

ХАРЬКОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
имени В. Н. КАРАЗИНА

Механико-математический факультет



ТЕЗИСЫ ДОКЛАДОВ МЕЖДУНАРОДНОЙ КОНФЕРЕНЦИИ

*Современные проблемы математики  
и ее приложения в естественных науках  
и информационных технологиях*

“Тараповские чтения - 2012”

(01 - 31 мая 2012 г.)



Ответственный редактор  
к.ф.-м.н. Н. Н. Кизилова

«Современные проблемы математики и ее приложения в естественных науках и информационных технологиях». Тезисы докладов международной конференции, г. Харьков, 1-31 мая 2012 г. Под ред. Н. Н. Кизиловой, Г. Н. Жолткевича. Издательская группа «Апостроф». - 2012. - 136 стр.

Сборник содержит тезисы докладов, представленных на Международной конференции «Современные проблемы математики и ее приложения в естественных науках и информационных технологиях» (Харьков, 1-31 мая 2012 г.) «ТАРАПОВСКИЕ ЧТЕНИЯ » 2012».

#### Программный комитет

Борисенко А. А., Чуешов И. Д., Жолткевич Г. Н., Гандель Ю. В., Гордевский В. Д., Кизилова Н. Н., Коробов В. И., Руткас А. Г., Фаворов С. Ю., Янцевич А. А.

#### Организационный комитет

Жолткевич Г. Н., Кизилова Н. Н., Кабелянц П. С., Соляник Ю. В., Чистина Э. О.

Целью конференции является обмен новейшими результатами, полученными отечественными и зарубежными исследователями в области математики, механики и информатики, математического моделирования процессов и явлений в физико-механических, химико-биологических и технических системах.

Работа конференции организована по секциям:

1. История науки
2. Механика
3. Алгебра, логика и основания информатики
4. Геометрия и топология
5. Дифференциальные уравнения
6. Информационные технологии
7. Математический анализ
8. Математическая физика
9. Математическое моделирование
10. Теория функций

---

© Механико-математический факультет,  
Харьковский национальный университет  
им. В. Н. Каразина, 2012 г.

## АНАЛІЗ АВТОКОЛИВАНЬ КОЛІСНОГО МОДУЛЯ

\*Вербицкий В.Г., Хребет В.Г., \*Вельмагіна Н.О.

\*Донецька академія автомобільного транспорту,  
Україна

Донецький національний технічний університет  
автомобільно-дорожній інститут, Горлівка, Україна.

На підставі розробленої методики наближеного аналізу одночастотних коливань [1] розглянуто задачу стійкості та аналізу автоколивань передньої "некерованої" стійки, що має свободу повороту по двом каналам – рискання і крену щодо корпусу [2, 3].

Автоколивання елементів шасі в першу чергу пов'язані з наявністю пружного пневматика, який за певних умов «трансформує» частину енергії, що підводиться до транспортного засобу в енергію крутильних коливань коліс.

Автоколивання стійки шасі літака та керованих коліс автомобіля (шпми) розглянуто у ряді робіт, зокрема таких авторів, як М.В. Келдиш, Х. Пацейка, Л.Г. Лобас, К.С. Колесніков, В. І. Гончаренко. Існують дві постановки при визначенні характеристик бічної реакції пружного колеса: модельна (теорія М.В. Келдиша) і феноменологічна (аксіоматика І. Рокара). У роботі задіяна остання – характеристики взаємодії колеса з опорною поверхнею – сила відведення і п'ятковий момент вважаються відомими нелінійними залежностями (функціями кута відведення), отриманими емпірично.

В моделі враховано наступні параметри:  $J_z, J_x$  – осьові моменти інерції стійки відносно вісі обертання та вісі крену відповідно;  $I$  – центральний осьовий момент, що лежить у площині колеса радіуса  $r$ ;  $v$  – швидкість незбуреного руху;  $\lambda, \lambda_1$  – коефіцієнти жорсткості колісного модуля,  $h, h_1$  – параметри, що визначають демпфування при коливаннях;  $l$  – відстань від площини дороги до вісі крену;  $c$  – винос коліс. Сили відведення, п'ятковий момент представлені наближено (враховано два перших члени розкладання нелінійної залежності сили відведення по куту відведення), коефіцієнт бічного відведення  $k$ , реакція опори  $N$ , коефіцієнт зчеплення у поперечному напрямку  $\varphi$ .

Рівняння збуреного руху керованого модуля, які відображають його коливання, мають увесь спектр за математичною класифікацією діючих сил – інерційні, дисипативні, гіроскопічні, потенціальні та неконсервативні позиційні

$$A\ddot{x} + (D + vG)\dot{x} + (K + lP)x = 0,$$

де

$$A = \begin{pmatrix} C & 0 \\ 0 & B \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} h_1 & 0 \\ 0 & h \end{pmatrix}, \quad G = \begin{pmatrix} 0 & lr^{-1} \\ -lr^{-1} & 0 \end{pmatrix},$$

$$K = \begin{pmatrix} \lambda & k_1 l / 2 \\ k_1 l / 2 & \lambda_1 \end{pmatrix}, \quad P = \begin{pmatrix} 0 & k_1 / 2 \\ -k_1 / 2 & 0 \end{pmatrix},$$

$A, D, K$  – симетричні матриці коефіцієнтів інерційних, дисипативних та потенціальних сил, а  $G, P$  – косиметричні матриці коефіцієнтів гіроскопічних та неконсервативних позиційних сил.

Наявність у системі двох характерних параметрів, що визначають гіроскопічні члени (поздовжня швидкість руху) та неконсервативні позиційні (висота стійки) дає можливість застосувати при лінійному аналізі загальні теореми про вплив структури сил на стійкість незбуреного руху [4, 5].

Слід зазначити, що з моменту опублікування у 1879 році відомих теорем Томсона і Тета [6] хоча й досягнуто окремих результатів у цьому напрямку [4, 5], питання наслідків впливу на систему неконсервативних позиційних сил, підвладну інерційним, дисипативним, потенціальним і гіроскопічним силам, залишається відкритим. Відомі на теперішній час теореми стійкості механічних систем, які знаходяться під впливом сил довільної математичної структури, одержано при обмеженнях типу "велика дисипація", "глибока потенціальна яма". Але існують результати [6], що свідчать про суперечливий характер впливу гіроскопічних та неконсервативних позиційних сил на стійкість лінійної системи. Відомі випадки, коли вплив достатньо малих неконсервативних позиційних сил, або достатньо малих гіроскопічних сил призводить або до втрати стійкості системи, або ж до її стабілізації. Відомі також випадки, коли стійкість неконсервативної системи порушується при додаванні дисипативних сил, або ж дисипативні сили певної структури стабілізують нестійку неконсервативну систему.

Для даної задачі розглянуті оцінки, що дають відомі теореми про вплив структури сил на стійкість лінійної системи, та розглянуто вплив точності апроксимації нелінійної залежності сили відведення і п'яткового моменту на характер автоколивань системи.

## ЛІТЕРАТУРА

1. Вербицкий В.Г., Садков М.Я. Приближенный анализ автоколебательной системы // Доповіді НАН України. – 2001. – №10. – С.48–52.
2. Келдыш М.В. Шпми переднего колеса трехколесного шасси // М.В. Келдыш. Избранные труды. Механика. – М: Наука, 1985. – С. 491–530.
3. Лобас Л.Г. Автоколебания колеса на ориентирующей стойке шасси с нелинейным демпфером // Прикл. математика и механика. – 1981. – 45, № 4. – С.80–87.
4. Метелицын И.И. Некоторые теоремы об устойчивости движения неконсервативных систем // Избранные труды. – М.: Наука, 1977. – С.38 – 45.
5. Гончаренко В.И. О стабилизации движения линейных систем // Прикл. механика. – 1991. – 27, №5. – С.107 – 110.
6. Меркин Д.Р. Введение в теорию устойчивости движения. – М.: Наука, 1987. – 304 с.