

УДК 371.321:372.853:519.674

Хребет Валерій, м. Київ

ВІЗУАЛІЗАЦІЯ ПЕРЕТВОРЕНЬ ЕЛЕМЕНТАРНИХ ФУНКЦІЙ НА ЗАНЯТТЯХ З МАТЕМАТИКИ

У статті розглянуто можливості застосування сучасних інформаційних технологій в процесі підготовки слухачів підготовчих курсів до ЗНО на заняттях з математики. Наведено методику побудови «живих» графіків, пошуку та візуалізації розв'язків задач із параметрами з динамічними ілюстраціями до них.

Ключові слова: функція, графік, рівняння з параметрами, GeoGebra, інтерактивне середовище.

The paper deals with possible implementations of modern information technologies in the process of training senior pupils for the EIT in mathematics. A method of constructing «live» graphs that includes searching and visualization of solving problems with parameters containing dynamic illustrations to them is presented.

Keywords: function, graph, equations with parameters, GeoGebra, interactive environment.

Сучасне суспільство характеризується зростанням ролі інформаційних технологій практично в усіх сферах діяльності людини. Інформаційні ресурси стають більш доступними, вдосконалюються способи роботи з даними, змінюються форми отримання знань та обмін досвідом. Перехід до інформаційного суспільства змінює звичні уявлення: отримуючи інформацію з різних джерел, люди змушені вдосконалювати і контролювати свої знання. В іншому випадку їх здатності і вміння не відповідатимуть запитам реальності [1]. Інформаційні технології все більш активно впроваджуються й в освітні процеси, причому, комп'ютеризація навчального процесу стає одним з основних факторів організації викладання дисциплін природничо-математичних та інженерно-технічних спеціальностей. Сьогодні викладач має бути широко інформованою особистістю, яка надає пріоритет використанню в процесі навчання інформаційним технологіям, вміє будувати навчально-виховний процес з урахуванням інноваційних технологій, прагне до оновлення системи викладання, що націлена на підвищення мотивації учнів до навчання. Інформація стає базовою властивістю освіти з колосальними можливостями як для ефективної передачі знань, так і для кращого сприйняття матеріалу.

Про центральне значення проблеми викладання у розвитку інформаційного суспільства зазначено в документах ЮНЕСКО: «Навчання вже не може розглядатися як своєрідний ритуал лише першої половини людського життя, потрібні принципово нові підходи до навчального процесу, що виходять за традиційні рамки. Використання сучасних інформаційних технологій відкриває нові можливості навчання впродовж усього життя, поза межами часу і простору» [2, с. 9].

Сучасні світові тенденції, окрім інтенсивного розвитку інформатизації освіти, окреслюють нові проблеми: забезпечення проектування, розробка і впровадження якісних інформаційно-комунікаційних технологій навчального призначення, що задовольняли б не лише технічні та ергономічні вимоги, а й вимоги психологічної, педагогічної науки та дидактики [3, с. 49]. Використання комп'ютерної техніки на заняттях з математики наповнює його зміст знаннями з інших наочних областей, дозволяє демонструвати те, чого не може підручник. Тим самим з об'єкту вивчення математика перетворюється в засіб отримання нових знань. Комп'ютерні технології дозволяють проводити комплексну перевірку знань і умінь, яскраво і наочно подавати матеріал, економити час і підвищити продуктивність роботи викладача. Слід зазначити, що застосування інформаційних технологій при вивченні математики вимагає відповідної підготовки викладача, спеціального програмного і технічного забезпечення, вміння з ним працювати. Не зважаючи на досить значний досвід, накопичений у цій галузі, багато викладачів занадто обережно відносяться до можливості застосування комп'ютерів на заняттях з математики.

Існують різні типи занять з використанням інформаційних технологій: заняття-лекції, заняття-введення нового матеріалу, інтегровані заняття і т.д. На основі мультимедійних засобів використовуються нові можливості подання тексту зі звуком, візуалізацією, анімацією. Але, на наше переконання, найбільш продуктивним буде застосування комп'ютерної техніки на заняттях з математики при побудові графіків та дослідженні функцій, розв'язанні задач з параметрами, геометричних задач, контролю знань і умінь. Розвиток графічної культури учнів, передусім, читання графіків, встановлення властивостей функції за її графіком віднесено до головних завдань й у пояснювальній записці до навчальної програми з математики 10–11 класів ЗНЗ [4, с. 4–5]. Для сучасної молоді, інтегрованої в інформаційні ресурси, яка вже не уявляє своє життя без Інтернету, «візуалізована» інформація є звичною і найбільш природньою.

Сьогодні розроблено достатньо різноманітних пакетів прикладних програм з широким спектром графічного зображення математичних об'єктів, зокрема, побудовою графіків функцій, заданих у різних формах, в одній і різних системах координат. Серед інших можна відзначити як прості (Master function [5, с. 23], Function plotter, Advanced Grapher), так і більш потужні (Maple, MathCAD, Matlab, Matematica) із значно розширеними графічними можливостями, у т.ч., анімаційними. Нажаль, у процесі вивчення математики у ЗНЗ використовується тільки незначна частина їхнього функціоналу. Програмний продукт, націлений на вивчення і викладання математики в середніх і вищих навчальних закладах, має бути з одного боку простим, а з іншого – універсальним, з відповідним набором

інструментів, які б дозволили створювати інтерактивні математичні моделі, що поєднують в собі конструювання, моделювання, динамічне варіювання та експеримент. GeoGebra і є таким вільним інтерактивним програмним забезпеченням, що написано на мові Java австрійським програмістом М. Хохенватером (2002). Воно ідеально підходить для використання в навчальному процесі, працює на більшості операційних системах і підтримує 50 мов (у т.ч. й українську) [6, с. 2]. Програмне забезпечення GeoGebra має міжнародні нагороди освітніх програм. Створено Інтернет-ресурси з використанням сучасних веб-технологій з метою обміну досвідом його користувачами. У 2008 р. засновано Міжнародний Інститут GeoGebra до основних задач якого входить навчання і підтримка вчителів, викладачів і студентів педагогічних вищих навчальних закладів, подальший розвиток, вдосконалення і вільне розповсюдження пакета GeoGebra. В Україні діють два інститути: у м. Харкові та м. Чернігові, де розділяють його цілі і завдання, зокрема, розробляють нові й адаптують існуючі навчальні матеріали відповідно до українських освітніх стандартів [7, с. 7]. Цікавим і інформативним виявився спеціальний випуск журналу європейської сучасної освіти (European Journal of Contemporary Education), повністю присвячений використанню GeoGebra в навчальному процесі [8].

Програма GeoGebra дозволяє швидко і якісно будувати основні геометричні об'єкти, графіки, що ілюструють рух точки за умови, що її абсциса змінюється в певному інтервалі, вводити напряму рівняння з маніпуляцією координат. Однією з особливостей цієї програми є можливість накопичення демонстраційних навчально-методичних матеріалів – створення інтерактивних аплетів (applet).

Покажемо, як можна продемонструвати геометричні перетворення графіків елементарних функцій, тобто побудову графіка $y = af(bx + c) + d$, з відомого графіка функції $y = f(x)$

Як приклад, розглянемо комп'ютерну модель $y = kf(x)$. Для зміни параметра k виберемо інструмент «Повзунок», інтервал його значень $[0,5; 2]$ та крок зміни $\Delta = 0,25$. Отримаємо графіки функції за різних значень k (рис. 1)

В електронному вигляді зміна значень параметра (за допомогою повзунка) спостерігається одночасно із відповідною зміною графіка функції. Причому такі дії можна виконувати як покроково (при вибраному конкретному значенні k) з необхідними роз'ясненнями, так й у динаміці (параметр k змінюється). Використання моделі буде ефективнішим, якщо запропонувати учням на заняттях провести самостійне дослідження, наприклад, моделі $y = \sin(x) + a$ і аналогічних з метою засвоєння правил отримання графіків функцій:

$y = f(|x| + a)$, $y = f(x - a)$, $y = |f(x)| + a$, $y = kf(x) + a$, $y = f(x - b) + a$ із графіка функції $y = f(x)$. Ці ж завдання можна дати і як домашні.

Використовуючи готові графіки, викладачеві не важко демонструвати властивості відповідних функцій: проміжки монотонності, знакосталості, точки екстремуму, розв'язувати рівняння і нерівності, тощо, дає можливість учням (слухачам) знаходити нестандартні розв'язки.

Програми динамічної математики дозволяють за рахунок наочності, динаміки, а інколи і нестандартності, значно ефективніше засвоювати і методи розв'язання задач підвищеного рівня складності до яких відносяться рівняння та нерівності з параметрами.

Розглянемо використання можливостей GeoGebra на прикладі завдання № 34, включеного до ЗНО з математики у 2014 [9].

Знайдіть усі від'ємні значення параметра a при яких система має єдиний розв'язок.

$$\begin{cases} 2\sqrt{y^2 - 4y + 4} + 3|x| = 17 - y, \\ 25x^2 - 20ax = y^2 - a^2 \end{cases}$$

Якщо таке значення одне, то запишіть його у відповіді. Якщо таких значень кілька, то у відповідь запишіть їхню суму.

Розв'язання у середовищі GeoGebra. Побудуємо повзунок параметра a . Враховуючи умову $a < 0$, задаємо інтервал для a $[-15; 0]$, $\Delta_a = 0,1$. У рядок введення запишемо рівняння:

$$2*\text{sqrt}(y^2 - 4*y + 4) + 3*\text{abs}(x) = 17 - y \quad (1) \qquad 25*x^2 - 20*a*x = y^2 - a^2 \quad (2).$$

Геометричним образом першого є чотирикутник, а другого – пара прямих.

Змінюючи параметр a , спостерігаємо за переміщенням прямих (2); при $a = -13,5$ маємо єдиний розв'язок системи (точка А, рис. 2). При $a < -13,5$ система розв'язків немає, а при $a > -13,5$ – розв'язків, більше одного. Як бачимо, геометричне моделювання дозволяє складні задачі розв'язувати легко, швидко, акцентувати увагу на елементах дослідження.

Використання на заняттях середовищ динамічної математики, таких як GeoGebra, змінює традиційні методи викладання, дозволяючи підвищити рівень зацікавленості учнів (слухачів) до предмету, тобто сприяє кращому засвоєнню навчального матеріалу, надає можливість зацікавити

предметом, який завжди вважають важким.

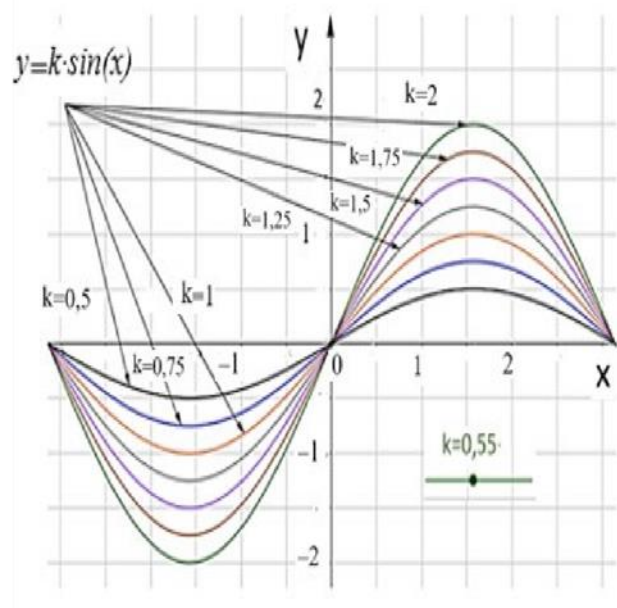


Рис.1 Графіки функції $y=k\sin(x)$ в залежності від параметра k

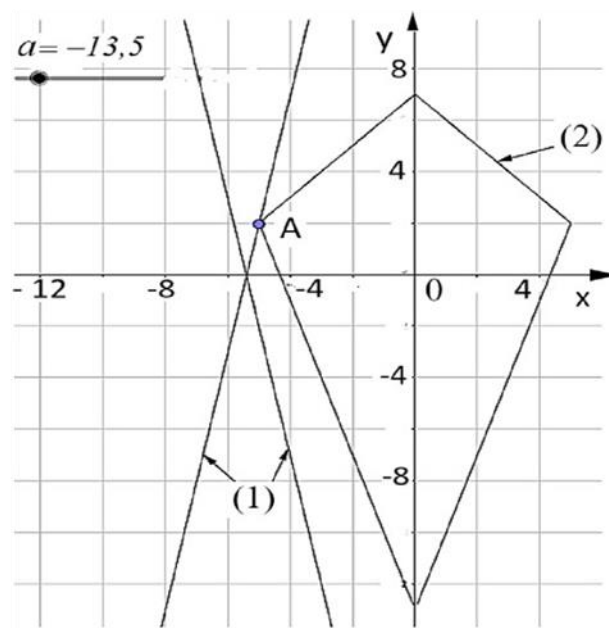


Рис. 2. Результат дослідження при $a = -13,5$

Література

1. Биков В. Ю. Моделі організаційних систем відкритої освіти : [монографія] / В. Ю. Биков. – К. : Атіка, 2008. – 684 с.
2. Information and Communication Technologies in Secondary Education: Position Paper [Electronic resource] // UNESCO. – Moscow : Unesco Institute for Information Technologies in Education, 2004. – 24 p. – Access mode : <http://iite.unesco.org/pics/publications/en/files/3214616.pdf> 22
3. Запороженко Ю. Г. Стандартизація вимог до засобів ІКТ навчального призначення у міжнародному освітньому просторі / Ю. Г. Запороженко // Інформаційні технології в освіті : зб. наук. праць. – Херсон, 2014. – № 20. – С 33–52.
4. Навчальна програма з математики для учнів 10–11 класів загальноосвітніх навчальних закладів. Рівень стандарту [Електронний ресурс]. – 2014. – Режим доступу : <http://mon.gov.ua/content/Osvita/matem-st.pdf>.
5. Маркова І. С. Типологія та структура уроків: від теорії до практики / І. Маркова // Математика в школах України. – Х. : Основа. – № 31–32. – С. 2 – 29.
6. Гречук Г. Використання інтерактивної аплети динамічної геометрії підчас вивчення теми «Функції і графіки» / Г. Гречук // Математика в школах України. – Х. : Основа. – № 29(471). – С. 2–8.
7. Ракута В. М. Інформаційні технології і засоби навчання [Електронний ресурс]. – 2012. – № 4(30). – Режим доступу до журн. : <http://www.journal.iitta.gov.ua>
8. European Journal of Contemporary Education [Електронний ресурс]. – 2013. – № 4. – Режим доступу : <http://ejournal1.com>.
9. УЦОЯО. Тестовий зошит з математики: ЗНО. – 2014. – 16 с.