}}$ , то

$$F_{\text{т}} = F - mR^2 \frac{4\pi^2}{T^2}.$$

Тоді прискорення вільного падіння на екваторі:

$$g_{\text{е}} = \frac{F_{\text{тe}}}{m} = 9,78 \text{ м/с}^2.$$

На широті  $\varphi = 60^\circ$  прискорення вільного падіння має таке значення:

$$g_{\varphi} = \frac{F_{\text{т}\varphi}}{m} = \frac{\sqrt{F^2 + F_r^2 - 2FF_r \cos \varphi}}{m} = 9,82 \text{ м/с}^2.$$

Отже, прискорення вільного падіння на *полюсі максимальне*, а на *екваторі Землі мінімальне*. Середнє значення прискорення вільного падіння  $9,81 \text{ м/с}^2$ , яке ми зазвичай використовуємо в розрахунках, обчислено на основі з цих трьох значень.

Саме тому, що на Землі діє сила гравітації, усі тіла мають вагу. **Вага тіла** — це сила, з якою тіло діє на опору або підвіс. Якщо опора або підвіс перебувають у стані спокою чи рухаються рівномірно і прямолінійно відносно Землі, вага тіла дорівнює силі тяжіння:

$$P = mg.$$

А якщо опора або підвіс рухаються з прискоренням, то вага тіла не дорівнює силі тяжіння.

Нехай тіло масою  $m$  рухається з прискоренням разом з опорою вертикально вгору (рис. Д-2.3). На тіло діють сили тяжіння і реакції опори. Другий закон Ньютона в проекції на вісь  $y$  можна записати так:

$$N_1 - mg = ma.$$

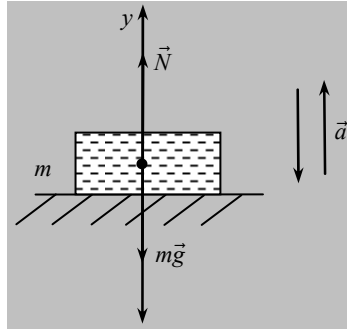


Рис. Д-2.3

Сила реакції опори

$$N_1 = m(g + a).$$

Як відомо, вага тіла — це сила, з якою тіло діє на опору. Тоді модуль сили реакції опори дорівнює модулю сили ваги:

$$P_1 = N_1 = m(g + a).$$

Отже, якщо тіло з опорою прискорено рухається **вгору**, то його вага більша за силу тяжіння:

$$P_1 > P, \text{ або } P_1 > mg.$$

Збільшення ваги тіла під час його руху з прискоренням називається **перевантаженням**:

$$n = \frac{P_1}{P}.$$

Тепер нехай тіло масою  $m$  рухається разом з опорою прискорено вертикально вниз (рис. Д-2.4).

Другий закон Ньютона у проекції на вісь  $y$  можна записати так:

$$N_2 - mg = -ma.$$

Сила реакції опори

$$N_2 = m(g - a).$$

Тоді модуль сили ваги

$$P_2 = N_2 = m(g - a).$$

Отже, якщо тіло з опорою прискорено рухається **вниз**, то його вага менша від сили тяжіння:

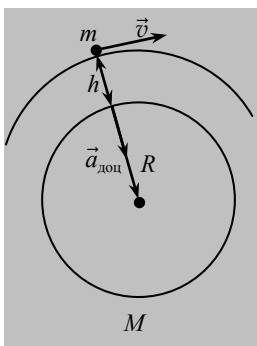
$$P_2 < P, \text{ або } P_2 < mg.$$

Якщо вага тіла зменшується, то перевантаження називається **від'ємним**. Дуже велике перевантаження, наприклад, діє на космонавта під час старту космічного корабля. Людина легше переносить перевантаження в горизонтальному положенні, тому крісло космонавта при старті переводять саме в таке положення. До речі, невелике перевантаження ми відчуваємо при зльоті літака.

Якщо опора разом із тілом **вільно падає**, тобто  $a = g$ , то вага тіла взагалі дорівнює нулю:

$$P = 0.$$

Такий стан називається **невагомістю**.



Ми вже знаємо, що тіло, підняте над Землею на деяку висоту, зазвичай повертається на її поверхню. Проте можна надати тілу такої швидкості, що воно не впаде на Землю, а рухатиметься по коловій орбіті навколо Землі. Кажуть, що тіло стає **штучним супутником Землі**. Нехай тіло масою  $m$  рухається навколо Землі по колу зі швидкістю  $\vec{v}$  (рис. Д-2.4). Висота траєкторії над поверхнею Землі дорівнює  $h$ . На це тіло діє сила гравітації, яка за другим законом Ньютона спричинює доцентрове прискорення:

Рис. Д-2.4

$$F = ma_{\text{доц}},$$

або

$$G \frac{Mm}{(R+h)^2} = m \frac{v^2}{(R+h)}.$$

Швидкість визначимо так:

$$v = \sqrt{G \frac{M}{(R+h)}}.$$

Вважаючи, що висота траєкторії набагато менша за радіус Землі ( $h \ll R$ ), маємо:



$$v_1 = \sqrt{G \frac{M}{R}} = 7,9 \text{ км/с.}$$

Ця швидкість називається першою космічною швидкістю. **Перша космічна швидкість** — це така швидкість, коли тіло, що перебуває біля поверхні Землі, за відсутності сил опору стає штучним супутником Землі. Ця швидкість ще називається **коловою**, оскільки тіло рухається по коловій траєкторії.

**Друга космічна швидкість** — це така швидкість, коли тіло може повністю подолати притягання Землі і вирватися в космічний простір:

$$v_2 = \sqrt{2gR} = 11,2 \text{ км/с.}$$

**Третя космічна швидкість** — це така найменша швидкість, за якої космічний апарат може подолати притягання Сонця і залишити Сонячну систему. Вона дорівнює  $v_3 = 16,7 \text{ км/с}$ .

### **Д-2.2. Завдання для поточного тестування**

1. Дописати формулювання закону всесвітнього тяжіння: *будь-які два ..... тіла масами  $m_1$  і  $m_2$  ..... одне до одного із силою, пропорційною до ..... і обернено пропорційною до ..... між ними.*

2. Сили гравітації діють між тілами:

1) будь-якої форми; 2) круглими; 3) точковими.

3. Чи правильне таке висловлювання? *У законі всесвітнього тяжіння йдеться про те, що сила, з якою перше тіло притягує друге, дорівнює за модулем силі, з якою друге тіло притягує перше.*

1) Ні; 2) так; 3) не знаю.

4. Чи правильне таке висловлювання? *У законі всесвітнього тяжіння йдеться про те, що напрями сил, з якими тіла притягуються одне до одного, протилежні.*

1) Ні; 2) так; 3) не знаю.

5. Сила гравітації визначається так:

1)  $G \frac{M}{(R+h)^2}$ ; 2)  $G \frac{m_1 m_2}{r^2}$ ; 3)  $g_0 \frac{R^2}{(R+h)^2}$ ; 4)  $mg$ ; 5)  $\mu N$ .

6. Сила тяжіння визначається так:

1)  $G \frac{M}{(R+h)^2}$ ; 2)  $G \frac{m_1 m_2}{r^2}$ ; 3)  $g_0 \frac{R^2}{(R+h)^2}$ ; 4)  $mg$ ; 5)  $\mu N$ .

7. Яке з висловлювань правильне? Прискорення вільного падіння залежить:

1) від широти місцевості; 2) висоти над поверхнею Землі; 3) радіуса Землі; 4) маси тіла.

8. Прискорення вільного падіння біля поверхні Землі визначається так:

1)  $G \frac{M}{(R+h)^2}$ ; 2)  $G \frac{M}{R^2}$ ; 3)  $g_0 \frac{R^2}{(R+h)^2}$ .

9. Прискорення вільного падіння на висоті над поверхнею Землі визначається так:

1)  $G \frac{M}{(R+h)^2}$ ; 2)  $G \frac{M}{R^2}$ ; 3)  $g_0 \frac{R^2}{(R+h)^2}$ .

10. Дописати формулювання: вага тіла — це сила, з якою тіло ..... або .....

11. Залежність ваги тіла від широти місцевості можна визначити за допомогою терезів:

1) важільних; 2) пружинних; 3) визначити не можна.

12. Вага тіла з опорою або на підвісі, яке перебуває у стані спокою чи рухається рівномірно і прямолінійно відносно Землі, така:

1)  $P > mg$ ; 2)  $P = mg$ ; 3)  $P < mg$ ; 4)  $P = 0$ .

13. Вага тіла з опорою або на підвісі, яке рухається прискорено вертикально вгору, така:

1)  $P > mg$ ; 2)  $P = mg$ ; 3)  $P < mg$ ; 4)  $P = 0$ .

14. Вага тіла з опорою або на підвісі, яке рухається прискорено вертикально вниз, така:

1)  $P > mg$ ; 2)  $P = mg$ ; 3)  $P < mg$ ; 4)  $P = 0$ .

15. Вага тіла з опорою або на підвісі, яке рухається вертикально вниз із прискоренням  $g$ , така:

- 1)  $P > mg$ ; 2)  $P = mg$ ; 3)  $P < mg$ ; 4)  $P = 0$ .

**16.** Перевантаження — це такий стан, коли вага тіла:

- 1) зменшується; 2) збільшується; 3) дорівнює нулю.

**17.** Від'ємне перевантаження — це такий стан, коли вага тіла:

- 1) зменшується; 2) збільшується; 3) дорівнює нулю.

**18.** Невагомість — це такий стан, коли вага тіла:

- 1) зменшується; 2) збільшується; 3) дорівнює нулю.

**19.** Дописати висловлювання: *Перша космічна швидкість — це така швидкість, коли тіло, що перебуває....., за відсутності ..... стає .....*

**20.** Перша космічна швидкість визначається так:

- 1)  $\sqrt{2gR}$ ; 2)  $\sqrt{G\frac{M}{R}}$ ; 3)  $gt$ .

**21.** Дописати висловлювання: *Друга космічна швидкість — це така швидкість, коли тіло може повністю ..... і вирватися в .....*

**22.** Друга космічна швидкість визначається так:

- 1)  $\sqrt{2gR}$ ; 2)  $\sqrt{G\frac{M}{R}}$ ; 3)  $gt$ .

**23.** Дописати висловлювання: *Третя космічна швидкість — це така найменша швидкість, за якої космічний апарат може ..... і покинути .....*

**24.** Чому дорівнює прискорення вільного падіння на висоті 0,5  $R$  над поверхнею Землі.

- 1) 4,0 м/с<sup>2</sup>; 2) 4,4 м/с<sup>2</sup>; 3) 5 м/с<sup>2</sup>; 4) 5,5 м/с<sup>2</sup>; 5) інша відповідь.

**25.** У стані невагомості:

- 1) на тіло не діють ніякі сили; 2) сила тяжіння дорівнює нулю; 3) маса тіла дорівнює нулю; 4) вага тіла дорівнює нулю; 5) правильної відповіді немає.

**26.** Сила гравітаційної взаємодії між двома кулями, що перебувають на відстані  $r$  одна від одної і мають масу 1 кг кожна, дорівнює

*F*. Визначити силу гравітаційної взаємодії між двома кулями масою 3 і 4 кг, що містяться на такій самій відстані  $r$  одне від одного.

1)  $1 F$ ; 2)  $7 F$ ; 3)  $12 F$ ; 4)  $49 F$ ; 5)  $144 F$ .

27. У скільки разів зміниться сила притягання до Землі тіла масою 1 кг при його піднятті на висоту  $2r$  над поверхнею Землі?

1) Збільшиться в 3 рази; 2) зменшиться в 3 рази; 3) зменшиться в 9 раз; 4) зменшиться в 4 рази; 5) зменшиться в  $\sqrt{3}$  раз.

### *Д-2.3. Висновки з теми*

1. Згідно із законом всесвітнього тяжіння сила, з якою перше тіло притягує друге, дорівнює за модулем силі, з якою друге тіло притягує перше. Напрями цих сил протилежні.

2. Сила тяжіння завжди напрямлена вертикально вниз у даному місці Землі.

3. Сила реакції опори завжди напрямлена вздовж прямої, яка перпендикулярна до поверхні в точці дотику тіла до поверхні.

4. Прискорення вільного падіння залежить від висоти над поверхнею Землі та від широти місцевості.

5. Вага тіла за модулем дорівнює силі тяжіння, якщо тіло разом з опорою або підвісом не рухається відносно Землі або рухається рівномірно.

6. Вага тіла не дорівнює за модулем силі тяжіння, якщо тіло разом з опорою або підвісом рухається відносно Землі з прискоренням.

7. Невагомість — це стан, коли опора разом із тілом рухається з прискоренням, яке дорівнює прискоренню вільного падіння. При цьому вага тіла дорівнює нулю.

8. Залежність ваги тіла від широти місцевості можна визначити за допомогою пружинних терезів, а не за допомогою важільних. Оскільки пружинні терези показують саме вагу тіла.

9. На важільних терезах порівнюється вага тіла з вагою гир. Результат зважування буде однаковим, оскільки зміниться не тільки вага тіла, а й вага гир, а терези залишаться в рівновазі.

### *Д-2.4. Приклади розв'язування задач*

**Задача 1.** На яку висоту від поверхні Землі піднявся космічний корабель, якщо прилади зафіксували зменшення прискорення вільного падіння до  $4,9 \text{ м/с}^2$ ?

**Дано:**

$$g = 4,9 \text{ м/с}^2$$

$$h = ?$$

**Розв'язання**

На висоті  $h$  прискорення вільного падіння визначається за формулою

$$g_h = g_0 \frac{R^2}{(R + h)^2}.$$

Звідси знаходимо висоту

$$h = R_3 \left( \sqrt{\frac{g_0}{g}} - 1 \right).$$

Виконуємо обчислення:

$$h = 6,4 \cdot 10^6 \left( \sqrt{\frac{9,8}{4,9}} - 1 \right) = 2,56 \cdot 10^6 \text{ м.}$$

**Відповідь.** Космічний корабель піднявся на висоту  $2,56 \cdot 10^6$  м від поверхні Землі.

**Задача 2.** Якої тривалості має бути доба на Землі, щоб тіла на екваторі перебували в стані невагомості?

**Дано:**

$$P = 0;$$

$$g = 9,8 \text{ м/с}^2$$

$$T = ?$$

**Розв'язання**

На тіло, яке перебуває на екваторі, діють сили гравітації і сила реакції опори (рис. 1). Земля обертається навколо власної осі.

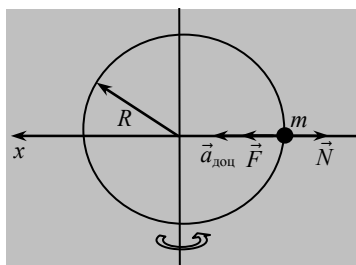


Рис. 1

Рівнодійна цих сил спричинює прискорення, з яким тіло обертається навколо земної осі по колу радіуса, що дорівнює радіусу Землі. Запишемо другий закон Ньютона у проєкціях на вісь  $x$ :

$$F - N = ma_{\text{доц}},$$

або

$$N = P = F - ma_{\text{доц}}.$$

За умовою задачі тіло невагоме, тобто  $P = 0$ . Тоді

$$G \frac{Mm}{R^2} - m \frac{4\pi^2 R}{T^2} = 0,$$

або

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{R}{g}}.$$

Перевіримо одиницю величини:

$$[T] = \left[ \sqrt{\frac{\text{м} \cdot \text{с}^2}{\text{м}}} \right] = [\text{с}].$$

Виконуємо обчислення:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{R}{g}} = 2 \cdot 3,14 \sqrt{\frac{6400 \cdot 10^3}{10}} = 5024 \text{ с, або } T = 84 \text{ хв.}$$

**Відповідь.** Доба на Землі має тривати 84 хв.

**Задача 3.** Чому з огляду на високі вимоги до міцності мости будують або горизонтальної, або опуклої форми, але, ніколи і не будують угнутих мостів?

### *Розв'язання*

Нехай автомобіль рухається з прискоренням по горизонтальному мосту (рис. 2, а).

На міст діють сили тяжіння  $m\vec{g}$  і реакції мосту  $\vec{N}_1$ . Запишемо другий закон Ньютона у проєкціях на вісь  $y$ :  $N_1 - mg = 0$ .

Отже,

$$N_1 = mg.$$

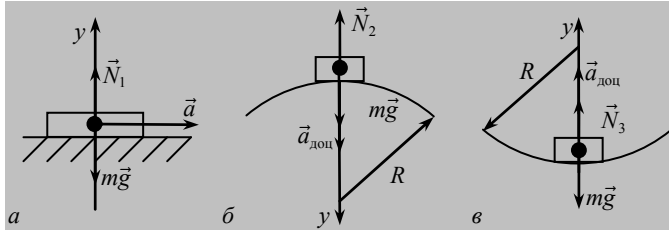


Рис. 2

Модуль сили ваги автомобіля дорівнює модулю сили реакції мосту:

$$P_1 = mg.$$

Тепер розглянемо рух того самого автомобіля по опуклому мосту.

Нехай він перебуває у верхній точці мосту (рис. 2, б). На автомобіль діють ті самі сили, але він рухається з доцентровим прискоренням, яке спричинює рівнодійна сил тяжіння  $m\vec{g}$  і реакції мосту  $\vec{N}_2$ .

Запишемо другий закон Ньютона у проекціях на вісь  $y$ :

$$mg - N_2 = ma_{\text{доц}},$$

або

$$N_2 = m(g - a_{\text{доц}}) = m\left(g - \frac{v^2}{R}\right),$$

де  $R$  — радіус кривини моста;  $v$  — швидкість автомобіля.

Тоді модуль сили ваги автомобіля такий:

$$P_2 = N_2 = m\left(g - \frac{v^2}{R}\right).$$

Розглянемо рух того самого автомобіля по вгнутому мосту (рис. 2, в).

Запишемо другий закон Ньютона у проекції на вісь  $y$ :

$$N_3 - mg = ma_{\text{доц}},$$

або

$$N_3 = m(g + a_{\text{доц}}) = m\left(g + \frac{v^2}{R}\right).$$

Маємо, що вага  $P_2$  автомобіля під час руху по опуклому мосту найменша, тобто

$$P_2 < P_1;$$

$$P_2 < P_3;$$

$$P_3 > P_1.$$

**Відповідь.** Навантаження на опуклий міст під час руху автомобіля буде найменшим. Саме тому зазвичай будують горизонтальні чи опуклі мости і ніколи не будують угнутих. До речі вигідніше будувати опуклі мости, ніж горизонтальні.

**Задача 4.** Автомобіль масою 9 т рухається зі сталою швидкістю 72 км/год. З якою силою тисне автомобіль на середину мосту:  
а) горизонтального; б) опуклого, радіус кривини якого 400 м;  
в) угнутого з тим самим радіусом кривини?

**Дано:**

$$m = 9 \text{ т} = 9 \cdot 10^3 \text{ кг};$$

$$v = 72 \text{ км/год} = 20 \text{ м/с};$$

$$R = 400 \text{ м}$$

$$N_1 = ? \quad N_2 = ? \quad N_3 = ?$$

**Розв'язання**

а) На автомобіль діють сила тяжіння  $m\vec{g}$  і сила реакції  $\vec{N}$  мосту (рис. 3, а).

Запишемо другий закон Ньютона у векторній формі:

$$m\vec{g} + \vec{N}_1 = 0.$$

У проекціях на вісь  $y$ :  $N_1 = mg$ .

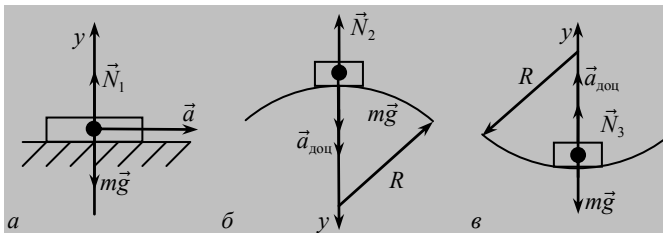


Рис. 3

б) Під час руху по опуклому мосту у верхній його точці на автомобіль діють ті самі сили, і він рухається з доцентровим прискоренням, яке спричинює рівнодійна сил тяжіння  $m\vec{g}$  і реакції мосту  $\vec{N}_2$  (рис. 3, б). Запишемо другий закон Ньютона у векторній формі:

$$m\vec{a}_{\text{доц}} = m\vec{g} + \vec{N}_2.$$

У проекціях на вісь  $y$ :



$$mg - N_2 = ma_{\text{доц}},$$

або

$$N_2 = m(g - a_{\text{доц}}) = m \left( g - \frac{v^2}{R} \right).$$

в) Під час руху по вгнутому мосту (рис. 3, в) аналогічно запишемо другий закон Ньютона у векторній формі:

$$m\vec{a}_{\text{доц}} = m\vec{g} + \vec{N}_3.$$

У проекціях на вісь у:

$$N_3 - mg = ma_{\text{доц}},$$

або

$$N_3 = m(g + a_{\text{доц}}) = m \left( g + \frac{v^2}{R} \right).$$

Виконуємо обчислення:

$$N_1 = 9 \cdot 10^3 \cdot 9,8 = 88,2 \cdot 10^3 \text{ Н};$$

$$N_2 = 9 \cdot 10^3 \cdot \left( 9,8 - \frac{20^2}{400} \right) = 79,2 \cdot 10^3 \text{ Н};$$

$$N_3 = 9 \cdot 10^3 \cdot \left( \frac{20^2}{400} + 9,8 \right) = 97,2 \cdot 10^3 \text{ Н}.$$

**Відповідь.** Автомобіль тисне на середину мосту такими силами:  $88,2 \cdot 10^3 \text{ Н}$ ;  $79,2 \cdot 10^3 \text{ Н}$ ;  $97,2 \cdot 10^3 \text{ Н}$ .

**Задача 5.** Яке перевантаження відчуває під час старту космонавт у космічному кораблі на самому початку польоту, якщо корабель піднімається вертикально вгору зі сталим прискоренням і за 4 с набуває швидкості 237 м/с?

**Дано:**

$$v = 237 \text{ м/с};$$

$$t = 4 \text{ с};$$

$$R_3 = 6400 \cdot 10^3 \text{ м}$$

$$n - ?$$

**Розв'язання**

На космонавта під час старту космічного корабля діють сили тяжіння  $m\vec{g}$  та реакції  $\vec{N}$  сидіння (рис. 4).

Запишемо другий закон Ньютона у проєкціях на вісь  $y$ :

$$N - mg = ma.$$

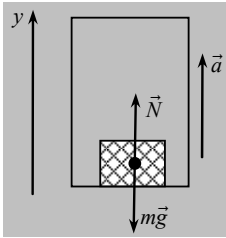


Рис. 4

Сила, з якою діє космонавт на сидіння під час старту корабля, дорівнює його вазі в цей момент:

$$N = P,$$

або

$$P = m(g + a).$$

Вага космонавта перед стартом на Землі:

$$P_0 = mg.$$

Перевантаження, що його зазнає космонавт під час старту, визначається за формулою

$$n = \frac{P}{P_0},$$

або

$$n = 1 + \frac{a}{g}.$$

Прискорення космічного корабля можна визначити так:

$$a = \frac{v}{t}.$$

Після перетворень дістаємо:

$$n = 1 + \frac{v}{gt}.$$

Виконуємо обчислення:

$$n = 1 + \frac{237}{9,8 \cdot 4} = 7.$$

**Відповідь.** Під час старту космічного корабля перевантаження дорівнює 7.

**Задача 6.** Штучний супутник обертається на висоті 774 км над поверхнею Землі. Визначити масу Землі, якщо період обертання штучного супутника по коловій орбіті дорівнює 102,2 хв. Землю вважати кулею радіуса 6400 км.

**Дано:**

$$T = 102,2 \text{ хв} = 6132 \text{ с};$$
$$h = 774 \text{ км} = 774 \cdot 10^3 \text{ м};$$
$$R_3 = 6400 \text{ км} = 6400 \cdot 10^3 \text{ м}$$

$M$  — ?

**Розв'язання**

Штучний супутник обертається навколо Землі під дією сили гравітації (рис. 5).

За другим законом Ньютона сила гравітації надає супутнику нормально-го прискорення

$$F = ma_n,$$

або

$$G \frac{Mm}{(h + R_3)^2} = m\omega^2 (h + R_3).$$

Після перетворень маса Землі визначається за формулою

$$M = \frac{4\pi^2 (h + R_3)^3}{GT^2}.$$

Перевіримо одиницю величини:

$$[M] = \left[ \frac{\text{м}^3 \cdot \text{кг}^2}{\text{Н} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{с}^2} \right] = \left[ \frac{\text{м}^3 \cdot \text{кг}^2 \cdot \text{с}^2}{\text{кг} \cdot \text{м}^3 \cdot \text{с}^2} \right] = [\text{кг}].$$

Виконуємо обчислення:

$$M = \frac{4 \cdot 3,14^2 (774 \cdot 10^3 + 6400 \cdot 10^3)^3}{6,67 \cdot 10^{-11} 6132^2} = 5,82 \cdot 10^{24} \text{ кг}.$$

**Відповідь.** Маса Землі дорівнює  $5,82 \cdot 10^{24}$  кг.

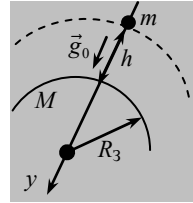


Рис. 5

**Задача 7.** Літак, який летить зі швидкістю 360 км/год, виконує «петлю Нестерова». Визначити її радіус, якщо в нижній точці петлі пілот зазнає п'ятикратного перевантаження.

**Дано:**

$$v = 360 \text{ км/год} = 100 \text{ м/с};$$
$$\frac{P}{P_0} = 5$$

$R$  — ?

**Розв'язання**

На пілота діє сила тяжіння  $m\vec{g}$  і сила реакції сидіння  $\vec{N}$  (рис. 6).

Запишемо другий закон Ньютона у векторній формі:

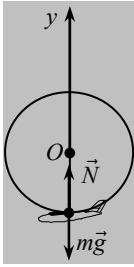


Рис. 6

$$m\vec{a}_{\text{доц}} = m\vec{g} + \vec{N}_3.$$

Напрямок осі  $y$  виберемо так, як показано на рис. 6. Запишемо другий закон Ньютона у проєкціях на вісь  $y$ :

$$N - mg = ma_{\text{доц}}.$$

Вага пілота дорівнює силі реакції сидіння, тобто

$$P = N = mg + ma_{\text{доц}}.$$

Вага пілота на Землі до зльоту дорівнює силі тяжіння:

$$P_0 = mg.$$

Тоді

$$P = P_0 + ma_{\text{доц}}.$$

Поділивши ліву і праву частини останньої рівності на  $P_0$ , дістанемо:

$$\frac{P}{P_0} = 1 + \frac{a_{\text{доц}}}{g}.$$

Після перетворень дістанемо формулу для визначення радіуса «петлі Нестерова»:

$$R = \frac{v^2}{4g}.$$

Перевіримо одиницю величини:

$$[R] = \left[ \frac{\text{м}^2/\text{с}^2}{\text{м}/\text{с}^2} \right] = [\text{м}].$$

Виконуємо обчислення:

$$R = \frac{100^2}{4 \cdot 9,8} = 250 \text{ м}.$$

**Відповідь.** Радіус «петлі Нестерова» дорівнює 250 м.

### Д-2.5. Задачі для аудиторного розв'язування

**2-1.** У 1970 р. радянський космічний апарат «Лунохід-1» масою 50 кг досяг поверхні Місяця. Визначити силу тяжіння, яка діє на апарат на поверхні Землі та на поверхні Місяця. (490 кН; 81 кН)

**2-2.** На скільки зменшується сила тяжіння, що діє на літак Ту-154 масою 90 т, під час польоту на висоті 11 км, де прискорення вільного падіння дорівнює  $9,77 \text{ м/с}^2$ ? Прискорення вільного падіння на поверхні Землі вважати  $9,81 \text{ м/с}^2$ . (на 3,6 кН)

**2-3.** Космічна ракета під час старту з поверхні Землі рухається вертикально з прискоренням  $20 \text{ м/с}^2$ . Визначити вагу космонавта під час старту, якщо його маса дорівнює 80 кг. (2,4 кН)

**2-4.** Визначити швидкість руху та період обертання Місяця навколо Землі. Вважати, що Місяць рухається по коловій орбіті радіуса 384 000 км. (1000 м/с; 27,9 діб)

**2-5.** Сила притягання між двома кулями дорівнює 0,0001 Н. Яка маса однієї з куль, якщо відстань між їхніми центрами 1 м, а маса другої кулі 100 кг? ( $1,5 \cdot 10^4$  кг)

**2-6.** Висота супутника над поверхнею Землі становить  $1,7 \cdot 10^3$  км. Визначити його швидкість і період обертання. Радіус Землі дорівнює  $6,4 \cdot 10^6$  м. ( $7 \cdot 10^3$  м/с;  $7,2 \cdot 10^3$  с)

**2-7.** Літак описує «петлю Нестерова». Радіус петлі 200 м. Швидкість літака 280,8 км/год. Маса пілота 70 кг. Визначити вагу пілота у верхній і нижній точках петлі. (1435 Н; 2807 Н)

**2-8.** Автомобіль, маса якого 1000 кг, рухається по опуклому мосту, радіус кривини якого 50 м, зі швидкістю 36 км/год. З якою силою автомобіль тисне на середину мосту? (7800 Н)

**2-9.** Автомобіль масою 2000 кг рухається зі швидкістю 36 км/год по вгнутому мосту, радіус кривини якого 100 м. З якою силою тисне автомобіль на середину мосту? (21 600 Н)

### *Д-2.6. Задачі для самостійного розв'язування*

**2-10.** Якого прискорення має набути космічний корабель у міжпланетному просторі від реактивних двигунів, щоб вага космонавта дорівнювала 720 Н? Маса космонавта 75 кг. ( $9,6 \text{ м/с}^2$ )

**2-11.** Визначити перевантаження, якого зазнає космонавт під час вертикального підйому ракети з прискоренням  $35 \text{ м/с}^2$ . Маса космонавта 75 кг. (4,6 раз)

**2-12.** В якій точці прямої, що сполучає центри Місяця і Землі, тіло притягується Місяцем і Землею з однаковою силою? Вважати, що відстань від Землі до Місяця дорівнює 60 земним радіусам, а маса Місяця у 81 раз менша від маси Землі. (6 R Землі від центра Місяця)

**2-13.** Космічний корабель став супутником невідомої планети. Рухаючись біля її поверхні по коловій орбіті, він, маючи швидкість 9 км/с, облетів планету за 2 год. Визначити масу і густину речовини планети. ( $1,3 \cdot 10^{25}$  кг;  $2700 \text{ кг/м}^3$ )

**2-14.** Визначити швидкість, яку повинен мати штучний супутник Місяця, щоб обертатися по коловій орбіті біля його поверхні? Маса Місяця  $7,35 \cdot 10^{19}$  т, його діаметр  $3,47 \cdot 10^3$  км. ( $1,68 \cdot 10^3$  м/с)

**2-15.** На екваторі деякої планети тіла важать удвічі менше, ніж на полюсі. Густина речовини планети  $3 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>. Визначити період обертання планети навколо власної осі. (162 хв)

**2-16.** Під час підготовки космонавтів застосовують тренування на центрифугі. Визначити частоту обертання центрифуги радіуса 6 м, якщо космонавт масою 70 кг тисне на спинку сидіння в горизонтальному положенні із силою 7 кН. (0,65 об/с)

**2-17.** Під час пікірування швидкість бомбардувальника досягає  $1,8 \cdot 10^3$  км/год. Визначити, якого максимального перевантаження зазначає в нижній точці кола пілот масою 80 кг під час виведення бомбардувальника з піке, якщо радіус дуги кола дорівнює 3,8 км? (6 кН; 7,7)

**2-18.** Літак, який летить зі швидкістю 540 км/год, описує «петлю Нестерова» радіуса 250 м. Визначити вагу пілота перевантаження, якого він зазнає у верхній і нижній точках петлі? Маса пілота 80 кг. (6,4 кН, 8; 8 кН, 10)

**2-19.** Літак описує «петлю Нестерова» у вертикальній площині. Визначити радіус петлі, якщо пілот у нижній точці траєкторії зазнає шестикратного перевантаження. Швидкість літака в цій точці 720 км/год. (820 м)

**2-20.** З якою швидкістю автомобіль масою 5 т має проходити середину опуклого моста з радіусом кривини 50 м, щоб його вага дорівнювала  $4,54 \cdot 10^4$  Н? (6 м/с)

**2-21.** Автомобіль масою 2 т проходить по опуклому мосту, який має радіус кривини 40 м, зі швидкістю 36 км/год. З якою силою автомобіль давить на міст на його середині? (15 кН)

**2-22.** До нитки підвішено кульку масою 2 кг. Нитку відхиляють від горизонтального положення й відпускають. Визначити вагу кульки в момент проходження нею положення рівноваги. (59 Н)

**2-23.** На кінці стрижня довжиною 1 м прикріплено тягарець масою 0,4 кг. Стрижень з тягарцем обертається у вертикальній площині зі сталою частотою. З якою силою діє тягарець на стрижень у верхній і нижній точках траєкторії за частоти обертання: а)  $0,4 \text{ с}^{-1}$ ; б)  $1 \text{ с}^{-1}$ ? (а) 1,4 Н; 6,6 Н; б) 12 Н; 20 Н)



### Д-3.1. Теоретичні відомості

**Імпульсом** тіла називають фізичну величину, яка дорівнює добутку маси тіла на його швидкість:

$$\vec{p} = m\vec{v}.$$

Імпульс тіла — це величина векторна, тобто імпульс має напрям і модуль.

Згадаймо, що другий закон Ньютона можна записати ще й так:

$$\vec{F}\Delta t = \Delta(m\vec{v}),$$

де  $\vec{F}\Delta t$  — імпульс сили;  $(\Delta m\vec{v})$  — зміна імпульсу тіла.

Система тіл, що взаємодіють, називається замкненою, якщо на неї не діють зовнішні сили або їхня дія врівноважена. Для замкненої системи виконується **закон збереження імпульсу**:

геометрична сума імпульсів тіл, які утворюють замкнену систему, залишається сталою при будь-яких взаємодіях тіл цієї системи між собою:

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 + \dots + m_n\vec{v}_n = \text{const},$$

або

$$\vec{p} = \sum_{i=1}^n \vec{p}_i = \text{const},$$

де  $\vec{p}$  — повний імпульс системи тіл.

Закон збереження імпульсу є наслідком законів Ньютона. Це один із найважливіших законів природи. На ньому ґрунтується реактивний рух тіл. Розглянемо ракету масою  $M$ , яка міститься на поверхні Землі і заправлена паливом масою  $m$  (рис. Д-3.1).

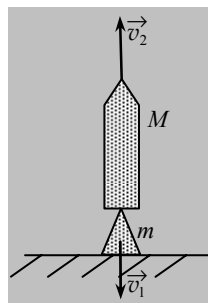


Рис. Д-3.1

Імпульс системи ракета — паливо дорівнює нулю. Паливо згорає, і при цьому зі швидкістю  $\vec{v}_1$  із сопла ракети витікають газу, що

утворилися під час згоряння палива. Ракета починає рухатися зі швидкістю  $\vec{v}_2$ . За законом збереження імпульсу запишемо:

$$0 = m\vec{v}_1 + M\vec{v}_2.$$

Тоді швидкість руху ракети

$$\vec{v}_2 = -\frac{m\vec{v}_1}{M}.$$

Знак «мінус» у формулі показує, що швидкість ракети і газів, що витікають, напрямлені в різні боки, тобто ракета рухається вгору. Отже, якщо відомі маси ракети і палива, а також швидкість витікання газів, то можна розрахувати швидкість руху ракети.

Уперше теорію реактивного руху створив К. Е. Цюлковський. Він також розрахував орбіти супутників та передбачив фізичні умови на них, висунув ідею рідкого палива. Уперше впровадив в життя ідеї Цюлковського С. П. Корольов. Йому також належить ідея створення багатоступневих ракет.

### ***Д-3.2. Завдання для поточного тестування***

**1.** Дописати формулювання закону збереження імпульсу:

..... імпульсів тіл, які утворюють ....., залишається ..... при будь-яких ..... тіл цієї системи .....

**2.** Куля масою 6 кг котиться без ковзання по горизонтальній площині зі швидкістю 20 м/с перпендикулярно до стінки, ударяється об неї і відскакує зі швидкістю 18 м/с. Під час взаємодії:

1) виконуються закони збереження повної механічної енергії та повного імпульсу системи; 2) не виконуються закони збереження ні повної механічної енергії, ні повного імпульсу системи; 3) виконується закон збереження лише повної механічної енергії системи; 4) виконується закон збереження повного імпульсу системи; 5) правильної відповіді тут немає.

**3.** Тіло масою 2 кг під дією сталої сили за час руху змінило свою швидкість на 10 м/с. Початкова швидкість дорівнює нулю. Визначити імпульс сили.

1) 10 Н · с, 2) 12 кг · м/с, 3) 20 Н · с, 4) 20 кг · м/с, 5) 25 Н · с.

**4.** Визначити імпульс кульки масою 2,5 г, яка рухається зі швидкістю 10 м/с:



1)  $5 \cdot 10^{-2} \text{Н} \cdot \text{с}$ ; 2)  $3 \cdot 10^{-2} \text{Н} \cdot \text{с}$ ; 3)  $1,5 \cdot 10^{-2} \text{Н} \cdot \text{с}$ ; 4)  $3,5 \cdot 10^{-2} \text{Н} \cdot \text{с}$ ; 5)  $2,5 \cdot 10^{-2} \text{Н} \cdot \text{с}$ .

5. Два тіла, рухаючись назустріч одне одному зі швидкістю 3 м/с кожне, після зіттовхування рухаються разом зі швидкістю 1,5 м/с. Відношення мас цих тіл дорівнює:

1) 1; 2) 1,5; 3) 3; 4) 4,5; 5) правильної відповіді тут немає.

6. При пострілі з автомата вилітає куля масою  $m$  зі швидкістю  $v$ . Визначити модуль швидкості автомата після пострілу, якщо його маса в 500 раз більша за масу кулі.

1)  $v$ ; 2)  $500 v$ ; 3)  $v/500$ ; 4) 0; 5) немає правильної відповіді.

7. Сталева кулька масою 20 г летить горизонтально зі швидкістю 300 м/с, влучає в дерев'яний брусок масою 200 г, який лежить нерухомо на горизонтальній площині, і застряє в ньому. Швидкість бруска безпосередньо після удару дорівнює, м/с:

1) 27,3; 2) 30; 3) 300; 4) 272,7; 5) правильної відповіді тут немає.

8. Яким виразом подається імпульс тіла?

1)  $m\vec{a}$ ; 2)  $m\vec{v}$ ; 3)  $\vec{F}t$ ; 4)  $m\Delta\vec{v}$ ; 5)  $\frac{mv^2}{2}$ ; 6) інша відповідь.

9. Залізничний вагон масою 1 т, який рухається зі швидкістю  $v$ , зіттовхується з нерухомим вагоном масою 2 т та зчіплюється з ним. Визначити швидкість руху вагонів після зчіплювання?

1)  $v$ ; 2)  $v/2$ ; 3)  $v/3$ ; 4)  $v/\sqrt{2}$ ; 5)  $v/\sqrt{3}$ .

### Д-3.3. Висновки з теми

1. Закон збереження імпульсу можна застосовувати, якщо:

- система тіл замкнена, тобто на тіла цієї системи не діють зовнішні сили;
- на тіла системи діють зовнішні сили, але їхня векторна сума дорівнює нулю;
- система не замкнена, але сума проекцій усіх зовнішніх сил на деяку вісь координат дорівнює нулю; тоді залишається сталою і сума проекцій імпульсів всіх тіл системи на цю вісь.

### Д-3.4. Приклади розв'язування задач

**Задача 1.** Снаряд масою 10 кг, який летів зі швидкістю 500 м/с по горизонталі, потрапляє на платформу з піском масою 1 т і застряє в ньому. Визначити швидкість платформи, якщо вона рухалася зі швидкістю 36 км/год назустріч снаряду.

**Дано:**

$$m_1 = 10 \text{ кг};$$

$$v_1 = 500 \text{ м/с};$$

$$m_2 = 1 \text{ т} = 10^3 \text{ кг};$$

$$v_2 = 36 \text{ км/год} = 10 \text{ м/с}$$

$v$  — ?

**Розв'язання**

Використовуючи закони руху, розв'язати цю задачу не можна, оскільки нічого не відомо ні про характер дії сил, ні про час взаємодії тіл у момент потрапляння снаряда в пісок на платформі. Відомо, що на платформу з піском і снаряд діють зовнішні сили — сили тяжіння, тому система снаряд-платформа не замкнена. Тому закон збереження імпульсу до такої системи застосувати не можна. Проте проєкції сил тяжіння на вісь  $Ox$  дорівнюють нулю, а отже, можна застосувати закон збереження імпульсу до проєкцій імпульсів снаряду та платформи з піском на вісь  $Ox$  (рис. 1).

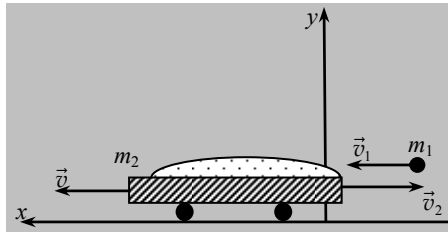


Рис. 1

Запишемо спочатку закон збереження імпульсу у векторній формі:

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = (m_1 + m_2) \vec{v},$$

де  $\vec{v}$  — швидкість платформи разом зі снарядом, який застряг у піску.

У проєкціях на вісь  $Ox$ , дістанемо:

$$m_1 v_1 - m_2 v_2 = (m_1 + m_2) v,$$

звідки

$$v = \frac{m_1 v_1 - m_2 v_2}{m_1 + m_2}.$$

Виконуємо обчислення:

$$v = \frac{10 \cdot 500 - 10^3 \cdot 10}{10 + 10^3} = -4,95 \text{ м/с}.$$

Знак «мінус» показує, що платформа зі снарядом рухається в напрямі, протилежному тому, який ми показали на рис. 1. Тобто плат-

форма рухається в тому самому напрямі, що й до потрапляння в неї снаряда.

**Відповідь.** Платформа зі снарядом рухається зі швидкістю 4,95 м/с.

**Задача 2.** Куля масою 2 кг, яка летіла зі швидкістю 50 м/с по горизонталі, потрапила на візок з піском масою 60 кг і застрягла в ньому. Визначити швидкість візка, якщо він рухається зі швидкістю 15 км/год у той самий бік, що й куля.

**Дано:**

$$m_1 = 2 \text{ кг};$$

$$v_1 = 50 \text{ м/с};$$

$$m_2 = 60 \text{ кг};$$

$$v_2 = 15 \text{ км/год} = 4,2 \text{ м/с};$$

$$v = ?$$

**Розв'язання**

Ця задача розв'язується аналогічно до задачі 1. Так само можна застосувати закон збереження імпульсу до проєкцій імпульсів снаряда та платформи з піском на вісь  $Ox$  (рис. 2).

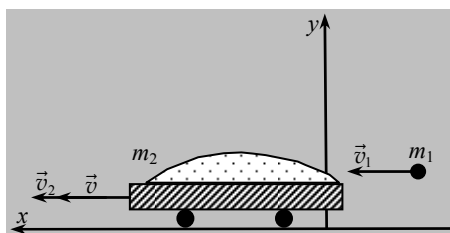


Рис. 2

Запишемо спочатку закон збереження імпульсу у векторній формі:

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = (m_1 + m_2) \vec{v},$$

де  $\vec{v}$  — швидкість платформи разом зі снарядом, який застряг у піску.

У проєкціях на вісь  $Ox$  дістанемо:

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) v,$$

звідки

$$v = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}.$$

Виконуємо обчислення:

$$v = \frac{2 \cdot 50 + 60 \cdot 4,2}{2 + 60} = 5,7 \text{ м/с.}$$

**Відповідь.** Візок із кулею рухається зі швидкістю 5,7 м/с.

**Задача 3.** Куля масою 20 кг, яка летіла зі швидкістю 10 м/с під кутом  $45^\circ$  до вертикалі, потрапляє в нерухому кулю масою 60 кг, яка лежить на горизонтальній поверхні. Визначити швидкість куль після зіттовхування, якщо удар не пружний.

**Дано:**

$$\begin{aligned} m_1 &= 20 \text{ кг;} \\ v_1 &= 10 \text{ м/с;} \\ m_2 &= 60 \text{ кг;} \\ v_2 &= 0; \\ \alpha &= 45^\circ \end{aligned}$$

$u = ?$

**Розв'язання**

Ця задача розв'язується аналогічно до задачі 1. Так само можна застосувати закон збереження імпульсу до проєкцій імпульсів куль на вісь  $Ox$  (рис. 3).

Запишемо спочатку закон збереження імпульсу у векторній формі:

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = (m_1 + m_2) \vec{u},$$

де  $\vec{u}$  — швидкість куль після зіттовхування.

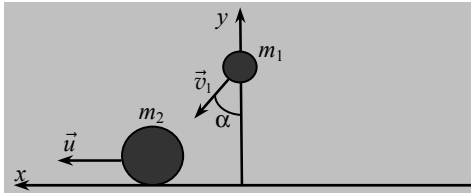


Рис. 3

У проєкціях на вісь  $Ox$  дістанемо:

$$m_1 v_1 \sin \alpha = (m_1 + m_2) u$$

звідки

$$u = \frac{m_1 v_1 \sin \alpha}{m_1 + m_2}.$$

Виконуємо обчислення:

$$v = \frac{20 \cdot 10 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}}{20 + 60} = 1,77 \text{ м/с.}$$

**Відповідь.** Після зіттовхування кулі рухаються зі швидкістю 1,77 м/с.

**Задача 4.** Піротехнічний заряд масою 12 кг, який летить горизонтально зі швидкістю 25 м/с, розривається на два уламки, які розлітаються у протилежні боки. Перший уламок рухається зі швидкістю 120 м/с вгору під кутом  $45^\circ$  до горизонту, а другий — зі швидкістю 110 м/с вниз під кутом  $30^\circ$  до горизонту. Визначити маси уламків, якщо маса другого вдвічі менша від маси першого.

*Дано:*

$$\begin{aligned} m &= 12 \text{ кг}; \\ v &= 25 \text{ м/с}; \\ v_1 &= 120 \text{ м/с}; \\ v_2 &= 110 \text{ м/с}; \\ \alpha_1 &= 45^\circ; \\ \alpha_2 &= 30^\circ; \end{aligned}$$

$$m_2 = \frac{m_1}{2}.$$

$$m_1 \text{ — ? } m_2 \text{ — ?}$$

звідки

$$m_2 = \frac{mv}{2v_1 \cos \alpha_1 - v_2 \cos \alpha_2}.$$

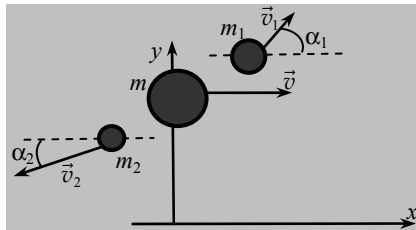


Рис. 4

Виконуємо обчислення:

$$m_2 = \frac{12 \cdot 25}{2 \cdot 120 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - 110 \cdot 0,86} = 4 \text{ кг.}$$

Маса першого уламка

$$m_1 = 2 \cdot 4 = 8 \text{ кг.}$$

**Відповідь.** Маса першого і другого уламка дорівнює відповідно 8 та 4 кг.

**Задача 5.** Паровий молот масою 2 т падає на плиту з висоти 2 м. Сила удару дорівнює  $14,7 \cdot 10^5$  Н. Визначити тривалість удару, якщо удар не пружний.

*Дано:*

$$m = 2 \text{ т} = 2 \cdot 10^3 \text{ кг};$$

$$F = 14,7 \cdot 10^5 \text{ Н};$$

$$h = 2 \text{ м}$$

$\Delta t$  — ?

*Розв'язання*

Запишемо другий закон Ньютона у вигляді

$$\vec{F} \Delta t = m \vec{v}_1 - m \vec{v}_2.$$

Оскільки швидкість молота після удару об плиту дорівнює нулю, то у проекціях на вісь  $Oy$  другий закон Ньютона запишеться так (рис. 5):

$$F \Delta t = m v_1.$$

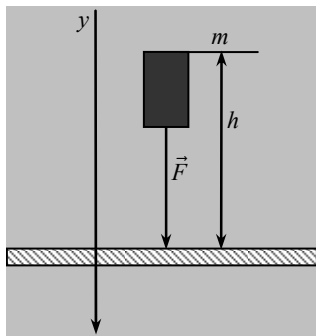


Рис. 5

Швидкість молота в момент удару напрямлена так само, як сила удару, і визначається виразом

$$v_1 = \sqrt{2gh}.$$

Тоді тривалість удару визначається за формулою

$$\Delta t = \frac{m\sqrt{2gh}}{F}.$$

Перевіримо одиницю величини:

$$[\Delta t] = 1 \frac{\text{кг} \sqrt{\text{м}/\text{с}^2} \cdot \text{м}}{\text{Н}} = 1 \frac{\text{кг} \cdot \text{м}/\text{с}}{\text{кг} \cdot \text{м}/\text{с}^2} = 1 \text{ с}.$$

Виконуємо обчислення:

$$\Delta t = \frac{2 \cdot 10^3 \sqrt{9,8 \cdot 2 \cdot 2}}{14,7 \cdot 10^5} = 0,85 \cdot 10^{-2} \text{ с.}$$

**Відповідь.** Тривалість удару молота дорівнює 0,0085 с.

**Задача 6.** Людина, що сидить у нерухомому човні, рівномірно переходить із корми на ніс. На яку відстань переміститься човен довжиною 3 м відносно берега озера, якщо маса людини 80 кг, а маса човна 120 кг? Опором води знехтувати (рис. 6).

**Дано:**

$$m_1 = 80 \text{ кг;}$$

$$m_2 = 120 \text{ кг;}$$

$$l = 3 \text{ м}$$

$$s \text{ — ?}$$

**Розв'язання**

Із берегом озера пов'яжемо нерухому систему відліку, а з човном — рухома. Нехай  $\vec{v}$  — швидкість людини відносно човна,  $\vec{u}$  — швидкість човна відносно води. Тоді за законом додавання швидкостей швидкість людини відносно води визначається так:

$$\vec{v}_n = \vec{v} + \vec{u}.$$

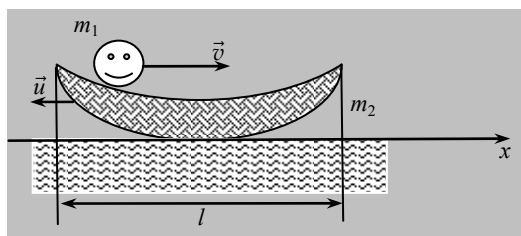


Рис. 6

Система човен—людина не є замкнутою, але в напрямі осі  $x$  до неї можна застосувати закон збереження імпульсу, оскільки проекції зовнішніх сил на вісь  $x$  дорівнюють нулю.

Отже, урахувавши, що спочатку система була нерухомою, закон збереження імпульсу можна записати так:

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{u} = 0,$$

або

$$m_1 (\vec{v} + \vec{u}) + m_2 \vec{u} = 0.$$

Проекція цього рівняння на вісь  $x$ :

$$m_1(v - u) - m_2u = 0.$$

Тоді

$$u = \frac{m_1}{m_1 + m_2}v.$$

Оскільки рух рівномірний, то шлях човна відносно берега

$$s = ut,$$

а шлях людини відносно човна

$$l = vt.$$

Швидкість човна відносно берега озера

$$u = \frac{s}{t}.$$

Швидкість людини відносно човна

$$v = \frac{l}{t}.$$

Тоді

$$\frac{s}{t} = \frac{m_1}{m_1 + m_2} \cdot \frac{l}{t}.$$

Відстань, на яку переміститься човен відносно берега, дорівнює:

$$s = \frac{m_1 \cdot l}{m_1 + m_2}.$$

Перевіримо одиницю величини:

$$[s] = \left[ \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{кг}} \right] = [\text{м}].$$

Виконуємо обчислення:

$$s = \frac{80 \cdot 3}{(120 + 80)} = 1,2 \text{ м.}$$

**Відповідь.** Човен переміститься відносно берега на 1,2 м.



### *Д-3.5. Задачі для аудиторного розв'язування*

**3-1.** З якою швидкістю має летіти хокейна шайба масою 160 г, щоб її імпульс дорівнював імпульсу кулі масою 8 г, яка летить зі швидкістю 600 м/с? (30 м/с)

**3-2.** Молекула масою  $5 \cdot 10^{-26}$  кг летить зі швидкістю 500 м/с і пружно вдаряється в стінку під кутом  $45^\circ$  до неї. Визначити імпульс сили при ударі. ( $3,5 \cdot 10^{-23}$  Н · с)

**3-3.** М'яч масою 100 г, який летів зі швидкістю 20 м/с, вдарився об горизонтальну поверхню. Кут падіння дорівнює  $60^\circ$ . Знайти зміну імпульсу, якщо удар абсолютно пружний, а кут відбиття дорівнює куту падіння. (2 кг · м/с)

**3-4.** Людина масою 80 кг переходить з одного кінця човна на інший. На скільки переміститься човен відносно води в результаті руху людини? Довжина човна — 6 м, а його маса — 112 кг. (2,5 м)

**3-5.** Вагон масою 25 т рухається зі швидкістю 2 м/с і стикається з нерухомою платформою масою 15 т. Визначити швидкість спільного руху вагона і платформи після того, як спрацює автозчіплювач (1,3 м/с)

**3-6.** Візок масою 30 кг, подолавши шлях 100 м із прискоренням  $0,2 \text{ м/с}^2$ , далі став рухатися рівномірно. У нього влучає снаряд, який летів назустріч зі швидкістю 100 м/с під кутом  $60^\circ$  до вертикалі. Визначити швидкість візка зі снарядом, якщо маса снаряда 500 г. (4,9 м/с)

### *Д-3.6. Задачі для самостійного розв'язування*

**3-7.** Кулька масою 100 г, що має швидкість 1,5 м/с, пружно відбивається від стінки. Визначити зміну імпульсу кульки. (0,3 кг · м/с)

**3-8.** Молотком, що рухається зі швидкістю 5 м/с, забивають великий цвях. Маса молотка — 0,8 кг. Знайти середню силу удару, якщо тривалість удару 0,1 с. (40 Н)

**3-9.** Дві не пружні кулі масами 0,6 і 0,4 кг, що рухаються зі швидкостями 5 і 10 м/с, напрямленими під кутом  $90^\circ$  одна до одної, зіштовхуються, а далі рухаються як одне ціле. Визначити швидкість, імпульс і напрям руху після зіштовхування. (5 м/с; 5 кг · м/с;  $53^\circ$ )

**3-10.** Ракета масою  $4 \cdot 10^3$  кг летить зі швидкістю 0,5 км/с. Від неї відокремлюється головна частина масою  $10^3$  кг і летить зі швидкістю 800 м/с. З якою швидкістю летітиме далі друга частина ракети? (400 м/с)

**3-11.** Снаряд масою 2 кг, який летів зі швидкістю 60 м/с по горизонталі, потрапив на візок із піском масою 10 кг і застряг у ньому. Визначити швидкість візка зі снарядом, якщо він рухався зі швидкістю 12 м/с назустріч снаряду. (0)

**3-12.** Дві кулі масами ... кг і ... кг, які летять назустріч одна одній зі швидкостями ... м/с, та ... м/с обидві під кутом  $45^\circ$  до вертикалі, влучають у третю нерухому кулю масою ... кг, яка лежить на горизонтальній поверхні. Визначити швидкість кулі після зіштовхування, якщо між першою і третьою кулями стався не пружний удар. Після удару кулі рухаються горизонтально, при цьому швидкість другої вдвічі більша. (...)

**3-13.** Піротехнічний заряд масою ... кг, який летить горизонтально зі швидкістю ... м/с, розривається на два уламки. Перший уламок рухається вертикально вгору, а другий — зі швидкістю ... м/с вниз під кутом  $30^\circ$  до горизонту. Визначити маси уламків, якщо маса другого втричі менша від маси першого. (...)

**3-14.** Маса першої кулі вдвічі більша від маси другої. Кулі летять зі швидкістю відповідно 20 та 100 м/с горизонтально. Зіштовхнувшись, кулі розлітаються горизонтально в протилежні боки. Визначити швидкість першої кулі після удару, якщо друга рухається зі швидкістю 50 м/с. (110 м/с)

**3-15.** Людина масою 70 кг перейшла з носа човна на корму. Маса човна 140 кг, а довжина 3 м. На скільки змістився при цьому човен? (1 м)

**3-16.** Сидячи в нерухомому човні, людина кидає камінь під кутом  $60^\circ$  до горизонту зі швидкістю 10 м/с. Маса каменя 1 кг, маса людини з човном — 150 кг. Визначити відстань між точкою падіння каменя і човном у момент, коли камінь доторкнеться до води. (8,7 м)

**3-17.** Візок масою 30 кг, проїхавши протягом 10 с із прискоренням  $0,6 \text{ м/с}^2$ , далі став рухатися рівномірно. У нього влучив снаряд, який легів у тому самому напрямі зі швидкістю 100 м/с під кутом  $45^\circ$  до вертикалі. Визначити швидкість візка із снарядом, якщо маса снаряда 500 г. (7 м/с)

### Д-4.1. Теоретичні відомості

**Енергією** називається скалярна фізична величина, яка є загальною мірою різних форм руху матерії, що вивчаються у фізиці. Існує кілька видів енергії: механічна, внутрішня, електромагнітна, ядерна. Для того щоб математично описати процес обміну енергією між тілами, що взаємодіють, у механіці користуються поняттям роботи сили, прикладеної до даного тіла.

Робота сили визначається за формулою

$$A = \int_{s_1}^{s_2} F_s ds,$$

де  $F_s$  — проекція сили  $\vec{F}$  на напрям руху (рис. Д-4.1).

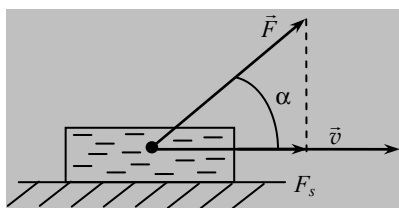


Рис. Д-4.1

Якщо сила стала, тобто її модуль не залежить від переміщення тіла, то її робота визначається так:

$$A = F_s \Delta s,$$

або

$$A = F \Delta s \cos \alpha,$$

де  $\alpha$  — кут між напрямом дії сили і напрямом руху.

Отже, **робота сталої сили** дорівнює добутку сили на шлях і на косинус кута між напрямом дії сили і напрямом руху.

Якщо  $\alpha = 0$  (рис. Д-4.2, а), то робота сили така:

$$A = F \Delta s.$$

Якщо  $\alpha = \pi$  (рис. Д-4.2, б), то робота сили

$$A = -F \Delta s,$$

тобто від'ємна. Такою є робота сил опору і тертя.

Якщо  $\alpha = \frac{\pi}{2}$  (рис. Д-4.2, в), то робота сили взагалі дорівнює нулю:

$$A = F \Delta s \cos \frac{\pi}{2} = 0.$$

У такому випадку кажуть, що сила на виконує роботи.

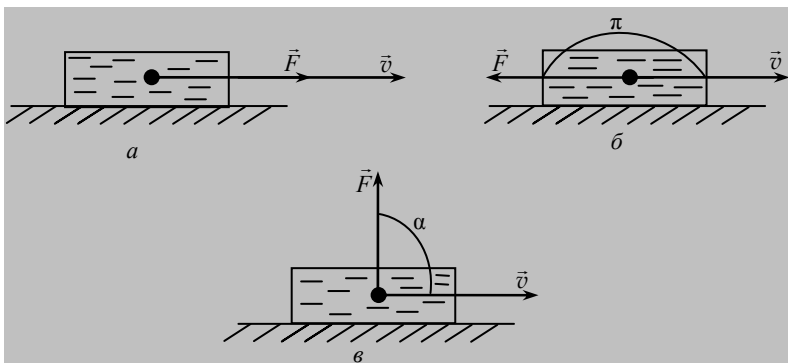


Рис. Д-4.2

Прикладом сили, модуль якої залежить від переміщення тіла, є сила пружності:

$$F_{\text{пр}} = -k \Delta x.$$

Графік залежності сили пружності від абсолютної деформації розтягнення вздовж осі  $Ox$  подано на рис. Д-4.3.

Визначимо роботу цієї сили:

$$A = \int_0^x k \Delta x dx = \frac{k \Delta x^2}{2} = \frac{F_{\text{пр}} \Delta x}{2}.$$

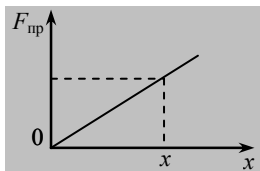


Рис. Д-4.3

**Потужністю** називається робота сили, виконувана за одиницю часу:

$$N = \frac{A}{\Delta t},$$

або

$$N = \frac{F \Delta s \cos \alpha}{\Delta t}.$$

Якщо напрям дії сили збігається з напрямом руху тіла, тобто при  $\alpha = 0$ , маємо:

$$N = F \frac{\Delta s}{\Delta t} = F v_{\text{ср}}.$$

Ефективність дії машин та механізмів характеризують коефіцієнтом корисної дії – ККД, який позначається літерою «ета»  $\eta$ . ККД дорівнює відношенню корисної  $A_{\text{кор}}$  роботи до затраченої  $A_{\text{затр}}$  і виражається у відсотках:

$$\eta = \frac{A_{\text{кор}}}{A_{\text{затр}}} \cdot 100.$$

Визначимо роботу сили тяжіння з переміщення тіла, що перебуває на висоті  $h$ , із точки 1 на поверхню Землі (рис. Д-4.4).

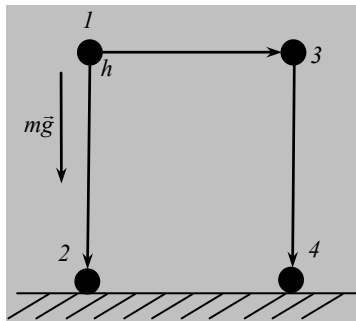


Рис. Д-4.4

Із точки 1 на поверхню Землі тіло можна перемістити, наприклад, по шляху 1—2 або по шляху 1—3—4. Визначимо роботу в обох випадках.

На шляху 1—2:

$$A_{1-2} = mgh,$$

оскільки кут  $\alpha = 0$ .

На шляху 1—3—4 робота визначається так:

$$A_{1-3-4} = A_{1-3} + A_{3-4},$$

де  $A_{1-3}$  — робота сили тяжіння на горизонтальному шляху 1—3;  
 $A_{3-4}$  — робота сили тяжіння на шляху 3—4.

Робота сили тяжіння на шляху 1—3 дорівнює нулю, оскільки кут  $\alpha = \frac{\pi}{2}$ .

Отже,

$$A_{1-3-4} = 0 + mgh.$$

Таким чином, робота сили тяжіння однакова по шляху 1—2 і по шляху 1—3—4:

$$A_{1-2} = A_{1-3-4}.$$

Сили, робота яких не залежить від форми шляху, а залежить тільки від початкового і кінцевого положення тіла, називаються **потенціальними**, або **консервативними**. Робота потенціальних сил по замкненому шляху (наприклад, 1—2—1) дорівнює нулю. До потенціальних сил належать сили тяжіння, сили пружності, електричні сили. Сили, які не відповідають попереднім умовам, називаються **непотенціальними**, або **неконсервативними**. До таких сил належать сили опору і тертя, магнітні сили. Робота непотенціальних сил від'ємна. Такі сили ще називають дисипативними.

### Закон збереження механічної енергії

Існують такі види механічної енергії: повна, кінетична і потенціальна.

**Кінетична енергія** тіла — це енергія його механічного руху.

Як ми вже знаємо, робота сталої сили з переміщення тіла по горизонтальному шляху дорівнює

$$A = F\Delta s.$$

За другим законом Ньютона сила визначається так:

$$F = ma.$$

Під час рівноприскореного руху тіла його прискорення можна визначити за формулою

$$a = \frac{v^2 - v_0^2}{2\Delta s}.$$

Підставимо цю формулу у другий закон Ньютона і, помноживши його ліву і праву частини на  $\Delta s$ , після перетворень дістанемо:

$$A = \frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2}.$$

Величину  $E_k = \frac{mv^2}{2}$  називають **кінетичною енергією** тіла.

Робота, виконана над тілом, дорівнює зміні його кінетичної енергії:

$$A = \Delta E_k.$$

Якщо тіло перебувало у стані спокою ( $v_0 = 0$ ), то своєї кінетичної енергії воно набуває цілком за рахунок виконуваної над ним роботи:

$$\frac{mv^2}{2} = A.$$

**Потенціальною енергією** називається частина енергії механічної системи, яка залежить тільки від взаємного положення всіх частин системи і від їхнього положення в зовнішньому потенціальному полі. **Потенціальна енергія — це енергія взаємодії.**

Нехай тіло масою  $m$  піднято на висоту  $h_0$  над поверхнею Землі (рис. Д-4.5). Рухаючись униз до висоти  $h$ , тіло здатне виконати роботу

$$A = mg\Delta h,$$

або

$$A = mgh_0 - mgh.$$

Величина  $U = mgh$  називається **потенціальною енергією тіла**.

Отже, робота дорівнює різниці потенціальної енергії:

$$A = U(h_0) - U(h).$$

Якщо  $h = 0$ , то

$$A = U(h_0) = A_{\max}.$$

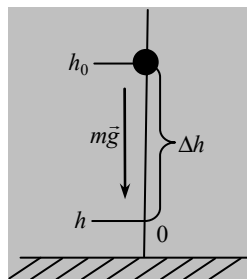


Рис. Д-4.5

Отже, долетівши до поверхні Землі, тіло виконало максимальну роботу, яка дорівнює запасу його потенціальної енергії на висоті  $h_0$ .

Можна сказати так, що робота сили тяжіння з переміщення тіла з висоти  $h_0$  до висоти  $h$  дорівнює зменшенню потенціальної енергії системи. Проте таку саму роботу можна знайти як зміну кінетичної енергії тіла:

$$A = E_{к2} - E_{к1}.$$

Тоді можна записати:

$$E_{к2} - E_{к1} = U_1 - U_2.$$

Перепишемо цю рівність у вигляді

$$E_{к1} + U_1 = E_{к2} + U_2.$$

Сума кінетичної і потенціальної енергії тіла називається його **повною механічною енергією**:

$$E = E_к + U.$$

Отже, дістали **закон збереження і перетворення механічної енергії**: *повна механічна енергія замкненої системи тіл, які взаємодіють між собою потенціальними силами, залишається сталою. Можуть відбуватися лише перетворення кінетичної енергії в потенціальну і навпаки:*

$$E = E_к + U = \text{const.}$$

До потенціальних сил механічної системи тіл належать сили гравітації і пружності. Якщо в системі діють сили тертя або опору, тобто непотенціальні сили, то вони виконують від'ємну роботу, унаслідок чого повна механічна енергія системи зменшується. Робота сил тертя або опору дорівнює зміні повної механічної енергії системи тіл:

$$A_{\text{тер}} = E_1 - E_2.$$

Під дією сил тертя або опору механічна енергія системи тіл перетворюється в кінетичну енергію хаотичного руху атомів і молекул речовини, а також у потенціальну енергію їхньої взаємодії. Ця частина енергії називається **внутрішньою енергією системи**.

**Загальний закон збереження і перетворення енергії в природі** формулюється так: *під час будь-яких процесів, що відбуваються в замкненій системі тіл, її повна енергія не змінюється, а перетворюється з однієї форми на іншу і перерозподіляється між частинами системи.*



#### ***Д-4.2. Завдання для поточного тестування***

1. Робота сталої сили визначається за формулою:

1)  $A = -F\Delta s$ ; 2)  $A = F\Delta s$ ; 3)  $A = F\Delta s \cos \alpha$ ; 4)  $A = \frac{kx^2}{2}$ .

2. Робота сили, напрямленої горизонтально, визначається за формулою:

1)  $A = -F\Delta s$ ; 2)  $A = F\Delta s$ ; 3)  $A = F\Delta s \cos \alpha$ ; 4)  $A = \frac{kx^2}{2}$ .

3. Робота сили тертя визначається за формулою:

1)  $A = -F\Delta s$ ; 2)  $A = F\Delta s$ ; 3)  $A = F\Delta s \cos \alpha$ ; 4)  $A = \frac{kx^2}{2}$ .

4. Робота сили пружності визначається за формулою:

1)  $A = -F\Delta s$ ; 2)  $A = F\Delta s$ ; 3)  $A = F\Delta s \cos \alpha$ ; 4)  $A = \frac{kx^2}{2}$ .

5. Робота сили на шляху  $\Delta s$  дорівнює нулю, коли:

1)  $\alpha = 0$ ; 2)  $\alpha = \pi$ ; 3)  $\alpha = \frac{\pi}{2}$ .

6. Робота сили на шляху  $\Delta s$  від'ємна, коли:

1)  $\alpha = 0$ ; 2)  $\alpha = \pi$ ; 3)  $\alpha = \frac{\pi}{2}$ .

7. Робота сили на шляху  $\Delta s$  додатна, коли:

1)  $\alpha = 0$ ; 2)  $\alpha = \pi$ ; 3)  $\alpha = \frac{\pi}{2}$ .

8. Дописати формулу для визначення роботи сталої сили  $A = F \cdot ? \cdot ?$ :

1)  $v$ ; 2)  $\Delta s$ ; 3)  $\sin \alpha$ ; 4)  $\frac{\pi}{2}$ ; 5)  $\cos \alpha$ ; 6)  $\pi$ ; 7)  $\Delta t$ .

9. Дописати формулювання поняття енергії як фізичної величини: *енергією називається ..... фізична величина, яка є ..... різних форм....., які вивчаються у фізиці.*

10. Записати формулу для визначення потужності  $N = \frac{? \cdot ? \cdot ?}{?}$

1)  $F$ ; 2)  $\Delta s$ ; 3)  $\sin \alpha$ ; 4)  $\frac{\pi}{2}$ ; 5)  $\cos \alpha$ ; 6)  $\pi$ ; 7)  $\Delta t$ .

11. Дописати визначення потенціальних або консервативних сил: *це сили, ..... яких не залежить від....., а залежить тільки від ..... і ..... тіла.*

12. До потенціальних сил належать такі сили:

1) тертя; 2) тяжіння; 3) магнітні; 4) сили пружності; 5) опору; 6) електричні.

13. До непотенціальних сил належать такі сили:

1) тертя; 2) тяжіння; 3) магнітні; 4) сили пружності; 5) опору; 6) електричні.

14. Робота таких сил по замкнутому шляху дорівнює нулю:

1) тертя; 2) тяжіння; 3) магнітних; 4) сил пружності; 5) опору; 6) електричних.

15. Робота таких сил від'ємна:

1) тертя; 2) тяжіння; 3) магнітних; 4) сил пружності; 5) опору; 6) електричних.

16. Робота таких сил по замкнутому шляху дорівнює нулю:

1) дисипативних; 2) потенціальних; 3) не потенціальних.

17. Робота таких сил від'ємна:

1) дисипативних; 2) потенціальних; 3) не потенціальних.

18. Закон збереження енергії виконується, якщо:

1) у системі діють неконсервативні сили;  
2) у системі діють консервативні сили;  
3) система замкнена;  
4) тіла взаємодіють між собою силами гравітації та пружності.

19. У механічній системі тіл діють сили тертя. Тоді:

1) механічна енергія цієї системи залишається сталою;  
2) кінетична енергія системи перетворюється на потенціальну і навпаки;

3) механічна енергія перетворюється на внутрішню енергію тіл, що взаємодіють;

4) механічна енергія перетворюється на теплову.

**20.** Дописати формулювання закону збереження і перетворення механічної енергії: *повна ..... енергія ..... системи тіл, які ..... між собою ..... силами ..... Можуть відбутися лише ..... енергії в ..... і навпаки.*

**21.** Дописати формулювання загального закону збереження і перетворення енергії в природі: *під час будь-яких процесів, що відбуваються в ..... системі тіл, її ..... енергія....., а ..... із однієї ..... на ..... і ..... між ..... системи.*

**22.** М'яч масою 0,5 кг падає вертикально з висоти 1,5 м без початкової швидкості. Опором рухові знехтувати ( $g = 10 \text{ м/с}^2$ ). Визначити потенціальну енергію м'яча на цій висоті, Дж:

1) 10; 2) 15; 3) 7,5; 4) 5; 5) 0,75.

**23.** Який вираз відповідає визначенню потенціальної енергії деформованої пружини?

1)  $\frac{mv^2}{2}$ ; 2)  $mgh$ ; 3)  $\frac{kx^2}{2}$ ; 4)  $kx^2$ ; 5)  $mv^2$ .

**24.** В яких одиницях вимірюється потужність у системі СІ?

1) 1 Н; 2) 1 Дж; 3) 1 Па; 4) 1 Вт; 5) інша відповідь.

**25.** Швидкість автомобіля збільшилася в 2 рази. У скільки разів змінилась його кінетична енергія?

1) 2; 2)  $2^{1/2}$ ; 3) 4; 4) інша відповідь.

**26.** Швидкість легкового автомобіля у 2 рази більша за швидкість вантажного автомобіля, маса якого у 2 рази більша за масу легкового автомобіля. Порівняти значення кінетичної енергії легкового автомобіля  $E_1$  і вантажного  $E_2$ .

1)  $E_1 = E_2$ ; 2)  $E_1 = 2E_2$ ; 3)  $E_2 = 2E_1$ ; 4)  $E_2 = 4E_1$ ; 5)  $E_1 = 4E_2$ .

**27.** Чому дорівнює 1 джоуль?

1)  $1 \text{ кгс} \cdot \text{м/с}^2$ ; 2)  $1 \text{ кгс} \cdot \text{м}^2/\text{с}^2$ ; 3)  $1 \text{ кгс} \cdot \text{м/с}^3$ ; 4)  $1 \text{ кгс} \cdot \text{м}^2/\text{с}^3$ ; 5)  $1 \text{ кгс}^2 \cdot \text{м/с}^2$ .

**28.** Імпульс тіла дорівнює 8 кгс · м/с, а кінетична енергія становить 16 Дж. Швидкість тіла дорівнює, м/с:

1) 4; 2) 8; 3) 16; 4) 12; 5) правильної відповіді тут немає.

**29.** Санчата з'їжджають з льодової гірки висотою 19,6 м ( $g = 9,8$  м/с). Якої швидкості набувають санки, м/с?

1) 9,8; 2) 4,9; 3) 19,6; 4) 39,2; 5) правильної відповіді тут немає.

**30.** Чи виконується закон збереження повної механічної енергії тіла, якщо в системі діє сила тертя?

1) Зберігається; 2) не зберігається; 3) зберігається за певних умов.

**31.** Як зміниться потенціальна енергія пружно-деформованого тіла при збільшенні його деформації у 2 рази?

1) Не зміниться; 2) збільшиться у 6 раз; 3) збільшиться у 2 рази; 4) збільшиться у 3 рази; 5) збільшиться у 4 рази.

**32.** Визначити потенціальну енергію тіла масою 3 кг на висоті 2 м від поверхні Землі. Прискорення вільного падіння вважати таким, що дорівнює  $10$  м/с<sup>2</sup>.

1) 1,5 Дж; 2) 6 Дж; 3) 6,7 Дж; 4) 15 Дж; 5) 60 Дж.

#### ***Д-4.3. Висновки з теми***

1. Знак роботи сили визначається кутом між напрямом дії сили і напрямом руху.

2. Робота потенціальних сил по замкнутому шляху дорівнює нулю.

3. До потенціальних сил належать сили тяжіння, сили пружності, електричні сили.

4. До непотенціальних сил належать сили опору і тертя, магнітні сили.

5. Робота непотенціальних сил від'ємна.

6. Непотенціальні сили ще називають дисипативними.

7. Кінетична енергія тіла — це енергія його механічного руху.

8. Потенціальна енергія залежить тільки від взаємного положення всіх частин системи і від їхнього положення в зовнішньому потенціальному полі.

9. Потенціальна енергія — це енергія взаємодії.

10. Сума кінетичної і потенціальної енергії системи тіл залишається сталою, якщо:

- система замкнена і тіла взаємодіють між собою силами гравітації та пружності (потенціальними силами);

- система не замкнена, але алгебраїчна сума роботи, виконаної всіма зовнішніми силами, що діють на тіла цієї системи, дорівнює нулю.

#### Д-4.4. Приклади розв'язування задач

**Задача 1.** Автомобіль, маса якого 3 т, починає рух зі стану спокою по горизонтальному шляху з прискоренням  $2 \text{ м/с}^2$ . Коефіцієнт тертя дорівнює 0,02. Визначити роботу, яку виконує сила тяги двигунів за перші 10 с руху, середню потужність за цей інтервал часу, миттєву потужність наприкінці десятої секунди.

**Дано:**

$$m = 3 \text{ т} = 3000 \text{ кг};$$

$$a = 2 \text{ м/с}^2;$$

$$t = 10 \text{ с};$$

$$\mu = 0,02$$

$$A = ? \quad N_{\text{ср}} = ? \quad N = ?$$

**Розв'язання**

Вісь  $x$  спрямуємо в напрямі руху автомобіля. Робота сили тяги

$$A = F_{\text{тяг}} \cdot s.$$

У проекції на вибрану вісь другий закон Ньютона має вигляд (рис. 1):

$$F_{\text{тяг}} - F_{\text{тер}} = ma.$$

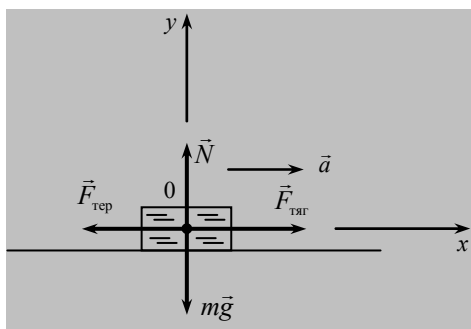


Рис. 1

Отже, сила тяги

$$F_{\text{тяг}} = ma + \mu mg.$$

Шлях, який проїхав автомобіль під час розгону, дорівнює

$$s = \frac{at^2}{2}.$$

Робота сили тяги така:

$$A = m(a + \mu g) \frac{at^2}{2}.$$

Середню потужність двигуна визначимо за формулою

$$N_{\text{ср}} = \frac{A}{t}.$$

Миттєва потужність

$$N = F_{\text{тяг}} v = F_{\text{тяг}} at = m(a + \mu g)at,$$

де  $v = at$  — швидкість наприкінці десятої секунди.

Перевіримо одиницю величини

$$[A] = \left[ \text{кгс} \left( \frac{\text{м}}{\text{с}^2} + \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \right) \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot \text{с}^2 \right] = \left[ \text{кгс} \cdot \text{м}/\text{с}^2 \cdot \text{м} \right] = \left[ \text{Н} \cdot \text{м} \right] = \left[ \text{Дж} \right].$$

$$\begin{aligned} [N] &= \left[ \text{кгс} \left( \frac{\text{м}}{\text{с}^2} + \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \right) \cdot \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot \text{с} \right] = \left[ \text{кгс} \cdot \text{м}/\text{с}^2 \cdot \text{м}/\text{с} \right] = \\ &= \left[ \text{Н} \cdot \frac{\text{м}}{\text{с}} \right] = \left[ \frac{\text{Дж}}{\text{с}} \right] = \left[ \text{Вт} \right]. \end{aligned}$$

Виконуємо обчислення:

$$A = 3 \cdot 10^3 (2 + 0,02 \cdot 9,8) \cdot \frac{2 \cdot 10^2}{2} = 6,6 \cdot 10^5 \text{ Дж};$$

$$N_{\text{ср}} = \frac{6,6 \cdot 10^5}{10} = 6,6 \cdot 10^4 \text{ Вт};$$

$$N = 3 \cdot 10^3 (2 + 0,02 \cdot 9,8) 2 \cdot 10 = 13,2 \cdot 10^4 \text{ Вт}.$$

**Відповідь.** Робота сили тяги дорівнює  $6,6 \cdot 10^5$  Дж, середня потужність –  $6,6 \cdot 10^4$  Вт; миттєва потужність –  $13,2 \cdot 10^4$  Вт.

**Задача 2.** По похилій площині завдовжки 5 м і заввишки 1,5 м піднімають вантаж вагою 1800 Н. Визначити силу, необхідну для рівномірного підйому вантажу. Чому дорівнюють корисна робота і ККД? Коефіцієнт тертя становить 0,3.

**Дано:**

$$L = 5 \text{ м};$$

$$h = 1,5 \text{ м};$$

$$P = 1800 \text{ Н};$$

$$\mu = 0,3$$

$$F = ? \quad A_k = ? \quad \eta = ?$$

**Розв'язання**

На вантаж, який лежить на похилій площині (рис. 2), діють сила тяжіння  $m\vec{g}$ ; сила реакції площини  $\vec{N}$ , сила тертя  $F_{\text{тер}}$  та сила, необхідна для рівномірного підйому вантажу,  $\vec{F}$ .

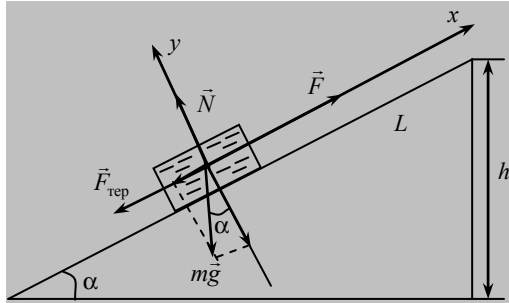


Рис. 2

У векторній формі другий закон Ньютона записується так:

$$\vec{F} + \vec{F}_{\text{тер}} + m\vec{g} + \vec{N} = 0.$$

У проекціях на вісь  $x$ :

$$F - F_{\text{тер}} - mg \sin \alpha = 0.$$

У проекціях на вісь  $y$ :

$$N = mg \cos \alpha.$$

Тоді сила, необхідна для підйому вантажу, дорівнюватиме

$$F = \mu mg \cos \alpha + mg \sin \alpha = mg (\mu \cos \alpha + \sin \alpha).$$

Оскільки  $\sin \alpha = h/L$ , а  $\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \sqrt{1 - h^2/L^2}$ , то

$$F = mg(\mu\sqrt{1 - h^2/L^2} + h/L).$$

Корисна робота

$$A_k = mgh.$$

Затрачена робота

$$A_{\text{затр}} = FL.$$

Тепер визначимо ККД:

$$\eta = \frac{A_{\text{к}}}{A_{\text{затр}}} = \frac{mgh}{FL}.$$

Перевіримо одиницю величини:

$$[F] = [\text{кг} \cdot \text{м}/\text{с}^2 (\sqrt{1 - \text{м}^2/\text{м}^2} + \text{м}/\text{м})] = [\text{кг} \cdot \text{м}/\text{с}^2] = [\text{Н}].$$

$$[A_{\text{к}}] = [\text{кг} \cdot \text{м}/\text{с}^2 \cdot \text{м}] = [\text{Н} \cdot \text{м}] = [\text{Дж}].$$

Виконуємо обчислення:

$$F = 1800 \cdot (0,3\sqrt{1 - 2,25/25} + 1,5/5) = 1058 \text{ Н};$$

$$A_{\text{к}} = 1800 \cdot 1,5 = 2700 \text{ Дж};$$

$$A_{\text{затр}} = F \cdot L = 1058 \cdot 5 = 5290 \text{ Дж};$$

$$\eta = \frac{2700}{5290} = 0,51.$$

**Відповідь.** Сила, необхідна для рівномірного підйому вантажу дорівнює 1058 Н, корисна робота — 2700 Дж.

**Задача 3.** Підйомний кран піднімає вантаж масою 5 т на висоту 15 м. За який час підніметься цей вантаж, якщо потужність двигуна дорівнює 100 кВт, а ККД становить 80 %. Швидкість руху вантажу стала.

*Дано:*

$$m = 5 \text{ т} = 5 \cdot 10^3 \text{ кг};$$

$$N = 100 \text{ кВт} = 10^5 \text{ Вт};$$

$$\Delta h = 15 \text{ м};$$

$$\eta = 0,8$$

$$t \text{ — ?}$$

*Розв'язання*

ККД визначається так:

$$\eta = \frac{A_{\text{к}}}{A_{\text{затр}}}.$$

Корисна робота підйому вантажу дорівнює зміні потенціальної енергії вантажу:



$$A_k = E_{n1} - E_{n2} = mgh_1 - mgh_2 = mg\Delta h.$$

Затрачена двигуном крана робота

$$A_{\text{затр}} = N \cdot t.$$

Тоді формула для визначення ККД набирає вигляду:

$$\eta = \frac{mg\Delta h}{Nt}.$$

Час, за який вантаж підніметься на висоту 15 м, дорівнює

$$t = \frac{mg\Delta h}{N\eta}.$$

Перевіримо одиницю величини:

$$[t] = \left[ \frac{\text{кг} \cdot \text{м}/\text{с}^2 \cdot \text{м}}{\text{Вт}} \right] = \left[ \frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{Дж}/\text{с}} \right] = \left[ \frac{\text{Дж} \cdot \text{с}}{\text{Дж}} \right] = [\text{с}].$$

Виконуємо обчислення:

$$t = \frac{5 \cdot 10^3 \cdot 9,8 \cdot 15}{10^5 \cdot 0,8} = 9,2 \text{ с.}$$

**Відповідь.** Вантаж піднімається на висоту 15 м за 9,2 с.

**Задача 4.** Куля, яка летить зі швидкістю 400 м/с, влучає в земляний вал і долає до зупинки 0,5 м. Визначити опір ґрунту рухові кулі, якщо її маса 24 г.

**Дано:**

$$v_0 = 400 \text{ м/с};$$

$$s = 0,5 \text{ м};$$

$$m = 24 \text{ г} = 2,4 \cdot 10^{-2} \text{ кг};$$

$$v = 0$$

$$t = ?$$

**Розв'язання**

Робота сил опору дорівнює зменшенню кінетичної енергії кулі. Тоді

$$A_{\text{оп}} = E_{k1} - E_{k2},$$

або

$$A_{\text{оп}} = F_{\text{оп}} s.$$

Оскільки куля зупиняється, то маємо:

$$\frac{mv_0^2}{2} = F_{\text{оп}} s.$$

Тоді сила опору

$$F_{\text{оп}} = \frac{mv_0^2}{2s}.$$

Перевіримо одиницю величини:

$$[F] = \left[ \frac{\text{кгс} \cdot \text{м}^2 / \text{с}^2}{\text{м}} \right] = \left[ \text{кгс} \cdot \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \right] = [\text{Н}].$$

Виконуємо обчислення:

$$F = \frac{2,4 \cdot 10^{-2} \cdot (400)^2}{2 \cdot 0,5} = 38,4 \cdot 10^2 \text{ Н}.$$

**Відповідь.** Сила опору ґрунту дорівнює  $3,84 \cdot 10^3$  Н.

**Задача 5.** Визначити роботу, яку необхідно виконати, щоб стиснути пружину жорсткістю 29,4 Н/см на 20 см. Деформацію вважати пружною.

*Дано:*

$$\begin{aligned}x_1 &= 0; \\x_2 &= 20 \text{ см} = 0,2 \text{ м}; \\k &= 29,4 \text{ Н/см} = 2,94 \cdot 10^3 \text{ Н/м}\end{aligned}$$

$A = ?$

*Розв'язання*

Робота зовнішньої сили зі стиснення пружини дорівнює зміні потенціальної енергії пружини:

$$A = (E_{\text{п}2} - E_{\text{п}1}) = \Delta E_{\text{п}}.$$

Потенціальна енергія деформованої пружини

$$\Delta E_{\text{п}} = \frac{kx^2}{2}.$$

При стисненні пружини робота така:

$$A = \frac{kx^2}{2}.$$

Перевіримо одиницю величини:

$$[A] = \left[ \frac{\text{Н}}{\text{м}} \cdot \text{м}^2 \right] = [\text{Н} \cdot \text{м}] = [\text{Дж}].$$

Виконуємо обчислення:

$$A = \frac{2,94 \cdot 10^3 \cdot 0,2^2}{2} = 58,8 \text{ Дж.}$$

**Відповідь.** Робота стиснення пружини дорівнює 58,8 Дж.

**Задача 6.** Камінь кинули з поверхні Землі вертикально вгору зі швидкістю 20 м/с. Визначити максимальну висоту підйому каменя і висоту, на якій кінетична енергія каменя дорівнює його потенціальній енергії. Опором повітря знехтувати.

**Дано:**

$$v_0 = 20 \text{ м/с.}$$

$$H_{\max} \text{ — ? } h_x \text{ — ?}$$

**Розв'язання**

Оскільки за умовами задачі опором повітря можна знехтувати, то в системі Земля—камінь діють консервативні сили. За законом збереження і перетворення механічної енергії сума кінетичної та потенціальної енергії каменя біля поверхні Землі дорівнює сумі кінетичної та потенціальної енергії каменя у верхній точці траєкторії:

$$E_{\text{к1}} + E_{\text{п1}} = E_{\text{к2}} + E_{\text{п2}}.$$

Біля поверхні Землі

$$E_{\text{к1}} = \frac{mv_0^2}{2}; \quad E_{\text{п1}} = 0.$$

На максимальній висоті підйому каменя

$$E_{\text{к2}} = 0; \quad E_{\text{п2}} = mgH_{\max}.$$

Тоді

$$\frac{mv_0^2}{2} = mgH_{\max}.$$

Максимальна висота підйому каменя така:

$$H_{\max} = \frac{v_0^2}{2g}.$$

У другому випадку закон збереження механічної енергії набирає вигляду:

$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv_x^2}{2} + mgh_x.$$

Оскільки на невідомій висоті кінетична та потенціальна енергія однакова:

$$\frac{mv_x^2}{2} = mgh_x,$$

то закон збереження енергії набирає вигляду

$$\frac{mv_0^2}{2} = mgh_x + mgh_x = 2mgh_x.$$

Звідси

$$h_x = \frac{v_0^2}{4g}.$$

Перевіримо одиницю величини:

$$[H_{\max}] = \left[ \frac{\frac{\text{М}^2}{\text{с}^2}}{\frac{\text{М}}{\text{с}^2}} = \frac{\text{М}^2 \cdot \text{с}^2}{\text{М} \cdot \text{с}^2} \right] = [\text{М}].$$

Виконуємо обчислення:

$$H_{\max} = \frac{20^2}{2 \cdot 9,8} = 20,4 \text{ м};$$

$$h_x = \frac{20^2}{4 \cdot 9,8} = 10,2 \text{ м}.$$

**Відповідь.** Максимальна висота підйому каменя дорівнює 20,4 м; висота, на якій кінетична та потенціальна енергія каменя однакова, дорівнює 10,2 м.

**Задача 7.** На довгій нитці підвішено дерев'яний брусок масою 5 кг. Куля масою 10 г, яка летіла зі швидкістю 300 м/с, потрапляє в нього і застряє. Визначити висоту, на яку підніметься брусок.

*Дано:*

$$v = 300 \text{ м/с};$$

$$m_1 = 10 \text{ г} = 10^{-2} \text{ кг};$$

$$m_2 = 5 \text{ кг}$$

$$h - ? \quad \eta - ?$$

*Розв'язання*

У системі брусок—Земля діє консервативна сила—сила тяжіння. Тоді для цієї системи можна записати закон збереження механічної енергії (рис. 3):

$$E_k + E_{\text{п}} = \text{const},$$

тобто

$$E_{\kappa} = E_{\Pi}, \text{ або } \frac{m_1 + m_2}{2} u^2 = (m_1 + m_2) gh,$$

де  $u$  — швидкість бруска і кулі. Отже, висота, на яку підніметься брусок, дорівнює

$$h = \frac{u^2}{2g}.$$

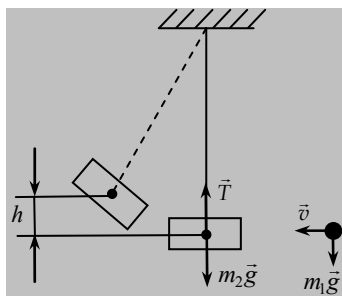


Рис. 3

Оскільки вздовж горизонтального напрямку руху система брусок—Земля замкнена, можна скористатися законом збереження імпульсу:

$$m_1 v = (m_1 + m_2) u.$$

Тоді швидкість бруска з кулею

$$u = \frac{m_1 v}{m_1 + m_2}.$$

Звідси висота, на яку піднімається брусок, визначається так:

$$h = \left( \frac{m_1}{m_1 + m_2} \right)^2 \frac{v^2}{2g}.$$

Перевіримо одиницю величини:

$$[h] = \left[ \frac{\text{кг}^2}{\text{кг}^2} \cdot \frac{\text{М}^2 \cdot \text{с}^2}{\text{с}^2 \cdot \text{М}} \right] = [\text{М}].$$

Виконуємо обчислення:

$$h = \left( \frac{0,01}{0,01 + 5} \right)^2 \frac{9 \cdot 10^4}{2 \cdot 9,8} = 1,8 \cdot 10^{-2} \text{ м.}$$

**Відповідь.** Брусок із кулею підніметься на висоту 1,8 см.

**Задача 8.** Визначити роботу сили тяги, якщо на шляху 20 м швидкість візка змінилася від 2 до 10 м/с. На всьому шляху діє стала сила тертя. Коефіцієнт тертя дорівнює 0,1, маса візка 50 кг.

**Дано:**

$$\begin{aligned} m &= 50 \text{ кг;} \\ v_1 &= 2 \text{ м/с;} \\ v_2 &= 10 \text{ м/с;} \\ s &= 20 \text{ м;} \\ \mu &= 0,1 \end{aligned}$$

$A = ?$

**Розв'язання**

У системі візок—дорога діють сили тяжіння та тертя. У системі діють неконсервативні сили. Оскільки потенціальна енергія системи не змінюється, робота сили тяги витрачається на зміну кінетичної енергії візка та на виконання роботи проти сил тертя:

$$A = E_{к2} - E_{к1} + A_{\text{тер}}.$$

Перепишемо це рівняння у вигляді

$$A = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} + \mu mgs.$$

Виконуємо обчислення:

$$A = 50 \left( \frac{10^2}{2} - \frac{2^2}{2} + 0,1 \cdot 9,8 \cdot 20 \right) = 3380 \text{ Дж.}$$

**Відповідь.** Робота сили тяги дорівнює 3380 Дж.

**Задача 9.** Ракета, маса якої без палива 400 г, при згорянні 50 г палива піднімається на висоту 125 м. Визначити швидкість витікання газів із сопла ракети.

**Дано:**

$$\begin{aligned} m_1 &= 400 \cdot 10^{-3} \text{ кг;} \\ m_2 &= 50 \cdot 10^{-3} \text{ кг;} \\ h &= 125 \text{ м} \end{aligned}$$

$v_2 = ?$

**Розв'язання**

За законом збереження механічної енергії маємо:

$$E_к = U,$$

де  $E_k$  — кінетична енергія ракети на початку руху;  $U$  — потенціальна енергія ракети на висоті 125 м.

За умовою задачі маємо:

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} = m_1 gh,$$

де  $v_1$  — швидкість ракети на початку руху.

Тоді швидкість ракети на початку руху

$$v_1 = \sqrt{2gh}.$$

Швидкість витікання газів із сопла ракети визначимо за законом збереження імпульсу. Імпульс системи ракета-паливо перед згорянням палива дорівнює нулю:

$$0 = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2,$$

де  $v_2$  — швидкість витікання газів із сопла ракети.

У проекції на вертикальну вісь закон збереження імпульсу запишемо так:

$$m_1 v_1 - m_2 v_2 = 0.$$

Тоді

$$v_2 = \frac{m_1 v_1}{m_2}.$$

Підставивши в цю рівність вираз для швидкості ракети на початку руху, дістанемо формулу для визначення швидкості витікання газів із сопла ракети:

$$v_2 = \frac{m_1}{m_2} \sqrt{2gh}.$$

Перевіримо одиницю величини:

$$[v] = \left[ \frac{\text{кг}}{\text{кг}} \sqrt{\frac{\text{М} \cdot \text{М}}{\text{с}^2}} \right] = \left[ \frac{\text{М}}{\text{с}} \right].$$

Виконуємо обчислення:

$$v_2 = \frac{400 \cdot 10^{-3}}{50 \cdot 10^{-3}} \sqrt{2 \cdot 9,8 \cdot 125} = 396 \text{ м/с}.$$

**Відповідь.** Швидкість витікання газів із сопла ракети дорівнює 396 м/с.

#### *Д-4.5. Задачі для аудиторного розв'язування*

**4-1.** Візок масою 2 т рівномірно переміщують по горизонтальному шляху. Яку роботу потрібно виконати на шляху 100 м і яку роботу здійснює сила тертя, якщо коефіцієнт тертя дорівнює 0,01? (19,6 кДж; -19,6 кДж)

**4-2.** Вагонетка канатної підвісної дороги піднімається з прискоренням  $0,4 \text{ м/с}^2$  під кутом  $30^\circ$  до горизонту. Визначити роботу, яку виконує двигун вагонетки протягом перших 5 с руху, якщо маса вагонетки 10 т. (270 кДж)

**4-3.** Потяг вагою  $6 \cdot 10^6 \text{ Н}$  відходить від станції й через 300 с після відправлення має швидкість 20 м/с. Яку середню потужність розвиває потяг, якщо коефіцієнт тертя 0,005? ( $7 \cdot 10^5 \text{ Вт}$ )

**4-4.** Автомобіль вагою  $1,5 \cdot 10^4 \text{ Н}$  та потужністю  $7,5 \cdot 10^4 \text{ Вт}$  піднімається вгору з нахилом  $30^\circ$ . Яку максимальну швидкість може розвинути автомобіль, якщо коефіцієнт тертя дорівнює 0,05? (9,26 м/с)

**4-5.** Визначити потенціальну та кінетичну енергію тіла масою 3 кг, яке вільно падає з висоти 5 м, на відстані 2 м від поверхні Землі. (60 Дж; 90 Дж)

**4-6.** Визначити потенціальну енергію тіла масою 100 г, кинутого вертикально вгору зі швидкістю 10 м/с, у найвищій точці. (5 Дж)

**4-7.** Камінь кинули вертикально вгору зі швидкістю 10 м/с. На якій висоті кінетична енергія каменя дорівнює його потенціальній енергії? (2,6 м)

**4-8.** Визначити кінетичну енергію тіла масою 1 кг, кинутого з висоти горизонтально зі швидкістю 20 м/с, наприкінці четвертої секунди його руху. (1000 Дж)

**4-9.** Автомобіль масою 5 т підходить до підйому, довжина якого 200 м і висота 4 м, зі швидкістю 15 м/с. Наприкінці піднімання швидкість зменшилася до 5 м/с. Коефіцієнт опору дорівнює 0,09. Визначити: а) зміну потенціальної енергії; б) зміну кінетичної енергії; в) роботу сили опору; г) роботу сили тяги; д) силу тяги автомобіля. (200 кДж; -500 кДж; -900 кДж; 600 кДж; 3 кН)

**4-10.** Літак масою 2 т рухається в горизонтальному напрямі зі швидкістю 50 м/с. Перебуваючи на висоті 420 м, він переходить на зниження при вимкненому двигуні й досягає доріжки аеродрому, маючи швидкість 30 м/с. Визначити роботу сили опору повітря під час зниження. (-10 МДж)

**4-11.** Куля масою 9,6 г вилітає зі ствола кулемета зі швидкістю 825 м/с. Через 100 м швидкість кулі зменшується до 746 м/с, а через 200 м — до 675 м/с. Визначити роботу сили опору повітря на перших і других ста метрах шляху. (-0,6 кДж; -0,48 кДж)



**4-12.** У тіло масою 990 г, що лежить на горизонтальній поверхні, влучає куля масою 10 г і застряє в ньому. Швидкість кулі напрямлена горизонтально й дорівнює 700 м/с. Який шлях пройде тіло до зупинки, якщо коефіцієнт тертя між тілом і поверхнею 0,05? (50 м)

#### *Д-4.6. Задачі для самостійного розв'язування*

**4-13.** Ящик масою 10 кг рухається по горизонтальній поверхні зі швидкістю 2 м/с під дією горизонтальної сили 5 Н. Яку роботу виконує ця сила за 1 хв? ( $6 \cdot 10$  Дж)

**4-14.** Яка робота виконується під час рівномірного переміщення ящика масою 100 кг по горизонтальній поверхні на відстань 49,6 м, якщо коефіцієнт тертя 0,33, а мотузку, за допомогою якого тягнуть ящик, утворює з горизонтом кут  $30^\circ$ ? (13,5 кДж)

**4-15.** Потяг масою  $6 \cdot 10^5$  кг рівномірно піднімається на гору. Підйом гори — 5 м на 1 км шляху. Сила тертя  $10^4$  Н. Швидкість потяга — 72 км/год. Визначити потужність потяга. (800 кВт)

**4-16.** Для зльоту літака необхідна швидкість 25 м/с і довжина пробігу 100 м. Яка потужність двигунів під час зльоту, якщо маса літака 1 т, а коефіцієнт тертя 0,02? (73,7 кВт)

**4-17.** Автомобіль, вага якого 15 кН, рухається рівномірно зі швидкістю 27 км/год. Коефіцієнт тертя дорівнює 0,02. Визначити потужність двигуна та роботу, яку виконує двигун на кожному кілометрі шляху. (2,3 кВт; 300 кДж)

**4-18.** Після вимкнення двигуна автомобіль подолав шлях 200 м. Визначити роботу сили опору за час руху. Маса автомобіля 1,5 т, коефіцієнт опору дорівнює 0,02. (–59 кДж)

**4-19.** З якою швидкістю має рухатись автомобіль масою 2 т, щоб мати таку саму кінетичну енергію, як і снаряд масою 10 кг, який рухається зі швидкістю 800 м/с? (57 м/с)

**4-20.** Тіло кинули горизонтально з початковою швидкістю 15 м/с. За скільки секунд кінетична енергія тіла збільшиться вдвічі? Опором повітря знехтувати. (1,5 с)

**4-21.** Куля масою 20 г, яку випущено під кутом до горизонту, у верхній точці траєкторії має кінетичну енергію 88,2 Дж. Визначити кут, під яким випустили кулю, якщо початкова швидкість кулі 660 м/с. ( $9^\circ$ )

**4-22.** Тіло масою 500 г кинули горизонтально з певної висоти зі швидкістю 20 м/с. Визначити кінетичну енергію тіла наприкінці другої секунди руху. (0,2 кДж)

**4-23.** Тіло кинули зі швидкістю  $v_0$  вертикально вгору. На якій висоті над поверхнею Землі його кінетична енергія дорівнюватиме потенціальній?

$$\left( h = \frac{v_0^2}{4g} \right)$$

**4-24.** Ракета масою 0,2 кг вилетіла з ракетниці вертикально вгору зі швидкістю 50 м/с. Визначити кінетичну й потенціальну енергію ракети через 1 с після пострілу, вважаючи, що маса ракети за цей час не змінилася. (160 Дж; 88 Дж)

**4-25.** Яку роботу потрібно виконати, щоб підняти вантаж масою 100 г на висоту 2 м і надати йому швидкості 3 м/с? (2,41 Дж)

**4-26.** Автомобіль масою 2 т розганяється з місця на гору з ухилом 0,02. Коефіцієнт опору дорівнює 0,05. Автомобіль набуває швидкості 97,2 км/год на ділянці завдовжки 100 м. Яку середню потужність розвиває двигун? (120 кВт)

**4-27.** Куля масою 9 г, що летить горизонтально зі швидкістю 400 м/с, пробиває колоду завтовшки 30 см і вилітає з неї зі швидкістю 100 м/с. Яка середня сила опору рухові кулі в колоді? (2,25 кН)

**4-28.** Літак масою 5 т рухався горизонтально зі швидкістю 360 км/год. Потім він піднявся на висоту 2 км. При цьому його швидкість стала 200 км/год. Визначити роботу, затрачену двигуном на підйом літака. ( $8,07 \cdot 10^7$  Дж)

**4-29.** Під дією ракетносія ракету підняли на висоту  $4 \cdot 10^4$  м, і вона набула швидкості  $1,4 \cdot 10^3$  м/с. Визначити повну механічну енергію ракети на цій висоті, якщо маса ракети 0,5 т. ( $6,9 \cdot 10^8$  Дж)

**4-30.** Насос, двигун якого розвиває потужність 25 кВт, піднімає 100 м<sup>3</sup> нафти на висоту 6 м за 8 хв. Знайти ККД установки. (40 %)

**4-31.** Яку роботу потрібно виконати, щоб стиснути на 2 см пружину, жорсткість якої дорівнює 29,4 Н/см? (58,8 Дж)

**4-32.** Вагон масою 12 т рухався зі швидкістю 1 м/с. Наскочивши на пружний буфер, він зупинився, стиснувши пружину буфера на 10 см. Визначити жорсткість пружини. ( $1,2 \cdot 10^6$  Н/м)

**4-33.** На скільки зросте потенціальна енергія ресорної пружини вагона, якщо її стиснути на 0,2 м? Для стиску на 3 см потрібна сила  $9 \cdot 10^4$  Н. ( $6 \cdot 10^4$  Дж)

**4-34.** Вагон масою 40 т, що рухається зі швидкістю 2 м/с, наприкінці запасної колії вдаряється об пружний амортизатор. На скільки стиснеться пружина, якщо її жорсткість дорівнює  $2,25 \cdot 10^5$  Н/м? (0,84 м)

**4-35.** На яку висоту підніметься кулька масою 10 г, випущена з дитячого пістолета вертикально вгору, якщо пружину завдовжки 15 см було стиснуто до 5 см, а її жорсткість 9,8 Н/см? (50 м)

**4-36.** Кулька масою 10 г, випущена з дитячого пістолета вертикально вгору, піднялася на висоту 1 м. Визначити абсолютну деформацію пружини перед натисканням на курок, якщо коефіцієнт жорсткості пружини дорівнює 400 Н/м. ( $2,2 \cdot 10^{-2}$  м)

**4-37.** Пружину жорсткістю 1 кН/м було стиснуто на 4 см. Яку роботу потрібно виконати, щоб стиснення пружини збільшилося до 18 см? (15,4 Дж)

**4-38.** Потужність ГЕС 73,5 кВт. Чому дорівнюють витрати води за 1 с, якщо ККД станції 75 % і гребля піднімає рівень води на висоту 10 м? ( $10^3 \text{ м}^3/\text{с}$ )

**4-39.** Платформа з гарматою загальною масою  $2 \cdot 10^4$  кг стоїть на горизонтальній прямолінійній залізничній колії. Маса снаряда 50 кг, його початкова швидкість дорівнює 600 м/с. На скільки відкотиться платформа під час пострілу паралельно колії, якщо коефіцієнт тертя становить  $2 \cdot 10^{-3}$ ? (57 м)

**4-40.** У тіло масою 2 кг, яке підвішено на нерозтяжній нитці завдовжки 2 м, влучає куля масою 10 г. Тіло з кулею відхиляється на  $30^\circ$  від вертикального положення нитки. Визначити швидкість кулі. (458 м/с)

**4-41.** Дві пружні кульки масами  $m_1 = 200$  г і  $m_2 = 100$  г підвішено поруч одна з одною так, що їхні центри містяться на одній висоті. Першу кульку відхиляють на висоту 18 см і відпускають. На яку висоту підніметься кожна з кульок після удару?

$$\left( h_1 = H \left( \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \right)^2 = 2 \text{ см}; h_2 = 4H \left( \frac{m_1}{m_1 + m_2} \right)^2 = 32 \text{ см} \right)$$

**4-42.** Куля масою 10 г, що летіла горизонтально зі швидкістю 200 м/с, влучає в тіло масою 0,49 кг, підвішене на нитці завдовжки 2,5 м, і застряє в ньому. Визначити кут відхилення даного тіла з кулею. ( $47^\circ$ )

**4-43.** Сталеві кульки масами 0,1 і 0,2 кг підвішено на нитках завдовжки по 50 см так, що нитки паралельні, а кульки дотикаються одна до одної. Меншу кульку відхилили на кут  $90^\circ$ , після чого відпустили. Яку швидкість матиме більша кулька після удару? (2 м/с)

### Д-5.1. Теоретичні відомості

#### Тиск. Закон Паскаля

Сили, з якими діють одна на одну окремі частини рідини або гази, називаються **силами тиску**. Сили тиску завжди діють перпендикулярно до поверхні, до якої вони прикладені. **Тиск** — це сила, яка припадає на одиницю площі поверхні:

$$p = \frac{F}{S}.$$

Одиниця вимірювання тиску — паскаль;  $1 \text{ Па} = 1 \text{ Н/м}^2$ .

Нехай посудина, яка має форму циліндра, заповнена рідиною, густина якої  $\rho$  (рис. Д-5.1). Визначимо силу тиску, яка діє з боку рідини на дно посудини площею  $S$ .

Сила тиску на дно посудини

$$F = P = mg = \rho gV,$$

де  $P$  — вага рідини;  $V$  — об'єм рідини, який дорівнює об'єму посудини.

Відомо, що  $V = Sh$ , тоді

$$F = \rho gSh.$$

Тиск рідини на дно посудини визначимо так:

$$p = \frac{F}{S},$$

або

$$p = \rho gh.$$

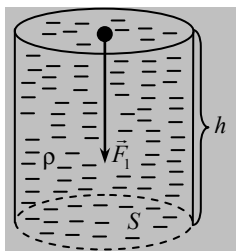


Рис. Д-5.1

Тиск, який чинить рідина дією своєї ваги, називається **гідростатичним**. Гідростатичний тиск залежить від густини і висоти стовпа рідини і не залежить від форми посудини.

Властивості гідростатичного тиску:

- у всіх точках рідини, які перебувають на одному рівні, тиск однаковий;
- на однаковій глибині тиск на дно і бічний тиск однакові;
- тиск по висоті бічної стінки посудини розподіляються не рівномірно: на верхній край рідина чинить найменший тиск  $p_1$ , а поблизу дна — найбільший  $p_2$ . Тиск на бічну стінку розраховують як середнє значення з цих двох:

$$p = \frac{p_1 + p_2}{2}.$$

Усе щойно сказане однаковою мірою стосується і тиску газу.

**Закон Паскаля:** тиск, який діє на рідину або газ, що заповнюють закриту посудину, передається без змін у всіх напрямках у кожну точку рідини або газу. На законі Паскаля ґрунтується принцип дії гідравлічного преса (рис. Д-5.2). Гідравлічний прес являє собою два циліндри різного діаметра, які в нижній частині сполучені між собою. Кожний циліндр закривається у верхній частині рухомим поршнем площею відповідно  $S_1$  та  $S_2$ . Нехай  $S_2 > S_1$ . Якщо на малий поршень подіяти зовнішньою силою  $F_1$  або покласти на нього вантаж, то під поршнем виникне додатковий тиск, який дорівнює

$$p = \frac{F_1}{S_1}.$$

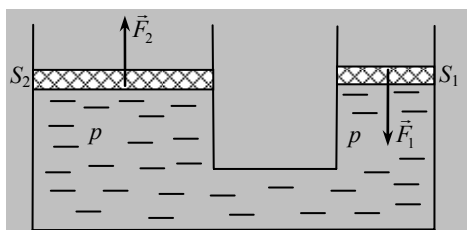


Рис. Д-5.2

Рідина із малого циліндра переходить в більший, де великий поршень почне підніматися. За законом Паскаля великий поршень зазнає такого самого тиску, який створено під малим:

$$p = \frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2}.$$

Тоді на великий поршень діє така сила тиску:

$$F_2 = \frac{S_2}{S_1} F_1.$$

Отже, тиск під поршнями однаковий, а сили тиску пропорційні до площ поршнів.

За допомогою гідравлічного преса можна стискати рідину до тиску  $10^7$  Па. Гідравлічний прес використовується для пресування бавовни, паперу тощо.

Посудини різної форми, які в нижній частині сполучені між собою, називаються **сполученими** (рис. Д-5.3). Якщо в одне коліно сполучених посудин залити рідину, вона неодмінно перетече в друге коліно. У разі однорідної рідини густиною  $\rho$  висота рідини в обох колінах буде однаковою (рис. Д-5.3, а).

Якщо в сполучені посудини налити спочатку рідину густиною  $\rho_1$ , а потім в одне з колін долити іншу рідину густиною  $\rho_2$ , рідини встановляться в колінах на різних висотах (рис. Д-5.3, б). При цьому висоти стовпів рідин над рівнем поділу рідин обернено пропорційні до їхніх густин:

$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{\rho_2}{\rho_1}.$$

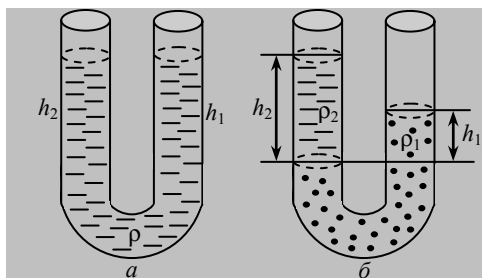


Рис. Д-5.3

Ми знаємо, що Земля оточена атмосферою, яка складається з суміші газів. Атмосфера своєю вагою чинить тиск на всі предмети, які перебувають на поверхні Землі. Тиск, який чинить атмосфера на всі тіла, що перебувають на Землі, називається **атмосферним**. Уперше атмосферний тиск виміряв у 1643 році італійський вчений Торрічеллі. Атмосферний тиск  $p_0$ , при якому висота ртутного стовпа дорівнює 760 мм при температурі  $0^\circ\text{C}$ , густині ртуті  $13595,1 \text{ кг/м}^3$  і прискоренні вільного падіння  $9,81 \text{ м/с}^2$ , називається **нормальним атмосферним тиском**.

Зі збільшенням висоти атмосфери над поверхнею Землі атмосферний тиск зменшується за експоненціальним законом:

$$p_h = p_0 e^{-\frac{\rho g h}{p_0}},$$

де  $p_h$  — тиск повітря на висоті  $h$  над поверхнею Землі;  $p_0$  — тиск біля поверхні Землі;  $\rho$  — густина повітря.

### Закон Архімеда

Розглянемо куб, який занурено в рідину густиною  $\rho$  (рис. Д-5.4).

На грані куба діють сили тиску з боку рідини. Сили тиску  $\vec{F}_3$  і  $\vec{F}_4$ , що діють на бічні грані куба, урівноважують одна одну. Сила тиску, що діє на верхню основу куба, напрямлена вертикально вниз і дорівнює

$$F_1 = \rho g h S,$$

де  $h$  — глибина занурення верхньої основи куба;  $S$  — площа основи куба.

Сила тиску, що діє на нижню основу куба, напрямлена вертикально вгору і визначається аналогічно:

$$F_2 = \rho g (h + H) S,$$

де  $(h + H)$  — глибина занурення нижньої основи.

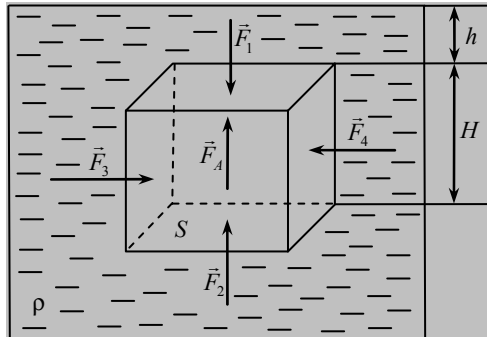


Рис. Д-5.4

Рівнодійна цих сил напрямлена вертикально вгору і дорівнює

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2,$$

тобто

$$F = F_2 - F_1 = \rho g(h + H)S - \rho ghS,$$

або

$$F = \rho gHS.$$

Ураховуючи, що  $HS = V$  і  $V\rho = m_{\text{рід}}$ , маємо

$$F_A = \rho gV_T,$$

де  $V_T$  — об'єм витісненої рідини, який дорівнює об'єму зануреної в рідину частини тіла.

Отже, на тіло занурене в рідину або газ, діє виштовхна сила, або сила Архімеда, яка дорівнює вазі рідини чи газу в об'ємі, який займає тіло, напрямлена вертикально вгору і прикладена до центра тяжіння витісненого об'єму рідини. **Це закон Архімеда.**

### Плавання тіл

На тіло, занурене в рідину, діють дві сили: сила тяжіння  $\vec{F}_T$  і сила Архімеда  $\vec{F}_A$  (рис. Д-5.5). Якщо  $F_T > F_A$ , то тіло потоне (рис. Д-5.5, а). Якщо  $F_T = F_A$ , то тіло перебуває у стані рівноваги на будь-якій глибині середині рідини (рис. Д-5.5, б). Якщо  $F_T < F_A$ , то тіло спливає доти, доки сила Архімеда не дорівнюватиме силі тяжіння, тобто  $F_T = F_A$ , а потім буде плавати на поверхні рідини (рис. Д-5.5, в). Нездобно слід пам'ятати, що під час плавання тіла сила Архімеда визначається звичайно так:

$$F_A = \rho gV_T.$$

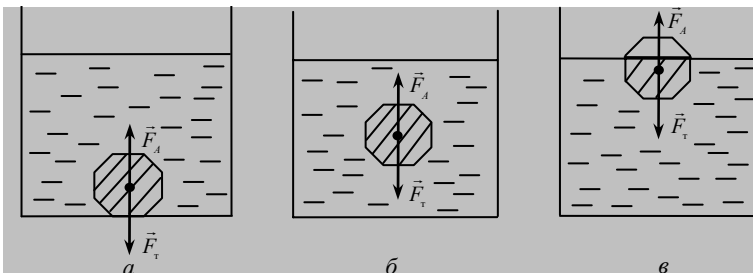


Рис. Д-5.5

Проте  $V_T$  — це занурена в рідину частина тіла. На рис. Д-5.5, в занурена частина тіла заштрихована.



Сила Архімеда також діє на тіла, які перебувають у газі. Наприклад, на повітряну кулю або дирижабль.

### Закон Бернуллі

Якщо потік рідини або газу рухається, тиск визначається за формулою:

$$p = p_0 + \frac{\rho v^2}{2},$$

де  $p_0$  — статичний тиск;  $v$  — швидкість руху рідини або газу.

Швидкість потоку рідини або газу і тиск підпорядковані **закону Бернуллі**: чим більша швидкість потоку, тим менший тиск:

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{v_2}{v_1},$$

або

$$p_0 + \frac{\rho v^2}{2} = \text{const.}$$

За законом Бернуллі виникає піднімальна сила крила літака. Крилу літака надають такого профілю і орієнтують у потоці газу так (рис. Д-5.6), щоб швидкість частинок повітря над крилом була набагато більшою, ніж під крилом  $\vec{v}_1 > \vec{v}_2$ . Тоді над крилом створюється менший тиск, а під крилом — більший:  $p_2 > p_1$ . Різниця між тиском під крилом літака та над його крилом і створює піднімальну силу.

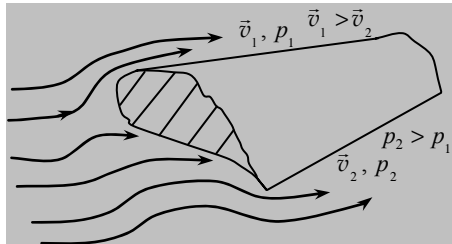


Рис. Д-5.6

Піднімальна сила крила літака дорівнює

$$F = \Delta p s,$$

де  $\Delta p = p_2 - p_1$  — різниця тисків повітря під крилом і над крилом літака.

Теоретичні розрахунки з теорії піднімальної сили крила літака було виконано М. Є. Жуковським.

### ***Д-5.2. Завдання для поточного тестування***

**1.** Підставити необхідні слова у формулювання закону Паскаля:

*Тиск, який діє на рідину або газ, що заповнюють закриту посудину, ..... у кожену точку рідини або газу.*

**2.** Гідростатичний тиск на глибині  $h$  визначається за формулою:

1)  $\rho gSh$ ; 2)  $\rho gh$ ; 3)  $\frac{F}{S}$ ; 4)  $\frac{p_1 + p_2}{2}$ .

**3.** Тиск на певній глибині в рідині або газі зумовлений:

1) вагою рідини або газу; 2) об'ємом рідини або газу; 3) вагою цього стовпа рідини або газу.

**4.** Тиск рідини у стані спокою залежить:

1) від форми посудини; 2) глибини рідини; 3) об'єму посудини; 4) густини рідини; 5) ваги рідини.

**5.** Бічний тиск на глибині  $h$  визначається за формулою:

1)  $\rho gSh$ ; 2)  $\rho gh$ ; 3)  $\frac{F}{S}$ ; 4)  $\frac{p_1 + p_2}{2}$ .

**6.** Тиск на бічну стінку визначається за формулою:

1)  $\rho gSh$ ; 2)  $\rho gh$ ; 3)  $\frac{F}{S}$ ; 4)  $\frac{p_1 + p_2}{2}$ .

**7.** Гідравлічний прес характеризується тим, що:

- 1) рідина чинить тиск дією своєї ваги;
- 2) тиск під поршнями однаковий;
- 3) сили тиску пропорційні до площ поршнів;
- 4) висота стовпів рідин у циліндрах однакова.

**8.** Дописати формулювання: *Гідравлічний прес дає виграти ....., а в .... у стільки разів, у скільки разів .....*  
*Більше .....*

**9.** Сила Архімеда визначається за формулою:

1)  $\rho gSh$ ; 2)  $\rho gh$ ; 3)  $\frac{F}{S}$ ; 4)  $\frac{p_1 + p_2}{2}$ .

**10.** Тіло тоне, якщо співвідношення між силою тяжіння і силою Архімеда таке:

1)  $F_T > F_A$ ; 2)  $F_T < F_A$ ; 3)  $F_T = F_A$ .

**11.** Тіло спливає, якщо співвідношення між силою тяжіння і силою Архімеда таке:

1)  $F_T > F_A$ ; 2)  $F_T < F_A$ ; 3)  $F_T = F_A$ .

**12.** Тіло перебуває у стані рівноваги всередині рідини, якщо співвідношення між силою тяжіння і силою Архімеда таке:

1)  $F_T > F_A$ ; 2)  $F_T < F_A$ ; 3)  $F_T = F_A$ .

**13.** Сила Архімеда діє:

- 1) на повітряну кулю;
- 2) на тіло, занурене в рідину;
- 3) на тіло, що плаває на поверхні рідини;
- 4) на камінь, який лежить на дні озера.

**14.** Розраховуючи силу Архімеда, у формулу потрібно підставити:

- 1) об'єм всього тіла;
- 2) об'єм, зануреної частини тіла;
- 3) об'єм витісненої рідини.

**15.** Сила Архімеда виникає тому, що:

- 1) швидкість більша над тілом, ніж під тілом;
- 2) над тілом створюється менший тиск, а під тілом — більший;
- 3) на нижню частину тіла діє більша сила, ніж на верхню.

**16.** Сила Архімеда — це векторна сума:

- 1) сили тяжіння, яка діє на тіло, та сили тиску з боку рідини;
- 2) сили тяжіння, яка діє на рідину, та сили ваги тіла;
- 3) всіх сил, з якими діє рідина на занурене в неї тіло.

**17.** Піднімальна сила крила літака зумовлена тим, що:

- 1) швидкість над крилом більша, ніж під крилом;
- 2) над крилом створюється менший тиск, а під крилом — більший;
- 3) на нижню частину крила діє більша сила, ніж на верхню.

**18.** Назвати одиницю фізичної величини, яку задано через інші одиниці фізичних величин  $? = \frac{H}{M \cdot M}$ :

- 1) Дж; 2) Вт; 3) Па.

19. Назвати одиницю фізичної величини, яку задано через інші одиниці фізичних величин  $?\ = \frac{\text{кгс}}{\text{м}^3} \cdot \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot \text{м}^3$ :

1) Дж; 2) Н; 3) Па.

20. Назвати одиницю фізичної величини, яку задано через інші одиниці фізичних величин  $?\ = \frac{\text{кгс} \cdot \text{м}}{\text{с}^2} \cdot \frac{1}{\text{м}^2}$ :

1) Дж; 2) Н; 3) Па.

21. Назвати одиницю фізичної величини, яку задано через інші одиниці фізичних величин  $?\ = \frac{\text{кгс}}{\text{м}^3} \cdot \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot \text{м}$ :

1) Дж; 2) Н; 3) Па.

22. Висота греблі, якщо вимірювати від дна, становить 18 м, а рівень води у водосховищі на 3 м нижчий за гребінь греблі. Визначити тиск води на греблю біля дна. Атмосферний тиск не враховувати. Густина води  $10^3 \text{ кг/м}^3$ .

1) 100 кПа, 2) 150 кПа, 3) 200 кПа, 4) 210 кПа, 5) інша відповідь.

23. У порожній куб із ребром 0,6 м налито доверху воду (густина  $10^3 \text{ кг/м}^3$ ),  $g = 10 \text{ м/с}^2$ . Визначити силу тиску на бічні грані куба, Н:

1) 600; 2) 2160; 3) 1080; 4) 1200; 5) правильної відповіді тут немає.

24. Тіло перебуває в рівновазі всередині рідини. Визначити співвідношення між силою тяжіння та силою Архімеда.

1)  $F_A = F_T = 0$ ; 2)  $F_A > F_T$ ; 3)  $F_A < F_T$ ; 4)  $F_A = F_T \neq 0$ .

25. Чи однакова сила Архімеда діє на тіло, якщо його помістити на різну глибину?

1) Не однакова; 2) однакова; 3) чим більша глибина, тим більша архімедова сила; 4) чим менша глибина, тим менша архімедова сила; 5) немає правильної відповіді.

26. Який напрям має сила Архімеда, що діє на підводний човен, який пливе горизонтально під водою?

1) Угору; 2) вниз; 3) архімедова сила дорівнює 0; 4) уздовж напрямку руху човна; 5) проти напрямку руху човна.

27. Одиниця тиску 1 Па дорівнює:

1) 1 Н·м, 2) 1 Н·м<sup>2</sup>, 3) 1 Н/м<sup>2</sup>, 4) 1 Н/м<sup>3</sup>

28. Чому дорівнює маса води, яка витісняється підводною частиною човна?

1) Дорівнює масі вантажу; 2) дорівнює масі човна без вантажу; 3) дорівнює масі човна з вантажем; 4) більша за масу човна з вантажем; 5) менша за масу човна з вантажем.

### *Д-5.3. Висновки з теми*

1. Тиск на певній глибині в рідині або газі зумовлений вагою цього стовпа рідини або газу.

2. Тиск рідини у стані спокою не залежить від форми посудини, а залежить тільки від глибини і густини рідини.

3. За законом Паскаля атмосферний тиск передається в усі точки рідини без змін.

4. Закон Паскаля відповідає на питання, як передається тиск, що діє на рідину або газ.

5. Розподіл тиску за глибиною не залежить від форми посудини.

6. Гідравлічний прес дає вигоду не в роботі, а в силі у стільки разів, у скільки разів площа великого поршня більша за площу малого.

7. Сила Архімеда — це векторна сума всіх сил, якими діє рідина на занурене в неї тіло.

8. Сила Архімеда виникає тому, що на нижню частину тіла з боку рідини діє більша сила, ніж на верхню.

9. Сила Архімеда залежить від об'єму зануреної частини рідини і, відповідно, від форми тіла.

10. Однорідна рідина у сполучених посудинах завжди встановлюється на одному рівні незалежно від форми посудин і площі перерізу.

11. Тіло, занурене в рідину, спочатку тоне, потім починає спливати; плаватиме в рідині, якщо сила Архімеда дорівнює силі ваги тіла.

12. Для визначення сили Архімеда розраховується об'єм зануреної частини тіла в рідину.

13. Принцип дії гідравлічного преса ґрунтується на законі Паскаля.

14. Тиск під поршнями гідравлічного преса однаковий, а сила тиску великого поршня більша у стільки разів, у скільки його площа більша за площу малого.

15. Якщо в сполучені посудини налито різні рідини, які не перемішуються, висоти стовпів рідин у колінах обернено пропорційні до густин цих рідин.

16. Піднімальна сила крила літака виникає за законом Бернуллі: над крилом створюється менший тиск, а під крилом — більший.

### Д-5.4. Приклади розв'язування задач

**Задача 1.** У посудину циліндричної форми налито газ і ртуть. Маси газу і ртуті однакові. Загальна висота рідин — 73 см. Визначити тиск рідин на дно посудини.

*Дано:*

$$\begin{aligned} m_p &= m_r = m; \\ h &= 73 \text{ см} = 0,73 \text{ м}; \\ \rho_p &= 13600 \text{ кг/м}^3; \\ \rho_r &= 800 \text{ кг/м}^3 \\ \hline p &= ? \end{aligned}$$

Оскільки

$$p_p = \rho_p g h_p; \quad p_r = \rho_r g h_r,$$

то

$$p = \rho_p g h_p + \rho_r g h_r.$$

Ураховуючи, що  $h_r = h - h_p$  і  $m_p = m_r = m$ , можемо записати такі рівності:

$$m_p = \rho_p V_p = \rho_p S h_p; \quad m_r = \rho_r V_r = \rho_r S h_r.$$

Тоді

$$\rho_p S h_p = \rho_r S h_r \Rightarrow \rho_p h_p = \rho_r h_r,$$

або

$$\rho_p h_p = \rho_r (h - h_p).$$

Звідси висота стовпа ртуті дорівнює

$$h_p = \frac{\rho_r h}{\rho_p + \rho_r}.$$

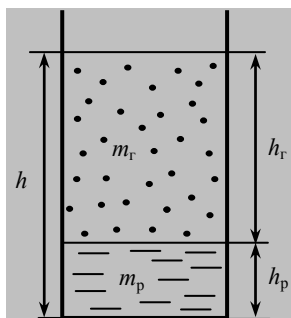


Рис. 1

Ураховуючи останнє рівняння, подаємо формулу для визначення загального тиску в такому вигляді:

$$p = \rho_p g \frac{\rho_r h}{\rho_p + \rho_r} + \rho_r g \left( h - \frac{\rho_r h}{\rho_p + \rho_r} \right).$$

Перевіримо одиницю величини:

$$[p] = \left[ \frac{\frac{\text{кгс}}{\text{м}^3} \cdot \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot \frac{\frac{\text{кгс}}{\text{м}^3} \cdot \text{м}}{\frac{\text{кгс}}{\text{м}^3}}}{\frac{\text{м}^3}}{\text{м}^3}} \right] = \left[ \frac{\text{Н}}{\text{м}^2} \right] = [\text{Па}].$$

Виконуємо обчислення:

$$p = 13600 \cdot 9,8 \left( \frac{800 \cdot 0,73}{13600 + 800} \right) + 800 \cdot 9,8 \left( 0,73 - \frac{800 \cdot 0,73}{13600 + 800} \right) = 1,07 \cdot 10^4 \text{ Па}.$$

**Відповідь.** Рідина чинить на дно посудини тиск 10,7 кПа.

**Задача 2.** Для підйому вантажу масою 3 т за допомогою гідравлічного преса затрачено роботу 60 Дж. При цьому поршень з меншою площею зробив 10 кроків, переміщуючись за один крок на 10 см. У скільки разів площа великого поршня більша за площу малого?

**Дано:**

$$m = 3 \text{ т} = 3 \cdot 10^3 \text{ кг};$$

$$A = 60 \text{ Дж};$$

$$h = 10 \text{ см} = 0,1 \text{ м}$$

$$\frac{S_2}{S_1} \text{ — ?}$$

або

**Розв'язання**

За законом Паскаля для гідравлічного преса виконується співвідношення

$$F_2 = \frac{S_2}{S_1} F_1,$$

$$\frac{S_2}{S_1} = \frac{F_2}{F_1}.$$

Оскільки вантаж піднімається великим поршнем, то

$$F_2 = mg.$$

Малий поршень під час підйому вантажу виконує таку роботу:

$$A = F_1 h_1 = F_1 n h,$$

де  $h_1$  — загальне переміщення малого поршня за  $n$  кроків.

Звідси маємо

$$F_1 = \frac{A}{h_1} = \frac{A}{nh}$$

Тоді відношення площ поршнів

$$\frac{S_2}{S_1} = \frac{mgnh}{A}$$

Перевіримо одиницю величини:

$$\frac{S_2}{S_1} = \left[ \frac{\text{кгс} \cdot \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot \text{м}}{\text{Дж}} \right] = \left[ \frac{\text{кгс} \cdot \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot \text{м}}{\text{Н} \cdot \text{м}} \right] = [1].$$

Виконуємо обчислення:

$$\frac{S_2}{S_1} = \frac{3 \cdot 10^3 \cdot 9,8 \cdot 10 \cdot 0,1}{60} = 490.$$

**Відповідь.** Площа великого поршня в 490 разів більша за площу малого.

**Задача 3.** Вага кулі в повітрі в п'ять раз більша, ніж у воді. Визначити густину матеріалу кулі. Виштовхною силою, що діє на кулю в повітрі, знехтувати.

*Дано:*

$$\frac{P_1}{P_2} = n = 5;$$

$$\rho_{\text{в}} = 10^3 \text{ кг/м}^3$$

$\rho_{\text{к}} - ?$

*Розв'язання*

Нехай куля, яку підвішено на нитці, спочатку перебуває в повітрі, а потім занурюється в воду (рис. 2).

У повітрі на неї діють сили тяжіння і сила натягу нитки (рис. 2, а). У воді на кулю окрім сили тяжіння та сили натягу нитки, діє ще сила Архімеда (рис. 2, б).

За третім законом Ньютона сила натягу нитки за модулем дорівнює силі ваги.

У повітрі в проекції на вісь у:

$$T_1 = P_1 = mg.$$

У воді в проекції на вісь у:

$$T_2 = P_2 = mg - F_A.$$



За умовами задачі маємо:

$$n = \frac{P_1}{P_2} = \frac{mg}{mg - F_A}$$

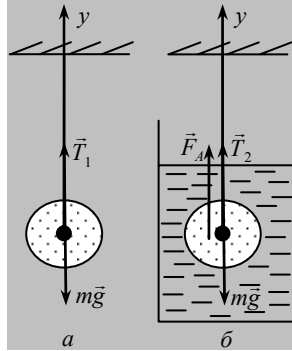


Рис. 2

Підставивши силу Архімеда та записавши масу через густину й об'єм, дістанемо:

$$n = \frac{\rho_k V_k g}{(\rho_k - \rho_v) V_k g} = \frac{\rho_k}{\rho_k - \rho_v},$$

де  $\rho_k$  — густина матеріалу кулі.

Звідси визначимо густину матеріалу кулі

$$\rho_k = \frac{n\rho_v}{n-1}.$$

Виконуємо обчислення:

$$\rho_k = \frac{n\rho_v}{n-1} = \frac{5 \cdot 10^3}{5-1} = 12,5 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3.$$

**Відповідь.** Густина матеріалу кулі дорівнює  $12,5 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ .

**Задача 4.** У воді плаває кусок льоду однакової товщини, 7 см якого виступає над поверхнею води. Визначити масу льоду, якщо площа його основи дорівнює  $10 \text{ м}^2$ . Густина льоду  $900 \text{ кг/м}^3$ , густина води  $1000 \text{ кг/м}^3$ . На скільки відсотків кусок льоду занурено в воду?

**Дано:**

$$S = 10 \text{ м}^2;$$

$$h_1 = 7 \text{ см} = 7 \cdot 10^{-2} \text{ м};$$

$$\rho_{\text{в}} = 1000 \text{ кг/м}^3;$$

$$\rho_{\text{л}} = 900 \text{ кг/м}^3$$

---

$$m_{\text{л}} - ? \quad \varepsilon - ?$$

**Розв'язання**

На лід, що плаває у воді, діє сила тяжіння і сила Архімеда (рис. 3). Оскільки лід плаває, виконується умова

$$F_A = F_T.$$

Вісь  $y$  спрямуємо вздовж напрямку дії сили Архімеда.

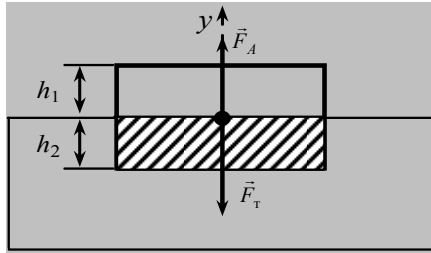


Рис. 3

У проекції на вісь  $y$  остання умова запишеться так:

$$F_A - F_T = 0,$$

або

$$\rho_{\text{в}} g V_{\text{в}} - mg = 0,$$

де  $V_{\text{в}}$  — об'єм зануреної частини льоду,

$$V_{\text{в}} = Sh_2.$$

Тоді

$$F_A = \rho_{\text{в}} g Sh_2.$$

Масу льоду  $m_{\text{л}}$  можна визначити так:

$$m_{\text{л}} = V_{\text{л}} \rho_{\text{л}} = Sh \rho_{\text{л}} \Rightarrow F_T = Sh \rho_{\text{л}} g.$$

Підставляючи ці формули та виконуючи перетворення, визначимо висоту льоду так:

$$\rho_{\text{в}} g Sh_2 = Sh \rho_{\text{л}} g \Rightarrow \rho_{\text{в}} h_2 = h \rho_{\text{л}} \Rightarrow h = h_2 \frac{\rho_{\text{в}}}{\rho_{\text{л}}}.$$

Оскільки  $h_2 = h - h_1$ , то

$$\rho_{\text{в}} (h - h_1) = h \rho_{\text{л}} \Rightarrow h = h_1 \frac{\rho_{\text{в}}}{\rho_{\text{в}} - \rho_{\text{л}}}.$$

Звідси маса льоду

$$m_{\text{л}} = Sh_1 \frac{\rho_{\text{в}}}{\rho_{\text{в}} - \rho_{\text{л}}} \rho_{\text{л}}.$$

Занурена частина льоду становить таку частину всього куска:

$$\varepsilon = \frac{h - h_2}{h}.$$

Перевіримо одиницю величини:

$$[m_{\text{л}}] = \left[ \text{м}^2 \cdot \text{м} \frac{\frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}}{\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}} \right] = \left[ \text{м}^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \right] = [\text{кг}].$$

Виконуємо обчислення:

$$m_{\text{л}} = 10 \cdot 7 \cdot 10^{-2} \cdot \frac{1000 \cdot 900}{1000 - 900} = 63 \text{ кг}.$$

$$\varepsilon = \frac{0,7 - 0,07}{0,7} = 0,9.$$

**Відповідь.** Маса льоду дорівнює 63 кг; лід занурений у воду на 90 %.

**Задача 5.** У U-подібну трубку наливають ртуть. Потім в одне з колін трубки наливають олію, а в друге — воду. Рівень олії та води в обох колінах однаковий. Визначити висоту стовпа води, якщо висота стовпа олії — 30 см, густина олії  $\rho_{\text{о}} = 800 \text{ кг/м}^3$ , густина води  $\rho_{\text{в}} = 1000 \text{ кг/м}^3$ , густина ртуті  $\rho_{\text{р}} = 13\,600 \text{ кг/м}^3$ .

**Дано:**

$$h_{\text{о}} = 30 \text{ см} = 0,3 \text{ м};$$

$$\rho_{\text{о}} = 800 \text{ кг/м}^3;$$

$$\rho_{\text{в}} = 1000 \text{ кг/м}^3;$$

$$\rho_{\text{р}} = 13\,600 \text{ кг/м}^3$$

$$h_{\text{в}} \text{ — ?}$$

**Розв'язання**

Оскільки рівні води та олії в колінах нерухомі, то це означає, що гідростатичний тиск стовпа води врівноважується гідростатичним тиском стовпа масла і гідростатичним тиском деякого стовпа ртуті:

$$\rho_{\text{в}} h_{\text{в}} = \rho_{\text{о}} h_{\text{о}} + \rho_{\text{р}} (h_{\text{в}} - h_{\text{о}}),$$

де  $h_{\text{в}} - h_{\text{о}} = h_{\text{р}}$  — висота стовпа ртуті (рис. 4).

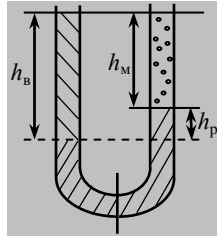


Рис. 4

Звідси визначаємо висоту стовпа води так:

$$h_B = h_o \frac{\rho_p - \rho_o}{\rho_p - \rho_B}.$$

Виконуємо обчислення:

$$h_B = 0,3 \frac{13600 - 800}{13600 - 1000} = 0,305 \text{ м.}$$

**Відповідь.** Висота стовпа води дорівнює 0,305 м.

**Задача 6.** Якою має бути висота циліндричної посудини радіусом 5 см, заповненої водою, щоб сила тиску води на дно дорівнювала силі тиску на бічну поверхню?

**Дано:**

$$R = 5 \text{ см} = 0,05 \text{ м}$$

$$h \text{ — ?}$$

**Розв'язання**

Сила тиску на дно посудини:

$$F = ps,$$

де  $S = \pi R^2$  — площа дна посудини.

Гідростатичний тиск на дно посудини визначається так:

$$p = \rho gh.$$

Тоді сила тиску на дно посудини

$$F = \rho gh \pi R^2.$$

Аналогічно визначається сила тиску на бічну стінку посудини:

$$F_6 = p_c S_6,$$

де  $p_c$  — середній тиск води на бічну стінку посудини;  $S_6 = 2\pi R h$  — площа бічної стінки посудини.

Тиск на бічну стінку посудини

$$P_c = \frac{\rho g h}{2}.$$

Сила тиску на бічну стінку посудини

$$F_6 = \rho g \pi R h^2.$$

За умовами задачі

$$F = F_6,$$

або

$$\rho g h \pi R^2 = \rho g \pi R h^2,$$

тоді

$$h = R = 0,05 \text{ м.}$$

**Відповідь.** Висота циліндричної посудини дорівнює 0,05 м.

**Задача 7.** Знаючи вагу корони, виготовленої для царя Гірона, у повітрі (9,81 Н) та в воді (9,22 Н), Архімед, не руйнуючи її, встановив, що корону зроблено не з чистого золота. Як міркував Архімед, якщо йому була відома густина чистого золота, що дорівнює  $19,3 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ ?

**Дано:**

$$P = 9,81 \text{ Н;}$$

$$P_2 = 9,22 \text{ Н;}$$

$$\rho_1 = 10^3 \text{ кг/м}^3;$$

$$\rho_2 = 19,3 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$$

$$\rho \text{ — ?}$$

**Розв'язання**

Архімед знав густину золота. Він визначив густину корони та порівняв її з густиною золота. Ці величини не дорівнювали одна одній.

Густина корони

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{P}{gV},$$

де  $P$  — вага корони в повітрі;  $V$  — її об'єм.

Об'єм корони дорівнює об'єму витісненої води, який можна визначити так:

$$V = \frac{P_1}{g\rho_1},$$

де  $P_1$  — вага води;  $\rho_1$  — густина води.

Вага витісненої води

$$P_1 = P - P_2.$$

Тоді об'єм витісненої води

$$V = \frac{P - P_2}{g\rho_1}.$$

Підставивши об'єм витісненої води у формулу для визначення густини корони, дістанемо:

$$\rho = \frac{P}{P - P_2} \rho_1.$$

Виконуємо обчислення:

$$\rho = \frac{9,81}{9,81 - 9,22} \cdot 10^3 = 16,6 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3.$$

**Відповідь.** Визначена густина корони менша за густину чистого золота. Отже, корону було виготовлено не з чистого золота.

#### *Д-5.5. Задачі для аудиторного розв'язування*

**5-1.** У циліндричну посудину налили однакові за масою воду і ртуть. Загальна висота стовпа рідин в посудині — 140 см. Визначити тиск на дно посудини. ( $2,6 \cdot 10^4$  Па)

**5-2.** У циліндричне відро діаметром 25 см налили воду, яка займає об'єм 13 л. Чому дорівнює тиск води на стінку відра на висоті 10 см від дна? Яка сила діє на дно відра? (1,4 кПа; 120 Н)

**5-3.** На яку найбільшу висоту можна піднімати воду поршневым насосом за атмосферного тиску 100 кПа? (10 м)

**5-4.** Під час підйому вантажу 2 т за допомогою гідравлічного преса було виконано роботу 40 Дж. При цьому поршень з меншою площею перемістився на висоту 20 см. У скільки разів площа великого поршня більша за площу малого? (у 100 раз)

**5-5.** Малий поршень гідравлічного преса за один хід опускається на відстань 0,2 м, а великий поршень піднімається на 0,01 м. З якою силою прес діє на затиснуте в ньому тіло, якщо на малий поршень діє сила 500 Н? (10 кН)

**5-6.** У дві сполучені циліндричні трубки різного діаметра налили ртуть. Потім у широкую трубку, що має площу перерізу  $8 \text{ см}^2$ , налили 272 г води. Визначити різницю рівнів ртуті в трубках. (2,5 см)

**5-7.** У сполучених посудинах діаметрами 3 та 7 см, міститься вода. У вузьке коліно наливають рідину масою 80 г, густина якої менша, ніж у води. На скільки знизиться рівень води у вузькому коліні? (9,56 см)

**5-8.** Визначити висоту стовпчика ртуті у ртутному барометрі, який перебуває в ліфті, що рухається вниз із прискоренням  $2,5 \text{ м/с}^2$ . Тиск дорівнює 750 мм рт. ст.? (1 м)

**5-9.** Надводна частина айсберга має об'єм  $500 \text{ м}^3$ . Визначити об'єм айсберга. Густина льоду —  $900 \text{ кг/м}^3$ . ( $5 \cdot 10^3 \text{ м}^3$ )

**5-10.** Крижина однакової товщини плаває, виступаючи над рівнем води на висоту 2 см. Визначити масу крижини, якщо площа поверхні її основи дорівнює  $200 \text{ см}^2$ . (3,6 кг)

**5-11.** Прямокутна коробочка масою 76 г, площа дна якої —  $38 \text{ см}^2$  та висота — 6 см, плаває у воді. Визначити висоту надводної частини коробочки. (4 см)

**5-12.** Один кінець нитки закріплено на дні, а до другого прив'язано корковий поплавок? масою 2 кг, при цьому 75 % його об'єму занурено в воду. Визначити силу натягу нитки. Густина корка дорівнює  $0,25 \text{ г/см}^3$ . (40 Н)

**5-13.** Вага тіла у воді втричі менша, ніж у повітрі. Визначити густину матеріалу тіла. ( $1,5 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ )

**5-14.** Кусок скла в повітрі важить 1,4 Н, у воді — 0,84 Н. Визначити густину скла. ( $2,5 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ )

**5-15.** Мідна куля з порожниною важить у повітрі 2,7 Н, а у воді — 2,2 Н. Визначити об'єм порожнини. Густина міді  $\rho = 8,8 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ . ( $2 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3$ )

**5-16.** Кусок сплаву плаває у ртуті, при цьому 75 % його об'єму виявляється зануреним у ртуть. Визначити густину сплаву. ( $1200 \text{ кг/м}^3$ )

**5-17.** Кусок сплаву з золота та срібла у повітрі розтягує пружину динамометра із силою 14,7 Н. Коли його занурити в воду, покази динамометра зменшуються на 1,274 Н. Визначити масу золота та срібла в зливку. (296 г; 1204 г)

**5-18.** Повітряна куля масою 50 кг і об'ємом  $100 \text{ м}^3$  піднімається вертикально вгору. Вважаючи її рух рівноприскореним, визначити, на яку висоту підніметься куля за 10 с. (790 м)

**5-19.** З води повільно зі сталою швидкістю витягують алюмінієвий циліндр завдовжки 2 м з площею перерізу  $100 \text{ см}^2$ . Коли над поверхнею опинилася половина циліндра, шнур обірвався. Визначити максимальну силу натягу, яку може витримати шнур. (440 Н)

**5-20.** По трубі змінного перерізу тече вода. На ділянці труби з площею перерізу  $15 \text{ см}^2$  швидкість потоку дорівнює 2 м/с. Визначити швидкість потоку води на ділянці з площею перерізу  $10 \text{ см}^2$ . (3 м/с)

**5-21.** По горизонтальній трубі в широкій частині вода тече зі швидкістю 8 см/с і під тиском  $1,5 \cdot 10^5 \text{ Па}$ . З якою швидкістю вода тече в вузькій частині труби, де тиск дорівнює  $1,4 \cdot 10^5 \text{ Па}$ ? (8,6 см/с)

#### *Д-5.6. Задачі для самостійного розв'язування*

**5-22.** Гідростат глибинної бомби встановлено на тиск води  $5 \cdot 10^5 \text{ Па}$ . На якій глибині вибухне бомба? (49,5 м)

**5-23.** За якої висоти рідини в циліндричній посудині радіусом 5 см сили тиску на дно та на бокову стінку будуть однаковими? (5 см)

**5-24.** У циліндричну посудину налили однакової маси води й гасу. Загальна висота стовпа рідин у посудині — 450 см. Визначити загальний тиск на дно посудини. Густина гасу —  $800 \text{ кг/м}^3$ . (3,9 кПа)

**5-25.** Площа меншого поршня гідравлічного преса дорівнює  $1 \text{ см}^2$ , більшого —  $5 \text{ см}^2$ . На менший поршень діє сила  $3 \text{ Н}$ . Чому дорівнює сила, яка діє на більший поршень? ( $15 \text{ Н}$ )

**5-26.** За допомогою гідравлічного підйомника необхідно підняти вантаж масою  $1000 \text{ кг}$  на висоту  $4 \text{ см}$ . Відношення площі більшого поршня до площі меншого поршня дорівнює  $200$ . Яка сила діятиме на менший поршень під час підйому вантажу? На скільки переміститься менший поршень під час підйому вантажу? ( $49 \text{ Н}$ ;  $8 \text{ м}$ )

**5-27.** У U-подібній трубці наливо воду та гас. Висота стовпа води дорівнює  $400 \text{ мм}$ , гасу —  $410 \text{ мм}$ . Визначити густину гасу? ( $784 \text{ кг/м}^3$ )

**5-28.** У циліндричній сполученій посудині міститься ртуть. Діаметр одного коліна посудини вдвічі більший, ніж другого. У вузьке коліно посудини наливають воду заввишки  $0,7 \text{ м}$ . На скільки підніметься рівень ртуті в одному коліні посудини й опуститься в другому? ( $1 \text{ см}$ ;  $4 \text{ см}$ )

**5-29.** Коли однорідне тіло зважують у повітрі, динамометр показує  $8,4 \text{ Н}$ , а у воді —  $5 \text{ Н}$ . Чому дорівнює густина тіла? ( $2500 \text{ кг/м}^3$ )

**5-30.** Алюмінієва куля з внутрішньою порожниною важить у повітрі  $4000 \text{ Н}$ , а у воді —  $1200 \text{ Н}$ . Визначити об'єм внутрішньої порожнини кулі. Виштовхнутою силою повітря знехтувати. ( $13,5 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$ )

**5-31.** Коли алюмінієву кулю з порожниною занурити в воду, вона розтягне пружину динамометра із силою  $0,24 \text{ Н}$ . Коли її занурити в бензин, то ця сила дорівнює  $0,33 \text{ Н}$ . Визначити об'єм порожнини. Густина бензину —  $0,7 \text{ г/см}^3$ . (...)?

**5-32.** Колода довжиною  $3,5 \text{ м}$  і діаметром  $30 \text{ см}$  плаває в воді. Визначити масу людини, яка може стояти на колоді, не замочивши ніг? Густина дерева дорівнює  $700 \text{ кг/м}^3$ . ( $74 \text{ кг}$ )

**5-33.** Тіло масою  $3 \text{ кг}$  і об'ємом  $2 \text{ дм}^3$  занурено в воду на глибину  $3 \text{ м}$ . Яку роботу буде виконано, якщо повільно підняти тіло на висоту  $5 \text{ м}$  над поверхнею води? ( $180 \text{ Дж}$ )

**5-34.** У пожежному шлангу діаметром  $7 \text{ см}$  тече вода зі швидкістю  $9 \text{ м/с}$ . Який треба взяти внутрішній діаметр трубки брандспойта, щоб вода витікала з нього зі швидкістю  $129,6 \text{ км/год}$ ? ( $3,5 \cdot 10^{-2} \text{ м}$ )

**5-35.** Швидкість течії води в широкій частині труби —  $5 \text{ см/с}$ . Визначити швидкість течії в тій частині труби, яка має: а) удвічі менший діаметр; б) удвічі меншу площу перерізу. (а)  $0,2 \text{ м/с}$ ; б)  $0,1 \text{ м/с}$ )

**5-36.** Швидкість течії крові в капілярі  $0,5 \text{ мм/с}$ , швидкість течії крові в аорті  $40 \text{ см/с}$ . Визначити, у скільки разів сума перерізів усіх функціонуючих капілярів більша від перерізу аорти. ( $800$ )

**5-37.** Визначити потужність ГЕС, якщо на турбіну з висоти  $4 \text{ м}$  щохвилини падає  $180 \text{ м}^3$  води. ККД турбіни  $90 \%$ . ( $106 \text{ кВт}$ )

**5-38.** Потужність ГЕС  $73,5 \text{ кВт}$ . Чому дорівнюють витрати води за  $1 \text{ с}$ , якщо ККД станції  $75 \%$  і гребля піднімає рівень води на висоту  $10 \text{ м}$ ? ( $1000 \text{ м}^3$ )

**5-39.** Піднімальна сила крила літака  $25 \text{ кН}$ . Під час польоту літака тиск повітря під крилом дорівнює  $105 \text{ кПа}$ , а над крилом —  $103 \text{ кПа}$ . Визначити площу крила літака. ( $11,5 \text{ м}^2$ )



## Розділ 2



# Молекулярна фізика і термодинаміка

---

---

---

### Молекулярна фізика

**Тема М-1.** Основи молекулярно-кінетичної теорії будови речовини

**Тема М-2.** Рівняння стану ідеального газу. Газові закони

### Термодинаміка

**Тема Т-1.** Внутрішня енергія. Кількість теплоти

**Тема Т-2.** Перший закон термодинаміки

**Тема Т-3.** Другий закон термодинаміки. Теплові машини

**Тема Т-4.** Рідини і тверді тіла

---

---



---

---

## МОЛЕКУЛЯРНА ФІЗИКА.

### ОСНОВИ МОЛЕКУЛЯРНО-КІНЕТИЧНОЇ ТЕОРІЇ БУДОВИ РЕЧОВИНИ

---

---

#### *М-1.1. Теоретичні відомості*

Завдання *молекулярної фізики* полягає в тому, щоб розкрити й описати зв'язок між зовнішніми параметрами речовини та її внутрішніми характеристиками. Наприклад, газ перебуває в балоні під тиском. Стан газу характеризують такі зовнішні параметри: об'єм  $V$ , температура  $T$  і тиск  $p$ . Їх можна експериментально виміряти: температуру — термометром, тиск — манометром.

**Проте потрібно вміти визначати ці зовнішні параметри через внутрішні властивості та будову газу.**

Молекулярна фізика ґрунтується на *молекулярно-кінетичній теорії* (МКТ) будови речовини. В основу цієї теорії покладено три фундаментальні положення, сформульовані на підставі узагальнення експериментальних даних.

1. Усі речовини складаються з величезної кількості частинок — атомів або молекул.
2. Частинки речовини перебувають у безперервному хаотичному русі, який називається *тепловим рухом*.
3. Частинки взаємодіють між собою. Вони притягуються одна до одної або відштовхуються одна від одної залежно від їхніх властивостей і відстані між ними.

**Отже, завдання молекулярної фізики полягає в тому, щоб установити зв'язок об'єму  $V$ , температури  $T$  і тиску  $p$  газу з масою  $m_0$ , концентрацією  $n_0$  і швидкістю  $v$  атомів або молекул, з яких складається газ.**

Положення молекулярно-кінетичної теорії будови речовини знаходять дослідне обґрунтування у *броунівському русі* та *явищі дифузії*.

У 1827 році Р. Броун, спостерігаючи під мікроскопом поведження твердих частинок у воді, помітив, що вони безперервно й хаотично рухаються, переміщуючись ривками то в один, то в інший бік, і начебто тремтять. Таке поведження твердих частинок дістало назву

**броунівського руху.** Траєкторії руху трьох броунівських частинок, які намалював французький фізик Жан Перрен у 1908 році, зображено на рис. М-1.1. Ж. Перрен кожні 30 с позначав послідовні положення певної броунівської частинки, які спостерігав під мікроскопом, і сполучав ці положення прямими відрізками. Довжина 16 клітинок рисунка становить 50 мкм, діаметр броунівської частинки дорівнює 0,53 мкм. Бачимо, якими чудернацькими викрутасами характеризується траєкторія кожної частинки!

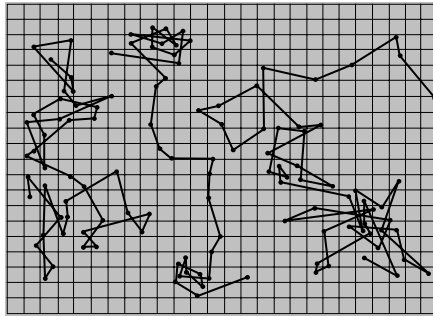


Рис. М-1.1

Пояснити невпорядкований рух броунівських частинок можна тільки тим, що на них весь час то з одного, то з іншого боку налітають молекули води. А це означає, що самі молекули води постійно хаотично рухаються!

Броун ще помітив, що з підвищенням температури води інтенсивність «тремтіння» цих твердих частинок посилюється. Це пояснюється тим, що з підвищенням температури води зростає швидкість руху її молекул, а через це вони частіше налітають на тверді частинки. Броун також побачив, що чим більша маса твердої частинки, тим менш помітним стає її рух у воді. Цей факт легко пояснити, якщо згадати закон збереження імпульсу, а саме: тіло більшої маси набуває меншої швидкості під час зіштовхування з тілом меншої маси.

**Дифузія** — це самовільне взаємне проникнення і перемішування частинок двох газів, рідин або твердих тіл, що торкаються одне одного. Дифузія дуже легко спостерігається в газах і рідинах, оскільки молекули газів практично не взаємодіють між собою, а сили взаємодії між молекулами в рідині набагато слабші, ніж у твердих тілах.

*Так, поширення запахів у приміщеннях, потоків теплого і холодного повітря зумовлене явищем дифузії. Ми багато разів спостерігали, як кілька краплин молока поступово «розповзаються» у склянці з водою по всьому об'єму. Це також дифузія.*

## Маса молекули

**Молекулою** називається найменша стійка частинка речовини, яка несе її хімічні властивості. Молекули можуть складатися з одного атома одного й того самого виду (наприклад, газ гелій He) або з кількох таких атомів (наприклад, газ азот N<sub>2</sub>), а можуть містити кілька атомів різних видів (наприклад, сірчана кислота H<sub>2</sub>SO<sub>4</sub>).

Для визначення маси молекули використовується вуглецева шкала. Відповідно до неї маса атома вуглецю C<sup>12</sup> дорівнює точно 12, а маси решти елементів таблиці Менделєєва задаються невеликими, близькими до цілого числами.

Наприклад, маса атома водню H становить 1,008, кисню O — 15,999, азоту N — 14,007. Відповідно маса молекули задається так: молекули водню H<sub>2</sub> — 2,016, молекули азоту N<sub>2</sub> — 28,013, молекули кисню O<sub>2</sub> — 31,99. Маси атомів і молекул вимірюються в атомних одиницях маси — а.о.м.

Визначення а.о.м. таке: **одна а.о.м.** становить 1/12 частини маси атома ізотопу вуглецю C<sup>12</sup>:

$$1 \text{ а.о.м.} = \frac{1}{12} m_{\text{C}} = \frac{1,995 \cdot 10^{-26}}{12} = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ кг.}$$

Маса молекули, виражена в а.о.м., називається **відносною молекулярною масою**.

У молекулярній фізиці вводиться величина, яка називається **кількістю речовини** і позначається  $\nu$ . Одиниця кількості речовини є моль. **Модем** будь-якої речовини називається кількість цієї речовини, яка містить стільки молекул, скільки атомів міститься в 12 г вуглецю C<sup>12</sup>. Маса моля, або **молярна маса**,  $\mu$  — це величина, яка дорівнює відношенню маси газу до кількості речовини цього газу:

$$\mu = \frac{m}{\nu}$$

Одиниця молярної маси — кг/моль.

У 1811 році А. Авогадро експериментально встановив, що однакові об'єми різних газів за однакової температури і тиску містять однакову кількість молекул. Тоді кількість молекул або атомів в одному молі будь-якої речовини однакова і називається **числом Авогадро**. Число Авогадро

$$N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}.$$

Масу  $m_0$  однієї молекули можна визначити, поділивши масу одного моля на кількість молекул в одному молі:

$$m_0 = \frac{\mu}{N_A}.$$

Кількість молекул в  $\nu$  моль речовини визначається так:

$$N = \nu N_A,$$

або

$$N = \frac{m}{\mu} N_A.$$

### Розмір молекул

Визначимо, наприклад, діаметр молекули води. Вважатимемо, що молекули упаковані так, що дотикаються одна до одної. Об'єм одного моля води визначатиметься так:

$$V = \frac{\mu}{\rho}.$$

Молярна маса води  $\mu = 18 \cdot 10^{-3}$  кг/моль, густина води  $\rho = 10^3$  кг/м<sup>3</sup>. Знаємо, що в одному молі речовини міститься  $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$  моль<sup>-1</sup> молекул. Тоді середній об'єм, який припадає на одну молекулу води, визначається так:

$$V_{\text{мол}} = \frac{\mu}{\rho N_A} = 3 \cdot 10^{-23} \text{ см}^3.$$

Вважатимемо, що діаметр молекули має розмір порядку  $\sqrt[3]{V_{\text{мол}}}$ , тоді

$$d_{\text{мол}} = \sqrt[3]{V_{\text{мол}}} = 3 \cdot 10^{-8} \text{ см}.$$

Розміри такого самого порядку мають атоми та молекули інших речовин.

## Швидкість молекул газу

Експерименти показують, що молекули газу постійно хаотично рухаються. Цей рух називається *тепловим*. Вочевидь, визначити швидкість кожної окремої молекули в певний момент часу неможливо (згадаймо рис. М-1.1). Проте це й не потрібно.

У молекулярній фізиці це питання розглядають інакше: визначають розподіл молекул за швидкостями. Тут закладено таку ідею. Маємо систему, яка складається з  $n$  молекул, з-поміж яких  $n_1$  мають швидкість  $v_1$ ,  $n_2$  — швидкість  $v_2$ , ...,  $n_i$  — швидкість  $v_i$ . Вочевидь, виконується рівність:

$$n_1 + n_2 + n_3 + \dots + n_i = n.$$

Тоді можна побудувати графік залежності чисел  $n_1, n_2, \dots, n_i$  від модуля швидкості частинок газу (рис. М-1.2), який називається *розподілом за швидкостями*. Бачимо, що кількість молекул, що мають

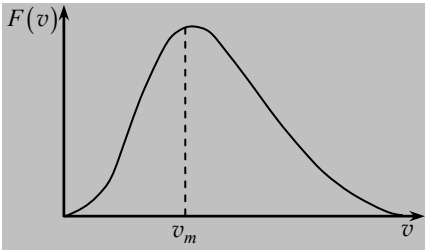


Рис. М-1.2

як дуже малу, так і дуже велику швидкість — незначна. Максимум розподілу припадає саме на ту швидкість, яку має найбільша кількість молекул газу. Ця швидкість називається *найімовірнішою швидкістю*. Результати експериментів показують, що швидкість молекул газу прямо пропорційна до кореня квадратного з температури газу  $\sqrt{T}$ .

## Ідеальний газ. Основне рівняння МКТ

Навіть наше доволі побіжне спостереження за поведінкою атомів і молекул газу показало, що в мікросвіті відбуваються дуже складні процеси. Тому для вивчення властивостей реальних газів використовується спрощена модель — так званий *ідеальний газ*, що має такі властивості:

- розміри молекул дуже малі порівняно з відстанями між ними;
- якщо атоми або молекули не зіштовхуються, то сили взаємодії між ними відсутні;
- зіштовхування молекул між собою і зі стінками посудини мають пружний характер.

**Реальний газ** відрізняється від ідеального тим, що його молекули взаємодіють між собою. Якщо тиск реального газу невеликий, наприклад дорівнює атмосферному, і не дуже низька його температура, наприклад кімнатна, то реальний газ із достатньо високою точністю підпорядкований законам ідеального газу.

Зако́ни та рівня́ння, про які йтиметься далі, записуються саме для ідеального газу. Тому, говорячи «газ», розуміємо, що йдеться про ідеальний газ.

Рівня́ння, яке встановлює зв'язок між тиском газу і кінетичною енергією його молекул, називається **основним рівнянням молекулярно-кінетичної теорії газів**:

$$p = \frac{2}{3} E_k n_0,$$

де  $E_k$  — середня кінетична енергія молекул газу;  $n_0$  — кількість атомів або молекул в одиниці об'єму, тобто концентрація.

Оскільки середня кінетична енергія однієї молекули газу

$$E_k = \frac{m_0 v_{\text{ср}}^2}{2},$$

то основне рівняння молекулярно-кінетичної теорії набуває такого вигляду:

$$p = \frac{1}{3} m_0 v_{\text{ср}}^2 n_0,$$

де  $m_0$  — маса молекули газу;  $v_{\text{ср}}$  — середня швидкість молекул газу.

**Тиск ідеального газу чисельно дорівнює 2/3 середньої кінетичної енергії хаотичного поступального руху молекул, які містяться в одиниці об'єму газу.**

### Температура газу

Молекулярно-кінетична теорія надає температурі газу такого фізичного змісту:

**температура є мірою середньої кінетичної енергії хаотичного поступального руху атомів або молекул.**

Для вимірювання температури використовують шкалу Цельсія і шкалу Кельвіна. За шкалою Цельсія за нуль температури взято температуру суміші чистої води і льоду, який тоне. За 100 °С взято температуру кипіння чистої води при нормальному атмосферному тиску. Шкала Цельсія зручна. В основу способу вимірювання температури за шкалою Цельсія покладено принцип, що фізичні властивості тіл змінюються строго прямо пропорційно до температури. Наприклад, об'єм рідини збільшується з підвищенням температури (ртутні термометри); електричний опір металу (термометри опору) або напівпровідника (термістори), термоЕРС (термопари) змінюються зі зміною температури.

Проте залежність цих властивостей від температури не є строго прямо пропорційною. Від цього принципового недоліку можна позбавитися, використовуючи шкалу Кельвіна. За цією шкалою за нуль температур беруть температуру, за якої припиняється хаотичний поступальний рух атомів або молекул. Така шкала називається **абсолютною шкалою температур**. Однак пам'ятатимемо, що коли абсолютна температура дорівнює нулю, припиняється **тільки тепловий** (хаотичний) рух атомів і молекул.

**Припинення хаотичного поступального руху атомів і молекул не означає припинення взагалі будь-якого руху в системі.**

Залишається, наприклад, рух електронів в атомах; коливальний рух атомів навколо вузлів кристалічної решітки у твердих тілах тощо.

**Абсолютна температура є мірою середньої кінетичної енергії хаотичного поступального руху атомів або молекул газу і тому не може набувати від'ємних значень.**

Абсолютний нуль температури дорівнює  $-273\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Тоді зв'язок між шкалою температур Кельвіна і Цельсія такий:  $T = t + 273$  або  $t = T - 273$ .

### М-1.2. Завдання для поточного тестування

1. Дописати положення молекулярно-кінетичної теорії будови речовини.

- 1) Усі речовини .....
- 2) Частинки речовини ..... *русі, який називається .....* рухом.
- 3) Частинки ..... *собою. Вони .....* одна ..... або ..... *одна .....* залежно від їхніх ..... між ними.



2. Експериментальним підтвердженням положень молекулярно-кінетичної теорії будови речовини є такі явища:

1) розподіл молекул за швидкостями; 2) броунівський рух; 3) дифузія; 4) залежність швидкості молекул від температури.

3. Дописати властивості ідеального газу:

1) ..... молекул дуже ..... з відстанями .....;  
2) якщо атоми або молекули ....., сили ..... ними.....;  
3) зіштовхування молекул ..... посудини мають ..... характер.

4. Основне рівняння молекулярно-кінетичної теорії ідеального газу має вигляд:

1)  $E_k = \frac{m_0 v_{\text{ср}}^2}{2}$ ; 2)  $p = \frac{2}{3} E_k n_0$ ; 3)  $p = \frac{1}{3} m_0 v_{\text{ср}}^2 n_0$ ; 4)  $E_k = \frac{3}{2} kT$ ;  
5)  $p = n_0 kT$ .

5. Рівняння, що виражає фізичне значення температури ідеального газу таке:

1)  $\frac{m_0 v_{\text{ср}}^2}{2}$ ; 2)  $\frac{2}{3} E_k n_0$ ; 3)  $\frac{1}{3} m_0 v_{\text{ср}}^2 n_0$ ; 4)  $\frac{3}{2} kT$ ; 5)  $n_0 kT$ .

6. Відстані між молекулами порівнянні з розмірами молекул (за нормальних умов):

1) для газів; 2) газів і рідин; 3) газів, рідин і кристалів; 4) рідин, аморфних і кристалічних тіл.

7. Кількість речовини в 2 кг газу з відносною молекулярною масою 40 а.о.м. така:

1) 1 моль; 2) 25 моль; 3) 30 моль; 4) 50 моль; 5) 45 моль.

8. Маса молекули азоту в кілограмах, якщо його молярна маса 28 г/моль, така:

1)  $4,8 \cdot 10^{-27}$  кг; 2)  $4,65 \cdot 10^{-26}$  кг; 3)  $4,7 \cdot 10^{-25}$  кг; 4)  $6,72 \cdot 10^{-26}$  кг; 5) інша відповідь.

9. У 2 кг аргону, якщо його відносна молекулярна маса становить 40 а.о.м., міститься така кількість атомів:

1)  $3,01 \cdot 10^{25}$ ; 2)  $4,32 \cdot 10^{25}$ ; 3)  $5 \cdot 10^{26}$ ; 4)  $3 \cdot 10^{23}$ ; 5) інша відповідь.

10. Концентрація молекул газу в посудині зменшилась в 4 рази, а середня кінетична енергія поступального руху молекул збільшилась в 2 рази. Чи змінився тиск газу?

1) Збільшився в 2 рази, 2) зменшився в 2 рази, 3) зменшився в 4 рази, 4) залишився без змін.

11. Маса однієї молекули озону  $O_3$  така:

1)  $8 \cdot 10^{-26}$  кг, 2)  $5 \cdot 10^{-26}$  кг, 3)  $4 \cdot 10^{-26}$  кг, 4)  $8 \cdot 10^{-25}$  кг, 5) інша відповідь.

### *М-1.3 Висновки з теми*

1. Молекули газу хаотично рухаються і зіштовхуються, як кульки, одна зі одною і зі стінками посудини.

2. Броунівський рух полягає в тому, що маленькі тверді частинки, завислі в рідині, безперервно неупорядковано рухаються.

3. Рух броунівської частинки пояснюється тим, що об неї вдаряються молекули рідини, які самі рухаються хаотично.

4. Абсолютна температура — це фізична величина, яка характеризує інтенсивність хаотичного руху атомів або молекул і пропорційна до середньої кінетичної енергії одного атома або молекули.

5. При  $T = 0$  припиняється тільки тепловий хаотичний рух атомів або молекул, але не припиняється рух частинок, з яких складаються атоми і молекули.

6. Стала Авогадро — це число, яке дорівнює кількості атомів або молекул, що містяться в одному молі будь-якої речовини: твердої, рідкої або газоподібної.

7. Температура характеризує стан тіла незалежно від його маси і хімічного складу, тому вона є параметром стану.

8. За розміром один кельвін дорівнює одному градусу Цельсія:  $1^\circ C = 1K$ .

9. Основне рівняння молекулярно-кінетичної теорії газів встановлює зв'язок між макроскопічним параметром — тиском — і мікроскопічними величинами, які характеризують молекули газу.

10. У термодинаміці доведено, що досягти абсолютного нуля температур неможливо, але наблизитися до абсолютного нуля як завгодно близько можна.

### *М-1.4. Приклади розв'язування задач*

**Задача 1.** Визначити відносну масу та масу молекули води. Хімічна формула води —  $H_2O$ . Відносна атомна маса водню дорівнює 1, кисню — 16. Скільки молів міститься в 1 кг води?

**Дано:**

$$M_{rO} = 16 \text{ а.о.м.};$$

$$M_{rH} = 1 \text{ а.о.м.};$$

$$m = 1 \text{ кг}$$

$$M_{rH_2O} \text{ — ?}$$

$$m_0 \text{ — ?}$$

$$v_0 \text{ — ?}$$

**Розв'язання**

Відносна молекулярна маса будь-якої хімічної сполуки дорівнює сумі відносних мас атомів, які входять до складу молекули. Очевидно, відносна молекулярна маса води

$$M_{rH_2O} = 2M_{rH} + M_{rO},$$

$$M_{rH_2O} = 2 \cdot 1 + 16 = 18 \text{ а.о.м.}$$

Відповідно, маса молекули води

$$m_0 = M_{rH_2O} \cdot 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$$

або

$$m_0 = 18 \cdot 1,66 \cdot 10^{-27} = 29,9 \cdot 10^{-27} \text{ кг.}$$

Молярна маса води

$$\mu = M_{rH_2O} \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}} = 18 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}.$$

Кількість молів в 1 кг води можна визначити за формулою

$$v = \frac{m}{\mu}.$$

Перевіримо одиницю величини:

$$[v] = \left[ \frac{\frac{\text{кг}}{\text{кг}}}{\text{моль}} \right] = [\text{моль}].$$

Виконуємо обчислення:

$$v = \frac{1}{18 \cdot 10^{-3}} = 55,6 \text{ моль.}$$

**Відповідь.** Відносна маса молекули води дорівнює 18 а.о.м.; маса молекули становить  $29,9 \cdot 10^{-27}$  кг; в 1 кг води міститься 55,6 моль.

**Задача 2.** Визначити масу однієї молекули аміаку  $\text{NH}_3$  та кількість молекул у балоні місткістю  $2 \cdot 10^{-2} \text{ м}^3$  за нормальних умов.

*Дано:*

$$\begin{aligned} \mu &= 17 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}; \\ V_0 &= 2 \cdot 10^{-2} \text{ м}^3; \\ N_A &= 6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1} \end{aligned}$$


---


$$m_0 \text{ — ? } N \text{ — ?}$$

*Розв'язання*

Маса однієї молекули аміаку

$$m_0 = \frac{\mu}{N_A}.$$

Кількість  $N$  молекул, які містяться в деякій масі газу  $m$ , визначимо за формулою

$$N = \frac{m}{m_0}.$$

Масу газу, який за нормальних умов займає об'єм  $2 \cdot 10^{-2} \text{ м}^3$ , визначимо так:

$$m = \rho_0 V_0.$$

Густина газу можна знайти у спеціальній таблиці:  $\rho = 0,77 \text{ кг/м}^3$ .  
Тоді кількість молекул аміаку:

$$N = \frac{\rho_0 V_0}{m_0}.$$

Перевіримо одиницю величини:

$$[m_0] = \left[ \frac{\text{кг/моль}}{\text{моль}^{-1}} \right] = [\text{кг}];$$

$$[N] = \left[ \frac{\frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \text{м}^3}{\text{кг}} \right] = [1].$$

Виконуємо обчислення:

$$m_0 = \frac{17 \cdot 10^{-3}}{6,02 \cdot 10^{23}} = 2,82 \cdot 10^{-26} \text{ кг};$$

$$N = \frac{0,77 \cdot 2 \cdot 10^{-2}}{2,82 \cdot 10^{-26}} = 5,46 \cdot 10^{23}.$$

**Відповідь.** Кількість молекул дорівнює  $5,46 \cdot 10^{23}$ ; маса однієї молекули —  $2,82 \cdot 10^{-26} \text{ кг}$ .

**Задача 3.** Де і в скільки разів більше міститься молекул — у склянці води чи у склянці ртуті?

**Дано:**

$$V_B = V_P = V;$$

$$\mu_B = 18 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль};$$

$$\mu_P = 201 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль};$$

$$\rho_B = 10^3 \text{ кг/м}^3;$$

$$\rho_P = 13\,600 \text{ кг/м}^3$$

$$\frac{N_P}{N_B} \text{ — ?}$$

**Розв'язання**

Кількість молекул, що містяться в речовині масою  $m$ , визначається за формулою

$$N = \frac{m}{\mu} N_A = \frac{\rho V}{\mu} N_A,$$

тобто для ртуті і води відповідно

$$N_P = \frac{\rho_P V}{\mu_P} N_A; \quad N_B = \frac{\rho_B V}{\mu_B} N_A,$$

звідки

$$\frac{N_P}{N_B} = \frac{\rho_P \mu_B}{\rho_B \mu_P}.$$

Виконуємо обчислення:

$$\frac{N_P}{N_B} = \frac{1000 \cdot 201 \cdot 10^{-3}}{13600 \cdot 18 \cdot 10^{-3}} = 1,22.$$

**Відповідь.** У склянці ртуті міститься в 1,22 раза більше молекул.

**Задача 4.** Визначити молярну масу повітря, якщо масовий вміст у ньому азоту — 80 %; кисню — 16 % і вуглекислого газу — 4 %.

**Дано:**

$$m_{N_2} \text{ — } 80 \%;$$

$$m_{O_2} \text{ — } 16 \%;$$

$$m_{CO_2} \text{ — } 4 \%;$$

$$\mu_{N_2} = 28 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}};$$

$$\mu_{O_2} = 32 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}};$$

$$\mu_{CO_2} = 44 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$$

$$\mu \text{ — ?}$$

**Розв'язання**

Кількість молекул у деякій масі повітря визначається за формулою

$$N = \frac{m}{\mu} N_A,$$

звідки молярна маса повітря

$$\mu = \frac{m}{N} N_A.$$

Маса  $m$  повітря дорівнює сумі мас газів, які входять до його складу:

$$m = m_1 + m_2 + m_3,$$

а загальна кількість частинок повітря дорівнює сумі частинок тих газів, які входять до складу повітря:

$$N = N_1 + N_2 + N_3.$$

Тоді формула для визначення молярної маси повітря набирає вигляду:

$$\mu = \frac{(m_1 + m_2 + m_3)N_A}{N_A \left( \frac{m_1}{\mu_1} + \frac{m_2}{\mu_2} + \frac{m_3}{\mu_3} \right)} = \frac{m_1 + m_2 + m_3}{\frac{m_1}{\mu_1} + \frac{m_2}{\mu_2} + \frac{m_3}{\mu_3}},$$

або

$$\mu = \frac{0,8m + 0,16m + 0,04m}{\frac{0,8m}{\mu_1} + \frac{0,16m}{\mu_2} + \frac{0,04m}{\mu_3}} = \frac{0,8 + 0,16 + 0,04}{\frac{0,8}{\mu_1} + \frac{0,16}{\mu_2} + \frac{0,04}{\mu_3}}.$$

Виконуємо обчислення :

$$\mu = \frac{0,8 + 0,16 + 0,04}{\frac{0,8}{28 \cdot 10^{-3}} + \frac{0,16}{32 \cdot 10^{-3}} + \frac{0,04}{44 \cdot 10^{-3}}} = 28,65 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}} \approx 29 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}.$$

**Відповідь.** Молярна маса повітря дорівнює  $29 \cdot 10^{-3}$  кг/моль.

**Задача 5.** Який тиск на стінки посудини створював би ідеальний газ, концентрація молекул якого дорівнює  $10^{11}$  мм<sup>-3</sup>, якщо середня квадратична швидкість молекул 1 км/с, а маса молекули  $3 \cdot 10^{-27}$  кг?

**Дано:**

$$n_0 = 10^{11} \text{ мм}^{-3} = 10^{20} \text{ м}^{-3};$$

$$m_0 = 3 \cdot 10^{-27} \text{ кг};$$

$$\bar{v} = 1 \text{ км/с} = 10^3 \text{ м/с}$$

$p = ?$

**Розв'язання**

За основним рівнянням молекулярно-кінетичної теорії

$$p = \frac{1}{3} n_0 m_0 \bar{v}_{\text{кв}}^2.$$

Перевіримо одиницю величини:

$$[p] = \left[ \frac{1}{\text{м}^3} \cdot \text{кг} \cdot \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2} \right] = \left[ \frac{\text{Н}}{\text{м}^2} \right] = [\text{Па}].$$

Виконуємо обчислення :

$$p = \frac{1}{3} \cdot 10^{20} \cdot 3 \cdot 10^{-27} \cdot 10^6 = 0,1 \text{ Па.}$$

**Відповідь.** Тиск ідеального газу на стінки посудини дорівнює 0,1 Па.

**Задача 6.** Визначити діаметр молекули води, вважаючи молекули кульками. Густина води дорівнює  $1000 \text{ кг/м}^3$ , молярна маса води —  $18 \text{ г/моль}$ .

**Дано:**

$$\rho = 1000 \text{ кг/м}^3;$$
$$\mu = 18 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$$

$$d \text{ — ?}$$

або

**Розв'язання**

Кількість молекул в  $1 \text{ м}^3$  води визначимо так:

$$N = \frac{m}{\mu} N_A = \frac{\rho V}{\mu} N_A,$$

$$N = N_A \frac{\rho \cdot 1 \text{ м}^3}{\mu}.$$

Об'єм, що припадає на одну молекулу, дорівнює

$$V_0 = \frac{1}{N}.$$

Вважаючи, що кожна молекула міститься в центрі кубічної комірки об'ємом  $V_0$ , визначаємо середню відстань між молекулами:

$$d = \sqrt[3]{V_0} = \sqrt[3]{\frac{\mu}{N_A \rho}}.$$

Перевіримо одиницю величини:

$$[d] = \left[ \sqrt[3]{\frac{\text{кг} \cdot \text{моль} \cdot \text{м}^3}{\text{моль} \cdot \text{кг}}} \right] = [\text{м}].$$

Виконуємо обчислення:

$$d = \sqrt[3]{\frac{18 \cdot 10^{-3}}{6,02 \cdot 10^{23} \cdot 10^3}} = 3,1 \cdot 10^{-10} \text{ м.}$$

**Відповідь.** Діаметр молекули води дорівнює  $3,1 \cdot 10^{-10} \text{ м}$ .

**Задача 7.** Визначити середню квадратичну швидкість частинок газу, густина якого при тиску 50 кПа дорівнює 0,041 кг/м<sup>3</sup>.

*Дано:*

$$\rho = 0,041 \text{ кг/м}^3;$$

$$p = 50 \text{ кПа} = 5 \cdot 10^4 \text{ Па}$$

$$\bar{v}_{\text{кв}} \text{ — ?}$$

*Розв'язання*

За основним рівнянням молекулярно-кінетичної теорії маємо:

$$p = \frac{1}{3} m_0 v_{\text{ср}}^2 n_0.$$

Концентрацію молекул можна визначити так:

$$n_0 = \frac{\rho}{m_0}.$$

Тоді формула для визначення тиску набирає вигляду

$$p = \frac{1}{3} v_{\text{ср}}^2 \rho.$$

Звідси середня квадратична швидкість частинок газу

$$\bar{v}_{\text{кв}} = \sqrt{\frac{3p}{\rho}}.$$

Перевіримо одиницю величини:

$$[\bar{v}_{\text{ср}}] = \left[ \sqrt{\frac{H \cdot M^3}{\text{кг}} = \frac{\text{кг} \cdot \text{м} \cdot \text{м}^2}{\text{с}^2 \cdot \text{кг}} = \frac{\text{м}}{\text{с}}} \right].$$

Виконуємо обчислення

$$\bar{v}_{\text{кв}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 5 \cdot 10^4}{0,041}} = 1913 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

**Відповідь.** Середня квадратична швидкість частинок газу дорівнює 1913 м/с.

### ***М-1.5. Задачі для аудиторного розв'язування***

**1-1.** Визначити відносну масу і масу молекули кисню. Хімічна формула молекули кисню — O<sub>2</sub>. (32; 5,31 · 10<sup>-26</sup> кг)



**1-2.** Чому дорівнює відносна маса і маса молекули вуглекислого газу? Хімічна формула вуглекислого газу —  $\text{CO}_2$ . ( $44$ ;  $7,3 \cdot 10^{-26}$  кг)

**1-3.** Визначити молярну масу води та знайти кількість молів, що містяться в  $100$  г води. Хімічна формула води —  $\text{H}_2\text{O}$ . ( $18 \cdot 10^{-3}$  кг/моль;  $5,6$  моля)

**1-4.** Визначити кількість молекул води густиною  $1000$  кг/м<sup>3</sup> і об'ємом  $1$  мм<sup>3</sup> та масу молекули води. ( $3,34 \cdot 10^{19}$  молекул;  $3 \cdot 10^{-26}$  кг)

**1-5.** Скільки молекул вуглекислого газу міститься в колбі об'ємом  $500$  см<sup>3</sup> за нормальних умов? ( $1,35 \cdot 10^{22}$  молекул)

**1-6.** За  $10$  діб зі склянки повністю випарувалося  $100$  г води. Скільки в середньому вилітало молекул з поверхні води за  $1$  с? ( $3,82 \cdot 10^{18}$  молекул/с)

**1-7.** Визначити молярну масу повітря за масовим вмістом у ньому таких газів: азоту —  $80$  %, кисню —  $16$  %, вуглекислого газу —  $4$  %. ( $29 \cdot 10^{-3}$  кг/моль)

**1-8.** Середня квадратична швидкість молекул гелію дорівнює  $500$  м/с, густина газу —  $18$  кг/м<sup>3</sup>. Знайти тиск газу та середню кінетичну енергію його молекул. ( $1,5 \cdot 10^6$  Па;  $8,3 \cdot 10^{-22}$  Дж)

**1-9.** Визначити середню квадратичну швидкість молекул газу, який перебуває під тиском  $3,5 \cdot 10^5$  Па. Концентрація молекул газу дорівнює  $5,2 \cdot 10^{25}$  м<sup>-3</sup>. Молярна маса дорівнює  $44 \cdot 10^{-3}$  кг/моль. ( $526$  м/с)

**1-10.** У посудині об'ємом  $0,01$  м<sup>3</sup> під тиском  $760$  мм рт. ст. міститься газ. Середня кінетична енергія хаотичного руху однієї молекули дорівнює  $5,6 \cdot 10^{-21}$  Дж. Скільки молекул міститься в цьому газі? ( $2,7 \cdot 10^{23}$ )

**1-11.** Визначити концентрацію молекул аргону, якщо тиск цього газу дорівнює  $7$  атм, а середня квадратична швидкість молекул дорівнює  $500$  м/с. Відносна маса молекули —  $40$ . ( $1,26 \cdot 10^{26}$  м<sup>-3</sup>)

**1-12.** Визначити середню кінетичну енергію поступального руху молекул повітря за таких умов, якщо концентрація молекул повітря за таких умов дорівнює  $2,7 \cdot 10^{25}$  м<sup>-3</sup>. ( $5,6 \cdot 10^{-21}$  Дж)

**1-13.** Визначити густину кисню за тиску  $1,3 \cdot 10^5$  Па, якщо середня квадратична швидкість його молекул  $1,4 \cdot 10^3$  м/с. ( $0,099$  кг/м<sup>3</sup>)

**1-14.** Визначити діаметр молекули води, коли відомо, що її густина  $10^3$  кг/м<sup>3</sup>. ( $3,1 \cdot 10^{-10}$  м)

### ***М-1.6. Задачі для самостійного розв'язування***

**1-15.** Обчислити масу однієї молекули озону  $\text{O}_3$ , вуглекислого газу  $\text{CO}_2$  і метану  $\text{CH}_4$ . ( $8 \cdot 10^{-26}$  кг;  $7,3 \cdot 10^{-26}$  кг;  $2,7 \cdot 10^{-26}$  кг)

**1-16.** Маса кіломоля вуглекислого газу —  $44$  кг. Визначити густину цього газу за нормальних умов і масу молекули. ( $1,96$  кг/м<sup>3</sup>;  $7,3 \cdot 10^{-26}$  кг)

**1-17.** Обчислити молярну масу кисню  $O_2$ , метану  $CH_4$  і сірководню  $H_2S$ . ( $32 \cdot 10^{-3}$  кг/моль;  $16 \cdot 10^{-3}$  кг/моль;  $34 \cdot 10^{-3}$  кг/моль)

**1-18.** Визначити кількість молекул в  $1 \text{ м}^3$  вуглекислого газу за нормальних умов. ( $2,69 \cdot 10^{25} \text{ м}^{-3}$ )

**1-19.** Чому дорівнює маса 4,5 моля кухонної солі? Скільки молекул міститься в цій кількості солі? Хімічна формула солі —  $NaCl$ . ( $0,333 \text{ кг}$ ;  $2,71 \cdot 10^{24}$  молекул)

**1-20.** В озеро із середньою глибиною  $10 \text{ м}$  і площею  $10 \text{ км}^2$  кинули кристал кухонної солі масою  $0,1 \text{ кг}$ . Скільки іонів хлору міститься в  $1 \text{ л}$  води, якщо вважати, що сіль повністю розпалася на іони й рівномірно розподілилась у воді озера? ( $10^{10}$ )

**1-21.** В озеро із середньою глибиною  $5 \text{ м}$  і площею  $4 \text{ км}^2$  кинули кристал кухонної солі  $NaCl$  масою  $10 \text{ мг}$ . Через дуже тривалий час з озера зачерпнули склянку води об'ємом  $200 \text{ см}^3$ . Скільки іонів натрію з кинутого кристала виявилось в цій склянці, якщо вважати, що сіль повністю розпалася на іони? ( $10^9$ )

**1-22.** У балоні ємністю  $3 \text{ л}$  міститься  $4 \text{ г}$  кисню. Визначити кількість речовини газу й концентрацію його молекул. ( $0,125 \text{ моль}$ ;  $2,5 \cdot 10^{25} \text{ м}^{-3}$ )

**1-23.** Визначити молярну масу суміші кисню  $25 \text{ г}$  і азоту масою  $75 \text{ г}$ . ( $3 \cdot 10^{-2} \text{ кг/моль}$ )

**1-24.** У посудині міститься суміш кисню і водню. Маса суміші дорівнює  $3,6 \text{ г}$ . Маса кисню становить  $0,6$  від загальної маси суміші. Визначити кількість речовини суміші кожного з газів окремо. ( $0,788 \text{ моля}$ ;  $0,0675 \text{ моля}$ ;  $0,72 \text{ моля}$ )

**1-25.** Середня кінетична енергія поступального руху молекул газу за температури  $500 \text{ }^\circ\text{C}$  дорівнює  $1,6 \cdot 10^{-20} \text{ Дж}$ . Знайти енергію молекул газу за температур  $-273 \text{ }^\circ\text{C}$  та  $1000 \text{ }^\circ\text{C}$ . ( $0$ ;  $2,6 \cdot 10^{-20} \text{ Дж}$ )

**1-26.** Знайти температуру газу, якщо середня енергія поступального руху його молекул дорівнює  $1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$ . ( $7 \text{ 700 K}$ )

**1-27.** Визначити тиск газу, якщо середня квадратична швидкість його молекул дорівнює  $500 \text{ м/с}$ , маса газу —  $3 \cdot 10^{-3} \text{ кг}$ , його об'єм —  $5 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3$ ? ( $5 \cdot 10^5 \text{ Па}$ )

**1-28.** Визначити середню кінетичну енергію поступального руху однієї молекули гелію, який перебуває під тиском  $100 \text{ кПа}$ , густина гелію  $0,12 \text{ кг/м}^3$ . ( $8,3 \cdot 10^{-21} \text{ Дж}$ )

**1-29.** У посудині об'ємом  $20 \text{ л}$  міститься  $2,4 \text{ кг}$  газу. Визначити тиск газу в посудині, якщо середня квадратична швидкість його молекул дорівнює  $500 \text{ м/с}$ . ( $10^3 \text{ Па}$ )

**1-30.** Визначити густину бензолу, коли відомо, що діаметр молекули бензолу дорівнює  $0,55 \cdot 10^{-9} \text{ м}$ . Хімічна формула бензолу —  $C_6H_6$ . ( $800 \text{ кг/м}^3$ )



### *М-2.1. Теоретичні відомості*

Клапейрон експериментально встановив, що певний зв'язок тиску, об'єму і температури газу залишається сталим, якщо під час переходу газу з одного стану в інший його маса залишається сталою, тобто

$$\frac{pV}{T} = \text{const при } m = \text{const},$$

або

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}, \text{ якщо } m = \text{const}.$$

Позначимо сталу в рівнянні Клапейрона через  $R$ , тоді для одного моля ідеального газу це рівняння набирає вигляду

$$\frac{pV_\mu}{T} = R.$$

Обчислимо значення сталої  $R$ . За нормальних умов 1 моль газу займає об'єм  $V_\mu = 22,4 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$ . Нормальним умовам відповідають тиск  $p_0 = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Па}$  і температура  $T_0 = 273 \text{ К}$ .

Запишемо рівняння Клапейрона у вигляді:

$$\frac{p_0 V_\mu}{T_0} = R.$$

Тоді

$$R = \frac{1,013 \cdot 10^5 \cdot 22,4 \cdot 10^{-3}}{273} = 8,31 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К)}.$$

Стала  $R = 8,31$  Дж/(моль · К) називається **універсальною газовою сталою**.

Для довільної маси газу рівняння Менделєєва—Клапейрона має такий вигляд:

$$pV = \frac{m}{\mu} RT.$$

Це рівняння називається **рівнянням стану ідеального газу**.

Універсальна газова стала, розрахована на одну частинку, називається **сталою Больцмана**:

$$k = \frac{R}{N_A} = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К.}$$

Виведемо ще одне важливе співвідношення. Ліву і праву частини основного рівняння молекулярно-кінетичної теорії помножимо на об'єм одного моля  $V_\mu$ :

$$pV_\mu = \frac{2}{3} n_0 E_k V_\mu.$$

Маємо, що  $pV_\mu = RT$  і  $n_0 V_\mu = N_A$ , тоді

$$E_k = \frac{3}{2} \frac{R}{N_A} T.$$

Через сталу Больцмана це рівняння можна записати так:

$$E_k = \frac{3}{2} kT.$$

**Середня кінетична енергія хаотичного поступального руху молекул ідеального газу прямо пропорційна до температури газу і більше ні від чого не залежить.**

Підставивши здобуте рівняння для кінетичної енергії газу в основне рівняння молекулярно-кінетичної теорії, дістанемо таку формулу:

$$p = n_0 kT.$$

**Тобто тиск газу прямо пропорційний до  
концентрації молекул газу і його температури.**

### Ізопроееси. Газові закони

**Ізопроеесом** називається процес, який відбувається в системі зі сталою масою, коли один із параметрів системи залишається сталим. Параметри системи — це **температура, тиск і об'єм**. Тоді виходить, що існують три ізопроееси. Рівняння ізопроеесів впливають із рівняння Клапейрона, яке ще називається **об'єднаним газовим законом**:

$$\frac{pV}{T} = \text{const} \text{ при } m = \text{const}.$$

Коли **стала температура** газу, процес називається **ізоермічним**:

$$pV = \text{const} \text{ при } T = \text{const} \text{ і } m = \text{const}.$$

Цей процес описує **закон Бойля—Маріотта**: добуток тиску газу на об'єм, який він займає, є стала величина при сталій температурі і для заданої маси газу.

Графіки ізоермічних процесів у координатах  $p - V$  подано на рис. М-2.1. Кожна така крива називається **ізоермою**.

Коли **сталий тиск** газу, процес називається **ізобаричним** (або ізобарним):

$$\frac{V}{T} = \text{const} \text{ при } p = \text{const} \text{ і } m = \text{const}.$$

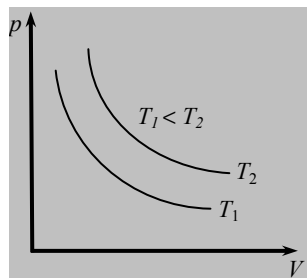


Рис. М-2.1

Цей процес підпорядкований **закону Гей-Люссака**: відносна зміна об'єму газу під час нагрівання в умовах сталого тиску прямо пропорційна до температури. Закон Гей-Люссака має вигляд:

$$V_t = V_0 (1 + \alpha t),$$

де  $V_0$  — об'єм газу при температурі  $0^\circ\text{C}$ ;  $\alpha$  — термічний коефіцієнт об'ємного розширення газу.

Термічний коефіцієнт об'ємного розширення газу для всіх газів

дорівнює  $\alpha = \frac{1}{273} \text{ K}^{-1}$ .

Ураховуючи зв'язок температури за шкалою Цельсія з абсолютною температурою, закон Гей-Люссака можна записати так:

$$V_T = V_{273} \alpha T.$$

Графік ізобаричного процесу в координатах  $V - T$  (рис. М-2.2) називається **ізобарою**.

Із графіка випливає, що зі зниженням температури газу його об'єм зменшується і при температурі, близькій до абсолютного нуля, прямує до нуля. Однак експерименти показали, що при низьких температурах газ перетворюється на рідину, а потім кристалізується, тобто займає певний об'єм, який не дорівнює нулю. **Висновок: описувати поведінку газу за допомогою закону Гей-Люссака при низьких температурах не можна.** В області низьких температур діють зовсім інші закони. Тому частину графіка в області низьких температур на рис. М-2.2 показано пунктиром.

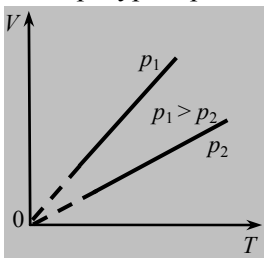


Рис. М-2.2

Коли **сталий об'єм** газу, процес називається **ізохоричним** (або ізохорним):

$$\frac{p}{T} = \text{const при } V = \text{const і } m = \text{const.}$$

Цей процес підпорядкований **закону Шарля**:

$$p_t = p_0 (1 + \gamma t),$$

де  $p_0$  — тиск газу при температурі  $0^\circ\text{C}$ ;  $\gamma$  — температурний коефіцієнт тиску газу. Ураховуючи зв'язок температури за шкалою Цельсія з абсолютною температурою, закон Шарля можна записати так:

$$p_T = p_{273} \gamma T.$$

Графік ізохоричного процесу в координатах  $p - T$  (рис. М-2.3) називається **ізохорою**.

Із графіка випливає, що зі зниженням температури газу його тиск зменшується і при температурі, близькій до абсолютного нуля, прямує до нуля. Однак експериментами це не підтверджується.

**Висновок: описувати поведінку газу за допомогою закону Шарля при низьких температурах не можна.**

В області низьких температур діють зовсім інші закони. Тому частину графіка в області низьких температур на рис. М-2.3 показано пунктиром.

### ***М-1.2. Завдання для поточного тестування***

**1.** Залежність тиску від концентрації молекул і температури газу подається таким рівнянням:

1)  $\frac{m_0 v_{\text{ср}}^2}{2}$ ; 2)  $\frac{2}{3} E_k n_0$ ; 3)  $\frac{1}{3} m_0 v_{\text{ср}}^2 n_0$ ; 4)  $\frac{3}{2} kT$ ; 5)  $n_0 kT$ .

**2.** Рівняння стану ідеального газу, записане для одного моля газу, таке:

1)  $pV = \frac{m}{\mu} RT$ ; 2)  $p = \frac{2}{3} E_k n_0$ ; 3)  $\frac{p_0 V_\mu}{T_0} = R$ ; 4)  $pV = \nu RT$ ;  
5)  $p = n_0 kT$ .

**3.** Рівняння стану ідеального газу, записане для довільної маси газу, таке:

1)  $pV = \frac{m}{\mu} RT$ ; 2)  $p = \frac{2}{3} E_k n_0$ ; 3)  $\frac{p_0 V_\mu}{T_0} = R$ ; 4)  $pV = \nu RT$ ;  
5)  $p = n_0 kT$ .

**4.** Ізотермічний процес при  $m = \text{const}$  записується так:

1)  $pV = \text{const}$ ; 2)  $\frac{V}{T} = \text{const}$ ; 3)  $\frac{p}{T} = \text{const}$ .

**5.** Ізохоричний процес при  $m = \text{const}$  записується так:

1)  $pV = \text{const}$ ; 2)  $\frac{V}{T} = \text{const}$ ; 3)  $\frac{p}{T} = \text{const}$ .

**6.** Ізобаричний процес при  $m = \text{const}$  записується так:

1)  $pV = \text{const}$ ; 2)  $\frac{V}{T} = \text{const}$ ; 3)  $\frac{p}{T} = \text{const}$ .

**7.** Закон Бойля — Маріотта записується так:

1)  $V_T = V_{273} \alpha T$ ; 2)  $pV = \text{const}$ ; 3)  $p_T = p_{273} \gamma T$ .

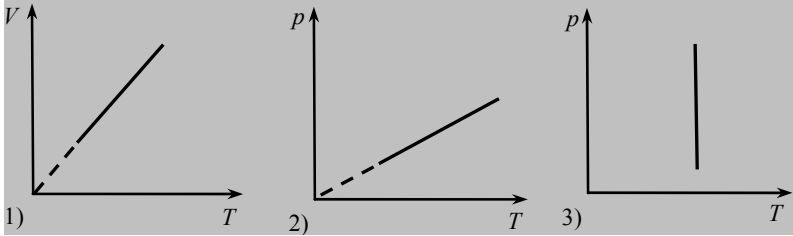
**8.** Закон Гей-Люссака має вигляд:

1)  $V_T = V_{273} \alpha T$ ; 2)  $pV = \text{const}$ ; 3)  $p_T = p_{273} \gamma T$ .

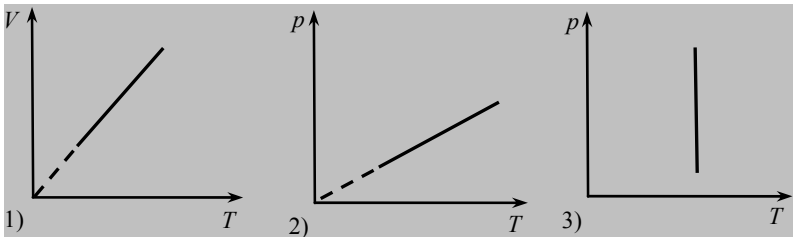
9. Закон Шарля записується так:

1)  $V_T = V_{273} \alpha T$ ; 2)  $pV = \text{const}$ ; 3)  $p_T = p_{273} \gamma T$ .

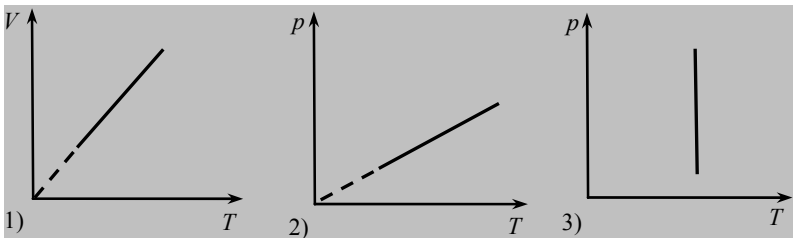
10. Графік ізотермічного процесу такий:



11. Графік ізобаричного процесу такий:



12. Графік ізохоричного процесу такий:



13. У посудині об'ємом  $8,3 \text{ м}^3$  міститься  $0,02 \text{ кг}$  водню при температурі  $27^\circ\text{C}$ . Тиск водню такий:

- 1) 3 Па; 2) 6 Па; 3) 270 Па; 4) 540 Па; 5) 3000 Па.

14. Як зміниться середня кінетична енергія теплового руху молекул ідеального газу при зменшенні абсолютної температури в 4 рази?

- 1) Зменшиться у 2 рази; 2) зменшиться в 4 рази; 3) зменшиться в 16 раз; 4) збільшиться у 2 рази; 5) збільшиться в 4 рази.



15. Температура газу, коли середня кінетична енергія поступального руху однієї його молекули дорівнює  $6 \cdot 10^{-19}$  Дж, така:

- 1)  $10^3$  К; 2)  $7,7 \cdot 10^3$  К; 3)  $17,7 \cdot 10^3$  К; 4) 450 К; 5) інша відповідь.

16. У двох посудинах містяться ідеальні гази. Маса молекул газу в першій посудині у 2 рази менша за масу молекул газу в другій посудині. Відношення тиску газу в першій посудині до тиску газу у другій посудині при однакових значеннях концентрації молекул і температури таке:

- 1) 4; 2) 2; 3) 1; 4)  $1/2$ ; 5) інша відповідь.

17. Гумову кулю наповнили повітрям і зав'язали. Як зміниться об'єм кулі і тиск всередині неї при підвищенні атмосферного тиску?

1) Об'єм і тиск не зміняться; 2) об'єм і тиск зменшаться; 3) об'єм зменшиться, а тиск збільшиться; 4) об'єм зменшиться, а тиск не зміниться; 5) об'єм не зміниться, а тиск збільшиться.

18. Адіабатичним називається процес, в якому:

1) об'єм сталий; 2) тиск сталий; 3) немає теплообміну із зовнішнім середовищем; 4) не виконується робота; 5) правильної відповіді тут немає.

19. Два тіла перебувають у тепловій рівновазі між собою. Які з їхніх фізичних параметрів однакові?

1) Тільки температура; 2) тільки тиск; 3) тільки середня квадратична швидкість теплового руху молекул; 4) температура і середня квадратична швидкість молекул; 5) температура і тиск.

20. Чи однакою швидкість руху мають молекули водню і кисню при однаковій температурі?

1) Однакову; 2) швидкість молекул водню більша; 3) швидкість молекул кисню більша; 4) правильної відповіді тут немає.

### *М-1.3. Висновки з теми*

1. Рівняння Менделєєва — Клапейрона є наслідком основного рівняння молекулярно-кінетичної теорії газів.

2. Рівняння Менделєєва — Клапейрона і газові закони виконуються тільки для ідеальних газів.

3. Ізопроцесом називається процес, який відбувається при одному сталому параметрі стану газу:  $T$ ,  $p$  або  $V$ .

4. Коли в задачі розглядаються два різні стани газу, потрібно спочатку встановити, чи змінюється маса газу під час переходу газу з одного стану в інший.

5. Якщо маса газу залишається сталою, можна скористатися рівнянням Клапейрона.

6. Коли при сталій масі газу не змінюється якийсь один із параметрів стану газу ( $p$ ,  $V$ ,  $T$ ), потрібно скористатися рівнянням відповідного ізопроцесу.

7. Коли в задачі розглядаються два різні стани газу і під час переходу газу з одного стану в інший маса газу змінюється, то для кожного стану потрібно записати рівняння Менделєєва — Клапейрона.

#### ***М-1.4. Приклади розв'язування задач***

**Задача 1.** Повітря міститься в циліндрі, закритому рухомих поршнем, площа основи якого дорівнює  $0,1 \text{ м}^2$ . Об'єм повітря в циліндрі дорівнює  $0,4 \text{ м}^3$ , температура —  $10 \text{ }^\circ\text{C}$ . Визначити переміщення поршня при нагріванні повітря до  $27 \text{ }^\circ\text{C}$ . Процес вважати ізобарним.

**Дано:**

$$S = 0,1 \text{ м}^2;$$

$$V_1 = 0,4 \text{ м}^3;$$

$$t_1 = 10 \text{ }^\circ\text{C} = 283 \text{ К};$$

$$t_2 = 27 \text{ }^\circ\text{C} = 300 \text{ К}$$

$\Delta h$  — ?

**Розв'язання**

Переміщення поршня визначимо за формулою:

$$\Delta h = \frac{\Delta V}{S} = \frac{V_2 - V_1}{S}.$$

Оскільки нагрівання газу ізобаричне, зміну його об'єму визначимо за законом Гей-Люссака:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2};$$

або

$$V_2 = V_1 \frac{T_2}{T_1};$$

тоді

$$\Delta V = V_2 - V_1 = V_1 \left( \frac{T_2}{T_1} - 1 \right).$$

Тоді переміщення поршня визначається так:

$$\Delta h = \frac{V_1}{S} \left( \frac{T_2}{T_1} - 1 \right).$$

Виконуємо обчислення:

$$\Delta h = \frac{0,4}{0,1} \left( \frac{300}{283} - 1 \right) = 0,24 \text{ м.}$$

**Відповідь.** Поршень переміщується на 0,24 м.

**Задача 2.** При нагріванні газу в закритій посудині на 140 К тиск збільшився в 1,5 рази. Визначити початкову температура газу.

**Дано:**

$$\Delta T = 140 \text{ К;}$$

$$p_2 = 1,5 p_1$$

$$T_1 = ?$$

**Розв'язання**

Оскільки газ міститься в закритій посудині, об'єм газу не змінюється. Тоді можна застосувати закон Шарля:

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2},$$

звідки

$$T_1 = T_2 \frac{p_1}{p_2}.$$

Температура газу після нагрівання

$$T_2 = T_1 + \Delta T.$$

Тоді

$$T_1 = (T_1 + \Delta T) \frac{p_1}{p_2},$$

звідки

$$T_1 = \frac{\Delta T}{\frac{p_1}{p_2} - 1}.$$

Виконуємо обчислення:

$$T_1 = 140 : \left( \frac{1,5}{1} - 1 \right) = 280 \text{ К.}$$

**Відповідь.** Початкова температура газу дорівнює 280 К.

**Задача 3.** Визначити густину повітря в балоні, якщо тиск дорівнює 10 атм, а температура — 15 °С.

*Дано:*

$$p = 10 \text{ атм} = 1,13 \cdot 10^6 \text{ Па};$$

$$t = 15 \text{ °С} = 288 \text{ К}$$

$$\rho \text{ — ?}$$

*Розв'язання*

Запишемо рівняння стану ідеального газу

$$pV = \frac{m}{\mu} RT.$$

Поділимо ліву і праву частини цього рівняння на об'єм:

$$p = \frac{m}{V\mu} RT,$$

або

$$p = \frac{\rho}{\mu} RT.$$

Густину повітря визначимо за формулою

$$\rho = \frac{p\mu}{RT}.$$

Перевіримо одиницю величини:

$$[\rho] = \left[ \frac{\text{Па} \cdot \text{кг} \cdot \text{моль} \cdot \text{К}}{\text{Дж} \cdot \text{К} \cdot \text{моль}} = \frac{\text{Н} \cdot \text{кг}}{\text{м}^2 \cdot \text{Н} \cdot \text{м}} \right] = \left[ \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \right].$$

Виконуємо обчислення:

$$\rho = \frac{p\mu}{RT} = \frac{1,013 \cdot 10^6 \cdot 29 \cdot 10^{-3}}{8,31 \cdot 288} = 12,3 \text{ кг/м}^3.$$

**Відповідь.** Густина повітря дорівнює 12,3 кг/м<sup>3</sup>.

**Задача 4.** Визначити середню квадратичну швидкість молекул кисню при 20 °С. За якої температури ця швидкість дорівнюватиме 600 м/с?

*Дано:*

$$t_1 = 20 \text{ °С} = 293 \text{ К};$$

$$v_2 = 600 \text{ м/с}$$

$$v_1 \text{ — ? } T_2 \text{ — ?}$$

*Розв'язання*

Середня кінетична енергія молекули

$$E_{\text{к}} = \frac{mv^2_{\text{сєр}}}{2}.$$

Середня кінетична енергія поступального руху молекули

$$E_{\text{к}} = \frac{3}{2}kT,$$

або

$$\frac{mv_{\text{ср}}^2}{2} = \frac{3}{2}kT.$$

Середня квадратична швидкість молекули

$$v_{\text{ср.кв}} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}.$$

Масу молекули можна визначити так:

$$m = \frac{\mu}{N_A}.$$

Тоді

$$v_{\text{ср.кв}} = \sqrt{\frac{3kTN_A}{\mu}} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}},$$

де  $\mu = 32 \cdot 10^{-3}$  кг/моль — молярна маса кисню.

Температуру газу визначаємо так:

$$T = \frac{v^2\mu}{3R}.$$

Перевіримо одиницю величини:

$$[v] = \left[ \sqrt{\frac{\text{Дж} \cdot \text{моль} \cdot \text{К}}{\text{моль} \cdot \text{К} \cdot \text{кг}}} \right] = \left[ \sqrt{\frac{\text{кг} \cdot \text{м} \cdot \text{м}}{\text{кг} \cdot \text{с}^2}} \right] = \left[ \frac{\text{м}}{\text{с}} \right].$$

Виконуємо обчислення:

$$v_{\text{ср.кв}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 8,31 \cdot 293}{32 \cdot 10^{-3}}} = 478 \text{ м/с};$$

$$T = \frac{600^2 \cdot 32 \cdot 10^{-3}}{3 \cdot 8,31} = 462 \text{ К}.$$

**Відповідь.** Середня квадратична швидкість молекул кисню дорівнює 478 м/с; за температури 462 К середня квадратична швидкість молекул кисню становитиме 600 м/с.

**Задача 5.** Балон містить стиснутий газ при  $27\text{ }^\circ\text{C}$  і тиску  $40\text{ атм}$ . Визначити тиск у балоні, якщо з нього випустити половину маси газу, а температуру знизити до  $12\text{ }^\circ\text{C}$ .

*Дано:*

$$t_1 = 27\text{ }^\circ\text{C} = 300\text{ К};$$

$$p_1 = 40\text{ атм} = 40,4 \cdot 10^5\text{ Па};$$

$$m_2 = \frac{m_1}{2};$$

$$t_2 = 12\text{ }^\circ\text{C} = 285\text{ К}$$

$$p_2 = ?$$

*Розв'язання*

Запишемо рівняння Менделєєва — Клапейрона для першого стану газу:

$$p_1 V = \frac{m_1}{\mu} RT_1.$$

Визначимо масу газу в балоні:

$$m_1 = \frac{p_1 V \mu}{RT_1}.$$

Запишемо рівняння Менделєєва — Клапейрона для другого стану газу:

$$p_2 V = \frac{m_2}{\mu} RT_2.$$

Узявши до уваги, що з балона випустили половину початкової маси газу, можна записати так:

$$p_2 V = \frac{m_1}{2\mu} RT_2 = \frac{p_1 V \mu}{2RT_1 \mu} RT_2,$$

звідки знаходимо

$$p_2 = \frac{p_1 T_2}{2T_1}.$$

Виконуємо обчислення:

$$p_2 = \frac{p_1 T_2}{2T_1} = \frac{40,4 \cdot 10^5 \cdot 285}{2 \cdot 300} = 19,2 \cdot 10^5\text{ Па}.$$

**Відповідь.** Тиск після того, як випустили половину маси газу, становить  $19,2 \cdot 10^5\text{ Па}$ .

**Задача 6.** Об'єм бульбашки повітря, коли вона піднімається з дна озера до поверхні, збільшується в  $1,5$  рази. Визначити глибину озера. Атмосферний тиск дорівнює  $10^5\text{ Па}$ , густина води в озері становить  $1000\text{ кг/м}^3$ . Температуру води в озері вважати сталою.

**Дано:**  
 $p_0 = 10^5$  Па;  
 $V_2 = 1,5 V_1$ ;  
 $T = \text{const}$ ;  
 $\rho = 1000$  кг/м

---

$h - ?$

**Розв'язання**

Запишемо рівняння ізотермічного процесу:

$$p_1 V_1 = p_2 V_2.$$

Тиск на бульбашку повітря на дні озера такий:

$$p_1 = p_0 + \rho g h.$$

Тиск біля поверхні озера дорівнює атмосферному тиску:

$$p_2 = p_0.$$

Тоді рівняння ізопроцесу матиме вигляд

$$(p_0 + \rho g h) V_1 = p_0 1,5 V_1.$$

Звідси глибину озера визначимо за формулою

$$h = \frac{0,5 p_0}{\rho g}.$$

Перевіримо одиницю величини:

$$[h] = \left[ \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^3 \cdot \text{с}^2}{\text{м}^2 \cdot \text{кг} \cdot \text{м}} \right] = \left[ \frac{\text{кг} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^2}{\text{кг} \cdot \text{с}^2} \right] = [\text{м}].$$

Виконуємо обчислення:

$$h = \frac{0,5 \cdot 10^5}{1000 \cdot 9,8} = 5,1 \text{ м}.$$

**Відповідь.** Глибина озера дорівнює 5,1 м.

**М-2.5. Задачі для аудиторного розв'язування**

**2-1.** При підвищенні температури газу від 13 до 52 °С його тиск зріс на 120 мм рт. ст. Визначити початковий тиск газу. Процес ізохоричний. ( $1,17 \cdot 10^5$  Па)

**2-2.** Який тиск створюють 40 л кисню при температурі 107 °С, якщо за нормальних умов цей кисень займає об'єм 13 л? ( $4,57 \cdot 10^4$  Па)

**2-3.** Газ повільно стиснули при сталій температурі від 6 до 4 л. При цьому тиск газу підвищився на 200 кПа. Визначити початковий тиск газу. ( $4 \cdot 10^5$  Па)

**2-4.** Визначити температуру газу в закритій посудині, якщо під час нагрівання на 150 К тиск збільшився в 1,5 раза. (100 К)

**2-5.** Визначити температуру газу в закритій посудині, якщо тиск газу після його нагрівання на 4 К збільшився на 1 % від початкового. (400 К)

**2-6.** Об'єм бульбашки повітря під час спливання її з дна озера на поверхню збільшився в 3 рази. Яка глибина озера? Атмосферний тиск дорівнює  $10^5$  Па. (20,4 м)

**2-7.** Яка частина газу залишиться в балоні, в якому тиск дорівнював 120 атм, а температура –  $27^\circ\text{C}$ , після того як тиск зменшився до 1 атм, а температура знизилася до  $-23^\circ\text{C}$ ? (0,84)

**2-8.** До якої температури потрібно нагріти відкриту колбу, в якій міститься повітря при температурі  $27^\circ\text{C}$ , щоб густина повітря зменшилась в 1,5 раза? (450 К)

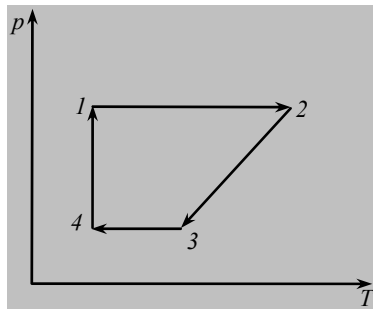
**2-9.** Скільки молекул повітря виходить з кімнати об'ємом  $120\text{ м}^3$  при підвищенні температури від 15 до  $25^\circ\text{C}$ ? Атмосферний тиск 750 мм рт. ст. ( $1,01 \cdot 10^{26}$ )

**2-10.** Азот, який міститься в закритому балоні об'ємом  $1,5\text{ м}^3$ , нагріли від  $27$  до  $87^\circ\text{C}$ , при цьому тиск зріс на 8 атм. Визначити початковий тиск азоту і його масу. Розширенням балона знехтувати. ( $4 \cdot 10^6$  Па; 67 кг)

**2-11.** Гумова куля містить 2 л повітря під тиском 760 мм рт. ст. Який об'єм займатиме повітря, якщо кулю опустити у воду на глибину 10 м? ( $1,01 \cdot 10^{-3}\text{ м}^3$ )

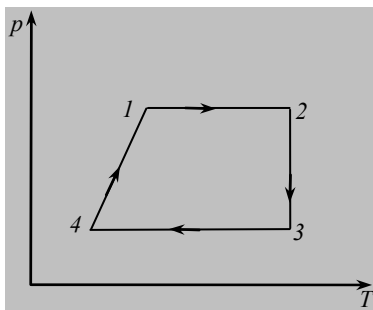
**2-12.** Пальник витрачає 10 г водню за 1 год. На який час вистачить водню, який міститься в балоні об'ємом 10 л, якщо тиск водню дорівнює 200 атм, а температура становить  $0^\circ\text{C}$ ? (17,65 год)

**2-13.** Подати цикл, зображений на рисунку, в осях  $V - T$ .





2.14. Подати цикл, зображений на рисунку в осях  $p - V$ .



### М-1.6. Задачі для самостійного розв'язування

2-15. Два балони об'ємами 500 і 800 см<sup>3</sup> заповнено однаковими газами: перший — під тиском 53 кПа при температурі 370 К, другий — під тиском 20 кПа при температурі 300 К. Балони сполучили з краном трубою, об'ємом якої можна знехтувати. Визначити тиск і температуру в балонах, якщо відкрити кран. (32,8 кПа; 340 К)

2-16. Визначити об'єм 3 г вуглекислого газу, який має температуру 27 °С і тиск 10 мм рт. ст. (0,128 м<sup>3</sup>)

2-17. У балоні об'ємом 20 л міститься вуглекислий газ масою 500 г під тиском 1,3 МПа. Визначити температуру газу. (275 К)

2-18. Густина газу при температурі 309 К і тиску 0,7 МПа дорівнює 12 кг/м<sup>3</sup>. Визначити молярну масу газу. ( $44 \cdot 10^{-3}$  кг/моль)

2-19. Газ при температурі 27 °С займає об'єм  $V$ . До якої температури його слід охолодити, щоб об'єм дорівнював 0,25  $V$ ? (75 К)

2-20. У циліндрі під поршнем ізобарично охолоджуються 10 л газу від температури 323 до 273 К. Визначити кінцевий об'єм газу. ( $8,5 \cdot 10^{-3}$  м<sup>3</sup>)

2-21. Об'єм бульбашки газу, яка піднялася з дна озера на поверхню, збільшився вдвічі. Визначити глибину озера. (10 м)

2-22. Балон, заповнений повітрям за нормальних умов, закрили клапаном, площа поверхні якого 10 см<sup>2</sup> і вага 200 Н. До якої температури потрібно нагріти повітря в балоні, щоб клапан відкрився? (819 К)

2-23. За нормальних умов деяка маса повітря займає об'єм 6 м<sup>3</sup>. Визначити об'єм, який займе ця сама маса повітря при ізотермічному стисненні до  $3,04 \cdot 10^6$  Па. (0,2 м<sup>3</sup>)

2-24. Балон містить кисень при температурі 12 °С і тиску  $2,53 \cdot 10^6$  Па. Визначити температуру, при якій можливий вибух, якщо балон може витримати тиск не більш як  $3,04 \cdot 10^6$  Па. (342 К)

**2-25.** Газ стиснено ізотермічно від 12 до 10 л. При цьому тиск газу збільшився на  $6 \cdot 10^3$  Па. Визначити початковий тиск газу. ( $3 \cdot 10^4$  Па)

**2-26.** Тиск у кабіні космічного корабля при температурі 290 К дорівнює  $9,7 \cdot 10^4$  Па. Як зміниться тиск повітря з підвищенням температури на 8 К? (Зросте на  $2,56 \cdot 10^3$  Па)

**2-27.** Повітря при температурі  $0^\circ\text{C}$  під тиском 100 кПа займає об'єм 1 л. Визначити температуру, при якій об'єм повітря дорівнюватиме 2 л, коли тиск становитиме  $2,56 \cdot 10^3$  Па? (1093 К)

**2-28.** У вертикальній трубці, запаяній знизу, міститься стовпчик повітря заввишки 30 см, закритий зверху крапелькою ртуті. На скільки опуститься крапелька ртуті в разі зміни температури від  $17^\circ\text{C}$  до  $-12^\circ\text{C}$ ? ( $3 \cdot 10^{-2}$  м)

**2-29.** Визначити різницю мас повітря, що заповнює приміщення об'ємом  $50 \text{ м}^3$ , взимку та влітку, якщо влітку температура приміщення досягає  $40^\circ\text{C}$ , а взимку знижується до  $0^\circ\text{C}$ ? Атмосферний тиск вважати нормальним. (8,3 кг)

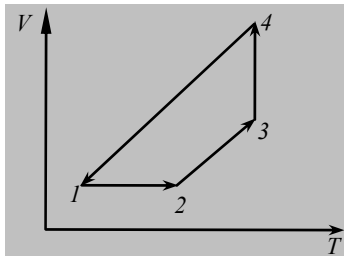
**2-30.** Балон об'ємом 75 л заповнено киснем під тиском  $2,4 \cdot 10^6$  Па і при температурі 293 К. Майстер вирізав три деталі з листового матеріалу, після чого тиск у балоні знизився до  $4 \cdot 10^5$  Па, а температура — до 283 К. Визначити масу кисню, витраченого на вирізування однієї деталі. (0,6 кг)

**2-31.** Під час газозварювання з балона витрачено деяку масу кисню. При цьому тиск газу зменшився від  $1,5 \cdot 10^7$  до  $3 \cdot 10^6$  Па. Скільки відсотків кисню витрачено під час зварювання? (80 %)

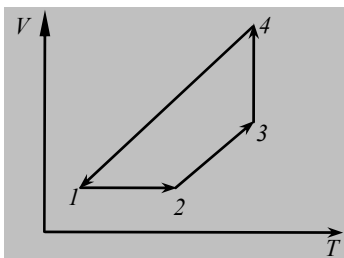
**2-32.** Пляшку, заповнену газом, щільно закрили корком з площею перерізу  $2,5 \text{ см}^2$ . До якої температури потрібно нагріти газ, щоб корок вилетів із пляшки, коли сила тертя, що утримує корок, дорівнює 11,8 Н? Початковий тиск газу в пляшці і зовнішній тиск становлять  $10^3$  Па, а температура  $3^\circ\text{C}$ . (397 К)

**2-33.** У балоні об'ємом 5 л міститься 5 кг кисню при температурі 300 К. Яку масу газу потрібно випустити з балона, щоб при температурі 350 К тиск зменшився на  $2,026 \cdot 10^4$  Па? (0,715 кг)

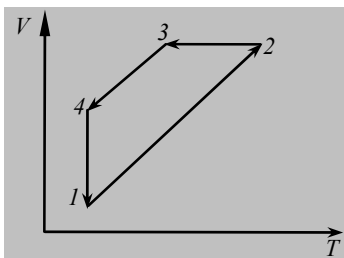
**2.34.** Подати цикл, зображений на рисунку, в осях  $p - T$ .

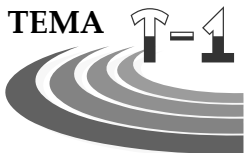


2.35. Подати цикл, зображений на рисунку, в осях  $p - V$ .



2.36. Подати цикл, зображений на рисунку, в осях  $p - T$ .





---

---

## ТЕРМОДИНАМІКА. ВНУТРІШНЯ ЕНЕРГІЯ. КІЛЬКІСТЬ ТЕПЛОТИ

---

---

### *Т-1.1. Теоретичні відомості*

Розділ фізики, в якому фізичні властивості досліджуваних систем вивчаються за допомогою термодинамічного методу, називається **термодинамікою**. На відміну від методів молекулярної фізики, термодинамічний метод дослідження фізичних явищ не враховує внутрішньої будови тих тіл, які вивчаються, і характеру руху атомів або молекул. Цей метод ґрунтується на вивченні різних **перетворень енергій**, які відбуваються в системі. Умови цих перетворень і співвідношення між різними видами енергії дають змогу вивчати фізичні властивості систем при найрізноманітніших процесах, в яких ці системи беруть участь. Згадаємо, що системою називається як окреме макроскопічне тіло, так і сукупність таких тіл.

Термодинаміка ґрунтується на встановлених експериментально першому і другому законах термодинаміки.

### **Внутрішня енергія**

**Внутрішньою енергією** системи називається сума кінетичної енергії руху всіх атомів або молекул системи і потенціальної енергії їхньої взаємодії.

**Внутрішня енергія ідеального газу являє собою кінетичну енергію руху молекул газу, оскільки за визначенням ідеального газу взаємодії між його молекулами немає.**

Внутрішня енергія одного моля одноатомного ідеального газу

$$U_0 = N_A E_k = \frac{3}{2} N_A k T.$$

Оскільки  $N_A k = R$ , то

$$U_0 = \frac{3}{2} RT.$$

Внутрішня енергія довільної маси газу визначається так:

$$U = \frac{3}{2} \nu RT = \frac{3}{2} \frac{m}{\mu} RT,$$

де  $m$  — маса газу.

**Як бачимо, зміна температури системи змінює її внутрішню енергію.**

### Кількість теплоти. Теплоємність

**Кількістю теплоти**, наданої системі, називається кількість енергії, переданої системі зовнішніми тілами під час теплообміну. Теплообмін завжди відбувається між тілами або частинами одного тіла, нагрітими до різної температури. Існує три види теплообміну:

- конвективний теплообмін — це передавання теплоти між нерівномірно нагрітими рухомими частинами газу; газу і рідини; рідини і твердого тіла. Завдяки конвективному теплообміну нагрівається вода в батареях кімнатного опалення.

- теплопровідність — це передавання теплоти від однієї частини нерівномірно нагрітого тіла до другої його частини. Завдяки теплопровідності нагріваються стінки батарей кімнатного опалення: внутрішня більш нагріта стінка передає теплоту зовнішній менш нагрітій.

- теплообмін випромінюванням. Цей вид теплообміну відбувається без контакту між тілами, тобто під час випромінювання і поглинання електромагнітної енергії. Саме так Земля нагрівається сонячним випромінюванням.

Отже, під час теплообміну передається деяка кількість теплової енергії, і температура системи змінюється. Виникає задача математичного опису такого передавання енергії. Тому вводиться величина, яка встановлює зв'язок між кількістю теплоти, переданої системі, і зміною температури системи. Ця величина називається *теплоємністю*.

**Теплоємність** — це фізична величина, яка дорівнює відношенню кількості теплоти  $\Delta Q$ , необхідної для нагрівання тіла від температури  $T$  до  $T + \Delta T$ , до різниці температур тіла  $\Delta T$ :

$$C = \frac{\Delta Q}{\Delta T}.$$

Одиниця теплоємності — Дж / К.

**Питома теплоємність** — це теплоємність, яка припадає на одиницю маси речовини:

$$c = \frac{C}{m}.$$

Одиниця теплоємності — Дж / (кг · К).

**Молярна теплоємність** — це величина, яка дорівнює добутку питомої теплоємності речовини на молярну масу цієї речовини:

$$C_{\mu} = cm.$$

Одиниця питомої теплоємності — Дж / (моль · К).

Тоді кількість теплоти, наданої тілу для зміни його температури від  $T$  до  $T + \Delta T$ , можна визначити так:

$$\Delta Q = C \Delta T,$$

або

$$\Delta Q = cm \Delta T = cm(T_2 - T_1).$$

Можна ще так визначити кількість теплоти:

$$\Delta Q = \frac{m}{\mu} C_{\mu} (T_2 - T_1).$$

**Якщо  $\Delta Q > 0$ , тобто коли  $T_2 > T_1$ , ідеться про нагрівання тіла і, навпаки, якщо  $\Delta Q < 0$ , тобто  $T_2 < T_1$ , тіло охолоджується, віддаючи деяку кількість теплоти іншому тілу.**

## Агрегатні перетворення речовини

Усі речовини можуть існувати в рідкій, твердій або газоподібній формах. Такі форми речовини називають **агрегатним станом**. Твердий і рідкий стан називається **конденсованим**. Перехід речовини з рідкого стану в газоподібний називається **пароутворенням**. Зворотний перехід називається **конденсацією**. Перехід речовини з твердого стану в рідкий називається **плавленням**. Зворотний перехід називається **кристалізацією**.

Кількість теплоти, якої потрібно надати рідині певної маси для того, щоб перевести її у газоподібний стан, визначається за формулою

$$Q = rm,$$

де  $r$  — питома теплота пароутворення;  $m$  — маса рідини.

**Питомою теплотою пароутворення** називається кількість теплоти, необхідної для перетворення 1 кг маси рідини на пару при температурі кипіння. Одиниця — Дж/кг.

Кількість теплоти, яку потрібно надати твердому тілу певної маси для того, щоб перевести його в рідкий стан, визначається за формулою

$$Q = \lambda m,$$

де  $\lambda$  — питома теплота плавлення;  $m$  — маса твердого тіла.

**Питомою теплотою плавлення** називається кількість теплоти, необхідної для перетворення твердого тіла масою 1 кг на рідину при температурі плавлення. Одиниця — Дж/кг.

Існують такі речовини, які при згорянні виділяють велику кількість теплоти. Їх називають **паливом**. До таких речовин належать дерево, вугілля, нафта і нафтопродукти, газ.

Кількість теплоти, яка виділяється при згорянні палива, визначається так:

$$Q = qm,$$

де  $q$  — **питома теплота згорання палива**. Це кількість теплоти, яка виділяється під час повного згорання 1 кг палива. Одиниця питомої теплоти згорання палива — Дж/кг.

### ***T-1.2. Завдання для поточного тестування***

1. Внутрішня енергія одного моля газу визначається так:

$$1) U = \frac{3}{2} \frac{m}{\mu} RT; \quad 2) U = \frac{3}{2} RT; \quad 3) U = \frac{3}{2} \nu RT.$$

2. Внутрішня енергія довільної маси газу визначається так:

$$1) U = \frac{3}{2} \frac{m}{\mu} RT; \quad 2) U = \frac{3}{2} RT; \quad 3) U = \frac{3}{2} \nu RT.$$

3. Під час нагрівання кінетична енергія молекул ідеального газу збільшилася вдвічі. Як змінилася його внутрішня енергія?

1) Не змінилася; 2) зменшилася вдвічі; 3) збільшилася вдвічі.

4. Під час нагрівання середня квадратична швидкість молекул ідеального газу збільшилася вдвічі. Як змінилася його внутрішня енергія?

1) Не змінилася; 2) збільшилася в чотири рази; 3) збільшилася вдвічі.

5. Теплопровідність визначається так:

1) це передавання теплоти між нерівномірно нагрітими рухомими частинами газу; газу і рідини; рідини і твердого тіла;

2) це передавання теплоти від однієї частини нерівномірно нагрітого тіла до другої його частини;

3) відбувається без контакту між тілами, тобто під час випромінювання і поглинання електромагнітної енергії.

6. Конвективний теплообмін визначається так:

1) це передавання теплоти між нерівномірно нагрітими рухомими частинами газу; газу і рідини; рідини і твердого тіла;

2) це передавання теплоти від однієї частини нерівномірно нагрітого тіла до другої його частини;

3) відбувається без контакту між тілами, тобто під час випромінювання і поглинання електромагнітної енергії.

7. Теплообмін випромінюванням визначається так:

1) це передавання теплоти між нерівномірно нагрітими рухомими частинами газу; газу і рідини; рідини і твердого тіла;

2) це передавання теплоти від однієї частини нерівномірно нагрітого тіла до другої його частини;

3) відбувається без контакту між тілами, тобто під час випромінювання і поглинання електромагнітної енергії.

8. Вода в батареях кімнатного опалення нагрівається завдяки такому виду теплообміну:

1) теплопровідності; 2) конвективному теплообміну; 3) теплообміну випромінюванням.

9. Внутрішня більш нагріта стінка батарей кімнатного опалення передає теплоту зовнішній менш нагрітій завдяки такому виду теплообміну:

1) теплопровідності; 2) конвективному теплообміну; 3) теплообміну випромінюванням.

10. Дописати визначення теплоємності:

*Це фізична величина, яка дорівнює відношенню....., необхідної для ..... тіла від ..... до різниці температур тіла  $\Delta T$ :*



**11.** Теплоємність визначається так:

1)  $c = \frac{C}{m}$ ; 2)  $C = \frac{\Delta Q}{\Delta T}$ ; 3)  $C_{\mu} = c\mu$ .

**12.** Питома теплоємність визначається так:

1)  $c = \frac{C}{m}$ ; 2)  $C = \frac{\Delta Q}{\Delta T}$ ; 3)  $C_{\mu} = c\mu$ .

**13.** Молярна теплоємність визначається так:

1)  $c = \frac{C}{m}$ ; 2)  $C = \frac{\Delta Q}{\Delta T}$ ; 3)  $C_{\mu} = c\mu$ .

**14.** Кількість теплоти, наданої для нагрівання тіла масою  $m$ , визначається так:

1)  $\Delta Q = C\Delta T$ ; 2)  $Q = rm$ ; 3)  $\Delta Q = cm\Delta T$ ; 4)  $Q = \lambda m$ ;  
5)  $\Delta Q = \frac{m}{\mu} C_{\mu} (T_2 - T_1)$ ; 6)  $Q = qm$ .

**15.** Кількість теплоти, яку необхідно підвести для плавлення твердого тіла, визначається так:

1)  $Q = qm$ ; 2)  $Q = rm$ ; 3)  $\Delta Q = cm\Delta T$ ; 4)  $Q = \lambda m$ ;  
5)  $\Delta Q = \frac{m}{\mu} C_{\mu} (T_2 - T_1)$ .

**16.** Кількість теплоти, яку необхідно підвести для перетворення рідини на пару, визначається так:

1)  $Q = qm$ ; 2)  $Q = rm$ ; 3)  $\Delta Q = cm\Delta T$ ; 4)  $Q = \lambda m$ ;  
5)  $\Delta Q = \frac{m}{\mu} C_{\mu} (T_2 - T_1)$ .

**17.** Кількість теплоти, яка виділяється при згорянні палива, визначається так:

1)  $Q = qm$ ; 2)  $Q = rm$ ; 3)  $\Delta Q = cm\Delta T$ ; 4)  $Q = \lambda m$ ;  
5)  $\Delta Q = \frac{m}{\mu} C_{\mu} (T_2 - T_1)$ .

**18.** Кількість теплоти, яка виділяється під час тверднення рідини, визначається так:

- 1)  $Q = qm$ ; 2)  $Q = rm$ ; 3)  $\Delta Q = cm\Delta T$ ; 4)  $Q = \lambda m$ ;  
5)  $\Delta Q = \frac{m}{\mu} C_{\mu} (T_2 - T_1)$ .

**19.** Кількість теплоти, яка виділяється під час конденсації пари, визначається так:

- 1)  $Q = qm$ ; 2)  $Q = rm$ ; 3)  $\Delta Q = cm\Delta T$ ; 4)  $Q = \lambda m$ ;  
5)  $\Delta Q = \frac{m}{\mu} C_{\mu} (T_2 - T_1)$ .

**20.** Як змінюється температура куска льоду під час плавлення?

- 1) Підвищується ; 2) не змінюється; 3) знижується.

**21.** Як змінюється температура води під час випаровування?

- 1) Підвищується ; 2) не змінюється; 3) знижується.

**22.** Для нагрівання 200 г свинцю від 15 до 35°C потрібно 520 Дж енергії. Питома теплоємність свинцю дорівнює:

- 1) 233 Дж/(кг·К); 2) 0,33 Дж/(кг·К); 3) 150 Дж/(кг·К); 4) 0,13 Дж/(кг·К);  
5) 130 Дж/(кг·К); 6) інша відповідь.

**23.** Для нагрівання 100 г свинцю від 15 до 35°C потрібно 260 Дж енергії. Теплоємність свинцю дорівнює.

- 1) 150 Дж/К; 2) 130 Дж/К; 3) 0,15 Дж/К; 4) 13 Дж/К; 5) 14,5 Дж/К.

**24.** Як змінюється внутрішня енергія трьох молів двохатомного ідеального газу при його нагріванні на 100 °C?

- 1) Збільшується на 6,2 кДж; 2) зменшується на 630 Дж; 3) не змінюється; 4) збільшується на 2,1 кДж; 5) зменшується на 5,26 Дж.

**25.** Як змінюється внутрішня енергія ідеального газу при ізотермічному стисненні?

- 1)  $U = 0$ ; 2)  $\Delta U = 0$ ; 3)  $\Delta U < 0$ ; 4)  $\Delta U > 0$ ; 5) інша відповідь.

**26.** Як змінюється внутрішня енергія ідеального газу при ізохорному нагріванні?

- 1)  $\Delta U = Q$ ; 2)  $\Delta U > Q$ ; 3)  $\Delta U < Q$ ; 4)  $\Delta U = A$ .

27. Скільки енергії витрачається на нагрівання 200 г льоду від  $-10$  до  $-5^{\circ}\text{C}$ , якщо питома теплоємність льоду дорівнює  $2,1 \text{ кДж}/(\text{кг}\cdot\text{K})$ :

1)  $2,1 \text{ кДж}$ , 2)  $4,2 \text{ кДж}$ , 3)  $42 \text{ Дж}$ , 4)  $240 \text{ Дж}$ , 5) інша відповідь.

28. При згорянні  $3 \text{ кг}$  палива виділяється  $129 \text{ МДж}$  теплоти. Питома теплота згоряння палива така:

1)  $30 \text{ МДж}/\text{кг}$ ; 2)  $13,5 \text{ МДж}/\text{кг}$ ; 3)  $46 \text{ МДж}/\text{кг}$ ; 4)  $29 \text{ МДж}/\text{кг}$ ; 5)  $43 \text{ МДж}/\text{кг}$ .

29. Як зміниться внутрішня енергія ідеального газу при ізобарному нагріванні?

1)  $\Delta U = Q$ ; 2)  $\Delta U > Q$ ; 3)  $\Delta U < Q$ ; 4)  $\Delta U = A$ ; 5) інша відповідь.

30. Виділяється чи поглинається теплота при таненні льоду?

1) Виділяється; 2) поглинається; 3) не виділяється і не поглинається; 4) процес може йти як із виділенням, так і з поглинанням теплоти.

### ***T-1.3. Висновки з теми***

1. Існує кілька способів переходу газу з одного стану в інший, і кожному з них відповідає різне значення виконаної роботи і, відповідно, різне значення теплоємності.

2. Можна говорити про теплоємність газу тільки стосовно того чи іншого конкретного процесу.

3. Система отримує певну кількість теплоти —  $Q > 0$ , система віддає кількість теплоти —  $Q < 0$ , теплообміну немає —  $Q = 0$ .

4. Внутрішня енергія системи збільшується —  $Q > 0$ , внутрішня енергія системи зменшується —  $Q < 0$ , внутрішня енергія системи не змінюється —  $Q = 0$ .

5. В ізобарному процесі маємо  $Q \neq 0, A \neq 0, \Delta U \neq 0$ .

6. В ізотермічному процесі маємо  $\Delta U = 0$ .

7. В ізохоричному процесі маємо  $A = 0, \Delta U \neq 0$ .

### ***T-1.4. Приклади розв'язування задач***

**Задача 1.** Як зміниться внутрішня енергія одноатомного ідеального газу кількістю  $5$  моль при ізобарному нагріванні на  $100 \text{ K}$ ?

*Дано:*

$$\Delta T = 100 \text{ К};$$
$$\nu = 5 \text{ моль}$$

$$\Delta U = ?$$

*Розв'язання*

Внутрішня енергія одноатомного ідеального газу визначається так:

$$U = \frac{3}{2} \frac{m}{\mu} RT = \frac{3}{2} \nu RT.$$

Коли температура газу змінюється на  $\Delta T$ , то зміна внутрішньої енергії

$$\Delta U = \frac{3}{2} \nu R \Delta T.$$

Виконуємо обчислення:

$$\Delta U = \frac{3}{2} \cdot 5 \cdot 8,3 \cdot 100 = 6225 \text{ Дж.}$$

Внутрішня енергія газу зміниться на 6225 Дж.

**Задача 2.** Коли об'єм одного моля ідеального газу зменшився в 3,6 раза, його тиск збільшився на 20 %. У скільки разів змінилася його внутрішня енергія?

*Дано:*

$$\frac{V_1}{V_2} = b = 3,6;$$

$$\nu = 1 \text{ моль};$$

$$\frac{p_2 - p_1}{p_1} = \eta = 20\% = 0,2$$

$$\frac{U_2}{U_1} = ?$$

*Розв'язання*

Внутрішня енергія 1 моля ідеального газу визначається за формулою:

$$U = \frac{3}{2} RT = \frac{3}{2} pV.$$

Запишемо рівняння Менделєєва — Клайпейрона:

$$pV = \nu RT.$$

Звідси дістанемо

$$RT = pV.$$

Тоді формула для визначення внутрішньої енергії набуває вигляду:

$$U_1 = \frac{3}{2} p_1 V_1, \quad (1)$$

і, відповідно,

$$U_2 = \frac{3}{2} p_2 V_2 = \frac{3}{2} (1 + \eta) p_1 \frac{V_1}{b}. \quad (2)$$

Поділивши почленно рівняння (2) на рівняння (1), дістанемо

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{1 + \eta}{b} = \frac{1}{3}.$$

**Відповідь.** Внутрішня енергія газу зменшилася в 3 рази.

**Задача 3.** Визначити тиск одноатомного ідеального газу, об'єм якого дорівнює 2 л, якщо його внутрішня енергія дорівнює 300 Дж.

**Дано:**

$$V = 2 \text{ л} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3;$$

$$U = 300 \text{ Дж}$$

$p$  — ?

**Розв'язання**

Внутрішня енергія одноатомного ідеального газу визначається за формулою:

$$U = \frac{3}{2} \frac{m}{\mu} RT.$$

Згідно з рівнянням Менделєєва—Клапейрона

$$pV = \frac{m}{\mu} RT.$$

Звідси

$$RT = \frac{pV\mu}{m}.$$

Тоді формула для визначення внутрішньої енергії набирає такого вигляду:

$$U = \frac{3}{2} pV,$$

звідки тиск одноатомного газу

$$p = \frac{2U}{3V}.$$

Виконуємо обчислення

$$p = \frac{2 \cdot 300}{3 \cdot 2 \cdot 10^{-3}} = 10^5 \text{ Па} = 100 \text{ кПа}.$$

**Відповідь.** Тиск газу дорівнює 100 кПа.

**Задача 4.** У калориметр, який містить 100 г льоду при температурі  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ , пускають водяну пару при температурі  $100\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Скільки води утвориться після того, як розтане весь лід? Теплоємністю калориметра знехтувати. Питома теплота плавлення льоду дорівнює  $3,3 \cdot 10^5$  Дж/кг, питома теплота пароутворення води —  $2,26 \cdot 10^6$  Дж/кг.

*Дано:*

$$m_{\text{л}} = 100 \text{ г} = 0,1 \text{ кг};$$

$$t_1 = 0\text{ }^{\circ}\text{C} = 273 \text{ К};$$

$$t_2 = 100\text{ }^{\circ}\text{C} = 373 \text{ К};$$

$$\lambda = 3,3 \cdot 10^5 \text{ Дж/кг};$$

$$r = 2,26 \cdot 10^6 \text{ Дж/кг};$$

$$c_{\text{в}} = 4200 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)}$$

$$m_{\text{в}} = ?$$

*Розв'язання*

Лід перетворюється на воду при сталій температурі плавлення  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Щоб лід повністю розтанув, необхідно підвести таку кількість теплоти:

$$Q_1 = \lambda m_{\text{л}}.$$

Під час конденсації пара виділяє таку кількість теплоти

$$Q_2 = r m_{\text{п}},$$

Утворена з цієї пари вода охолоджується до температури плавлення льоду, виділяючи при цьому кількість теплоти

$$Q_3 = c_{\text{в}} m_{\text{п}} (T_2 - T_1),$$

де  $m_{\text{п}}$  — маса пари.

Запишемо рівняння теплового балансу

$$Q_1 = Q_2 + Q_3,$$

або

$$\lambda m_{\text{л}} = r m_{\text{п}} + c_{\text{в}} m_{\text{п}} (T_2 - T_1).$$

Звідси визначимо сконденсовану масу пари

$$m_{\text{п}} = \frac{\lambda m_{\text{л}}}{r + c_{\text{в}} m_{\text{п}} (T_2 - T_1)}.$$

Тоді загальна кількість води в калориметрі

$$m_{\text{в}} = m_{\text{л}} + m_{\text{п}} = m_{\text{л}} \left[ 1 + \frac{\lambda}{r + c_{\text{в}} (T_2 - T_1)} \right].$$

Перевіримо одиницю величини:

$$[m_b] = \left[ \text{кг} \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}} \right] = [\text{кг}].$$

Виконуємо обчислення:

$$m_b = 0,1 \left( 1 + \frac{3,3 \cdot 10^5}{2,26 \cdot 10^6 + 4,2 \cdot 10^3 \cdot 100} \right) = 112,5 \cdot 10^{-3} \text{ кг.}$$

**Відповідь.** Утвориться 112,5 г води.

**Задача 5.** У посудині за нормального атмосферного тиску нагрівається 1 кг води та 50 г льоду. Початкова температура води та льоду дорівнює  $0^\circ\text{C}$ . Через який час закипить вода, якщо потужність нагрівача 500 Вт, а його ККД дорівнює 0,6? Теплоємністю посудини та нагрівача знехтувати.

**Дано:**

$$\begin{aligned} m_1 &= 1 \text{ кг;} \\ m_2 &= 50 \text{ г} = 0,05 \text{ кг;} \\ t_1 &= 0^\circ\text{C} = 273 \text{ К;} \\ t_2 &= 100^\circ\text{C} = 373 \text{ К;} \\ P &= 500 \text{ Вт;} \\ \eta &= 0,6; \\ \lambda &= 3,3 \cdot 10^5 \text{ Дж/кг;} \\ c_b &= 4200 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)} \\ \tau &= ? \end{aligned}$$

**Розв'язання**

Коефіцієнт корисної дії нагрівача

$$\eta = \frac{Q_k}{Q_3},$$

де  $Q_k$  — корисна кількість теплоти, яка пішла на нагрівання води та льоду;  $Q_3$  — затрачена кількість теплоти.

Щоб нагріти воду до кипіння і розплавити лід, потрібно надати кількість теплоти

$$Q_k = Q_1 + Q_2,$$

де  $Q_1 = \lambda m_2$  — теплота, затрачена на плавлення льоду;

$Q_2 = c(m_1 + m_2)(T_2 - T_1)$  — теплота, затрачена на нагрівання води до кипіння.

Кількість теплоти, яку віддає нагрівач, дорівнює

$$Q_3 = P\tau.$$

Тоді формула для визначення ККД нагрівача матиме вигляд:

$$\eta = \frac{\lambda m_2 + c(m_1 + m_2)(T_2 - T_1)}{P\tau},$$

звідки

$$\tau = \frac{\lambda m_2 + c(m_1 + m_2)(T_2 - T_1)}{P\eta}$$

Перевіримо одиницю величини:

$$[\tau] = \left[ \frac{\frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}} \cdot \text{кг} \cdot \text{К}}{\text{Вт}} \right] = \left[ \frac{\text{Дж}}{\text{Дж/с}} \right] = [\text{с}].$$

Виконуємо обчислення:

$$\tau = \frac{3,3 \cdot 10^5 \cdot 0,05 + 4200(1 + 0,05) \cdot 100}{0,6 \cdot 500} = 1,5 \cdot 10^3 \text{ с.}$$

**Відповідь.** Вода закипить через  $1,5 \cdot 10^3$  с.

**Задача 6.** З якою швидкістю летітиме свинцева куля, щоб, ударившись об стінку, вона розплавилася? Початкова температура кулі дорівнює  $100^\circ\text{C}$ . При ударі в теплоту перетворилося 60 % енергії кулі.

**Дано:**

$$\begin{aligned} t_1 &= 100^\circ\text{C} = 373 \text{ К}; \\ \eta &= 60\% = 0,6; \\ \lambda &= 2,5 \cdot 10^4 \text{ Дж/кг}; \\ c &= 120 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)} \\ \hline v &= ? \end{aligned}$$

**Розв'язання**

До удару кінетична енергія кулі така:

$$E_k = \frac{mv^2}{2}.$$

Під час удару в теплоту перетворюється 60 % цієї енергії, тобто

$$Q = 0,6E_k = 0,6 \frac{mv^2}{2} = 0,3 mv^2.$$

Ця теплота витрачається на нагрівання кулі від початкової температури до температури плавлення свинцю та на плавлення кулі:

$$Q = Q_1 + Q_2.$$

На нагрівання кулі потрібна кількість теплоти

$$Q_1 = cm(T_{\text{пл}} - T_1).$$



На плавлення кулі потрібно теплоти

$$Q_2 = \lambda m.$$

За законом збереження та перетворення енергії дістанемо:

$$0,3m\bar{v}^2 = cm(T_{\text{пл}} - T_1) + \lambda m,$$

звідки швидкість кулі

$$v = \sqrt{\frac{c(T_{\text{пл}} - T_1) + \lambda}{0,3}}.$$

Перевіримо одиницю величини:

$$[v] = \left[ \sqrt{\frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}} \cdot \text{К}} = \sqrt{\frac{\text{Дж}}{\text{кг}}} = \sqrt{\frac{\text{кг} \cdot \text{м} \cdot \text{м}}{\text{с}^2 \cdot \text{кг}}} \right] = \left[ \frac{\text{м}}{\text{с}} \right].$$

Виконуємо обчислення:

$$v = \sqrt{\frac{120(600 - 373) + 2,5 \cdot 10^4}{0,3}} = 314 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

**Відповідь.** Куля летітиме зі швидкістю 314 м/с.

### ***T-1.5. Задачі для аудиторного розв'язування***

**1-1.** На скільки змінюється внутрішня енергія гелію масою 200 г зі збільшенням температури на 20 °С? (12,5 кДж)

**1-2.** Визначити внутрішню енергію 5 моль одноатомного ідеального газу, температура якого дорівнює 10 °С? (1,8 кДж)

**1-3.** Неон масою 5 кг нагріли на 150 К. Визначити зміну внутрішньої енергії. ( $4,67 \cdot 10^5$  Дж)

**1-4.** Дві свинцеві кулі однакової маси рухаються зі швидкостями  $v$  і  $2v$  назустріч одна одній. Визначити, на скільки підвищиться температура  $\Delta T$  куль при не пружному ударі. ( $\Delta T = 9v^2 / 8c$ )

**1-5.** На скільки градусів нагрівається уламок сталі масою 2 кг від удару молота вагою 3600 Н, якщо молот падає з висоти 2 м, а на нагрівання уламка сталі витрачається 50 % енергії молота? (3,7 К)

**1-6.** Кімната з пічним опаленням втрачає 40 кДж теплоти за хвилину через стіни й вікна. Скільки дров треба спалити, щоб у кімнаті підтримувати сталу температуру впродовж доби, якщо ККД печі дорівнює 20 %? (28,5 кг)

**1-7.** Для приготування ванни змішали холодну воду температурою 10 °С з гарячою водою температурою 70 °С. Яку кількість хо-

лодної й гарячої води треба взяти, щоб одержати 500 кг води при температурі 40 °С? (250 кг)

**1-8.** Скільки теплоти виділиться при конденсації 0,2 кг водяної пари, яка має температуру 100 °С, і під час охолодження одержаної з неї води до 20 °С? ( $5,24 \cdot 10^5$  Дж)

**1-9.** Циліндр закрито рухомих поршнем, площа якого дорівнює 300 см<sup>2</sup>. Середній тиск газу в циліндрі становить 1,2 МПа. На скільки змінюється внутрішня енергія газу за один хід поршня, коли один хід поршня дорівнює 0,5 м? (18 кДж)

**1-10.** У латунний калориметр, маса якого 200 г, влили 400 г води при температурі 17 °С і вкинули 600 г срібла при температурі 85 °С. Після встановлення в калориметрі теплової рівноваги температура дорівнює 22 °С. Визначити питому теплоємність срібла. (230 Дж/(кг · К))

**1-11.** Скільки кілограмів кам'яного вугілля потрібно спалити для того, щоб перетворити на пару 100 кг льоду, узятим при температурі 0 °С? ККД печі дорівнює 70 %. (14,5 кг)

**1-12.** На електроплитці, потужність якої дорівнює 600 Вт і ККД 45 %, нагрілося 2,5 кг води від 20 °С до кипіння і 10 % її перетворилося на пару. Скільки часу тривало нагрівання? (17,6 хв)

**1-13.** У суміш, що складається з 20 л води і 10 кг льоду при температурі 0 °С, вливають свинець при температурі плавлення. Уся суміш набуває температуру 100 °С, і 200 г води при цьому перетворюється на пару. Визначити, скільки було вилито свинцю. (310 кг)

**1-14.** Для розплавлення 1 т сталі використовується електропіч потужністю 100 кВт. Скільки часу триває плавлення, якщо зливки до початку плавлення треба нагріти на 1500 °С? Питомі теплоємності сталі — 500 Дж/(кг · К), питома теплота плавлення —  $2,7 \cdot 10^5$  Дж/кг. (2 год 50 хв)

### ***T-1.6. Задачі для самостійного розв'язування***

**1-15.** Визначити внутрішню енергію гелію, який заповнює аеростат об'ємом 50 м<sup>3</sup> при тиску 80 кПа. (6 МДж)

**1-16.** Обчислити внутрішню енергію одного кіломоля одноатомного ідеального газу при температурі 300 К. (3,74 МДж)

**1-17.** Обчислити внутрішню енергію 8 г аргону при температурі 300 К. (748 Дж)

**1-18.** У теплоізоляованій посудині об'ємом 5,6 л міститься кисень при температурі 66 °С і тиску 0,25 МПа. Для нагрівання газу до температури 68 °С необхідно надати теплоти 21 Дж. Визначити питому теплоємність кисню за цих умов. Теплоємністю і тепловим

розширенням посудини знехтувати. 
$$c = \frac{QRT_1}{(T_2 - T_1)\mu pV} \approx 660 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$$

**1-19.** Внутрішня енергія гелію масою 200 г збільшується на 12,5 кДж. Визначити зміну температури газу. (20°С)

**1-20.** Визначити кількість одноатомного ідеального газу при температурі  $10\text{ }^{\circ}\text{C}$ , внутрішня енергія якого дорівнює  $1,8\text{ кДж}$ . ( $5\text{ моль}$ )

**1-21.** Внутрішня енергія  $5\text{ кг}$  неону змінилася на  $4,67 \cdot 10^5\text{ Дж}$ . На скільки градусів нагріли газ? (на  $150\text{ K}$ )

**1-22.** Свинцева куля, яка летить зі швидкістю  $10^4\text{ м/с}$ , влучивши в дошку, застряє в ній. На скільки градусів підвищилася температура кулі, якщо половина виділеної під час удару теплоти витрачається на її нагрівання? ( $293\text{ K}$ )

**1-23.** Змішали  $0,4\text{ м}^3$  води при температурі  $20\text{ }^{\circ}\text{C}$  і  $0,1\text{ м}^3$  води при температурі  $70\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Визначити температуру суміші після встановлення теплової рівноваги. ( $303\text{ K}$ )

**1-24.** У латунний калориметр масою  $128\text{ г}$  з  $240\text{ г}$  води при температурі  $8,1\text{ }^{\circ}\text{C}$  опускають металеве тіло масою  $192\text{ г}$ , нагріте до температурі  $100\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Кінцева температура системи дорівнює  $21,5\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Визначити питому теплоємність речовини тіла, якщо питома теплоємність латуні й води дорівнює відповідно  $380$  та  $4190\text{ Дж/(кг} \cdot \text{K)}$ . ( $786\text{ Дж/(кг} \cdot \text{K)}$ )

**1-25.** У теплоізольованій посудині міститься  $500\text{ г}$  води і  $54,4\text{ г}$  льоду при температурі  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ . У посудину подають суху насичену пару масою  $6,6\text{ г}$  при температурі  $100\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Якою буде температура після встановлення теплової рівноваги? ( $283,5\text{ K}$ )

**1-26.** Скільки дров треба спалити в печі з ККД  $40\%$ , щоб одержати з  $200\text{ кг}$  снігу, взятого при температурі  $-10\text{ }^{\circ}\text{C}$ , воду при  $20\text{ }^{\circ}\text{C}$ ? ( $22\text{ кг}$ )

**1-27.** Скільки сталі, взятої при температурі  $20\text{ }^{\circ}\text{C}$ , можна розплавити в печі з ККД  $50\%$ , спалюючи  $2\text{ т}$  кам'яного вугілля? ( $40\text{ т}$ )

**1-28.** Щоб нагріти  $2\text{ кг}$  води від  $10\text{ }^{\circ}\text{C}$  до кипіння на плитці з ККД  $20\%$ , необхідно  $100\text{ г}$  пального. Скільки теплоти виділяється при згорянні  $1\text{ кг}$  пального? ( $3,77 \cdot 10^7\text{ Дж/кг}$ )

**1-29.** У посудину з водою при температурі  $20\text{ }^{\circ}\text{C}$  помістили  $100\text{ г}$  льоду при температурі  $-8\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Яка температура встановиться в посудині? Теплоємність посудини з водою дорівнює  $1,67\text{ кДж/К}$ . ( $273\text{ K}$ )

**1-30.** У посудину з  $10\text{ кг}$  води при температурі  $293\text{ K}$  влили  $7\text{ кг}$  розплавленого свинцю, взятого при температурі плавлення  $600\text{ K}$ . При цьому утворилось  $0,05\text{ кг}$  пари. Яка температура встановиться в посудині після того, як свинець затвердіє? Теплоємністю посудини знехтувати. ( $301\text{ K}$ ).

**1-31.** Змішують  $300\text{ г}$  води при температурі  $10\text{ }^{\circ}\text{C}$  і  $400\text{ г}$  льоду, взятого при температурі  $-20\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Визначити температуру суміші, що утворилася, і проаналізувати агрегатні перетворення. ( $273\text{ K}$ ;  $412,5\text{ г}$  льоду;  $287,5\text{ г}$  води)

**1-32.** У посудині нагрівають  $1\text{ л}$  води і  $50\text{ г}$  льоду. Початкова їхня температура дорівнювала  $273\text{ K}$ . Скільки потрібно часу, щоб вода закипіла, якщо потужність плитки —  $500\text{ Вт}$ , а її ККД —  $60\%$ ? ( $25,4\text{ хв}$ )

**1-33.** У посудину з  $10\text{ кг}$  води при температурі  $10\text{ }^{\circ}\text{C}$  опустили кусок льоду при температурі  $-50\text{ }^{\circ}\text{C}$ , після чого температура водяної маси в посудині дорівнювала  $-4\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Скільки льоду опустили в посудину? Теплоємністю посудини знехтувати. ( $40\text{ г}$ )


***T-2.1. Теоретичні відомості***
**Робота в термодинаміці**

Із **роботою** в термодинаміці пов'язують таку зміну енергії системи, коли змінюються зовнішні макроскопічні параметри системи, наприклад об'єм. Розглянемо газ, який перебуває в посудині циліндричної форми, закритій тонким рухомих поршнем площею  $S$  (рис. T-2.1).

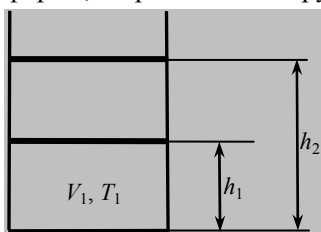


Рис. T-2.1

Газ при температурі  $T_1$  перебуває під тиском  $p$  і займає певний об'єм  $V_1$ . Поршень у цей час перебуває на висоті  $h_1$ . Газ нагрівається до температури  $T_2 > T_1$ , розширюючись так, що тиск залишається сталим. Зрозуміло, що поршень піднімається на висоту  $h_2$ . Визначимо роботу, виконану газом. Робота під час розширення газу дорівнюватиме добутку сили тиску на різницю висот поршня:

$$A = F(h_2 - h_1),$$

або

$$A = pS(h_2 - h_1) = p(V_2 - V_1).$$

Робота, виконана газом при сталому тиску

$$A = p\Delta V.$$

**Якщо газ розширюється ( $V_2 > V_1$ ), робота додатна ( $A > 0$ ). Якщо газ стискається ( $V_2 < V_1$ ), робота від'ємна ( $A < 0$ ).**

Роботу при сталому тиску і незмінній масі газу можна визначити з рівняння Менделєєва—Клапейрона. Запишемо це рівняння для двох станів газу:

$$pV_1 = \frac{m}{\mu}RT_1 \text{ і } pV_2 = \frac{m}{\mu}RT_2.$$

Віднявши почленно перше рівняння від другого, дістанемо:

$$p(V_2 - V_1) = \frac{m}{\mu}R(T_2 - T_1).$$

або

$$p\Delta V = \frac{m}{\mu}R(T_2 - T_1).$$

Тоді робота газу визначається так:

$$A = \frac{m}{\mu}R(T_2 - T_1).$$

У загальному випадку робота газу визначається за формулою

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p dV.$$

## Перший закон термодинаміки. Ізопроеци

*Перший закон термодинаміки*, або закон збереження і перетворення енергії для теплових процесів, формулюється так:

**теплота, надана системі, витрачається на зміну внутрішньої енергії системи і на виконання системою роботи над зовнішніми тілами:**

$$\Delta Q = \Delta U + A.$$

Застосуємо перший закон термодинаміки до ізопроеци.

1. *Ізобаричний процес*:  $p = \text{const}$ . Перший закон термодинаміки має вигляд:

$$\Delta Q = \Delta U + p\Delta V,$$

тобто надана системі теплота витрачається як на зміну внутрішньої енергії, так і на виконання газом роботи.

2. *Ізотермічний процес*:  $T = \text{const}$ . Не змінюється температура газу і внутрішня енергія системи залишається сталою ( $\Delta U = 0$ ). Перший закон термодинаміки запишеться так:

$$\Delta Q = A.$$

Тобто вся надана системі теплота витрачається на виконання газом роботи над зовнішніми тілами.

3. **Ізохоричний процес:**  $V = \text{const}$ . Не змінюється об'єм системи і робота газу дорівнює нулю ( $A = 0$ ). Перший закон термодинаміки має вигляд:

$$\Delta Q = \Delta U,$$

тобто вся надана системі теплота витрачається на збільшення внутрішньої енергії газу. Така система називається **механічно замкненою**.

4. Якщо  $\Delta Q = 0$ , тобто система не обмінюється теплотою з навколишнім середовищем, такий процес називається **адіабатичним**, або адіабатним. Перший закон термодинаміки запишеться так:

$$A = -\Delta U,$$

тобто система виконує роботу над зовнішніми тілами за рахунок зменшення внутрішньої енергії. У такому разі **температура газу знижується**. Якщо зовнішні сили виконують роботу над газом і він адіабатично стискається, тоді його внутрішня енергія збільшується і **температура газу підвищується**. Графік залежності тиску газу від об'єму в адіабатичних умовах зображено на рис. Т-2.2. Крива називається **адіабатою**.

Створити адіабатичні умови означає — припинити або сповільнити теплообмін газу з іншими тілами, на-

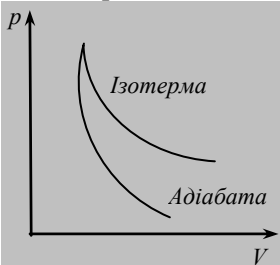


Рис. Т-2.2

приклад навколишнім середовищем. Тоді газ не віддаватиме теплоти назовні і, навпаки, не отримуватиме теплоти ззовні. На практиці це можна зробити так. Газ, нагрітий або охолоджений до деякої температури, уміщують у посудину з подвійними стінками. Між стінками посудини відкачують повітря, тобто створюють вакуум. Через вакуум, створений між стінками, газ не обмінюватиметься теплотою з навколишнім середовищем, а його температура залишатиметься незмінною досить довго. Такі посудини називаються **посудинами Дюара**. У цих посудинах зберігають зріджені гази (пам'ятаємо, що газ перетворюється на рідину при низьких температурах). Так, рідкий кисень при атмосферному тиску має температуру  $-190^\circ\text{C}$  ( $83\text{ K}$ ).

*Зрідження газів широко застосовується в техніці. Так, рідке повітря можна поділити на складові, а саме: аргон, азот, кисень. Рідкий кисень утворює з тирсою вибухову речовину, яка використовується при виготовленні вибухівки. Рідкий кисень входить до складу паливної суміші для ракетних двигунів.*

Під час швидкого розширення або стиснення газу не встигає статися обмін теплотою між газом і навколишнім середовищем, тому такі процеси відбуваються як адіабатичні. Наприклад, при швидкому розширенні газу його температура знижується. Таке явище спостерігається, коли газ швидко виходить із балона. Вентиль балона охолоджується, і на ньому навіть може утворитися іній. І, навпаки, коли швидко стискувати газ, його температура підвищується. Таке явище можна спостерігати під час накачування велосипедних шин, коли насос, яким накачують шини, нагрівається.

*Адіабатичний процес застосовується в роботі двигунів внутрішнього згоряння та дизельного двигуна. Так, під час стиснення палива його температура зростає, і починається процес горіння палива. Двигуни внутрішнього згоряння використовують в автомобілях, літаках, тракторах, танках, моторних човнах тощо.*

5. Якщо  $\Delta Q = 0$  і  $\Delta U = 0$ , то в такому разі й робота також дорівнює нулю ( $A = 0$ ), тобто будь-яка система не може виконувати роботи над зовнішніми тілами, якщо вона не отримує ззовні енергії у формі теплоти і не змінюється внутрішня енергія системи. Із першого закону термодинаміки випливає неможливість створення **вічного двигуна**, тобто пристрою, який виконував би нескінченно довго роботу, не отримуючи ззовні енергії.

### ***T-2.2. Завдання для поточного тестування***

1. Робота газу при сталому тиску визначається так:

$$1) A = p\Delta V; 2) A = \int_{V_1}^{V_2} p dV; 3) A = \frac{m}{\mu} R(T_2 - T_1).$$

2. У загальному випадку робота газу визначається так:

$$1) A = p\Delta V; 2) A = \int_{V_1}^{V_2} p dV; 3) A = \frac{m}{\mu} R(T_2 - T_1).$$

3. При сталому об'ємі тиск ідеального газу зменшився у 3 рази. Як змінилася виконана газом робота?

1) Зменшилася у 3 рази; 2) не змінилася; 3) збільшилася у 3 рази.

4. При сталому тиску температура ідеального газу збільшилася у 4 рази. Маса газу залишилася сталою. Як змінилася виконана газом робота?

1) Зменшилася у 4 рази; 2) не змінилася; 3) збільшилася у 4 рази.

5. Дописати формулювання першого закону термодинаміки:

....., надана системі, витрачається на ..... системи і на виконання системою ..... зовнішніми тілами.

6. Перший закон термодинаміки, записаний для ізобаричного процесу, має вигляд:

1)  $\Delta Q = A$ ; 2)  $\Delta Q = \Delta U + p\Delta V$ ; 3)  $\Delta Q = \Delta U$ ; 4)  $A = -\Delta U$ .

7. Перший закон термодинаміки, записаний для ізотермічного процесу, має вигляд:

1)  $\Delta Q = A$ ; 2)  $\Delta Q = \Delta U + p\Delta V$ ; 3)  $\Delta Q = \Delta U$ ; 4)  $A = -\Delta U$ .

8. Перший закон термодинаміки, записаний для ізохоричного процесу, має вигляд:

1)  $\Delta Q = A$ ; 2)  $\Delta Q = \Delta U + p\Delta V$ ; 3)  $\Delta Q = \Delta U$ ; 4)  $A = -\Delta U$ .

9. Перший закон термодинаміки, записаний для адіабатичного процесу, має вигляд:

1)  $\Delta Q = A$ ; 2)  $\Delta Q = \Delta U + p\Delta V$ ; 3)  $\Delta Q = \Delta U$ ; 4)  $A = -\Delta U$ .

10. В ізотермічному та ізобаричному процесах ідеальному газу передається однакова кількість теплоти. Яка за розміром робота виконується в ізобаричному процесі порівняно з ізотермічним?

1) Більша; 2) однакова; 3) менша.

11. В ізобарному та ізохорному процесах ідеальному газу передається однакова кількість теплоти. Яка за розміром зміна внутрішньої енергії відбувається в ізохорному процесі порівняно з ізобарним?

1) Більша; 2) однакова; 3) менша.

12. Як змінюється внутрішня енергія ідеального газу під час його розширення в адіабатному процесі порівняно з ізотермічним?

1) Збільшується; 2) не змінюється; 3) зменшується.



13. Як змінюється температура ідеального газу під час його стиснення в адіабатному процесі порівняно з ізотермічним?

1) Збільшується; 2) не змінюється; 3) зменшується.

14. Яке значення має теплоємність газу при сталому тиску порівняно з його теплоємністю при сталому об'ємі?

1) Більше; 2) однакове; 3) менше.

15. Унаслідок адіабатичного розширення внутрішня енергія газу змінилась на  $\Delta U = -5$  Дж. Робота, виконана газом, така:

1)  $-3$  Дж; 2)  $-5$  Дж; 3)  $5$  Дж; 4)  $-7$  Дж; 5)  $-5$  кДж.

16. Газ перебуває під тиском  $10^5$  Па. Об'єм газу збільшується ізобарно від  $2$  до  $5$  м<sup>3</sup>. Робота, виконана газом, така:

1)  $3 \cdot 10^5$  Дж; 2)  $5 \cdot 10^5$  Дж; 3)  $2 \cdot 10^5$  Дж; 4)  $3,5 \cdot 10^5$  Дж.

17. Коли газу передали  $500$  Дж теплоти, то його внутрішня енергія збільшилась на  $200$  Дж. Робота, виконана газом, така:

1)  $700$  Дж; 2)  $500$  Дж; 3)  $300$  Дж; 4)  $200$  Дж.

18. Як змінилась внутрішня енергія газу, якщо йому передано кількість теплоти  $200$  Дж і зовнішні сили здійснили над ним роботу  $600$  Дж?

1)  $200$  Дж, 2)  $400$  Дж, 3)  $600$  Дж, 4)  $800$  Дж.

19. Внутрішня енергія ідеального газу при адіабатному розширенні така:

1)  $U = 0$ ; 2)  $\Delta U = 0$ ; 3)  $\Delta U > 0$ ; 4)  $\Delta U < 0$ ; 5) інша відповідь.

20. Кулька падає з деякої висоти на горизонтальну поверхню і зазнає пружного удару. Як зміниться температура кульки після удару?

1) Зменшиться; 2) не зміниться; 3) підвищиться.

21. Кулька падає з деякої висоти на горизонтальну поверхню і зазнає непружного удару. Як зміниться температура кульки після удару?

1) Зменшиться; 2) не зміниться; 3) підвищиться.

22. Два тіла з теплоємністю  $c_1$  і  $c_2$  нагріли таким чином, що температура обох тіл підвищилась однаково. Порівняти кількість теплоти  $\frac{Q_1}{Q_2}$ , що пішла на нагрівання першого та другого тіл.

1)  $\frac{Q_1}{Q_2} = 1$ ; 2)  $\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{c_2}{c_1}$ ; 3)  $\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{c_1}{c_2}$ .

### ***T-2.3. Висновки з теми***

1. Система виконує роботу над зовнішніми тілами —  $A > 0$ , зовнішні тіла виконують роботу над системою —  $A < 0$ , робота не виконується —  $A = 0$ .

2. В ізобарному процесі маємо:  $Q \neq 0, A \neq 0, \Delta U \neq 0, \Delta Q = \Delta U + A$ .

3. В ізотермічному процесі маємо:  $\Delta U = 0, Q = A$ , тобто вся надана системі кількість теплоти використовується на виконання роботи над зовнішніми тілами.

4. В ізохоричному процесі маємо:  $A = 0, Q = \Delta U$ , тобто вся надана газу кількість теплоти використовується на збільшення його внутрішньої енергії.

5. В адіабатичному процесі маємо:  $Q = 0, A = -\Delta U$ , тобто газ виконує роботу над зовнішніми тілами за рахунок зменшення його внутрішньої енергії.

6. Теплоємність ідеального газу в ізобаричному процесі більша, ніж його теплоємність в ізохоричному процесі.

7.  $c_V = \frac{\Delta U}{m\Delta T}$  — питома теплоємність газу при сталому об'ємі;

$c_p = c_V + \frac{R}{\mu}$  — питома теплоємність газу при сталому тиску;

$c_T = \infty$  — питома теплоємність газу при сталій температурі;

$c_{ад} = 0$  — питома теплоємність газу в адіабатичному процесі.

### ***T-2.4. Приклади розв'язування задач***

**Задача 1.**  $1 \text{ м}^3$  повітря міститься в циліндрі під тиском  $0,2 \text{ МПа}$ . При ізобарному нагріванні повітря на  $10 \text{ К}$  було виконано роботу  $7,2 \text{ кДж}$ . Знайти початкову температуру повітря.

#### ***Дано:***

$$V_1 = 1 \text{ м}^3;$$

$$\Delta T = 10 \text{ К};$$

$$A = 7,2 \text{ кДж} = 7,2 \cdot 10^3 \text{ Дж};$$

$$p = 0,2 \text{ МПа} = 2 \cdot 10^5 \text{ Па}$$

$$T_1 = ?$$

#### ***Розв'язання***

При ізобарному нагріванні виконується робота

$$A = p\Delta V.$$

Згідно із законом Гей-Люссака знайдемо об'єм  $V_2$ :

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2},$$

$$\text{де } T_2 = T_1 + \Delta T.$$

Тоді

$$V_2 = V_1 \frac{T_1 + \Delta T}{T_1}.$$

Отже,

$$A = p(V_2 - V_1) = pV_1 \left( \frac{T_1 + \Delta T}{T_1} - 1 \right) = \frac{pV_1 \Delta T}{T_1}.$$

Звідси початкова температура повітря

$$T_1 = \frac{pV_1 \Delta T}{A}.$$

Перевіримо одиницю величини:

$$[T_1] = \left[ \frac{\text{Па} \cdot \text{м}^3 \cdot \text{К}}{\text{Дж}} \right] = \left[ \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^3 \cdot \text{К}}{\text{м}^2 \cdot \text{Дж}} \right] = \left[ \frac{\text{Дж} \cdot \text{К}}{\text{Дж}} \right] = [\text{К}].$$

Виконуємо обчислення:

$$T_1 = \frac{2 \cdot 10^5 \cdot 1 \cdot 10}{7,2 \cdot 10^3} = 278 \text{ К}.$$

**Відповідь.** Початкова температура повітря 278 К.

**Задача 2.** Під час ізобаричного нагрівання 800 моля газу на 500 К надано  $9,4 \cdot 10^6$  Дж теплоти. Визначити роботу, виконану газом, і зміну його внутрішньої енергії.

**Дано:**

$$p = \text{const};$$

$$\nu = 800 \text{ моль};$$

$$\Delta T = 500 \text{ К};$$

$$Q = 9,4 \cdot 10^6 \text{ Дж}$$

$$A - ? \Delta U - ?$$

**Розв'язання**

Запишемо перший закон термодинаміки

$$Q = \Delta U + A.$$

Робота в ізобаричному процесі

$$A = p\Delta V.$$

Рівняння Менделєєва — Клапейрона має вигляд

$$p\Delta V = \nu R \Delta T.$$

Тоді роботу можна визначити за формулою

$$A = \nu R \Delta T.$$

Зміну внутрішньої енергії газу визначимо з першого закону термодинаміки:

$$\Delta U = Q - A.$$

Перевіримо одиницю величини:

$$[A] = \left[ \text{моль} \frac{\text{Дж} \cdot \text{К}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \right] = [\text{Дж}].$$

Виконуємо обчислення:

$$A = 800 \cdot 8,31 \cdot 500 = 3,32 \cdot 10^6 \text{ Дж};$$

$$\Delta U = 9,4 \cdot 10^6 - 3,32 \cdot 10^6 = 6,08 \cdot 10^6 \text{ Дж}.$$

**Відповідь.** Робота, виконана газом, становить  $3,32 \cdot 10^6$  Дж; зміна внутрішньої енергії —  $6,08 \cdot 10^6$  Дж.

**Задача 3.** Визначити зміну внутрішньої енергії кисню масою 0,5 кг при ізохорному підвищенні температури на  $15^\circ\text{C}$ .

*Дано:*

$$m = 0,5 \text{ кг};$$

$$V = \text{const};$$

$$\Delta t = 15^\circ\text{C} = 15 \text{ К};$$

$$c_V = 653 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$$

$$\Delta U = ?$$

*Розв'язання*

Згідно з першим законом термодинаміки

$$\Delta U = Q - A.$$

Робота газу дорівнює нулю, оскільки  $V = \text{const}$ .

Отже, внутрішня енергія газу збільшується, отримуючи теплоту.

Кількість теплоти, яку надано кисню, визначимо за формулою

$$Q = c_V m \Delta T,$$

де  $c_V$  — питома теплоємність кисню за сталого об'єму.

Перевіримо одиницю величини:

$$[Q] = \left[ \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}} \cdot \text{кг} \cdot \text{К} \right] = [\text{Дж}].$$

Виконуємо обчислення:

$$\Delta U = 653 \cdot 0,5 \cdot 15 = 4897,5 \text{ Дж}.$$

**Відповідь.** Зміна внутрішньої енергії кисню дорівнює 4,9 кДж.

**Задача 4.** У циліндрі під поршнем міститься 1,25 кг повітря. Для його нагрівання на 4 °С при сталому тиску витрачається 5 кДж теплоти. Визначити зміну внутрішньої енергії повітря, молярна маса якого дорівнює 0,029 кг/моль.

*Дано:*

$$\begin{aligned}
 m &= 1,25 \text{ кг}; \\
 \Delta t &= 4 \text{ }^\circ\text{C} = 4 \text{ К}; \\
 p &= \text{const}; \\
 Q &= 5 \text{ кДж} = 5 \cdot 10^3 \text{ Дж}; \\
 \mu &= 0,029 \text{ кг/моль}; \\
 R &= 8,31 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К)}
 \end{aligned}$$

$$\Delta U \text{ — ?}$$

*Розв'язання*

Запишемо перший закон термодинаміки

$$Q = \Delta U + A,$$

Тоді зміна внутрішньої енергії дорівнює:

$$\Delta U = Q - A.$$

Робота газу при ізобарному нагріванні

$$A = p\Delta V.$$

Згідно з рівнянням Менделєєва — Клапейрона

$$pV = \frac{m}{\mu}RT,$$

при  $p = \text{const}$

$$p\Delta V = \frac{m}{\mu}R\Delta T.$$

Тоді робота визначатиметься так:

$$A = \frac{m}{\mu}R\Delta T.$$

Зміна внутрішньої енергії

$$\Delta U = Q - \frac{m}{\mu}R\Delta T.$$

Перевіримо одиницю величини

$$[A] = \left[ \frac{\text{кг}}{\text{кг/моль}} \cdot \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \cdot \text{К} \right] = [\text{Дж}].$$

Виконуємо обчислення:

$$\Delta U = 5 \cdot 10^3 - \frac{1,25}{0,029} \cdot 8,31 \cdot 4 = 3567 \text{ Дж}.$$

**Відповідь.** Зміна внутрішньої енергії дорівнює 3,567 кДж.

**Задача 5.** У теплоізолюваному циліндрі з поршнем міститься аргон масою 0,3 кг при температурі 20 °С. Розширюючись, газ виконує роботу 6705 Дж. Визначити зміну внутрішньої енергії та температуру газу після розширення.

*Дано:*

$m = 0,3 \text{ кг};$   
 $t_1 = 20 \text{ }^\circ\text{C} = 293\text{К};$   
 $A = 6705 \text{ Дж};$   
 $\mu = 40 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$

$\Delta U - ? \quad T_2 - ?$

*Розв'язання*

В умовах задачі йдеться про адіабатичний процес, тобто  $Q = 0$ . Перший закон термодинаміки для адіабатичного процесу має такий вигляд:

$$A = -\Delta U.$$

Отже, робота газом виконується за рахунок зменшення внутрішньої його енергії, тобто

$$\Delta U = -6705 \text{ Дж.}$$

Зміна внутрішньої енергії визначається за формулою

$$\Delta U = \frac{3}{2} \frac{m}{\mu} R(T_2 - T_1).$$

Звідси температура аргону після розширення

$$T_2 = T_1 + \frac{2\Delta U\mu}{3mR}.$$

Перевіримо одиницю величини:

$$[T] = \left[ \text{К} + \frac{\text{Дж} \cdot \text{кг} \cdot \text{моль} \cdot \text{К}}{\text{кг} \cdot \text{Дж} \cdot \text{моль}} \right] = [\text{К}].$$

Виконуємо обчислення :

$$T_2 = 293 - \frac{2 \cdot 6705 \cdot 40 \cdot 10^{-3}}{3 \cdot 0,3 \cdot 8,31} = 221,3 \text{ К.}$$

**Відповідь.** Зміна внутрішньої енергії газу дорівнює  $-6,705 \text{ Дж}$ ; температура після розширення  $221,3 \text{ К}$  або  $-51,7 \text{ }^\circ\text{C}$ .

### ***T-2.5. Задачі для аудиторного розв'язування***

**2-1.** У циліндрі під поршнем міститься 1,2 кг гелію. Для його нагрівання на 4 °С при постійному тиску було витрачено 24,93 кДж теплоти. Визначити виконану газом роботу та зміну внутрішньої енергії. (9 972 Дж, 14 958 Дж).

**2-2.** У циліндрі при температурі  $17\text{ }^{\circ}\text{C}$  під поршнем міститься  $6\text{ г}$  одноатомного кисню. Під час нагрівання при сталому тиску об'єм газу збільшився в два рази. Визначити роботу розширення газу, збільшення внутрішньої енергії і кількість теплоти, отриманої газом. ( $903,7\text{ Дж}$ ,  $1\ 355,6\text{ Дж}$ ,  $2\ 259,3\text{ Дж}$ ).

**2-3.** Тиск газу під поршнем циліндра дорівнює  $490\text{ кПа}$ . Яку роботу виконує газ, якщо він, розширюючись при сталому тиску, нагрівається до температури, вдвічі більшої від початкової? Початковий об'єм газу —  $0,01\text{ м}^3$ . ( $4,9\text{ кДж}$ )

**2-4.** У теплоізолюваному циліндрі з поршнем міститься неон масою  $0,2\text{ кг}$  за температури  $20\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Після розширення внутрішня енергія газу дорівнює  $-4470\text{ Дж}$ . Визначити роботу, виконану газом, та температуру після розширення. ( $4470\text{ Дж}$ ;  $257,2\text{ К}$  або  $-15,8\text{ }^{\circ}\text{C}$ )

**2-5.** При ізотермічному розширенні ідеального газу було виконано роботу  $15\text{ кДж}$ . Яку кількість теплоти отримав газ? ( $15\text{ кДж}$ )

**2-6.** У теплоізолюваному циліндрі з поршнем міститься аргон при температурі  $20\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Розширюючись, газ здійснює роботу  $6705\text{ Дж}$ . Визначити зміну внутрішньої енергії та масу газу, якщо температура газу після розширення дорівнює  $-52\text{ }^{\circ}\text{C}$ . ( $-6705\text{ Дж}$ ,  $0,3\text{ кг}$ )

**2-7.** Визначити зміну внутрішньої енергії криптону масою  $5\text{ кг}$  та кількість теплоти, надану газу, при ізохорному нагріванні його на  $20\text{ }^{\circ}\text{C}$ . ( $1483,9\text{ Дж}$ ;  $1483,9\text{ Дж}$ )

**2-8.** Азот масою  $0,2\text{ кг}$  нагрівають за сталого тиску від  $20$  до  $80\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Визначити кількість теплоти, поглиненої газом, та роботу, виконану газом. Питома теплоємність азоту за сталого тиску  $C_p = 10^3\text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$ . ( $Q = 12\text{ кДж}$ ;  $A = 3,69\text{ кДж}$ )

### ***T-2.6. Задачі для самостійного розв'язування***

**2-9.** Для ізобарного нагрівання газу на  $300\text{ }^{\circ}\text{C}$ , кількість речовини якого  $400\text{ моль}$ , надано теплоти  $5,4\text{ МДж}$ . Визначити роботу газу і зміну його внутрішньої енергії. ( $A = 9,972 \cdot 10^5\text{ Дж}$ ;  $\Delta U = 4,4\text{ МДж}$ )

**2-10.** У циліндрі під поршнем міститься газ, об'єм якого дорівнює  $200\text{ см}^3$ , температура —  $50\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Маса поршня дорівнює  $0,6\text{ кг}$ , його площа становить  $50\text{ см}^2$ . Визначити роботу, затрачену газом на підйом поршня у процесі нагрівання газу до  $150\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Зовнішній тиск становить  $98\text{ кПа}$ . Тертям знехтувати. ( $6,14\text{ Дж}$ )

**2-11.** У циліндрі під поршнем міститься  $6\text{ г}$  кисню при температурі  $17\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Під час нагрівання при сталому тиску об'єм газу збільшився вдвічі. Визначити роботу розширення газу, зміну внутрішньої енергії та кількість наданої теплоти. Теплоємність кисню при сталому тиску дорівнює  $912,7\text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$ . ( $A = 451,9\text{ Дж}$ ;  $\Delta U = 676,3\text{ Дж}$ ;  $Q = 1128,2\text{ Дж}$ )

**2-12.** В адіабатичному процесі гелій масою  $2\text{ кг}$  виконав роботу  $125\text{ кДж}$ . На скільки змінилася його температура? (на  $20\text{ К}$ )

**2-13.** Тиск газу під поршнем циліндра становить 800 кПа, а температура — 150 °С. Яку роботу виконає 1 кмоль газу і яку він матиме температуру при ізобарному нагріванні, якщо об'єм зростає вдвічі? (3,5 МДж; 846 К)

**2-14.** У циліндрі при температурі 20 °С міститься 2 кг повітря під тиском  $9,8 \cdot 10^5$  Па. Визначити роботу, виконану повітрям у процесі його ізобарного нагрівання на 100 °С. ( $5,73 \cdot 10^4$  Дж)

**2-15.** Повітря міститься в циліндрі, площа основи якого дорівнює  $0,1 \text{ м}^2$ , займаючи об'єм  $0,4 \text{ м}^3$  при температурі 0 °С і тиску 2,5 атм. На яку висоту підніметься поршень при підвищенні температури до 27 °С? Яку роботу виконає газ? Нагрівання вважати ізобарним. ( $0,4 \text{ м}$ ,  $9,89 \cdot 10^4$  Дж).

**2-16.** У теплоізолюваному циліндрі з поршнем міститься аргон масою 0,3 кг при деякій температурі. Розширюючись, газ здійснив роботу 6705 Дж. Визначити зміну внутрішньої енергії та початкову температуру газу, якщо після розширення температура газу дорівнює 221,3К. ( $-6705$  Дж, 20 °С).

**2-17.** У циліндрі під тиском  $1,96 \cdot 10^5$  Па міститься  $1 \text{ м}^3$  повітря при температурі 273 К. Визначити роботу виконану газом при його ізобарному нагріванні на 10 К? (7,2 кДж).

**2-18.** Яка частина теплоти, що підводиться до одноатомного ідеального газу в ізобарному процесі, витрачається на збільшення його внутрішньої енергії, а яка частина на роботу розширення? (0,6; 0,4).

**2-19.** Ідеальний газ масою 6 г заповнює балон при температурі 30 °С. Під час розширення газу при сталому тиску, його об'єм збільшується вдвічі. Визначити роботу розширення, зміну внутрішньої енергії та теплоту, надану газу, якщо відносна молекулярна маса газу дорівнює 16. (472 Дж; 708 Дж; 1,18 кДж)

**2-20.** У циліндрі під поршнем міститься кисень масою 2 кг. Для його нагрівання на 5 °С при сталому тиску витрачається 9160 Дж теплоти. Визначити питому теплоємність кисню, роботу, виконану газом під час розширення, та зміну внутрішньої енергії. (916 Дж/(кг · К); 2590 Дж; 66570 Дж)

**2-21.** У циліндрі з поршнем об'ємом  $190 \text{ см}^3$  міститься газ при температурі 323 К. Визначити роботу розширення газу в ізобарному процесі при його нагріванні на 100 К, якщо вага поршня дорівнює 1,2 кН, площа поршня —  $50 \text{ см}^2$ , атмосферний тиск — 100 кПа. (20 Дж)

**2-22.** Під час ізохорного охолодження 320 г кисню, узятото при температурі 127 °С, тиск зменшується в 5 раз. Потім газ ізобарно розширюється до стану з температурою 127 °С. Подати процес на графіку в координатах  $p, V$  і визначити виконану газом роботу. ( $2,66 \cdot 10^4$  Дж)

**2-23.** В адиабатичному процесі об'єм аргону змінився від 20 до 100 л, а тиск — від 200 до 13,7 кПа. Яку роботу виконав газ у цьому процесі? (3,95 кДж)

**2-24.** Один моль одноатомного ідеального газу, що перебуває при температурі  $T$ , розширився адиабатично і здійснив роботу  $A$ . У скільки разів змінилася середня квадратична швидкість його молекул?

$$\left( \sqrt{T/(T - 2A/3R)} \right).$$





---

---

## ДРУГИЙ ЗАКОН ТЕРМОДИНАМІКИ. ТЕПЛОВІ МАШИНИ

---

---

### *Т-3.1. Теоретичні відомості*

Перший закон термодинаміки говорить про те, як перерозподіляється теплова енергія, надана системі. Однак перший закон термодинаміки не встановлює напряму перебігу теплових процесів. Саме на таке питання відповідає другий закон термодинаміки — він встановлює необоротність теплових процесів.

***Перше формулювання другого закону термодинаміки:***  
**не може відбуватися періодично повторюваний процес, єдиним результатом якого було би перетворення теплоти деякого джерела в корисну роботу.**

**Приклад.** Під час ізотермічного розширення ідеального газу виконана робота повністю еквівалентна тій кількості теплоти, якої надано газу. Теплота, отримана газом, повністю перетворюється на еквівалентну роботу. Однак газ при цьому не повертається до початкового стану. Він розширився, і його питомий об'єм збільшився. Бачимо, що перетворення теплоти в роботу — не єдиний результат ізотермічного розширення ідеального газу.

**Ще приклад.** Теплова машина виконує роботу за рахунок теплоти, яка підводиться від нагрівача. Однак частина цієї теплоти передається холодильнику, тому робота, виконана за цикл, не еквівалентна всій кількості теплоти, наданій робочому тілу.

***Друге формулювання другого закону термодинаміки:***  
**не може відбуватися процес, єдиним результатом якого буде передавання теплоти від тіла, менш нагрітого, до тіла, більш нагрітого, без якихось компенсуючих процесів.**

**Приклад.** Холодильна машина від холодного тіла передає теплоту до нагрітого тіла. Але при цьому зовнішні сили виконують роботу, і, відповідно, відбувається компенсуючий процес — це робота електродвигуна холодильної машини. Із другого закону термодинаміки випливає нерівноцінність роботи і теплоти як двох форм передавання енергії. Перехід упорядкованого руху тіла як цілого (механічна робота) у хаотичний рух його атомів або молекул є **необоротним процесом**. Проте перехід невпорядкованого руху атомів або молекул тіла в упорядкований рух тіла як цілого (механічну роботу) потребує одночасного перебігу **компенсуючого процесу**.

### Теплова машина

Нарешті ми наблизилися до відповіді на питання, яке цікавило нас досить давно: Навіщо ми вивчаємо поведження атомів і молекул газу, закони і рівняння молекулярної фізики і термодинаміки? Відповідь така: людство завжди прагнуло замінити «кінську силу» на штучний пристрій, який би рухав візки набагато швидше. Знайшли! Це — теплова машина!

**Теплова машина — це пристрій, в якому теплота перетворюється на корисну (механічну) роботу.**

Принципову схему теплової машини подано на рис. Т-3.1.

**Робоче тіло** — це речовина, що утворює систему, яка бере участь у круговому процесі. Зазвичай робоче тіло — це газ. Він дуже сильно розширюється під час нагрівання і завдяки цьому виконує значну за абсолютною величиною механічну роботу.

**Нагрівач** — пристрій, який передає робочому тілу (системі) теплоту, необхідну для виконання корисної роботи.

**Холодильник** — пристрій або тіло, яке знижує температуру робочого тіла. Холодильник потрібний для того, щоб робоче тіло повернулося в початковий стан.

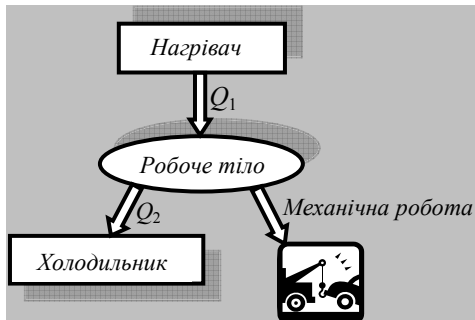


Рис. Т-3.1

Теплова машина працює так: нагрівач передає робочому тілу (газу) деяку кількість теплоти. Газ розширюється і виконує корисну механічну роботу, наприклад обертає колесо. Частина теплоти робоче тіло передає холодильнику для того, щоб його температура знизилася до початкового значення і об'єм газу зменшився. Тоді робоче тіло повертається в початковий стан і готове працювати за таким циклом знов.

*Першу теплову парову машину було сконструйовано 1763 року російським інженером І. І. Ползуновим. У 1784 році англійський винахідник Джеймс Уатт створив універсальний тепловий двигун.*

**Корисна робота**, яку виконує теплова машина, визначається за формулою

$$A = Q_1 - Q_2,$$

де  $Q_1$  — кількість теплоти, яку отримує робоче тіло від нагрівача;  $Q_2$  — кількість теплоти, передана робочим тілом холодильнику.

Бачимо, що тільки частина теплоти, яку отримує робоче тіло, витрачається на корисну роботу. Відношення механічної роботи, яку виконує теплова машина, до наданої їй кількості теплоти, називається **коефіцієнтом корисної дії** (ККД) теплової машини:

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}.$$

Теплова машина, робочим тілом якої є ідеальний газ, називається **ідеальною тепловою машиною**. Ідеальна теплова машина, ідея якої належить французькому фізику і інженеру Саді Карно, працює за циклом Карно, який складається з двох ізотерм і двох адіабат.

ККД ідеальної теплової машини визначається так:

$$\eta_{\text{ид}} = \frac{T_1 - T_2}{T_1},$$

де  $T_1$  — температура нагрівача;  $T_2$  — температура холодильника.

Карно, довів, що ККД будь-якої теплової машини не може перевищувати ККД ідеальної теплової машини:

$$\eta \leq \eta_{\text{ид}}.$$

Бачимо, що підвищити ККД ідеальної теплової машини можна, збільшивши різницю температур  $T_1$  і  $T_2$ . Сьогодні верхня межа температури  $T_1$  нагрівача становить 800 К, а температуру холодильника немає сенсу знижувати менш як до кімнатної, наприклад, до 20 °С. Розрахунки показують, що теплова машина може мати ККД 60 %. Оскільки існують втрати енергії на тертя в рухомих частинах машини, втрати під час теплопередавання ККД знижується до 40—25 %. Розподіл енергії палива, що згоряє, під час роботи двигуна автомобіля ілюструє рис. Т-3.2.

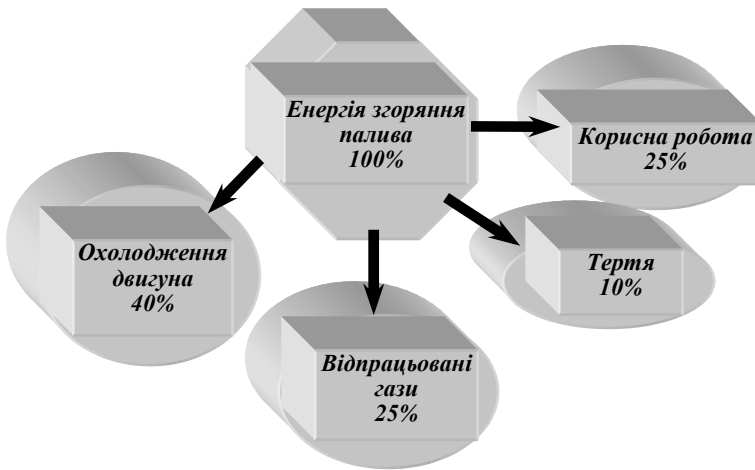


Рис. Т-3.2

Можливі шляхи підвищення ККД теплових машин такі:

- підвищення жаростійкості конструкційних матеріалів, що дасть змогу підняти температуру нагрівача понад 800 К;
- зниження втрат енергії.

### **Т-3.2. Завдання для поточного тестування**

1. Другий закон термодинаміки формулюється так:

1) не може відбуватися періодично повторюваний процес, єдиним результатом якого було б перетворення теплоти деякого джерела в корисну роботу;

2) теплота, надана системі, витрачається на зміну внутрішньої енергії системи і на виконання системою роботи над зовнішніми тілами;

3) не може відбуватися процес, єдиним результатом якого буде передавання теплоти від тіла, менш нагрітого, до тіла, більш нагрітого, без якихось компенсуючих процесів.

2. Зазначити складові теплової машини:

1) робоче тіло; 2) двигун; 3) нагрівач; 4) холодильник; 5) газ.

3. Показати у формулі для визначення ККД  $\eta = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}$  теплової машини роботу, виконану робочим тілом:

1)  $\frac{Q_2}{Q_1}$ ; 2) 1; 3)  $Q_1 - Q_2$ .

4. Показати у формулі для визначення ККД  $\eta_{\text{ид}} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$  теплової машини роботу, виконану робочим тілом:

1)  $\frac{T_2}{T_1}$ ; 2) 1; 3)  $T_1 - T_2$ .

5. Ідеальна теплова машина, яка працює за циклом Карно, за один цикл виконує роботу 73,5 кДж. ККД машини 30%. За один цикл машина отримує від нагрівача таку кількість теплоти:

1) 248 Дж; 2) 245 кДж; 3) 2,5 МДж; 4) 35 кДж; 5) 735 кДж.

6. Ідеальна теплова машина, яка працює за циклом Карно, має температуру нагрівача 100 °С, холодильника 0°С. ККД цієї машини дорівнює:

1) 27 %; 2) 30 %; 3) 33 %; 4) 12 %; 5) 17 %; 6) інша відповідь.

7. Теплова машина за один цикл отримує від нагрівача кількість теплоти 100 Дж і віддає холодильнику 60 Дж. ККД машини дорівнює:

1) 67 %, 2) 60 %, 3) 40 %, 4) 25 %, 5) інша відповідь.

8. Визначити максимальне значення ККД, яке може мати теплова машина, якщо температура нагрівача 227 °С і температура холодильника 27 °С.

1) 88 %, 2) 67 %, 3) 60 %, 4) 40 %, 5) 12 %.

9. Теплова машина за один цикл отримує від нагрівача 100 Дж теплоти і віддає холодильнику 60 Дж. Корисна робота дорівнює:

1) 60 Дж; 2) 40 Дж; 3) 100 Дж; 4) 80 Дж.

### Т-3.3 Висновки з теми

1. Перший закон термодинаміки говорить про те, як перерозподіляється теплова енергія, надана системі.
2. Другий закон термодинаміки встановлює необоротність теплових процесів.
3. Теплова машина — це пристрій, в якому теплота перетворюється на механічну роботу.
4. Теплова машина, робочим тілом якої є ідеальний газ, називається ідеальною тепловою машиною.
5. ККД будь-якої реальної теплової машини не може перевищувати ККД ідеальної теплової машини.

### Т-3.4. Приклади розв'язування задач

**Задача 1.** Ідеальна теплова машина, яка працює за циклом Карно, отримує від нагрівача за кожний цикл 2500 Дж теплоти. Температура нагрівача дорівнює 400 К, холодильника — 300 К. Яку механічну роботу виконує машина за один цикл та яка кількість теплоти при цьому віддається холодильнику? Визначити ККД машини.

*Дано:*

$$Q_1 = 2500 \text{ Дж};$$

$$T_1 = 400 \text{ К};$$

$$T_2 = 300 \text{ К}$$

$$A \text{ — ? } Q_2 \text{ — ? } \eta_{\text{м}} \text{ — ?}$$

*Розв'язання*

Оскільки теплова машина працює за ідеальним циклом Карно, то ККД визначається за формулою

$$\eta_{\text{ид}} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}.$$

Оскільки ККД реальної теплової машини не перевищує ККД ідеальної, можна записати таке рівняння:

$$\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}.$$

Звідси кількість теплоти, яка віддається холодильнику, дорівнює:

$$Q_2 = \frac{Q_1 T_2}{T_1}.$$

Механічна робота визначається так:

$$A = Q_1 - Q_2.$$

Виконуємо обчислення:

$$Q_2 = \frac{2500 \cdot 300}{400} = 1875 \text{ Дж.}$$

$$A = 2500 - 1875 = 625 \text{ Дж.}$$

$$\eta_m = \frac{400 - 300}{400} = 0,25.$$

**Відповідь.** Кількість теплоти, передана холодильнику дорівнює 1875 Дж; механічна робота становить 625 Дж; ККД теплової машини 25%.

**Задача 2.** Ідеальна тепла машина Карно віддає холодильнику  $2/3$  теплоти, одержаної від нагрівача. Визначити температуру холодильника, якщо температура нагрівача дорівнює  $200^\circ\text{C}$ .

**Дано:**

$$\begin{aligned} Q_2 &= 2/3 Q_1; \\ T_1 &= 200^\circ\text{C} = 473 \text{ К} \end{aligned}$$

$T_2$  — ?

**Розв'язання**

ККД ідеальної машини Карно

$$\eta_{\text{ид}} = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}.$$

ККД реальної теплової машини

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}.$$

Оскільки  $\eta \leq \eta_{\text{ид}}$ , то можна записати так:

$$1 - \frac{T_2}{T_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}.$$

Звідси температура холодильника

$$T_2 = T_1 \frac{Q_2}{Q_1}.$$

Виконуємо обчислення:

$$T_2 = 473 \cdot \frac{2}{3} = 315,4 \text{ К.}$$

**Відповідь.** Температура холодильника дорівнює 315,4 К.

**Задача 3.** В ідеальному тепловому двигуні абсолютна температура нагрівача у 3 рази вища, ніж температура холодильника. Нагрівач передав газу 40 кДж теплоти. Яку роботу виконує газ?

*Дано:*

$$T_1 = 3T_2;$$

$$Q_1 = 40 \text{ кДж} = 4 \cdot 10^4 \text{ Дж}$$

$$A = ?$$

*Розв'язання*

Коефіцієнт корисної дії ідеального теплового двигуна визначається так:

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1},$$

або

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{A}{Q_1}.$$

Згідно з умовою задачі знаходимо

$$\eta = \frac{3T_2 - T_2}{3T_2} = \frac{2}{3}.$$

Прирівнявши праві частини двох останніх рівностей, дістанемо:

$$\frac{A}{Q_1} = \frac{2}{3},$$

звідки

$$A = \frac{2}{3} Q_1.$$

Виконуємо обчислення:

$$A = \frac{2}{3} \cdot 4 \cdot 10^4 = 26\,900 \text{ Дж} = 26,9 \text{ кДж.}$$

**Відповідь.** Нагрівач передав 26,9 кДж теплоти.



### ***T-3.5. Задачі для аудиторного розв'язування***

**5-48.** Ідеальна теплова машина Карно отримує від нагрівача 1000 Дж теплоти і виконує роботу 200 Дж. Температура нагрівача 100 °С. Визначити температуру холодильника. (298,4 К)

**5-49.** Температура нагрівача 150 °С, а температура холодильника 20 °С. Від нагрівача взяли  $10^5$  кДж теплоту. Яку роботу виконала теплова машина, якщо вона ідеальна? ( $3,1 \cdot 10^4$  кДж)

**5-50.** В ідеальній тепловій машині за рахунок кожного кілоджоуля енергії, одержуваної від нагрівача, виконується робота 300 Дж. Визначити ККД машини і температуру нагрівача, якщо температура холодильника 280 К. (30 %; 400 К)

**5-51.** Ідеальна теплова машина працює за циклом Карно. При цьому 80 % теплоти, отриманої від нагрівача, передається холодильнику, температура якого дорівнює 0 °С. Визначити температуру нагрівача і ККД машини. (341 К; 0,2)

**5-52.** Реактивний літак має чотири двигуни, які розвивають силу тяги  $2 \cdot 10^4$  Н кожний. Скільки пального витрачають двигуни на переліт 5000 км? ККД дорівнює 25 %. ( $3,72 \cdot 10^4$  кг)

**5-53.** Визначити потужність двигуна автомобіля, коли витрати бензину становлять 38 л на 100 км шляху за умови, що середня швидкість руху дорівнює 35 км/год. ККД двигуна взяти 22,5 %. (26 кВт)

**5-54.** Скільки потрібно дизельного палива для тепловоза потужністю  $1,1 \cdot 10^6$  Вт, який рухається зі швидкістю 50 км/год, на проїзд 200 км? ККД тепловоза дорівнює 30 %. (1256 кг)

**5-55.** Яку середню потужність розвиває двигун мотоцикла, якщо за швидкості руху 108 км/год витрати бензину становлять 3,7 л на 100 км шляху, а ККД двигуна — 25 %? (8,9 кВт)

**5-56.** Автомобіль рухається зі швидкістю 72 км/год. Потужність двигуна дорівнює 60 кВт, ККД становить 30 %. Визначити витрати бензину на 1 км шляху. (0,22 кг)

### ***T-3.6. Задачі для самостійного розв'язування***

**5-65.** В ідеальному тепловому двигуні абсолютна температура нагрівача втричі більша за температуру холодильника. Нагрівач передав газу 40 кДж теплоти. Яку роботу виконав газ? (27 кДж)

**5-66.** Ідеальна теплова машина Карно має температуру нагрівача 200 °С, холодильника — 100 °С. Машина одержує від нагрівача теплоту 100 Дж. Визначити ККД машини і кількість теплоти, переданої холодильнику. (0,4; 59,8 Дж)

**5-67.** Температура нагрівача ідеальної теплової машини дорівнює  $117^\circ\text{C}$ , а холодильника —  $27^\circ\text{C}$ . Кількість теплоти, одержаної машиною від нагрівача за 1 с, дорівнює 60 кДж. Обчислити ККД машини, кількість теплоти, що передається холодильнику за 1 с, і потужність машини. (23 %; 46 кДж; 14 кВт)

**5-68.** Температура нагрівача  $127^\circ\text{C}$ , температура холодильника  $15^\circ\text{C}$ . На скільки потрібно змінити температуру нагрівача, не змінивши температури холодильника, щоб ККД машини збільшити вдвічі? Теплова машина працює за циклом Карно. (на  $254,5\text{ K}$ )

**5-69.** Теплова машина працює за циклом Карно. Температура нагрівача  $197^\circ\text{C}$ , а холодильника  $17^\circ\text{C}$ . Визначити ККД машини. На скільки потрібно збільшити температуру нагрівача, не змінивши температури холодильника, щоб ККД машини збільшити вдвічі? (38%; на  $738\text{ K}$ )

**5-70.** Визначити температуру холодильника, якщо газ отримав від нагрівача 100 кал теплоти, а виконав роботу 160 Дж. Температура нагрівача  $117^\circ\text{C}$ . Теплова машина працює за циклом Карно. (241 K)

**5-71.** Температура нагрівача в 3 рази більша за температуру холодильника. Нагрівач передав газу 41,9 кДж теплоти. Теплова машина працює за циклом Карно. Визначити роботу, яку виконав газ. (28,1 Дж)

**5-72.** Газ виконує цикл Карно. Визначити температуру нагрівача, якщо він передав холодильнику 14 кДж теплоти. При температурі холодильника 280 K робота циклу дорівнює 6 кДж. (400 K)

**5-73.** Газ, виконуючи цикл Карно, отримав від нагрівача 4,38 кДж теплоти і виконав роботу 2,4 кДж. Визначити температуру нагрівача, якщо температура холодильника 273 K. (607 K)

**5-74.** Виконуючи цикл Карно, газ віддав холодильнику 67 % теплоти, яку отримав від нагрівача. Визначити температуру холодильника, якщо температура нагрівача 430 K. (642 K)

**5-75.** Температура нагрівача збільшується від 380 до 560 K. У скільки разів підвищиться при цьому ККД циклу Карно, якщо температура холодильника в обох випадках дорівнює 280 K? (у 1,9 раза)

**5-76.** Газ отримав 84 кДж теплоти під час виконання циклу Карно. Яку роботу він виконав, якщо температура нагрівача у 3 рази більша за температуру холодильника? ( $56 \cdot 10^3$  Дж)

**5-77.** Визначити температуру холодильника, якщо газ, виконуючи цикл Карно, отримав від нагрівача 500 Дж теплоти і виконав роботу 100 Дж. Температура нагрівача 400 K. (320 K)

**5-78.** Реактивний літак має чотири двигуни, кожний з яких розвиває силу тяги 30 кН. ККД двигунів дорівнює 25 %. Визначити витрати пального на переліт у 4000 км. (42 т)

**5-79.** Реактивний літак пролетів зі сталою швидкістю 900 км/год шлях 1800 км, витративши при цьому пальне масою 4 т. Потужність двигуна літака дорівнює  $5,9 \cdot 10^6$  Вт, ККД — 23 %. Яка питома теплота згоряння палива, що використовується на літаку? ( $4,6 \cdot 10^7$  Дж/кг)

**5-80.** Потужність двигуна автомобіля становить 50 кВт. Визначити витрати бензину за 1 год, якщо ККД двигуна дорівнює 0,25. (22 л/год)

**5-81.** Річкове судно на підводних крилах розвиває потужність 1500 кВт при ККД 30 % на швидкості 72 км/год. Визначити витрати пального з питомою теплою згоряння 50 МДж/кг на 1 км шляху. (5 кг)

**5-82.** Знаючи потужність і масу палива, яке витрачається за певний час, визначити ККД: 1) тракторного двигуна, що розвиває потужність 95 кВт і витрачає за 2 год 50 кг дизельного пального; 2) усіх двигунів реактивного літака Іл-62, які розвивають потужність 30 МВт, якщо повного запасу палива ТС-1 масою 82,5 т вистачає на 10 год безперервного польоту. (32,6 %; 30,4 %)

**5-83.** Автомобіль масою 4,6 т рушає з місця на підйомі, який дорівнює 0,025, і, рухаючись рівноприскорено, за 40 с проходить 200 м. Визначити витрати бензину (у літрах) на цій ділянці, якщо коефіцієнт опору дорівнює 0,02, а ККД — 20 %. (0,1 л)



### Т-4.1. Теоретичні відомості

**Рідини** — це тіла, які, маючи певний об'єм, набувають форми посудини, в яку їх налили. Рідини мало стискаються. Це пояснюється тим, що між молекулами рідини діють великі сили взаємодії.

Молекули поверхневого шару рідини взаємодіють одна з одною слабкіше, ніж молекули всередині рідини. Оскільки молекули поверхневого шару з одного боку не мають сусідів (рис. Т-4.1, а), то вони взаємодіють із меншою кількістю молекул, ніж ті молекули, що перебувають усередині об'єму рідини. Тому окремі молекули, які набули кінетичної енергії, достатньо великої внаслідок зіткнень під час хаотичного руху, можуть залишити поверхню рідини (рис. Т-4.1, б). Ці молекули утворюють над поверхнею рідини пару. Деякі з них можуть повернутися назад. У такий спосіб на поверхні рідини одночасно відбуваються два процеси: утворення пари та її конденсація.

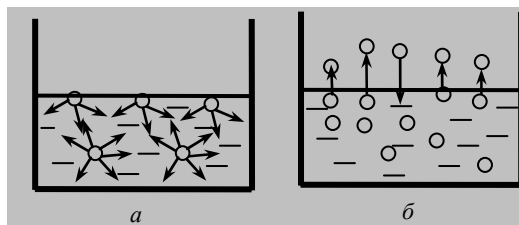


Рис. Т-4.1

Якщо **пароутворенням** називається перехід речовини із рідкого агрегатного стану в газоподібний, то пароутворення, яке відбувається на поверхні рідини, називається **випаровуванням**.

**Коли рідина випаровується з відкритої посудини, то молекули виходять із посудини і пара весь час залишається ненасиченою, оскільки кількість молекул, що конденсуються, менша за кількість молекул, які випаровуються.**

Над поверхнею рідини, налитой в закриту посудину, установлюється динамічна рівновага між молекулами, які випаровуючись переходять у газоподібну фазу, і молекулами, які, конденсуються, на цій поверхні (рис. Т-4.2).

Пара, яка перебуває в динамічній рівновазі зі своєю рідиною, називається **насиченою**. Насичена пара має найбільшу густину при даній температурі. Параметри стану насиченої пари описуються рівнянням Менделєєва—Клапейрона.

**Тиск насиченої пари рідини при певній температурі сталий незалежно від об'єму, що його займає пара.**

При певних температурі і зовнішньому тиску пароутворення починає відбуватися по всьому об'єму рідини. Цей процес називається **кипінням**.

**При температурі кипіння тиск насиченої пари рідини дорівнює зовнішньому атмосферному тиску. Температуру рідини під час кипіння залишається сталою за умови незмінного тиску.**

Температура кипіння залежить від зовнішнього атмосферного тиску. Вона зменшується, коли тиск знижується, і підвищується, коли зовнішній тиск підвищується.

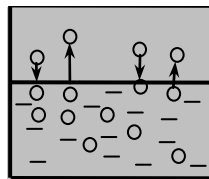


Рис. Т-4.2

*Ця властивість використовується для поділу нафти на фракції. Спочатку при низьких (близько 40 °С) температурах випаровується бензинова фракція, потім з підвищенням температури (до 130 °С) — гасова фракція, далі (близько 350 °С) — важка фракція мазуту.*

### Вологість повітря

Оскільки поверхня Землі вкрита величезною кількістю водоймищ, у повітрі завжди присутні пари води. **Абсолютною вологістю** повітря при певній температурі називається маса водяної пари, яка міститься в одиниці об'єму повітря:

$$d = \frac{m}{V} = \rho_{\text{пар}}$$

По суті це є густина водяної пари в повітрі.

**Відносну вологість** повітря можна задати як відношення абсолютної вологості до густини насиченої водяної пари при даній температурі, яке виражається у відсотках:

$$r = \frac{d}{\rho_n} 100 \% = \frac{\rho_{\text{пар}}}{\rho_n} 100 \%$$

Із рівняння Менделєєва — Клапейрона випливає, що густина прямо пропорційна до тиску газу:

$$\rho = \frac{p\mu}{RT},$$

тому відносну вологість повітря можна визначити через тиск так:

$$r = \frac{\rho_{\text{пар}}}{\rho_n} 100 \% = \frac{p}{p_n} 100 \%,$$

де  $p$  — тиск водяної пари, яка міститься в повітрі при даній температурі;  $p_n$  — тиск насиченої пари при тій самій температурі.

### Поверхневий натяг рідин

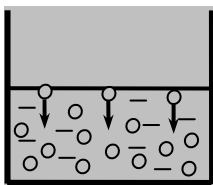


Рис. Т-4.3

Особливі властивості має поверхневий шар рідини. Усередині рідини молекули оточені з усіх боків такими самими молекулами. Молекули поверхневого шару рідини оточені такими самими молекулами тільки частково (рис. Т-4.3).

Тому з боку «глибинних» молекул на молекули поверхневого шару діють сили, які втягують їх усередину рідини. Або можна сказати ще й так, що поверхневий шар рідини чинить тиск на решту рідини. Цей тиск називається **молекулярним** тиском.

**Силою поверхневого натягу** рідини називається сила, яка спричинює скорочення вільної поверхні рідини і напрямлена по дотичній до цієї поверхні:

$$F = \sigma l,$$

де  $\sigma$  — коефіцієнт поверхневого натягу рідини;  $l$  — довжина поверхневого шару рідини.

Коефіцієнт поверхневого натягу рідини залежить від хімічної природи рідини і зменшується з підвищенням температури.

Силами поверхневого натягу, зумовлюється наприклад, той факт, що краплі рідини мають сферичну форму.

### Явище змочування і незмочування

Явище змочування і незмочування поверхні твердого тіла рідиною спричинені різним значенням сил притягання між молекулами рідини і частинками твердого тіла. Якщо сили притягання між моле-

кулами рідини слабкіші, ніж сили притягання між молекулами рідини і частинками твердого тіла, то ця рідина змочує речовину. Якщо, навпаки, переважають сили притягання між молекулами рідини, то рідина не змочує твердого тіла.

На поверхні твердого тіла крапля змочувальної рідини має форму півсфери (рис. Т-4.4, а), а незмочувальної — деформованої силами тяжіння сфери (рис. Т-4.4, б).

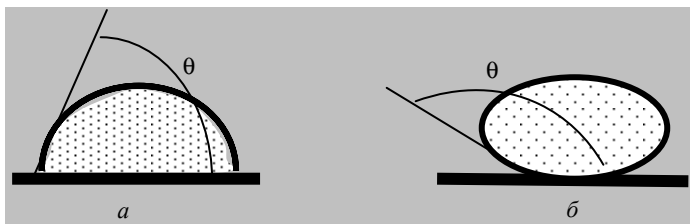


Рис. Т-4.4

Взаємодія рідини з плоскою поверхнею твердого тіла характеризується крайовим кутом. **Крайовий кут**  $\theta$  — це кут, утворений дотичною до вільної поверхні краплі і плоскою поверхнею твердого тіла. Для змочувальної рідини цей кут завжди гострий  $\left(\theta < \frac{\pi}{2}\right)$ , для незмочувальної — тупий  $\left(\theta > \frac{\pi}{2}\right)$ . Ідеальне змочування настає, коли

$\theta = 0$ , а повне незмочування, коли  $\theta = \pi$ . Коли  $\theta = \frac{\pi}{2}$ , рідина має плоску вільну поверхню.

Змочувальна рідина піднімається в капілярах (рис. Т-4.5, а), а незмочувальна — опускається по капілярах вниз (рис. Т-4.5, б). Вільна поверхня рідини, викривлена біля стінок посудини, називається **меніском**. Змочувальна рідина має вгнуту форму меніска, а незмочувальна — вигнуту.

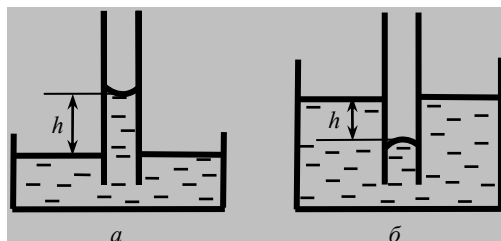


Рис. Т-4.5

Висота змочувальної або не змочувальної рідини у сполучених посудинах визначається за формулою:

$$h = \frac{2\sigma \cos\theta}{r\rho g},$$

де  $r$  — радіус капіляра;  $\rho$  — густина рідини.

Саме капілярні явища спричиняють рух рідини вгору всередині стовбурів дерев, а також швидке висихання зораного навесні ґрунту.

### Властивості твердих тіл

**Твердими тілами** називаються тіла, які мають сталу форму і об'єм. Тверді тіла поділяють на **кристалічні** і **аморфні**.

Кристалічні тверді тіла мають кристалічні решітку. Кристалічна решітка характеризується впорядкованим розташуванням частинок у просторі, до того ж таким, що все тіло можна побудувати повторенням деякого його елемента. Такий елемент називається **елементарною коміркою** кристалічної решітки. Частинки у вузлах кристалічної решітки розташовані на деякій відстані одна від одної, яка називається **періодом** кристалічної решітки.

Кристали, які мають правильну однаково орієнтовану в просторі кристалічну решітку, називаються монокристалами.

Полікристал — це тверде тіло, яке складається з величезної кількості маленьких ( $10^{-7} - 10^{-6}$  м) монокристаліків, що зрослися. Фізичні властивості монокристалів, такі як теплові, пружні, електричні, оптичні, різні в різних напрямках.

Це явище називається **анізотропією**. Для кристалічних тіл характерні пружні і непружні деформації.

Для пружних деформацій розтягнення і стиснення виконується закон Гука:

$$\sigma = \frac{F_{\text{пр}}}{S} = E \frac{\Delta l}{l},$$

де  $\sigma$  — нормальне напруження;  $E$  — модуль Юнга;  $\frac{\Delta l}{l}$  — відносна деформація.

Закон Гука формулюється так: **нормальне напруження тіла пропорційне до його відносної деформації**.

Цей закон виконується тільки для **невеликих деформацій** розтягнення або стиснення.

Аморфні тіла являють собою переохолоджені рідини і не мають властивостей кристалів. До таких речовин належать скло, янтар, смо-



ли тощо. Фізичні властивості аморфних тіл однакові в усіх напрямках, тобто вони **ізотропні**.

Частинки аморфного тіла розташовані неупорядковано. Для аморфних тіл характерні непружні деформації.

#### ***T-4.2. Завдання для поточного тестування***

**1.** Зазначити властивості, які стосуються ненасиченої пари:

- 1) тиск при певній температурі сталий;
- 2) перебуває в динамічній рівновазі із своєю рідиною;
- 3) підпорядкована законам ідеальних газів;
- 4) параметри стану підпорядковані рівнянню Менделєєва — Клапейрона;
- 5) під час кипіння рідини, тиск пари найбільший.

**2.** Зазначити властивості, які стосуються насиченої пари:

- 1) тиск при певній температурі сталий;
- 2) перебуває в динамічній рівновазі зі своєю рідиною;
- 3) підпорядкована законам ідеальних газів;
- 4) параметри стану підпорядковані рівнянню Менделєєва — Клапейрона;
- 5) тиск пари найбільший.

**3.** Зазначити властивості рідини під час кипіння:

- 1) тиск насиченої пари рідини дорівнює зовнішньому атмосферному тиску;
- 2) пара перебуває в динамічній рівновазі зі своєю рідиною;
- 3) пароутворення відбувається по всьому об'єму рідини;
- 4) тиск насиченої пари найбільший;
- 5) температура рідини під час кипіння залишається сталою за умови незмінного тиску.

**4.** Абсолютна вологість повітря визначається так:

- 1)  $\frac{d}{\rho_n} 100 \%$ ; 2)  $\frac{m}{V}$ ; 3)  $\frac{\rho_{\text{пар}}}{\rho_n} 100 \%$ ; 4)  $\rho_{\text{пар}}$ ; 5)  $\frac{p}{p_n} 100 \%$ .

**5.** Відносна вологість повітря визначається так:

- 1)  $\frac{d}{\rho_n} 100 \%$ ; 2)  $\frac{m}{V}$ ; 3)  $\frac{\rho_{\text{пар}}}{\rho_n} 100 \%$ ; 4)  $\rho_{\text{пар}}$ ; 5)  $\frac{p}{p_n} 100 \%$ .

6. Виділяється чи поглинається теплота при конденсації водяної пари?

1) Виділяється, 2) поглинається, 3) не виділяється і не поглинається.

7. Температура кипіння води у відкритій посудині дорівнює  $100\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Як зміниться температура кипіння, якщо нагрівання води відбуватиметься в герметично закритій посудині?

1) Підвищиться, 2) не зміниться, 3) знизиться, 4) кипіння стане неможливим.

8. Яким приладом можна виміряти точку роси?

1) Манометром; 2) барометром; 3) термометром; 4) психрометром.

9. Як змінюється температура рідини під час кипіння?

1) Збільшується; 2) зменшується; 3) не змінюється; 4) спочатку збільшується, потім зменшується; 5) інша відповідь.

10. Радіуси двох сполучених посудин дорівнюють 2 і 8 см. У посудини наливають воду. Густина води дорівнює  $1000\text{ кг/м}^3$ . Рівні води у посудинах:

1) однакові; 2) у вужчій посудині рівень у 4 рази вищий; 3) у вужчій посудині в 4 рази нижчий; 4) у вужчій посудині в 2 рази вищий; 5) у вужчій посудині в 2 рази нижчий.

11. Змочувальна рідина піднялась у капілярній трубці на висоту 1 м. Якщо рідину підігріти, то висота її стовпчика в капілярі:

1) підвищиться; 2) знизиться; 3) не зміниться; 4) даних недостатньо для відповіді.

12. При підвищенні температури повітря в закритому приміщенні від  $20$  до  $30\text{ }^{\circ}\text{C}$ :

1) абсолютна вологість не змінюється; 2) абсолютна вологість зменшується; 3) абсолютна вологість збільшується; 4) відносна вологість не змінюється; 5) інша відповідь.

13. Яке повітря важче: сухе чи вологе (за заданих температури та тиску):

1) має однакову вагу; 2) сухе; 3) вологе; 4) правильної відповіді тут немає.

### Т-4.3. Висновки з теми

1. Насичена пара — це пара, яка має найбільшу густину при даній температурі.
2. Ненасичену водяну пару, відокремлену від рідини, можна перетворити на насичену, якщо її ізотермічно стискати або ізохорично охолоджувати.
3. Параметри стану насиченої пари підпорядковані рівнянню Менделєєва—Клапейрона.
4. Під час кипіння рідини тиск насиченої пари найбільший.
5. Тиск і густина насиченої пари різних рідин при однаковій температурі різні; вони більші для летких рідин.
6. Закон Гука виконується тільки для невеликих деформацій розтягнення або стиснення.

### Т-4.4. Приклади розв'язування задач

**Задача 1.** Яким має бути радіус капілярної трубки, щоб при повному змочуванні вода піднялася на висоту 8 см? Коефіцієнт поверхневого натягу дорівнює  $7 \cdot 10^{-2}$  Н/м.

**Дано:**

$$h = 8 \text{ см} = 8 \cdot 10^{-2} \text{ м}$$

$$\sigma = 7 \cdot 10^{-2} \text{ Н/м};$$

$$g = 9,8 \text{ м/с}^2$$

$$r \text{ — ?}$$

**Розв'язання**

При повному змочуванні сила поверхневого натягу, що діє на рідину по лінії поділу поверхні рідини і стінок трубки, дорівнює за модулем вазі стовпа води, який піднявся по трубці (рис. 1):

$$mg = \sigma 2\pi r,$$

або

$$\rho \pi r^2 hg = 2\pi r \sigma,$$

де  $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$  — густина води.

Тоді радіус капілярної трубки

$$r = \frac{2\sigma}{\rho gh}.$$

Перевіримо одиницю величини:

$$[r] = \left[ \frac{\frac{\text{Н}}{\text{м}}}{\frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot \text{м}} \right] = \left[ \frac{\frac{\text{Н}}{\text{м}}}{\frac{\text{М}}{\text{м}^2}} \right] = [\text{М}].$$

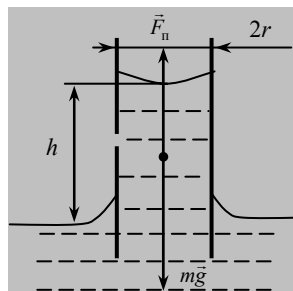


Рис. 1

Виконуємо обчислення:

$$r = \frac{2 \cdot 7 \cdot 10^{-2}}{1000 \cdot 8 \cdot 10^{-2} \cdot 9,8} = 1,7 \cdot 10^{-4} \text{ м.}$$

**Відповідь.** Радіус капілярної трубки дорівнює 0,17 мм.

**Задача 2.** Капіляр опустили одним кінцем у воду. Радіус капіляра дорівнює 2 мм. Скільки теплоти виділиться під час підйому води по капіляру? Коефіцієнт поверхневого натягу води дорівнює 0,073 Н/м.

**Дано:**

$$r = 2 \text{ мм} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ м};$$

$$\sigma = 0,073 \text{ Н/м};$$

$$\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$$

$$\Delta Q \text{ — ?}$$

**Розв'язання**

Роботу з підйому води в капілярі виконує сила  $F_{\text{п}}$  поверхневого натягу (рис. 2):

$$A = F_{\text{п}} h = \sigma 2\pi r h,$$

Потенціальна енергія центра мас стовпчика води

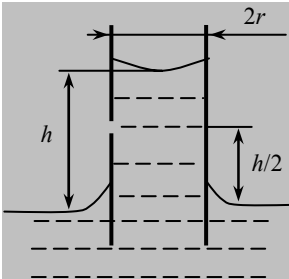


Рис. 2

$$W_{\text{п}} = mg \frac{h}{2} = \rho \pi r^2 h \cdot g \frac{h}{2} = \frac{\pi g \rho r^2 h^2}{2},$$

де  $m$  — маса води в капілярі;  $\rho$  — густина води.

Кількість теплоти, яка виділяється під час підйому води, дорівнює:

$$\Delta Q = A - W_{\text{п}} = \pi r h \left( 2\sigma - \frac{\rho g r h}{2} \right).$$

У рівноважному стані сила тяжіння, яка діє на стовпчик води, зрівноважена силою поверхневого натягу:

$$mg = \sigma 2\pi r$$

або

$$\rho \pi r^2 h g = \sigma 2\pi r,$$

звідки висота стовпчика води

$$h = \frac{2\sigma}{\rho g r}.$$

Підставивши  $h$  у формулу для визначення теплоти, дістанемо таку формулу:

$$\Delta Q = \frac{4\pi\sigma^2}{g\rho} - \frac{2\pi\sigma^2}{g\rho} = \frac{2\pi\sigma^2}{g\rho}.$$

З формули видно, що половина роботи сили поверхневого натягу витрачається на зміну потенціальної енергії води, яка піднімається по капіляру, а половина перетворюється на теплоту внаслідок тертя, оскільки між поверхнею стінок і молекулами води діють сили тертя.

Перевіримо одиницю величини:

$$[\Delta Q] = \left[ \frac{\frac{\text{Н}^2}{\text{м}^2}}{\frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}} = \frac{\text{Н}^2 \cdot \text{м}}{\text{Н}} \right] = [\text{Н} \cdot \text{м}] = [\text{Дж}].$$

Виконуємо обчислення:

$$\Delta Q = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 0,073^2}{10 \cdot 1000} = 3,35 \cdot 10^{-4} \text{ Дж}.$$

**Відповідь.** Під час підйому води по капіляру виділяється  $3,35 \cdot 10^{-4}$  Дж теплоти.

**Задача 3.** Визначити абсолютну вологість повітря, якщо парціальний тиск пари в ньому 14 кПа, а температура  $60^\circ\text{C}$ .

**Дано:**

$$p = 14 \text{ кПа} = 14 \cdot 10^3 \text{ Па};$$

$$t = 60^\circ\text{C} = 333 \text{ К}$$

$\rho$  — ?

**Розв'язання**

Абсолютна вологість повітря — це густина водяної пари в повітрі.

Визначимо густину водяної пари з рівняння Менделєєва — Клапейрона:

$$pV = \frac{m}{\mu} RT$$

або

$$p = \frac{1}{\mu} \frac{m}{V} RT = \frac{\rho}{\mu} RT,$$

звідки густина водяної пари, або абсолютна вологість повітря

$$\rho = \frac{p\mu}{RT},$$

Перевіримо одиницю величини:

$$[\rho] = \left[ \frac{\frac{\text{кг}}{\text{моль}} \cdot \text{Па}}{\frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \cdot \text{К}} \right] = \left[ \frac{\text{кг} \cdot \frac{\text{Н}}{\text{м}^2}}{\text{Н} \cdot \text{м}} \right] = \left[ \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \right].$$

Виконуємо обчислення:

$$\rho = \frac{1,4 \cdot 10^4 \cdot 18 \cdot 10^{-3}}{8,31 \cdot 333} = 9,1 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}.$$

**Відповідь.** Абсолютна вологість повітря дорівнює  $9,1 \cdot 10^{-3} \text{ кг/м}^3$ .

**Задача 4.** Визначити абсолютну вологість повітря, якщо його температура  $15^\circ\text{C}$ , а відносна вологість  $80\%$ .

*Дано:*

$$t = 15^\circ\text{C} = 288 \text{ К};$$

$$r = 80\% = 0,8;$$

$$\rho_{\text{н}} = 12,8 \cdot 10^{-3} \text{ кг/м}^3$$

$$\rho_{\text{пар}} \text{ — ?}$$

*Розв'язання*

Відносна вологість повітря визначається за формулою

$$r = \frac{\rho_{\text{пар}}}{\rho_{\text{н}}} 100\%,$$

Тоді густина водяної пари

$$\rho_{\text{пар}} = r \cdot \rho_{\text{н}}.$$

Густина насиченої пари при температурі  $288 \text{ К}$ , знаходимо за спеціальною таблицею:

$$\rho_{\text{н}} = 12,8 \cdot 10^{-3} \text{ кг/м}^3.$$

Виконуємо обчислення:

$$\rho = 0,8 \cdot 12,8 \cdot 10^{-3} = 1,024 \cdot 10^{-2} \text{ кг/м}^3.$$

**Відповідь.** Абсолютна вологість повітря дорівнює  $1,024 \cdot 10^{-2} \text{ кг/м}^3$ .

**Задача 5.** Верхній кінець сталевго стрижня завдовжки  $5 \text{ м}$  та з площею перерізу  $4 \text{ см}^2$  жорстко закріплено, до нижнього підвісили тягар масою  $2 \cdot 10^3 \text{ кг}$ . Визначити напруження в стрижні; абсолютне та відносне видовження стрижня.

**Дано:**

$$E = 19,6 \cdot 10^{10} \text{ Н/м}^2;$$

$$l = 5 \text{ м};$$

$$S = 4 \text{ см}^2 = 4 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2;$$

$$m = 2 \cdot 10^3 \text{ кг}$$

$$\sigma \text{ — ? } \Delta l \text{ — ? } \varepsilon \text{ — ?}$$

**Розв'язання**

Напруження стрижня визначається за формулою

$$\sigma = \frac{F}{S},$$

$$\sigma = \frac{mg}{S}.$$

або

Абсолютне видовження визначимо за законом Гука:

$$\sigma = E\varepsilon = E \frac{\Delta l}{l},$$

звідки

$$\Delta l = \frac{\sigma l}{E}.$$

Відносне видовження стрижня

$$\varepsilon = \frac{12,5 \cdot 10^{-4}}{5} = 2,5 \cdot 10^{-4}.$$

Перевіримо одиницю величини:

$$[\sigma] = \left[ \frac{\text{кг} \cdot \frac{\text{м}}{\text{с}^2}}{\text{м}^2} \right] = \left[ \frac{\text{Н}}{\text{м}^2} \right].$$

$$[\Delta l] = \left[ \frac{\frac{\text{Н}}{\text{м}^2} \cdot \text{м}}{\frac{\text{Н}}{\text{м}^2}} \right] = [\text{м}].$$

Виконуємо обчислення:

$$\sigma = \frac{2 \cdot 10^3 \cdot 9,8}{4 \cdot 10^{-4}} = 49 \cdot 10^6 \frac{\text{Н}}{\text{м}^2};$$

$$\Delta l = \frac{49 \cdot 10^6 \cdot 5}{19,6 \cdot 10^{10}} = 12,5 \cdot 10^{-4} \text{ м};$$

$$\varepsilon = \frac{12,5 \cdot 10^{-4}}{5} = 2,5 \cdot 10^{-4}$$

**Відповідь.** Напруження в стрижні дорівнює  $49 \cdot 10^6 \text{ Н/м}^2$ ; абсолютне видовження –  $12,5 \cdot 10^{-4} \text{ м}$ ; відносне –  $2,5 \cdot 10^{-4}$ .

**Задача 6.** Обчислити діаметр сталюго стрижня, розрахованого на навантаження  $8 \cdot 10^4 \text{ Н}$ , якщо необхідно забезпечити шестикратний запас міцності. Максимальне напруження, яке може витримати стрижень, дорівнює  $10^8 \text{ Н/м}^2$ .

*Дано:*

$$F = 8 \cdot 10^4 \text{ Н};$$

$$\sigma_{\max} = 10^8 \text{ Н/м}^2;$$

$$n = \sigma_{\max} / \sigma = 6$$


---


$$d \text{ — ?}$$

*Розв'язання*

За умовами задачі стрижень має витримувати таке напруження:

$$\sigma = \frac{\sigma_{\max}}{n}.$$

Напруження, яке виникає у стрижні під час його навантаження, дорівнює:

$$\sigma = \frac{F}{S},$$

або

$$\frac{\sigma_{\max}}{n} = \frac{4F}{\pi d^2},$$

звідки діаметр стрижня

$$d = \sqrt{\frac{4nF}{\pi\sigma_{\max}}}.$$

Перевіримо одиницю величини:

$$[d] = \left[ \sqrt{\frac{\text{Н}}{\text{Н/м}^2}} \right] = [\text{м}].$$

Виконуємо обчислення:

$$d = \sqrt{\frac{4 \cdot 6 \cdot 8 \cdot 10^4}{3,14 \cdot 10^8}} = 7,8 \cdot 10^{-2} \text{ м}.$$

**Відповідь.** Діаметр стрижня дорівнює 7,8 см.



#### ***T-4.5. Задачі для аудиторного розв'язування***

**4-1.** Визначити масу краплі води, що витікає з капілярної трубки діаметром 1 мм, якщо діаметр краплі дорівнює діаметру трубки ( $2,2 \cdot 10^{-5}$  кг)

**4-2.** Розрахувавши коефіцієнт поверхневого натягу спирту методом відриву крапель, визначили, що 580 крапель займають об'єм  $6 \text{ см}^3$ . Під час відриву краплі діаметр її шийки дорівнює 1,15 мм. Густина спирту дорівнює  $790 \text{ кг/м}^3$ . Визначити коефіцієнт поверхневого натягу спирту. ( $22 \cdot 10^{-3} \text{ Н/м}$ )

**4-3.** Установили, що піпетка об'ємом  $4 \text{ см}^3$  містить 304 краплі олії. Діаметр отвору піпетки дорівнює 1,2 мм, густина олії —  $900 \text{ кг/м}^3$ . Визначити коефіцієнт поверхневого натягу олії. ( $0,03 \text{ Н/м}$ )

**4-4.** Кільце масою 16 г із зовнішнім діаметром 55 мм та внутрішнім діаметром 50 мм відривається від поверхні води із силою 0,18 Н. Визначити коефіцієнт поверхневого натягу води. ( $7 \cdot 10^{-2} \text{ Н/м}$ )

**4-5.** Алюмінієве кільце заввишки 10 мм, внутрішнім діаметром 50 мм та зовнішнім діаметром 52 мм міститься у воді. Яку силу потрібно прикласти до кільця, щоб відірвати його від поверхні води? ( $6,58 \cdot 10^{-2} \text{ Н}$ )

**4-6.** Яку роботу може виконати мильна плівка при зменшенні площі її поверхні на  $1 \text{ см}^2$ , якщо коефіцієнт поверхневого натягу мильної плівки дорівнює  $0,045 \text{ Н/м}$ ? ( $4,5 \cdot 10^{-6} \text{ Дж}$ )

**4-7.** Яку енергію необхідно витратити на утворення мильної бульбашки радіусом 6 см при сталій температурі? Коефіцієнт поверхневого натягу мильної плівки дорівнює  $0,045 \text{ Н/м}^2$ . ( $3,6 \text{ мДж}$ )

**4-8.** При злитті дрібних водяних краплин однакового розміру в одну велику краплю радіусом 4 мм вивільняється 14 мДж енергії. Визначити радіус малих краплин, вважаючи коефіцієнт поверхневого натягу води  $0,073 \text{ Н/м}$ . ( $4,2 \text{ мкм}$ )

**4-9.** У воду опустили вертикально дві скляні трубки, внутрішній діаметр першої дорівнює 2 мм, другої — 3 мм. Коли вода піднялася в трубках, різниця рівнів води становила 5 мм. Визначити коефіцієнт поверхневого натягу води. ( $7,35 \cdot 10^{-2} \text{ Н/м}$ )

**4-10.** У бензол опустили капіляр із внутрішнім діаметром 0,4 мм. Визначити масу бензолу, який заповнив капіляр, якщо коефіцієнт поверхневого натягу бензолу дорівнює  $0,03 \text{ Н/м}$ . ( $3,9 \text{ мг}$ )

**4-11.** Капілярну трубку опустили одним кінцем у воду. Радіус трубки 0,4 мм. Яка кількість теплоти виділяється під час підйому води по капіляру? Коефіцієнт поверхневого натягу води дорівнює  $0,072 \text{ Н/м}$ , її густина становить  $1000 \text{ кг/м}^3$ . ( $3,4 \text{ мкДж}$ )

**4-12.** Оцтова кислота по капілярній трубці піднімається на висоту 30 мм. На яку висоту підніметься ефір по капілярній трубці, діаметр

якої вдвічі більший? Коефіцієнт поверхневого натягу оцтової кислоти та ефіру дорівнює відповідно 0,028 і 0,017 Н/м, а густина – 1050 і 710 кг/м<sup>3</sup>. (13,5 мм)

**4-13.** Визначити радіус алюмінієвого дроту, коли він, натертий парафіном, стоїть вертикально у воді, занурившись наполовину. Довжина дроту дорівнює 2 см, (0,34 мм)

**4-14.** Температура повітря становить 23 °С, а його відносна вологість — 45 %. Визначити абсолютну вологість повітря. Густина насиченої пари за температури 23 °С дорівнює 20,6 г/м<sup>3</sup>. (9,27 г/м<sup>3</sup>)

**4-15.** У кімнаті об'ємом 120 м<sup>3</sup> при температурі 15 °С відносна вологість повітря дорівнює 60 %. Визначити масу водяної пари в кімнаті. Тиск насиченої водяної пари при температурі 15 °С дорівнює 1,7 кПа. (922 г)

**4-16.** Під час розтягнення алюмінієвого дроту довжиною 2 м виникає механічне напруження 35 МПа. Визначити відносне й абсолютне видовження дроту. (0,0005; 1 мм)

**4-17.** Скільки потрібно взяти сталевих дротів діаметром 2 мм, щоб виготовити трос, розрахований на підйом вантажу масою 16 т? (Не менш як 100)

**4-18.** Визначити модуль пружності заліза, коли відомо, що залізний дріт довжиною 1,5 м із площею перерізу  $6 \cdot 10^{-6}$  м<sup>2</sup> під дією сили 200 Н видовжується на 1,5 мм. ( $2 \cdot 10^{11}$  Па)

**4-19.** Визначити площу перерізу алюмінієвого стержня, до якого підвісили люстру масою 250 кг, коли запас міцності стержня дорівнює 4. Межа міцності для алюмінію дорівнює  $1,1 \cdot 10^8$  Па. Визначити відносну деформацію стержня. ( $8,9 \cdot 10^{-5}$  м<sup>2</sup>;  $3,92 \cdot 10^{-4}$ )

**4-20.** Брусок площею перерізу 4 см<sup>2</sup> під час навантаження в  $10^4$  Н видовжується на 0,025 % своєї початкової довжини. Визначити модуль Юнга матеріалу бруска. Вважати, що видовження бруска відбувається в межах пружної деформації. ( $10^{11}$  Па)

#### ***T-4.6. Задачі для самостійного розв'язування***

**4-21.** На яку висоту піднімається вода в ґрунті, якщо діаметр ґрунтових капілярів дорівнює  $7,5 \cdot 10^{-5}$  м, а вода повністю змочує ґрунт? Коефіцієнт поверхневого натягу води — 0,073 Н/м (0,4 м)

**4-22.** На нижньому кінці трубки діаметром 0,2 см висить крапля води, що має в момент відриву форму кулі. Визначити діаметр цієї кулі. (4,4 мм)

**4-23.** Скільки енергії поглинається, коли розбити велику краплю води масою 2 г на маленькі краплини радіусом  $10^{-5}$  см? Коефіцієнт поверхневого натягу води 0,073 Н/м. (4,38 Дж)

**4-24.** Тонке алюмінієве кільце радіусом 7,8 см і масою 7 г торкається розчину мила. Яку силу потрібно прикласти вертикально, щоб відірвати кільце від розчину? Коефіцієнт поверхневого натягу розчину мила дорівнює 0,04 Н/м. (0,11 Н)

**4-25.** Яку роботу потрібно виконати, щоб розбити у воді краплю масла масою 1 г на крапельки радіусом  $10^{-4}$  см? Процес відбувається при сталій температурі, коефіцієнт поверхневого натягу на межі вода — масло дорівнює  $1,8 \cdot 10^{-2}$  Н/м, густина масла —  $0,9$  г/см<sup>3</sup>. ( $6 \cdot 10^{-2}$  Дж)

**4-26.** Щоб визначити коефіцієнт поверхневого натягу води, використали піпетку з діаметром вихідного отвору 1,8 мм. Виявилося, що маса 51 краплі дорівнює 2,1 г. Визначити коефіцієнт поверхневого натягу води. (71,4 мН/м)

**4-27.** Із крапельниці накрапали однакові маси спочатку холодної води, а потім гарячої. Як і в скільки разів змінився коефіцієнт поверхневого натягу води, якщо в першому випадку утворилося 40, а в другому — 48 крапель? Густина води вважати однаковою. (Зменшився в 1,2 раза)

**4-28.** Щоб визначити коефіцієнт поверхневого натягу води, використали піпетку з діаметром вихідного отвору 2,3 мм. Виявилося, що маса 42 крапель дорівнює 2,2 г. Визначити коефіцієнт поверхневого натягу води. (0,073 Н/м)

**4-29.** Перемищуючи дріт завдовжки 3 см, розтягують мильну плівку. Під час переміщення дроту на 2 см виконано роботу  $5 \cdot 10^{-5}$  Дж. Визначити коефіцієнт поверхневого натягу мильної плівки. ( $4 \cdot 10^{-2}$  Н/м)

**4-30.** У капілярній трубці радіусом 0,5 мм рідина піднялася на 11 мм. Визначити густина цієї рідини, якщо коефіцієнт її поверхневого натягу дорівнює 22 мН/м. (820 кг/м<sup>3</sup>)

**4-31.** У воду опущено на досить малу глибину скляну трубку з діаметром внутрішнього каналу 1 мм. Визначити масу води, що піднялася по трубці. ( $2,3 \cdot 10^{-2}$  г)

**4-32.** Дві капілярні трубки різних діаметрів опускають спочатку в ефір, а потім у гас. Різниця висот підйому ефіру в капілярах становить 2,4 мм, гасу — 3 мм. Визначити коефіцієнт поверхневого натягу гасу. Коефіцієнт поверхневого натягу ефіру дорівнює 0,017 Н/м. Густина ефіру —  $710$  кг/м<sup>3</sup>, а густина гасу —  $800$  кг/м<sup>3</sup>. (0,024 Н/м)

**4-33.** У  $4$  м<sup>3</sup> повітря при температурі  $16$  °С міститься 40 г водяної пари. Визначити відносну вологість. (74 %)

**4-34.** Відносна вологість у кімнаті при температурі  $16$  °С дорівнює 65 %. Як зміниться відносна вологість повітря при зниженні температури повітря на 4 К, якщо парціальний тиск водяної пари залишиться незмінним? (Збільшиться на 19 %)

**4-35.** Температура повітря дорівнює  $20\text{ }^{\circ}\text{C}$ , точка роси —  $12\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Визначити тиск насиченої пари й відносну вологість повітря. ( $1,4\text{ кПа}$ ;  $60\%$ )

**4-36.** Відносна вологість повітря в кімнаті при температурі  $293\text{ К}$  дорівнює  $60\%$ . При якій температурі зовнішнього повітря почнуть запотівати шибки у вікнах? ( $285\text{ К}$ )

**4-37.** Відносна вологість повітря в приміщенні об'ємом  $50\text{ м}^3$  при температурі  $20\text{ }^{\circ}\text{C}$  дорівнює  $30\%$ . Скільки води треба випарити в цьому приміщенні, щоб при температурі  $20\text{ }^{\circ}\text{C}$  дістати вологість  $60\%$ ? ( $0,26\text{ кг}$ )

**4-38.** Температура в кімнаті об'ємом  $150\text{ м}^3$  дорівнює  $20\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Визначити масу водяної пари й відносну вологість повітря в кімнаті при температурі  $20\text{ }^{\circ}\text{C}$ , якщо точка роси дорівнює  $10\text{ }^{\circ}\text{C}$ . ( $1,36\text{ кг}$ ;  $52,5\%$ )

**4-39.** Визначити абсолютне видовження сталевго стрижня довжиною  $5\text{ см}$  і площею перерізу  $8 \cdot 10^{-5}\text{ м}^2$  під дією вантажу вагою  $1,96\text{ кН}$ . ( $5,8 \cdot 10^{-4}\text{ м}$ )

**4-40.** Під дією якої сили, спрямованої вздовж осі стрижня, у ньому виникає напруження  $1,5 \cdot 10^8\text{ Па}$ ? Діаметр стрижня дорівнює  $0,4\text{ см}$ . ( $1,9\text{ кН}$ )

**4-41.** До обох кінців сталевго дроту довжиною  $3\text{ м}$  площею перерізу  $1\text{ мм}^2$  прикладено розтягувальну силу по  $210\text{ Н}$ . Визначити абсолютне й відносне видовження стрижня. ( $3,15 \cdot 10^{-4}\text{ м}$ ;  $1,05 \cdot 10^{-4}$ )

**4-42.** Верхній кінець сталевго дроту діаметром  $2\text{ мм}$  і завдовжки  $6\text{ м}$  закріплено нерухомо. До нижнього кінця підвішено вантаж масою  $100\text{ кг}$ . Визначити напруження матеріалу дроту. ( $312\text{ МПа}$ )

**4-43.** Із скількох сталевих дротів діаметром  $2\text{ мм}$  потрібно виготовити трос, розрахований на підйом вантажу масою  $3,14 \cdot 10^3\text{ кг}$ , щоб його запас міцності дорівнював  $2,9$ . Межа міцності сталі дорівнює  $5,8 \cdot 10^8\text{ Па}$ . ( $49$ )

**4-44.** Дріт завдовжки  $3\text{ м}$  і діаметром  $0,8\text{ мм}$  підвішено вертикально. Коли до вільного кінця дроту підвісили вантаж масою  $5\text{ кг}$ , довжина дроту збільшилася на  $0,6\text{ мм}$ . Визначити напруження, відносне видовження і модуль пружності дроту. ( $9,8 \cdot 10^7\text{ Па}$ ;  $2 \cdot 10^{-4}$ ;  $1,6 \cdot 10^{11}\text{ Па}$ )

**4-45.** Визначити відносне видовження мідного стрижня, якщо під час його розтягнення робота пружної сили дорівнює  $0,24\text{ Дж}$ . Довжина стрижня дорівнює  $2\text{ м}$ , а площа його перерізу —  $2\text{ мм}^2$ . ( $10^{-3}$ )

**Тригонометричні формули**

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta;$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \pm \sin \alpha \sin \beta;$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha;$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1 = 1 - 2 \sin^2 \alpha;$$

$$\sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2};$$

$$\cos^2 \alpha = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2};$$

$$\sin \alpha \pm \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha \pm \beta}{2} \cos \frac{\alpha \mp \beta}{2};$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2};$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2};$$

$$\cos \alpha + \sin \alpha = \sqrt{2} \cos \left( \alpha - \frac{\pi}{4} \right) = \sqrt{2} \sin \left( \alpha + \frac{\pi}{4} \right);$$

$$\cos \alpha - \sin \alpha = \sqrt{2} \cos \left( \alpha + \frac{\pi}{4} \right) = -\sqrt{2} \sin \left( \alpha - \frac{\pi}{4} \right);$$

$$a \sin \alpha + b \cos \alpha = \sqrt{a^2 + b^2} \sin(\alpha + \varphi), \text{ де } \varphi = \operatorname{arctg} \left( \frac{a}{b} \right).$$

**Теорема синусів і теорема косинусів**

Нехай  $a, b, c$  — сторони трикутника  $ABC$ ;  $\alpha, \beta, \gamma$  — кути цього трикутника, що лежать відповідно проти сторін  $a, b, c$ ;  $R$  — радіус кола, описаного навколо трикутника. Тоді справедливі:

*теорема синусів:*

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R;$$

*теорема косинусів:*

$$a^2 + b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha; \quad b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \beta; \quad c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma.$$

**Множники для утворення  
десяткових, кратних і часткових одиниць**

Найменування	Множник	Скорочене позначення	
		українське	міжнародне
Фемто	$10^{-15}$	Ф	F
Піко	$10^{-12}$	п	p
Нано	$10^{-9}$	н	n
Мікро	$10^{-6}$	мк	μ
Мілі	$10^{-3}$	м	m
Санти	$10^{-2}$	с	c
Деци	$10^{-1}$	д	d
Дека	$10^1$	да	da
Гекто	$10^2$	г	h
Кіло	$10^3$	к	k
Мега	$10^6$	М	M
Гіга	$10^9$	Г	G
Тера	$10^{12}$	Т	T
Пета	$10^{15}$	П	
Екса	$10^{18}$	Е	

**Одиниці фізичних величин СІ, що мають  
власні найменування**

Величина	Одиниця		Величина	Одиниця	
	найменування	позначення		найменування	позначення
Довжина	метр	м	Сила струму	ампер	А
Маса	кілограм	кг	Потік електричного заряду	кулон	Кл
Час	секунда	с	Потенціал електричного поля, електрична напруга	вольт	В

Плоский кут	радіан	рад	Електрична ємність	фарада	Ф
Тілесний кут	стерадіан	ср	Електричний опір	ом	Ом
Сила, вага	ньютон	Н	Електрична провідність	сіменс	См
Тиск, напруга	паскаль	Па	Магнітна індукція	тесла	тл
Модуль пружності	паскаль	Па	Магнітний потік	вебер	Вб
Робота, енергія	джоуль	Дж	Індуктивність	генрі	Гн
Потужність	ват	Вт	Сила світла	кандела	кд
Частота коливань	герц	Гц	Світловий потік	люмен	лм
Термодинамічна температура, різниця температур	кельвін	К	Освітленість	люкс	лк
Теплота (кількість теплоти)	джоуль	Дж	Потік випромінювання, доза випромінювання (поглинена доза випромінювання)	грей	Гр
Кількість речовини	моль	моль	Активність ізотопу	бекерель	Бк
Електричний заряд	кулон	Кл			

**Позасистемні одиниці, допущені до використання на рівні з одиницями СІ**

Величина	Найменування	Одиниця позначення	Співвідношення з одиницею СІ
Маса	тонна	т	$10^3$ кг
	атомна одиниця маси	а.о.м.	$1,66 \cdot 10^{-27}$ кг
Об'єм, місткість	літр	л	$10^{-3}$ м <sup>3</sup>
Плоский кут	градус	...°	$1,74 \cdot 10^{-2}$ рад
	хвилина	...'	$2,91 \cdot 10^{-4}$ рад
	секунда	..."	$4,85 \cdot 10^{-6}$ рад
Робота, енергія	електрон-вольт	еВ	$1,60 \cdot 10^{-19}$ Дж
Відносна величина	одиниця (число 1)	—	1
	процент	%	$10^{-2}$
Логарифмічна величина	Бел децибел	Б дБ	—
Температура	градус Цельсія	°С	$1^\circ\text{C} = 1\text{ К}$

**Співвідношення між позасистемними одиницями та одиницями СІ**

<i>Одиниці простору та часу. Одиниці механічних величин</i>	
Довжина	$1 \text{ ангстрем } (\text{Å}) = 10^{-10} \text{ м} = 10^{-8} \text{ см}$
Час	$1 \text{ доба} = 86\,400 \text{ с}$
	$1 \text{ рік} = 365,25 \text{ доби} = 3,16 \cdot 10^7 \text{ с}$
Плоский кут	$1^\circ = \pi / 180 \text{ рад} = 1,75 \cdot 10^{-2} \text{ рад}$
	$1' = \pi / 108 \cdot 10^{-2} \text{ рад} = 2,91 \cdot 10^{-4} \text{ рад}$
	$1'' = \pi / 648 \cdot 10^{-3} \text{ рад} = 4,85 \cdot 10^{-6} \text{ рад}$
Об'єм, місткість	$1 \text{ л} = 10^{-3} \text{ м}^3 = 10^3 \text{ см}^3$
Маса	$1 \text{ т} = 10^3 \text{ кг}$
	$1 \text{ а.о.м.} = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$



Сила	1 кгс = 9,81 Н
Робота, енергія	1 кгс·м = 9,81 Дж 1 Вт·ч = 3,6 · 10 <sup>3</sup> Дж 1 еВ = 1,60 · 10 <sup>-19</sup> Дж
Потужність	1 л. с. = 736 Вт
Тиск	1 кг/см <sup>2</sup> = 9,81 · 10 <sup>4</sup> Па 1 мм рт. ст. = 133 Па 1 бар = 10 <sup>5</sup> Па 1 атм = 1,01 · 10 <sup>5</sup> Па
Потужність (механічна)	1 кгс/мм <sup>2</sup> = 9,81 · 10 <sup>6</sup> Па
Частота обертання	1 об/с = 1с <sup>-1</sup> 1 об/хв. = 1/60 1с <sup>-1</sup>
Хвильове число	1 см <sup>-1</sup> = 100 м <sup>-1</sup>
<i>Одиниці величин молекулярної фізики та термодинаміки</i>	
Концентрація частинок	1 см <sup>-1</sup> = 10 <sup>6</sup> м <sup>-3</sup>
Теплота (кількість теплоти)	1 кал = 4,19 Дж 1 ккал = 4,19 · 10 <sup>3</sup> Дж
<i>Одиниці електричних та магнітних величин</i>	
Електричний момент диполя	1Д = 3,34 · 10 <sup>-30</sup> Кл·м
Питомий електричний опір	1 Ом·мм <sup>2</sup> /м = 10 <sup>6</sup> Ом·м
Магнітна індукція	1 Гс = 10 <sup>-4</sup> Тл
Магнітний потік	1 Мкс = 10 <sup>-8</sup> Вб
Потужність магнітного поля	$1E = \frac{10^3}{4\pi} \frac{A}{m} = 79,6 \text{ А/м}$

### Астрономічні величини

<p>Середній радіус Землі 6,37 · 10<sup>6</sup> м</p> <p>Середня густина Землі 5500 кг/м<sup>3</sup></p> <p>Маса Землі 5,98 · 10<sup>24</sup> кг</p> <p>Радіус Сонця 6,96 · 10<sup>8</sup> м</p> <p>Маса Сонця 1,99 · 10<sup>30</sup> кг</p> <p>Середня густина Сонця 1400 кг/м<sup>3</sup></p> <p>Радіус Місяця 1,74 · 10<sup>6</sup> м</p>	<p>Маса Місяця 7,3 · 10<sup>22</sup> кг</p> <p>Період обертання Місяця навколо Землі 27 днів 7 год 43 хв</p> <p>Середня відстань між центрами Землі та Місяця 3,84 · 10<sup>8</sup> м</p> <p>Середня відстань між центрами Сонця та Землі 1,5 · 10<sup>11</sup> м</p>
---	---

## Основні фізичні сталі

Атомна одиниця маси (а.о.м.)	$1,660567 \cdot 10^{-27}$ кг
Гравітаційна стала	$6,67 \cdot 10^{-11}$ Н·м <sup>2</sup> /кг <sup>2</sup>
Електрична стала	$8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м
Елементарний заряд	$1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл
Магнітна стала	$1,26 \cdot 10^{-6}$ Гн/м
Маса спокою електрона	$9,11 \cdot 10^{-31}$ кг
Маса спокою протона	$1,67 \cdot 10^{-27}$ кг
Маса спокою нейтрона	$1,675 \cdot 10^{-27}$ кг
Стала Больцмана	$1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К
Стала Фарадея	$9,65 \cdot 10^4$ Кл/моль
Стала Планка	$6,62 \cdot 10^{-34}$ Дж·с
Швидкість світла у вакуумі	$3 \cdot 10^8$ м/с
Стала Авогадро	$6,02 \cdot 10^{23}$ моль <sup>-1</sup>
Універсальна газова стала	8,31 Дж/(моль·К)

## Густина речовини

### *Тверді тіла, 10<sup>3</sup> кг/м<sup>3</sup>*

Алюміній	2,7	Олово	7,3
Германій	5,4	Свинець	11,3
Кремній	2,4	Срібло	10,5
Лід	0,9	Сталь	7,8
Мідь	8,9	Хром	7,2
Ніхром	8,4	Латунь	8,4

### *Рідини, 10<sup>3</sup> кг/м<sup>3</sup>*

Бензин	0,70	Нафта	0,80
Вода	1,0	Ртуть	13,6
Гас	0,80	Спирт	0,8

### Гази (за нормальних умов), кг/м<sup>3</sup>

Азот	1,25	Повітря	1,29
Водень	0,09	Кисень	1,43

### Теплові властивості речовин

#### Тверді тіла

Речовина	Питома теплоємність, кДж/(кг · К)	Температура плавлення, °С	Питома теплота плавлення, кДж/кг
Алюміній	0,88	660	380
Лід	2,1	0	330
Мідь	0,38	1083	180
Олово	0,23	232	59
Свинець	0,13	3227	25
Срібло	0,23	960	87
Сталь	0,46	1400	82

#### Рідини

Речовина	Питома теплоємність, кДж/(кг · К)	Температура кипіння <sup>1</sup> , °С	Питома теплота пароутворення, МДж/кг
Вода	4,19	100	2,3
Ртуть	0,12	357	0,29
Спирт	2,4	78	0,85

<sup>1</sup>За нормального атмосферного тиску.

#### Гази

Речовина	Питома теплоємність <sup>2</sup> , кДж/(кг · К)	Температура конденсації <sup>1</sup> , °С
Азот	1,05	-196
Водень	14,3	-253
Повітря	1,01	—
Гелій	5,29	-269
Кисень	0,913	-183

<sup>1</sup> За нормального атмосферного тиску.

<sup>2</sup> За сталого атмосферного тиску.

**Коефіцієнт поверхневого натягу  
рідин при температурі 20 °С, мН/м**

Вода	73	Молоко	46
Бензин	21	Нафта	30
Гас	24	Ртуть	510
Мильний розчин	40	Спирт	22

**Питома теплота згоряння  
палива, МДж/кг**

Бензин	46	Порох	3,8
Деревина	10	Спирт	29
Дизельне паливо	42	Паливо для реактивних літаків (ТС-1)	43
Кам'яне вугілля	29		
Гас	46	Умовне паливо	29

**Залежність тиску  $p$  і густини  $\rho$   
насиченої водяної пари  
від температури**

$t, ^\circ\text{C}$	$p, \text{кПа}$	$\rho, \text{г/м}^3$	$t, ^\circ\text{C}$	$p, \text{кПа}$	$\rho, \text{г/м}^3$
-5	0,40	3,2	11	1,33	10,0
0	0,61	4,8	12	1,40	10,7
1	0,65	5,2	13	1,49	11,4
2	0,71	5,6	14	1,60	12,1
3	0,76	6,0	15	1,71	12,8
4	0,81	6,4	16	1,81	13,6
5	0,88	6,8	17	1,93	14,5
6	0,93	7,3	18	2,07	15,4
7	1,0	7,8	19	2,20	16,3
8	1,06	8,3	20	2,33	17,3
9	1,14	8,8	25	3,17	23,0
10	1,23	9,4	50	12,3	83,0

## Психрометрична таблиця

Показання сухого термометра, °С	Різниця показань сухого і вологого термометрів, °С										
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	Відносна вологість, %										
0	100	81	63	45	28	11	–	–	–	–	–
2	100	84	68	51	35	20	–	–	–	–	–
4	100	85	70	56	42	28	14	–	–	–	–
6	100	86	73	60	47	35	23	10	–	–	–
8	100	87	75	63	51	40	28	18	7	–	–
10	100	88	76	65	54	44	34	24	14	5	–
12	100	89	78	68	57	48	38	29	20	11	–
14	100	89	79	70	60	51	42	34	25	17	9
16	100	90	81	71	62	54	45	37	30	22	15
18	100	91	82	73	65	56	49	41	34	27	20
20	100	91	83	74	66	59	51	44	37	30	24
22	100	92	83	76	68	61	54	47	40	34	28
24	100	92	84	77	69	62	56	49	43	37	31
26	100	92	85	78	71	64	58	51	46	40	34
28	100	93	85	78	72	65	59	53	48	42	37
30	100	93	86	79	73	67	61	55	50	44	39

## Межа міцності і модуль Юнга

Речовина	$\sigma_{\max}$ , МПа	$E$ , ГПа
Алюміній	100	70
Латунь	50	100
Свинець	15	17
Срібло	140	80
Сталь	500	210

## Діелектрична проникність $\epsilon$

Речовина	$\epsilon$	Речовина	$\epsilon$
Вода	81	Масло трансформа- торне	2,2
Восковий папір	3,7	Парафін	2
Гас	2	Скло	5,5
Ебоніт	2,6	Слюда	6
Кварц	2,7	Фарфор	6

**Питомий опір  $\rho$  (при температурі  $t = 20\text{ }^\circ\text{C}$ )  
та температурний коефіцієнт опору  $\alpha$**

Провідник	$\rho$ , нОм·м	$\alpha$ , К <sup>-1</sup>	Провідник	$\rho$ , нОм·м	$\alpha$ , К <sup>-1</sup>
Алюміній	28	0,0038	Нікелін	400	0,000017
Вольфрам	55	0,0051	Ніхром	980	0,00026
Графіт	$3,9 \cdot 10^3$	-0,0008	Ртуть	958	0,0009
Залізо	98	0,0062	Свинець	211	0,0042
Константан	480	0,00002	Сталь	120	0,006
Мідь	17,2	0,0043	Платина	107	0,0039

**Електрохімічні еквіваленти, мг/Кл ( $10^{-6}$  кг/Кл)**

Алюміній (Al <sup>3+</sup> )	0,093	Нікель (Ni <sup>2+</sup> )	0,30
Водень (H <sup>+</sup> )	0,0104	Срібло (Ag <sup>+</sup> )	1,12
Кисень (O <sup>2-</sup> )	0,083	Хром (Cr <sup>3+</sup> )	0,18
Мідь (Cu <sup>2+</sup> )	0,33	Цинк (Zn <sup>2+</sup> )	0,34
Олово (Sn <sup>2+</sup> )	0,62		

**Показники заломлення  $n$**   
(середні для видимого випромінювання)

Речовина	$n$	Речовина	$n$
Алмаз	2,42	Повітря	1,00029
Вода ( $t = 20\text{ }^\circ\text{C}$ )	1,33	Сірковуглець	1,63
Кварц	1,54	Скипидар ( $t = 20\text{ }^\circ\text{C}$ )	1,47
Лід ( $t = -4\text{ }^\circ\text{C}$ )	1,31	Скло	1,50
Бензол	1,60	Гліцерин	1,470

### Робота виходу електронів з металу

Метал	A, eB	A, 10 <sup>-19</sup> Дж	Метал	A, eB	A, 10 <sup>-19</sup> Дж
Цезій	2,0	3,2	Залізо	4,5	7,2
Рубідій	2,1	3,4	Золото	4,7	7,5
Калій	2,2	3,5	Платина	6,3	10,1
Літій	2,3	3,7	Срібло	4,7	7,5
Натрій	2,5	4,0	Цинк	4,0	6,4

### Маса атомів (а.о.м.) деяких ізотопів

Елемент	Порядковий номер	Ізотоп	Маса	Елемент	Порядковий номер	Ізотоп	Маса
Нейтрон	0	n	1,00867				
Водень	1	<sup>1</sup> H	1,00783	Берилій	4	<sup>7</sup> Be	7,01693
		<sup>2</sup> H	2,01410			<sup>8</sup> Be	8,00531
		<sup>3</sup> H	3,01605			<sup>9</sup> Be	9,01219
		<sup>10</sup> Be	10,01354				
Гелій	2	<sup>3</sup> He	3,01603	Бор	5	<sup>9</sup> B	9,01333
		<sup>4</sup> He	4,00260			<sup>10</sup> B	10,01294
Літій	3	<sup>6</sup> Li	6,01513				
		<sup>7</sup> Li	7,01601				
Вуглець	6	<sup>10</sup> C	10,00168	Магній	12	<sup>23</sup> Mg	22,99414
		<sup>11</sup> C	11,01492			<sup>26</sup> Mg	25,99413
		<sup>12</sup> C	12,00000			<sup>27</sup> Mg	26,98504
		<sup>13</sup> C	13,00335	Алюміній	13	<sup>27</sup> Al	26,98154
<sup>14</sup> C	14,00324	<sup>30</sup> Al	29,99817				
Азот	7	<sup>13</sup> N	13,00574	Кремній	14	<sup>30</sup> Si	29,97377
		<sup>14</sup> N	14,00307			<sup>31</sup> Si	30,97535
		<sup>15</sup> N	15,00011	Фосфор	15	<sup>31</sup> P	30,97376

Закінчення табл.

Кисень	8	$^{15}\text{O}$	15,00777	Калій	19	$^{41}\text{K}$	40,96184		
		$^{16}\text{O}$	15,99491			Кальцій	20	$^{40}\text{Ca}$	39,96257
		$^{17}\text{O}$	16,99913					$^{44}\text{Ca}$	43,95549
		$^{18}\text{O}$	17,99916					Свинець	82
Фтор	9	$^{19}\text{F}$	18,99840	Полоній	84	$^{210}\text{Po}$	209,98297		
Нікель	28	$^{59}\text{Ni}$	58,71000	Мідь	29	$^{62}\text{Cu}$ $^{63}\text{Cu}$	61,85220 62,9296		
Ванадій	23	$^{52}\text{V}$	51,9415	Марганець	25	$^{55}\text{Mn}$	54,9380		
Цинк	30	$^{62}\text{Zn}$	61,8522	Бром	35	$^{87}\text{Br}$	86,904		
Рубідій	37	$^{94}\text{Rb}$	94,02	Кадмій	48	$^{112}\text{Cd}$	11,90276		
Цезій	55	$^{140}\text{Cs}$	140,013	Уран	92	$^{235}\text{U}$ $^{238}\text{U}$	235,04393 238,05353		

### Період піврозпаду радіоактивних ізотопів

Ізотоп	Символ	Тип розпаду	Період піврозпаду
Актиній	$^{225}_{89}\text{Ac}$	$\alpha$	10 діб
Йод	$^{131}_{53}\text{I}$	$\beta^{-}, \gamma$	8 діб
Ірідій	$^{192}_{77}\text{Ir}$	$\beta^{-}, \gamma$	75 діб
Кобальт	$^{60}_{27}\text{Co}$	$\beta^{-}, \gamma$	5,3 року
Магній	$^{27}_{12}\text{Mg}$	$\beta^{-}$	10 хв
Радій	$^{226}_{88}\text{Ra}$	$\alpha$	$10^{-3}$ с
Радій	$^{226}_{88}\text{Ra}$	$\alpha, \gamma$	$1,62 \cdot 10^3$ років
Радон	$^{222}_{86}\text{Rn}$	$\alpha$	3,8 доби
Стронцій	$^{90}_{38}\text{Sr}$	$\beta^{-}$	28 років
Торій	$^{229}_{90}\text{Th}$	$\alpha, \gamma$	$7 \cdot 10^3$ років
Уран	$^{238}_{92}\text{U}$	$\alpha, \gamma$	$4,5 \cdot 10^9$ років
Фосфор	$^{32}_{15}\text{P}$	$\beta^{-}$	14,3 доби
Натрій	$^{22}_{11}\text{Na}$	$\gamma$	2,6 року



## Періодична система хімічних елементів Д.І. Менделєєва

7	6			5			4			3	2	1	Період
францій 87 Fr (223)	аурум золото 79 Au 196,97	цезій 55 Cs 132,91	аргентум срібло 47 Ag 107,87	рубідій 37 Rb 85,467	курумум мідь 29 Cu 63,55	калій 19 K 39,100	натрій 11 Na 22,997	літій 3Li 6,940	водень гідроген 1H 1,0080	I			
радій 88 Ra 226,03	ртуть 80 Hg 200,59	барій 56 Ba 137,33	кальцій 48 Cd 112,41	стронцій 38 Sr 87,62	цинк 30 Zn 65,38	кальцій 29 Ca 40,08	магній 12 Mg 24,32	берилій 4 Be 9,013	II				
актиній 89 Ac ** (227)	талій 81 Tl 204,37	лантан 57 La * 138,91	індій 49 In 114,82	ітрій 39 Y 88,906	галій 31 Ga 69,74	скандій 21 Sc 44,96	алюміній 13 Al 26,98	бор 5 B 10,82	III				
курчатовій 104 Ku (260)	свинцев 82 Pb 207,20	гафній 72 Hf 178,49	станум олово 50 Sn 118,69	цирконій 40 Zr 91,22	германій 32 Ge 72,59	титан 22 Ti 47,90	силіцій кремній 14 Si 28,06	вуглець 6 C 12,011	IV				
джоліотій 105 Jt (260)	плонбум бісмут 83 Bi 208,98	тантал 73 Ta 180,95	стібій сурма 51 Sb 121,75	ніобій 41 Nb 92,906	арсен миш'як 33 As 74,922	ванадій 23 V 50,95	фосфор 15 P 30,975	нітроген азот 7 N 14,008	V				
Резерфордій 106 Rf (263)	полоній 84 Po (209)	вольфрам 74 W 183,85	телур 52 Te 127,60	молібден 42 Mo 95,94	селен 34 Se 78,96	хром 24 Cr 52,01	сульфур сірка 16 S 32,066	окисень кисень 8 O 16,0000	VI				
	астат 85 At (210)	рений 75 Re 186,21	йод 53 I 126,90	технецій 43 Tc 98,906	бром 35 Br 79,904	марганець 25 Mn 54,94	хлор 17 Cl 35,457	флуор фтор 9 F 19,00	VII				
	радон 86 Rn (222)	осмій 76 Os 190,2	ксенон 54 Xe 131,30	рутений 44 Ru 101,07	криптон 36 Kr 83,80	ферум залізо 26 Fe 55,85	аргон 18 Ar 39,944	неон 10 Ne 20,183	VIII				
		ірідій 77 Ir 192,22	родій 45 Rh 102,906			кобальт 27 Co 58,933							
		платина 78 Pt 195,09	паладій 46 Pd 106,40			нікель 28 Ni 58,71							

\* — лантаноїди; \*\* — актиноїди.



---

---

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

---

---

1. Кузнєцова О. Я. Фізика: навч. посібник / О. Я. Кузнєцова, Н. П. Муранова. — К.: Книжкове вид-во НАУ, 2007. — 316 с.
2. *Элементарный учебник физики: уч. пособие в 3-х т.* / под ред. Г. С. Ландсберга. Т. I. Механика. Теплота. Молекулярная физика. — М.: 1972. — 656 с.
3. *Элементарный учебник физики: уч. пособие в 3-х т.* / под ред. Г. С. Ландсберга. Т. II. Электричество и магнетизм. — 10-е изд., перераб. — М.: Наука, 1985. — 480 с.
4. *Элементарный учебник физики: уч. пособие в 3-х т.* / под ред. Г. С. Ландсберга. Т. III. Колебания и волны. Оптика. Атомная и ядерная физика. — 10-е изд., перераб. — М.: Наука, 1986. — 656 с.
5. Кабардин О. Ф. Физика: справочные материалы / О. Ф. Кабардин. — М.: Просвещение, 1990. — 165 с.
6. Савченко Н. Е. Ошибки на вступительных экзаменах по физике: справ. пособие / Н. Е. Савченко. — Минск: Вышэйш. шк., 1992. — 368 с.
7. Третьяков І. Г. Практичні заняття: навч. посібник / І. Г. Третьяков, Н. П. Муранова. — К.: Книжкове вид-во НАУ, 2006. — 310 с.



Передмова . . . . .	3
<b>Розділ 1. МЕХАНІКА . . . . .</b>	<b>5</b>
Вступ . . . . .	6
<b><i>Тема К-1. Кінематика. Рівномірний прямолінійний рух . . . . .</i></b>	<b>12</b>
К-1.1. Теоретичні відомості . . . . .	12
К-1.2. Завдання для поточного тестування . . . . .	13
К-1.3. Висновки з теми. . . . .	17
К-1.4. Приклади розв'язання задач . . . . .	17
К-1.5. Задачі для аудиторного розв'язання . . . . .	27
К-1.6. Задачі для самостійного розв'язання. . . . .	28
<b><i>Тема К-2. Рівнозмінний прямолінійний рух . . . . .</i></b>	<b>31</b>
К-2.1. Теоретичні відомості . . . . .	31
К-2.2. Завдання для поточного тестування . . . . .	33
К-2.3. Висновки з теми. . . . .	37
К-2.4. Приклади розв'язання задач . . . . .	38
К-2.5. Задачі для аудиторного розв'язання . . . . .	48
К-2.6. Задачі для самостійного розв'язання. . . . .	49
<b><i>Тема К-3. Прямолінійний рух тіл під дією сили тяжіння . . . . .</i></b>	<b>51</b>
К-3.1. Теоретичні відомості . . . . .	51
К-3.2. Завдання для поточного тестування . . . . .	54
К-3.3. Висновки з теми. . . . .	57
К-3.4. Приклади розв'язання задач . . . . .	58
К-3.5. Задачі для аудиторного розв'язання . . . . .	65
К-3.6. Задачі для самостійного розв'язання. . . . .	65
<b><i>Тема К-4. Криволінійний рух . . . . .</i></b>	<b>67</b>
К-4.1. Теоретичні відомості . . . . .	67
К-4.2. Завдання для поточного тестування . . . . .	71
К-4.3. Висновки з теми. . . . .	73
К-4.4. Приклади розв'язання задач . . . . .	74
К-4.5. Задачі для аудиторного розв'язання . . . . .	84
К-4.6. Задачі для самостійного розв'язання. . . . .	86

<b>Тема К-5. Рівномірний рух по колу.</b> . . . . .	88
К-5.1. Теоретичні відомості. . . . .	88
К-5.2. Завдання для поточного тестування . . . . .	90
К-5.3. Висновки з теми . . . . .	93
К-5.4. Приклади розв'язання задач . . . . .	93
К-5.5. Задачі для аудиторного розв'язання . . . . .	98
К-5.6. Задачі для самостійного розв'язання . . . . .	98
<b>Тема Д-1. ДИНАМІКА</b> . . . . .	100
<b>Тема Д-1. Закони Ньютона</b> . . . . .	100
Д-1.1. Теоретичні відомості. . . . .	100
Д-1.2. Завдання для поточного тестування . . . . .	108
Д-1.3. Висновки з теми . . . . .	113
Д-1.4. Приклади розв'язання задач . . . . .	114
Д-1.5. Задачі для аудиторного розв'язання . . . . .	131
Д-1.6. Задачі для самостійного розв'язання . . . . .	133
<b>Тема Д-2. Сили гравітації. Вага тіла. Невагомість</b> . . . . .	138
Д-2.1. Теоретичні відомості. . . . .	138
Д-2.2. Завдання для поточного тестування . . . . .	145
Д-2.3. Висновки з теми . . . . .	148
Д-2.4. Приклади розв'язання задач . . . . .	148
Д-2.5. Задачі для аудиторного розв'язання . . . . .	156
Д-2.6. Задачі для самостійного розв'язання . . . . .	157
<b>Тема Д-3. Закон збереження імпульсу</b> . . . . .	159
Д-3.1. Теоретичні відомості. . . . .	159
Д-3.2. Завдання для поточного тестування . . . . .	160
Д-3.3. Висновки з теми . . . . .	161
Д-3.4. Приклади розв'язання задач . . . . .	161
Д-3.5. Задачі для аудиторного розв'язання . . . . .	169
Д-3.6. Задачі для самостійного розв'язання . . . . .	169
<b>Тема Д-4. Робота сили. Енергія. Закон збереження енергії</b> . . . . .	171
Д-4.1. Теоретичні відомості. . . . .	171
Д-4.2. Завдання для поточного тестування . . . . .	177
Д-4.3. Висновки з теми . . . . .	180
Д-4.4. Приклади розв'язання задач . . . . .	181
Д-4.5. Задачі для аудиторного розв'язання . . . . .	192
Д-4.6. Задачі для самостійного розв'язання . . . . .	193
<b>Тема Д-5. Механіка рідини та газів</b> . . . . .	196
Д-5.1. Теоретичні відомості. . . . .	196
Д-5.2. Завдання для поточного тестування . . . . .	202

Д-5.3. Висновки з теми . . . . .	205
Д-5.4. Приклади розв'язання задач . . . . .	206
Д-5.5. Задачі для аудиторного розв'язання . . . . .	214
Д-5.6. Задачі для самостійного розв'язання. . . . .	215
<b>Розділ 2. МОЛЕКУЛЯРНА ФІЗИКА І ТЕРМОДИНАМІКА . . . . .</b>	<b>217</b>
<b><i>Тема М-1. Основи молекулярної-кінетичної теорії будови речовини . . . . .</i></b>	<b>218</b>
М-1.1. Теоретичні відомості . . . . .	218
М-1.2. Завдання для поточного тестування . . . . .	224
М-1.3. Висновки з теми . . . . .	226
М-1.4. Приклади розв'язання задач . . . . .	226
М-1.5. Задачі для аудиторного розв'язання. . . . .	232
М-1.6. Задачі для самостійного розв'язання . . . . .	233
<b><i>Тема М-2. Рівняння стану ідеального газу. Газові закони . . . . .</i></b>	<b>235</b>
М-2.1. Теоретичні відомості . . . . .	235
М-2.2. Завдання для поточного тестування . . . . .	239
М-2.3. Висновки з теми . . . . .	241
М-2.4. Приклади розв'язання задач . . . . .	242
М-2.5. Задачі для аудиторного розв'язання. . . . .	247
М-2.6. Задачі для самостійного розв'язання . . . . .	249
<b><i>Тема Т-1. Внутрішня енергія. Кількість теплоти . . . . .</i></b>	<b>252</b>
Т-1.1. Теоретичні відомості . . . . .	252
Т-1.2. Завдання для поточного тестування . . . . .	255
Т-1.3. Висновки з теми. . . . .	259
Т-1.4. Приклади розв'язання задач . . . . .	259
Т-1.5. Задачі для аудиторного розв'язання . . . . .	265
Т-1.6. Задачі для самостійного розв'язання. . . . .	266
<b><i>Тема Т-2. Перший закон термодинаміки . . . . .</i></b>	<b>268</b>
Т-2.1. Теоретичні відомості . . . . .	268
Т-2.2. Завдання для поточного тестування . . . . .	271
Т-2.3. Висновки з теми. . . . .	274
Т-2.4. Приклади розв'язання задач . . . . .	274
Т-2.5. Задачі для аудиторного розв'язання . . . . .	278
Т-2.6. Задачі для самостійного розв'язання. . . . .	279
<b><i>Тема Т-3. Другий закон термодинаміки. Теплові машини . . . . .</i></b>	<b>281</b>
Т-3.1. Теоретичні відомості . . . . .	281
Т-3.2. Завдання для поточного тестування . . . . .	284
Т-3.3. Висновки з теми. . . . .	286

Т-3.4. Приклади розв'язання задач . . . . .	286
Т-3.5. Задачі для аудиторного розв'язання . . . . .	289
Т-3.6. Задачі для самостійного розв'язання. . . . .	289
<b>Тема Т-4. Рідини і тверді тіла . . . . .</b>	<b>292</b>
Т-4.1. Теоретичні відомості. . . . .	292
Т-4.2. Завдання для поточного тестування . . . . .	297
Т-4.3. Висновки з теми . . . . .	299
Т-4.4. Приклади розв'язання задач . . . . .	299
Т-4.5. Задачі для аудиторного розв'язання . . . . .	305
Т-4.6. Задачі для самостійного розв'язання. . . . .	306
<b>ДОДАТКИ. . . . .</b>	<b>309</b>
<b>Список літератури . . . . .</b>	<b>322</b>

*Навчальне видання*

КУЗНЄЦОВА Олена Яківна  
МУРАНОВА Наталія Петрівна

# Ф І З И К А

Навчальний посібник

Частина 1

Редактор *Л. Бондаренко*  
Коректор *Л. Романова*  
Художник обкладинки *Т. Зябліцева*  
Верстка *А. Гедзюк*

Підп. до друку 16.06.09. Формат 60×84/16. Папір офс.  
Офс. друк. Ум. друк. арк. 19,06. Обл.-вид. арк. 20,5.  
Тираж 500 пр. Замовлення № 152-1.

Видавництво Національного авіаційного університету «НАУ-друк»  
03680, Київ-58, просп. Космонавта Комарова, 1

Свідоцтво про внесення до Державного реєстру ДК № 977 від 05.07.2002