

---

*International Journal for*  
**Computational Civil and Structural Engineering**  
*Volume 11, Issue 1* *2015*

---

**EXECUTIVE EDITOR**

**Vladimir I. Travush**, Professor,  
Vice-President of Russian Academy  
of Architecture and Construction Sciences  
24, Ulitsa Bolshaya Dmitrovka, Moscow, 107031, Russia

**EDITOR-IN-CHIEF**

**Vladimir N. Sidorov**, Professor  
Department of Advanced Mathematics  
and Structural Mechanics  
Moscow Institute of Architecture (State Academy)  
11/4, Building 4, Ulitsa Rozhdestvenka, Moscow,  
107031, Russia

**TECHNICAL EDITOR**

**Taymuraz B. Kaytukov**, Associate Professor  
Research & Educational Center  
of Computational Simulation  
Moscow State University of Civil Engineering  
26, Yaroslavskoe Shosse, Moscow, 129337, Russia

**MANAGING EDITOR**

**Nadezhda S. Nikitina**, Professor  
Director of ASV Publishing House  
26, Yaroslavskoe Shosse, 129337 Moscow, Russia

**ASSOCIATE EDITORS**

**Pavel A. Akimov**, Professor  
Chief Scientific Secretary of Russian Academy  
of Architecture and Construction Sciences;  
Head of Department of Applied Mathematics  
and Computer Science  
Moscow State University of Civil Engineering  
26, Yaroslavskoe Shosse, Moscow, 129337, Russia

**Alexander M. Belostotsky**, Professor  
Research Centre "StADyO"  
8th Floor, 18, ul. Tretya Yamskogo Polya,  
Moscow, 125040, Russia

**Vladimir Belsky**, Ph.D.  
Abaqus Inc.,  
Pawtucket, RI 02860,  
1080 Main Street, USA

**Mikhail Belyi**, Professor  
Abaqus Inc.,  
Pawtucket, RI 02860,  
1080 Main Street, USA

**Vitaly Bulgakov**, Professor  
Parametric Technology Corp.,  
57 Metropolitan Av.,  
Ashland, MA, USA

**Gregory P. Panasenکو**, Professor  
Equipe d'Analyse Numerique  
NMR CNRS 5585  
University Gean Mehnet  
23 rue. P.Michelon 42023, St.Etienne, France

**Boris E. Pobedria**, Professor  
Department of Mechanics and Mathematics  
Lomonosov Moscow State University  
MGU. Mech-Math. Vorobjovy Gory  
Moscow, 119899, Russia

**Leonid A. Rozin**, Professor  
Department of Structural Mechanics  
Saint Petersburg State Polytechnical University  
29, Ul. Politechnicheskaya,  
Saint Petersburg, 195251, Russia

## **AIMS AND SCOPE**

**The aim of the Journal** is to advance the research and practice in structural engineering through the application of computational methods. The Journal will publish original papers and educational articles of general value to the field that will bridge the gap between high-performance construction materials, large-scale engineering systems and advanced methods of analysis.

**The scope of the Journal** includes papers on computer methods in the areas of structural engineering, civil engineering materials and problems concerned with multiple physical processes interacting at multiple spatial and temporal scales. The Journal is intended to be of interest and use to researchers and practitioners in academic, governmental and industrial communities.

## **КРАТКИЕ СВЕДЕНИЯ О ЖУРНАЛЕ INTERNATIONAL JOURNAL FOR COMPUTATIONAL CIVIL AND STRUCTURAL ENGINEERING**

Журнал *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering* является международным периодическим изданием, учредителями и издателями которого выступают Издательство Ассоциации строительных вузов /АСВ/ (129337, Россия, г. Москва, Ярославское шоссе, дом 26) и Издательство Begell House Inc. (79 Madison Avenue, New-York, USA / Издательский дом Бегелл, 79, Мадисон авеню, г. Нью-Йорк, США). Партнером издания выступает Российская академия архитектуры и строительных наук /РААСН/.

В редакционный совет журнала входят известные российские и зарубежные деятели науки и техники. Основным критерий отбора статей для публикации в журнале – их высокий научный уровень, соответствие которому определяется в ходе высококвалифицированного рецензирования и объективной экспертизы, поступающих в редакцию материалов.

Журнал входит в Перечень ведущих рецензируемых научных журналов и изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций.

Журнал зарегистрирован в Федеральном агентстве по средствам массовой информации и охраны культурного наследия Российской Федерации. Индекс в общероссийском каталоге РОСПЕЧАТЬ – 18076.

# ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НДС КОНСТРУКЦИЙ С УЧЕТОМ СТАДИЙ ЖИЗНЕННОГО ЦИКЛА ЗДАНИЙ И СООРУЖЕНИЙ

*М.С. Барабаш*

Национальный авиационный университет, ООО «ЛИРА САПР», г. Киев, УКРАИНА

**АННОТАЦИЯ:** Статья посвящена рассмотрению методов моделирования конструкций зданий и сооружений с учетом их реальной работы на всех стадиях жизненного цикла, применению методов нелинейного деформирования для оценки несущей способности конструкций.

**Ключевые слова:** моделирование, жизненный цикл, возведение, несущие конструкции, напряженно-деформированное состояние

## NUMERICAL MODELLING FOR STRESS-STRAINED STATE OF STRUCTURE INCLUDING LIFE CYCLE STAGES OF BUILDINGS AND INSTALLATIONS

*Maria S. Barabash*

National Aviation University, Kiev, UKRAINE

**ABSTRACT:** In given article are considered modelling methods for buildings and installations structures including their real work on all life cycle stages. Application of non-linear deformation methods to evaluate load-bearing capacity of structures is represented.

**Key words:** modeling, life cycle, erection, load-bearing structures, stress-strained state

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Одним из основных направлений проектирования конструкций зданий и сооружений, соответствующих современным требованиям повышения уровня надежности, безопасности, живучести при снижении материалоемкости, является численное моделирование. Причем, важное значение принимает именно численное моделирование процессов жизненного цикла, связанных с изменением напряженно-деформированного состояния (НДС) на всех стадиях существования строительного объекта.

Необходимость полноценного численного анализа зданий и сооружений диктуется: усложнением конструктивных решений и

условий эксплуатации (многомерность, комплексность и многофункциональность зданий и сооружений, их внушительные габариты, исключительная сложность мониторинга по текущему техническому состоянию, невозможность их ремонта без полного исключения нагрузок, склонность к изменению объемно - планировочных решений и режимов нагрузки в ходе эксплуатации); уникальностью (грунтовые, климатические и другие внешние условия, неповторимая сложность и продолжительность возведения и эксплуатации, повышенная роль «человеческого фактора» на всех стадиях жизненного цикла); а также неполнотой и неопределенностью исходных данных (по геометрии, жесткости, предельным и

начальным условиям, нагрузкам и воздействиям)

Между тем, все перечисленные факторы не в полной мере учитываются в существующих нормативных документах и в практике проектирования и строительства, что приводит либо к недостаточной надежности конструкций, либо к излишнему расходу материалов.

## 2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Существующие подходы при проектировании и мониторинге существующих зданий, как правило, ориентированы на определенную стадию жизненного цикла и не учитывают истории, связывающей все стадии жизненного цикла. Таким образом, создание технологии моделирования, отслеживающей изменение НДС конструкций на всех стадиях жизненного цикла, и учитывающей на каждой последующей стадии состояние конструкции на предыдущей стадии является актуальной задачей.

Целью исследований является решение проблемы конструкционной безопасности зданий и сооружений на основе создания комплекса научно-обоснованных методов численного моделирования напряженно-деформированного состояния конструкций с учетом стадий их жизненного цикла и развития методов расчета конструкций с учетом нелинейного деформирования. Численное моделирование процессов жизненного цикла позволяет поставить и решить задачи, которые невозможно решить физическим экспериментом.

Научная новизна полученных результатов заключается в том, что автором получены новые научно обоснованные результаты, направленные на создание методов моделирования и расчета высотных зданий и сооружений с учетом реальной работы конструкций на всех стадиях жизненного цикла.

Разработанный теоретический аппарат, реализующий основные закономерности нелинейного деформирования конструкций зданий и сооружений, явился основой разработки практических алгоритмов и рекомендаций по проектированию и расчету зданий и сооружений.

## 3. РЕШЕНИЕ ПРОБЛЕМЫ

Основными проблемами моделирования являются сложность создания конечно-элементной модели, недостаточность и проблематичность описания вероятностных процессов нагружения, недостаточные знания о реологических свойствах материала, особенностях сложного и циклического нагружения и многое др.

Надежность и безопасность зданий и сооружений все более связывается с формированием научных подходов моделирования действительной работы конструкций для нормального и аварийного режимов эксплуатации. Важным вопросом становится возможность контроля процесса деформирования и накопления повреждений материалами конструкций с течением времени, и, как следствие, изменение схемы работы конструктивной системы в целом, а также возможного разрушения конструктивных узлов, переход сооружения в аварийное состояние с вероятностью обрушения. Внедрение в практику проектирования конструкций учета процессов изменения НДС на всех этапах жизненного цикла дает возможность уже на стадии проектирования выполнить достоверную оценку НДС, и провести многовариантные численные эксперименты. В статье предлагаются разработанные численные методы, позволяющие осуществлять моделирование процесса всего жизненного цикла зданий и сооружений, включая стадии возведения, реологические процессы на стадии и эксплуатации, процесс приспособляемости конструктивной системы

к изменяющимся нагрузкам в случае форс-мажорных ситуаций.

Достаточно часто конструкторы, создавая расчётную схему здания, вводят ряд различных допущений. При этом, вводимые при переходе от реального объекта к его расчётной схеме упрощения, не должны существенно влиять на точность и достоверность получаемых результатов. В процессе проведения ряда численных экспериментов были выявлены некоторые эффекты, приводящие к некорректной оценке НДС, и даны рекомендации по устранению подобных эффектов.

Для полного и достоверного описания напряженно-деформированного состояния любого здания и сооружения, необходимо не только с высокой точностью определить внешние воздействия, но и правильно произвести переход от реального объекта к его расчётной модели/схеме. Проведена классификация процессов, влияющих на формирование (изменение) НДС конструкций зданий и сооружений на протяжении его жизненного цикла и разработка и применение методов теории упругости, позволяющих их учесть на основополагающей стадии – стадии проектирования (табл.1).

Таблица 1. Классификация процессов жизненного цикла, влияющих на НДС конструкций.

Процессы жизненного цикла	Описание	Тип нелинейности
Процесс нагружения	Отслеживание начальных стадий линейно-упругой работы конструкции, стадий последовательного развития трещин в бетоне и растянутой арматуре, стадий, непосредственно предшествующих разрушению	Физическая, геометрическая, конструктивная
Процесс возведения	НДС определяется для всех последовательно сменяющихся конструктивных схем, соответствующих этапам возведения и модель сводной конструкции «хранит память» об истории возведения	Генетическая, физическая, конструктивная
Процессы эксплуатационной стадии	Моделирование реологических процессов изменения НДС конструкции при длительной нагрузке, связанных с ползучестью и изменением свойств во времени	Физическая, геометрическая
Процессы запроектных воздействий	Моделирование процессов «приспособляемости» конструкции при «форс-мажорных» ситуациях, когда при внезапном выходе из строя одного или нескольких элементов конструкция пытается приспособиться к новой ситуации, изменив (иногда за счет потери эксплуатационных качеств) свою первоначальную конструктивную схему, не допустив обрушения всего сооружения	Физическая, геометрическая

В физически нелинейных задачах отсутствует линейная зависимость между напряжениями и деформациями [1,5]. Материал конструкции подчиняется нелинейному закону деформирования (нелинейная упругость). Моделирование

физической нелинейности (нелинейной упругости) материалов конструкций производится с помощью физически нелинейных конечных элементов, воспринимающих информацию из развитой библиотеки законов деформирования

материалов (зависимостей  $\sigma$ - $\varepsilon$ ). Библиотека законов деформирования позволяет учитывать практически любые нелинейные свойства материала. Существует несколько методов для решения нелинейных задач различных типов: шаговый метод, метод секущих, итерационный метод.

Разработан новый метод учета физической нелинейности – «инженерная нелинейность», основанный на методе секущих (рис.1).

В физическом смысле метод секущих означает итерационный поиск такой линейно упругой системы (линейный оператор  $A$  соответствует модулю  $E_m$ , который, естественно переменен по области  $\Omega$ ), которая под заданную нагрузку  $f$  имеет такие же перемещения, как и нелинейно деформируемая система (нелинейный оператор  $A$ ). Начальный линейный оператор

$A_0$  соответствует  $\left. \frac{\sigma_{i,0}}{\varepsilon_{i,0}} = \frac{d\sigma_i}{d\varepsilon_i} \right|_{\varepsilon_i=0}$ . Уравнение

метода конечных элементов на  $m+1$  итерации будет иметь вид:  $K_{q_{m+1}}^{(m)} = P$ ;

$$\sum_{r \in I_1} K_{l_1, r}^{(m)} q_{1, m+1} + \dots + \sum_{r \in I_s} K_{l_s, r}^{(m)} q_{s, m+1} + \dots \dots \sum_{r \in I_n} K_{l_n, r}^{(m)} q_{n, m+1} = P_l \quad (1)$$

где  $K_{l_s, r}^{(m)}$  – элемент матрицы жесткости  $i$  элемента;

$q_{s, m+1}$  – степень свободы (перемещение) на  $m+1$  итерации;

$P_l$  – узловая внешняя сила по направлению  $l$  степени свободы.

Матрица жесткости  $[K_r]^{(m)}$  строится как для линейно упругого тела с переменным по области КЭ модулем  $E_m = \frac{\sigma_{i, m}}{\varepsilon_{i, m}}$ . Значение элементов общей матрицы  $[K(q)]$  на каждом

этапе решения системы линейных уравнений вида (1) определяется через значения вектора  $\{q\}$ , полученного на предыдущем этапе

$$[K(q^{(s-1)})]\{q^{(s)}\} = \{P\}, \quad (2)$$

где  $s$  – номер итерации. На первой итерации ( $s = 1$ ) значения неизвестных  $q_i$  ( $i = 1, 2 \dots n$ ), от которых зависят элементы матрицы  $[K]$  можно принять равным нулю. В этом случае нелинейные составляющие обращаются в нуль. В результате получим матрицу  $[K(q)] = [K]_{\Delta}$  линейной задачи.

Процесс последовательных решений уравнения (2) с процедурой уточнения элементов матрицы  $[K]$  на каждой итерации продолжается до тех пор, пока разница между результатами решения, полученными на данной и предыдущей итерации, окажется меньше заданной, достаточно малой величины.

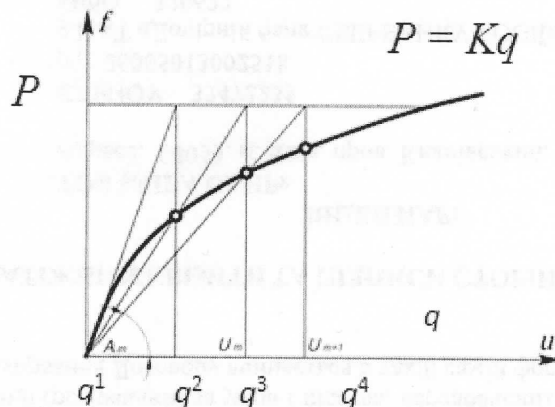


Рисунок 1. Графическая интерпретация метода секущих.

Применение описанного выше метода позволяет путем деформационного расчета выйти на предельное состояние конструкции по несущей способности.

Принципы, заложенные в метод «инженерная нелинейность» следующие. Вначале задаются исходные данные как для обычного расчета. Затем задается «определяющее» нагружение, которое, по мнению пользователя, в основном определит напряженно-деформированные состояния элементов конструкции – развитие трещин,

пластические деформации бетона и арматуры. «Определяющее» нагружение задается как набор загрузений, каждое со своим коэффициентом. На назначенное определяющее загрузение выполняется расчет в нелинейной постановке с подбором на каждой итерации арматуры железобетонных элементов. Расчет выполняется, применяя итерационный метод секущих (метод Биргера). В результате расчета определяются жесткостные характеристики элементов, соответствующие секущим модулям деформации на последней итерации нелинейного расчета. Жесткостные характеристики стержневых элементов определяются как для стержней переменной жесткости, а для пластинчатых элементов – как для ортотропных пластин. Определение секущих жесткостных характеристик сечения ( $EI_x, EI_y, GI_{кр}, EF$ ) в соответствии с усилиями  $M_x, M_y, N$  выполняется численными методами на основе решения трех уравнений равновесия:

$$\sum_n M_x = 0;$$

$$\sum_{j=1}^n f_j \cdot \sigma_j(y_c, \alpha, \beta) \cdot y_j + M_x + N \cdot e_x = 0$$

$$\sum M_y = 0$$

$$\sum_{j=1}^n f_j \cdot \sigma_j(y_c, \alpha, \beta) \cdot x_j + M_y + N \cdot e_y = 0$$

$$\sum z = 0; \quad \sum_{j=1}^n f_j \cdot \sigma_j(y_c, \alpha, \beta) + N = 0$$

Уравнения составляются численно относительно трех неизвестных:  $y_c$  – смещение нейтральной оси;  $\alpha$  – угол поворота нейтральной оси;  $\beta$  – угол поворота сечения (применяется закон плоских сечений). После нахождения  $\alpha, \beta, y_c$  определяются секущие жесткостные характеристики. Оставшаяся часть сечения (сжатый бетон) расчленяется на полосы, параллельные нейтральной оси. Для каждой полосы определяется  $\epsilon_j$  (рис. 3, в), по  $\epsilon_j$  и секущий модуль  $E_j$  (рис.3, г). Затем по известным формулам определяются секущие жесткостные характеристики  $EI_x, EI_y, GI_{кр}, EF$ .

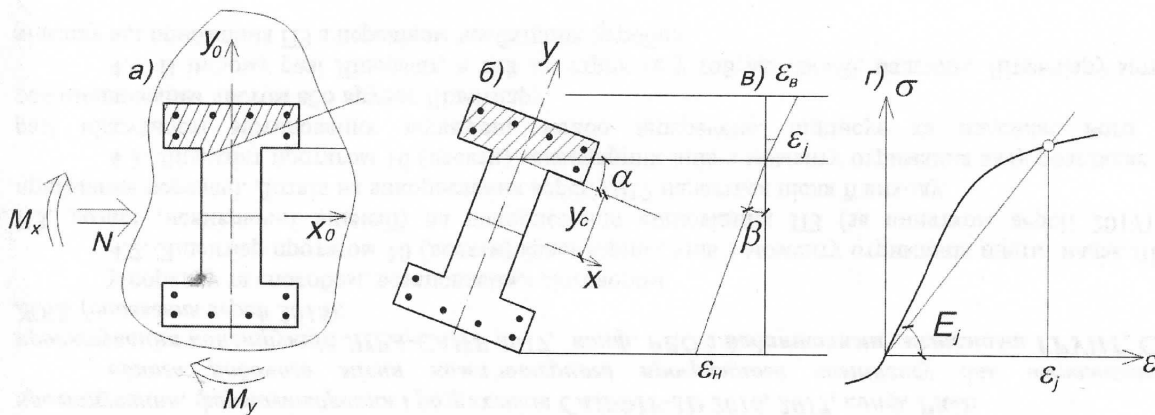


Рисунок 2. Определение жесткостных характеристик железобетонного стержня.

Линейно-деформируемая система, имеющая жесткостные характеристики, полученные на последней итерации метода секущих  $K^{(m)}$ , в дальнейшем используется для последующего расчета на все заданные нагружения (в том числе и динамические), определяются РСУ,

РСН, подбирается проектная арматура и выполняется конструирование в конструирующих системах. Такая организация нелинейного расчета не требует трудоемкого этапа задания арматуры, так как арматура подбирается автоматически во

время расчета, и дает достаточно адекватные результаты. Так, многочисленные исследования, проведенные на стадии тестовой эксплуатации, показывают, что перемещения от эксплуатационных нагрузок в 2,5...3,5 раза превышают перемещения, полученные на основе линейно-упругого расчета, и в ряде случаев наблюдается некоторое перераспределение усилий. Метод «инженерная нелинейность» позволяет интегрально оценить влияние изменения жесткостей на перераспределение усилий и увеличение перемещений для эксплуатационных нагрузок в рядовых практических расчетах.

Рассматривается вопрос необходимости учета процесса возведения высотного здания с рамно-связевой конструктивной схемой; большепролетного покрытия, а также проблема определения влияния факторов, влияющих на формирование НДС несущих элементов каркаса при возведении.

Помимо этого в ходе исследования устанавливаются недостатки традиционных методов расчета, и предлагаются решения, позволяющие упростить учет стадийности возведения здания.

Стадией, формирующей НДС, является стадия возведения. На этом этапе конструктивная схема строительного объекта изменяется в зависимости от последовательности возведения, что обуславливает изменение конструктивной и расчетной схемы здания, и его НДС во времени. В процессе возведения конструктивная схема сооружения может многократно изменяться, усилия и перемещения «замораживаться», определяя сечения элементов и конструкции узлов именно на этой стадии.

При возведении монолитных железобетонных конструкций важным эффектом, который необходимо учитывать при численном моделировании, являются нелинейные свойства бетона, т.е. изменение жесткостных характеристик в процессе нагружения (ползучесть, трещины)[2,3]/

Кроме того, в процессе монтажа переход к новой стадии часто осуществляется, когда возведенная на предыдущих стадиях конструкция еще не набрала проектной 28-дневной прочности. Это также обуславливает необходимость учета нелинейных эффектов, так как от стадии к стадии меняется жесткость возводимых элементов, в соответствии с временем их возведения. Численное моделирование процесса возведения представляется нелинейной задачей, даже если не учитывать эффекты, связанные с нелинейными свойствами бетона. В процессе возведения проявляется генетическая нелинейность, обусловленная изменением конструктивной схемы. Такая нелинейность вызвана тем, что НДС мгновенно возведенной конструкции не эквивалентно НДС конструкции, полученной на основе учета всей истории возведения (изменение расчетной схемы, возникновение и снятие монтажных опор и т.д.)

Методика, позволяющая производить расчеты с учетом последовательности возведения, основывается на модификации и усовершенствовании метода последовательных нагружений. Метод последовательных нагружений является одной из разновидностей шагового метода.

Система нелинейных уравнений, описывающих нелинейную задачу, выглядит следующим образом:

$$Au = f \quad (3)$$

где:  $A$  – нелинейный оператор задачи;  
 $u$  – вектор искомых перемещений;  
 $f$  – вектор внешних нагрузок.

Идея шагового метода заключается в замене нелинейных уравнений (1) рекуррентной последовательностью линейных, которые на  $m$  шаге имеют вид  $u_{m+1} = u_m + \Delta u_{m+1}$

$$A_m \Delta u_{m+1} = \Delta \beta_{m+1} f; u_{m+1} = u_m + \Delta u_{m+1} \quad (4)$$

где:  $A_m$  – линейный оператор, в



развернутом виде имеющий вид:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial \psi_1}{\partial u_1} \Big|_{u_m} & \frac{\partial \psi_1}{\partial u_j} \Big|_{u_m} & \frac{\partial \psi_1}{\partial u_n} \Big|_{u_m} \\ \frac{\partial \psi_I}{\partial u_1} \Big|_{u_m} & \frac{\partial \psi_I}{\partial u_j} \Big|_{u_m} & \frac{\partial \psi_I}{\partial u_n} \Big|_{u_m} \\ \frac{\partial \psi_n}{\partial u_1} \Big|_{u_m} & \frac{\partial \psi_n}{\partial u_j} \Big|_{u_m} & \frac{\partial \psi_n}{\partial u_n} \Big|_{u_m} \end{bmatrix} \quad (5)$$

Здесь  $\psi_I (I = 1, 2, \dots, n)$  – нелинейные операторы, т.е. 1 уравнение системы  $Au = f$  выглядит как  $\psi_I(u_1, u_2, \dots, u_j, \dots, u_n) = P_I$ ;  $t$  – параметр нагрузки.

Суть модификации метода заключается в том, что параметр  $t$  вводится к нагрузке  $P$ . При  $t = 0$  легко определяется начальное решение  $u_0$ , при  $t=1$  система превращается в исходную. Последовательно изменяя  $t$  от 0 до 1, находится приближенное решение.

Вычислительная схема на каждом шаге получается из следующих соображений: введем гипотезу, что на  $m$ -этапе  $t = t_m$  известно решение, т.е.

$$A u_m = t_m f. \quad (6)$$

Изменим  $t_m$  на величину  $\Delta t_{m+1}$  так, чтобы  $t_{m+1} = t_m + \Delta t_{m+1}$  была ближе к единице, чем  $t_m$ . Тогда:

$$A(u_m + \Delta u_{m+1}) = (t_m + \Delta t_{m+1})f. \quad (7)$$

Разложим левую часть (6) в ряд Тейлора, тогда:

$$A u_m + \sum_{i=1}^k \frac{1}{i!} \left( \frac{\partial^i}{\partial u^i} A \Big|_{u_m} \Delta u_{m+1}^i \right) + R_k = t_m f + \Delta t_{m+1} f \quad (8)$$

Пренебрегая квадратами и высшими степенями  $\Delta u_{m+1}$  (величина  $\Delta t$  должна допускать эту процедуру) и с учетом (6)

получим линеаризованную систему для нахождения  $\Delta u_{m+1}$ , т.е.

$$A_m \Delta u_{m+1} = \Delta t_{m+1} f, \quad u_{m+1} = u_m + \Delta u_{m+1}. \quad (9)$$

где  $A_m$  – линейный оператор

$$\left( A_m = \frac{\partial}{\partial u} A \Big|_{u_m} \right).$$

Напряжения определяются по формуле, аналогичной (7):

$$\{\sigma\}^{m+1} = \{\sigma\}^m + \{\Delta\sigma\}^m \quad (10)$$

Для малых этапов нагружения используется значение касательного модуля деформации, вычисляется по напряженно-деформированному состоянию конструкции предшествующей ступени загрузки. Для изотропных материалов для определения касательного модуля деформаций используется следующий подход. При коэффициенте Пуассона, отличном от 0.5, псевдоупругие параметры вычисляются по формулам [5]:

$$E_{k(m)}^* = E_k^{m-1} / \Omega_k \quad (11)$$

$$\nu_{k(m)}^* = \left[ \frac{1+\nu}{3} - \frac{(1-2\nu)E_k^{m-1}}{3E_0} \right] / \Omega_k \quad (12)$$

где  $E_0, \nu$  – начальный модуль упругости и коэффициент Пуассона;

$E_k$  – касательный модуль обобщенной кривой деформирования;

$$\Omega_k = \left[ \frac{2(1+\nu)}{3} + \frac{1-2\nu}{3E_0} E_k^{m-1} \right] \quad (13)$$

Если на  $m$ -м этапе происходит разгрузка, то для расчета принимается начальный модуль упругости  $E_0$ .

Предлагается более общий подход, основанный на зависимости  $\sigma_i = \sigma(\epsilon_i)$ , где  $\sigma_i$  –

эквивалентные напряжения,  $\varepsilon_i$  – эквивалентные деформации. В этом случае касательный модуль деформации определяется, как  $\frac{\partial \sigma_i}{\partial \varepsilon_i}$ .

В физическом смысле этот процесс можно трактовать как постепенное увеличение нагрузки, начинающееся от 0 и заканчивающееся заданным  $f$ .

Для одномерного случая возможна геометрическая интерпретация метода (рис. 3) На  $m+1$  итерации уравнение метода конечных элементов имеет вид:

$$K_m \Delta u_{m+1} = t_{m+1} f, \quad (14)$$

где  $K_m$  – матрица канонических уравнений на  $m$ -ом этапе расчета.

$$\sum_{r \in I_1} K_{1,r}^{(m)} \Delta u_{1,m+1} + \dots + \sum_{r \in I_j} K_{1,j}^{(m)} \Delta u_{j,m+1} + \dots \dots + \sum_{r \in I_n} K_{1,n,r}^{(m)} \Delta u_{n,m+1} = \Delta t_{m+1} P1 \quad (15)$$

Перемещения ( $u_m$ ) и усилия ( $S_m$ ) для конструкции возведенной ранее (для этапов 1, 2, ...  $m-1$ ) определяются по формулам

$$u_m = u_{m-1} + \Delta u_m, S_m = S_{m-1} + \Delta S_m.$$

Линеаризованный оператор  $A_m$  соответствует касательным жесткостным характеристикам, т.е.  $A_m = \frac{\partial}{\partial u} A|u_m$ .

В отличие от (14) в (15)  $K_m$  не только составляются с учетом физически нелинейных свойств материала, но и с учетом изменения топологии конструкции, так как на  $m$  этапе расчета ( $m$  стадии возведения) учитывается появление новых элементов. При учете физической и геометрической нелинейности решение системы (15) требует дополнительных шагов типа (14).

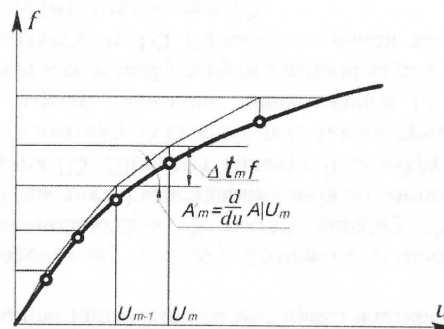


Рисунок 3. Геометрическая интерпретация метода последовательных нагружений.

Предлагается следующий алгоритм учета стадий последовательного возведения. Разбивается сооружение на  $n$  стадий (этажей), согласно используемой технологии возведения. Первоначально считается возведенным первая стадия (этаж), производится расчет его напряженно-деформированного состояния в линейно-упругой постановке с начальным модулем  $E_0$ . Далее предполагаем возведенными две стадии. Снова рассчитываем напряженно-деформированное состояние, но теперь учитываем нагрузки, возникшие во второй стадии. При этом, формируя матрицу жесткости второй стадии, воспользуемся значениями касательных модулей упругости, полученными из расчета методом последовательных нагружений для предыдущего этапа возведения сооружений  $E_c$  и  $\nu_c$ , а для первой стадии (ранее возведенной) – значениями  $E_0$  и  $\nu_0$ . При этом, в возведенной стадии вычисляются касательные модули упругости и коэффициенты Пуассона. Аналогично поступаем, когда считаем возведенными 3, 4, ...,  $n$  стадии, до тех пор, пока расчет не будет охватывать всего сооружения. Компоненты напряжений и перемещений, полученные от воздействия нагрузок на каждой стадии, суммируются.

Описанные методики реализованы в программном комплексе ЛИРА-САПР.

К процессам жизненного цикла, происходящим в эксплуатационной стадии,

прежде всего, относятся реологические процессы изменения НДС конструкции при длительной нагрузке, связанные с ползучестью и изменением свойств бетона во времени.

Технология расчета конструкций с учетом ползучести бетона выглядит следующим образом:

- выполняется расчет в линейной постановке на все виды нагружений (статические, силовые, статические деформационные, динамические);
- определяются расчетные сочетания усилий или расчетные сочетания нагружений;
- выполняется подбор арматуры в сечениях стержневых или пластинчатых элементов;
- производится унификация армирования элементов;
- по результатам армирования формируются новые жесткостные характеристики конструктивных элементов для последующего нелинейного расчета;
- задаются параметры ползучести бетона, учитывающие влажность и усадку бетона;
- назначается нагружение, на которое будет производиться расчет с учетом ползучести бетона;
- выполняется расчет для заданных промежутков времени. На каждом этапе расчета для каждого элемента определяется новая жесткость, которая зависит от напряжения бетона в этом элементе и заданных параметров ползучести. Новые переменные жесткости получаются в точках интегрирования как по сечению, так и по конечному элементу, в соответствии с заданной диаграммой деформирования. На каждом этапе определяются усилия, перемещения и новые жесткости по касательному модулю деформации для заданного промежутка времени.

Моделирование процесса старения бетона, по сути, является нелинейной задачей, обусловленной учетом свойств материала (физическая нелинейность). Решение этой задачи в ПК ЛИРА САПР основана на основных методах теории прочности бетона,

которые в физическом смысле представляют собой реализацию законов нелинейного деформирования материалам по различным теориям.

## ВЫВОДЫ

Для современных сложных сооружений (мосты, большепролетные покрытия, высотные здания и др.), как правило, конструктивная схема обуславливается не только упругим расчетом, но и процессами изменения напряженно-деформированного состояния во времени. В процессе жизненного цикла конструктивная схема сооружения многократно изменяется, усилия и перемещения перераспределяются, значительно повышая вероятность трещинообразования и возникновения аварийной ситуации.

Для изучения физической системы методами численного моделирования ее заменяют абстрактной системой - математической моделью.

Реализация математической модели на компьютере дает возможность многократно и в широком диапазоне изменять входные параметры и условия функционирования сложных систем, заменяя, таким образом, экспериментальные исследования численным экспериментом. Кроме того, при решении ряда сложных конструкторских задач необходимо применение вариантного проектирования.

На современном этапе развития компьютерной техники разработано множество программных комплексов (ЛИРА-САПР, MONOMAX-САПР, SCAD, STARK, COSMOS, ANSYS, NASTRAN и др.), реализующих метод конечных элементов и позволяющих производить расчеты сложных систем.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Городецкий А.С., Евзеров И.Д. Компьютерные модели конструкций. - М: Изд-во АСВ, 2009. - 360 с.

2. **Барабаш М.С.** Методы компьютерного моделирования процессов возведения высотных зданий / М. С. Барабаш // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering. – М.: Изд-во «АСВ», 2012. – Vol. 8, Issue 3 – С. 58 - 68.
3. **Барабаш М.С.** Компьютерное моделирование процессов жизненного цикла объектов строительства: Монография / Мария Сергеевна Барабаш – К.: Изд-во «Сталь», 2014. – 301 с.
4. **Перельмутер А.В., Сливкер В.И.** Расчетные модели сооружений и возможность их анализа (издание 4-е переработанное и дополненное).- Москва: Изд-во СКАД СОФТ, Изд-во ДМК Пресс, Изд-во АСВ, 2011, 736 с
5. **Бате К., Вилсон Э.** Численные методы анализа и метод конечных элементов. Пер. с англ. - М.: Стройиздат, 1982. – 448 с.

---

Барабаш Мария Сергеевна, академик Академии строительства Украины, кандидат технических наук, доцент, Национальный авиационный университет, кафедра компьютерных технологий строительства, директор ООО «ЛИРА САПР», 03058, Украина, г. Киев, Кияновский переулок, 7А;  
E-mail: bmari@ukr.net, bmari@liraland.com.ua

Maria S. Barabash, Computer Technologies in Construction Chair, National Aviation University, 1, Kosmonavta Komarova, 03058, Kiev, UKRAINE;  
E-mail: bmari@ukr.net, bmari@liraland.com.ua.