

ПРОЕКТИРОВАНИЕ ПЕРЕХОДНЫХ КРИВЫХ ПРИ РЕКОНСТРУКЦИИ АВТОМОБИЛЬНЫХ ДОРОГ

А.А. БЕЛЯТЫНСКИЙ, д.т.н.,
Институт городского хозяйства НАУ,
В.Н. ЧЕШУЙКО,
ГП ПИ «Укркипродор», г. Киев



А.А. Белятынский — кандидат технических наук, доцент кафедры «Управление территориями» Института городского хозяйства Национального технического университета (НАУ), член-корреспондент Транспортной академии Украины. Автор свыше ста научных трудов, среди которых 80 статей, 3 учебных пособия, монография, 5 патентов. Участник 30 международных и региональных научных конференций. Направление научной деятельности — проектирование автомобильных дорог. Научные исследования связаны с изучением процессов стока во время стихийных бедствий в труднодоступных горных районах средствами математического моделирования и геоинформационных систем с использованием аэрокосмической информации и стереофото съемки.

В.Н. Чешуйко — аспирант второго курса факультета «Управление территориями» Института городского хозяйства НАУ. В 1988 году окончил институт автомобильно-дорожного строительства. Основными направлениями его научной деятельности являются вопросы работ экологического характера для оптимального проекта были выполнены с использованием системы САПР CREDO. С 1990 года начальник Центра внедрения автоматизированных технологий (ЦВАТ) ГП ПИ «Укркипродор» (г. Киев), руководитель РУБЦ CREDO. Аспирант второго курса факультета «Управление территориями» Института городского хозяйства НАУ. Направление научной деятельности — проектирование автомобильных дорог.



Развитию автомобильного транспорта и дорожного хозяйства в Украине в настоящее время придается большое значение, о чем свидетельствует, например, строительство и реконструкция автомагистралей Киев — Одесса. Намечена и осуществляется широкая программа строительства новых и реконструкции существующих автомобильных дорог. Особое значение придается реконструкции автомобильных дорог, так как во многих регионах сеть автомобильных дорог с твердым покрытием уже почти создана работы ведутся, в основном, по их ремонту и восстановлению.

Очень часто возникает необходимость в реконструкции горизонтальных кривых, где целесообразно применять кривые, позволяющие максимально вписываться в существующие закругления. Основные существующие переходные кривые, осуществляющие более или менее плавное сопряжение графиков центростремительного ускорения на сопрягаемых участках дороги, совершенно не обеспечивают непрерывность изменения нарастания центростремительного ускорения в стыковых точках. У всех рассмотренных переходных кривых на графиках нарастания ускорения имеются разрывы непрерывности. Это происходит потому, что в качестве переходных кривых выбирались уже известные кривые (клотоида, кубическая парабола, лемниската Бернулли и др.), которые были получены и исследованы отнюдь не для целей дорожного проектирования, и только позднее начали изучаться для применения в качестве переходных кривых.

На начальной стадии развития железнодорожного, а затем автомобильного транспорта вопросы, связанные с ускорением и нарастанием ускорения, не стояли так остро из-за сравнительно малых скоростей движения. Поэтому названные кривые удовлетворяли потребностям проектирования. Однако, в настоящее время при современных скоростях движения эти

кривые не отвечают поставленным требованиям. В связи с этим предлагается качественно новый подход к проектированию переходных кривых. Он заключается в том, чтобы не искать среди существующих кривых подходящую кривую и исследовать ее свойства с целью установления пригодности для нужд дорожного проектирования, а наоборот, сначала задать эти свойства и только после этого синтезировать кривую, удовлетворяющую заданным требованиям.

Большое внимание должно уделяться выбору переходных кривых, в качестве которых, как правило, применяют клотоиду, исходя, главным образом, из следующих требований:

- в начале кривой радиус кривизны должен равняться бесконечности и затем, постепенно уменьшаясь, приближаться к радиусу круговой кривой;
- радиус должен уменьшаться плавно.

При движении автомобиля по такой кривой должно достигаться непрерывное изменение центростремительного ускорения, а, следовательно, центростремительной силы, действующей на автомобиль. До сих пор, однако, не учитывался характер изменения скорости нарастания центростремительного ускорения — одного из важнейших нормативных параметров для определения длины переходной кривой. Расчетная скорость нарастания центростремительного ускорения j , m/c^3 определяется в зависимости от отношения V^2/Rg , где V — расчетная скорость автомобиля на закруглении данного радиуса, m/c ; R — радиус закругления, m ; g — ускорение свободного падения ($9,81 m/c^2$).

Как показал анализ, ни одна из кривых (кубическая парабола, лемниската Бернулли, клотоида), применяемых при строительстве автомобильных дорог, не может быть признана оптимальной, так как не позволяет достичь непрерывного

изменения скорости нарастания центробежного ускорения. В зависимости от сочетаемых кривых на закруглении она изменяется скачкообразно. Так, при движении автомобиля по клотоиде график скорости нарастания ускорения j имеет разрыв непрерывности в четырех точках (точки сопряжения при переходе: с прямолинейного участка на переходную кривую, с переходной кривой на круговую кривую, с круговой кривой на переходную и с переходной кривой на прямую) со скачком, равным $h_t = V^3 / (RL)$, где h_t — скачок скорости нарастания ускорения, V_s — скорость движения на участке длиной S , L — длина любого участка, входящего в закругление, прямого или криволинейного. В каждой из этих точек j [7] может иметь два значения: одно — благоприятное для езды автомобиля, а другое — неблагоприятное. Возникает вопрос, какое же значение j принимать во внимание и не будет ли этот скачок в изменении j резко ухудшать комфортность езды. В соответствии с данными [7] принимается значение j , которое удовлетворяет условиям комфортабельности езды. Поэтому при проектировании автомобильных дорог необходимо использовать кривую, при движении по которой скорость нарастания центробежного ускорения будет изменяться непрерывно без скачков. Такой кривой является *кадиоида типа I и II*, которая была разработана в Киевском автомобильно-дорожном институте (теперь НТУ) А.А. Белятинским и А.М. Тарановым [2]. Эти кривые могут успешно применяться при реконструкции автомобильных дорог, а именно — горизонтальных и вертикальных кривых.

Кдиоида типа I используется в качестве переходной кривой и описывается системой параметрических уравнений (1):

$$\left. \begin{aligned} X &= R\tau \int_0^t \cos \tau \left(t^3 - \frac{1}{2}t^4 \right) dt; \\ Y &= R\tau \int_0^t \sin \tau \left(t^3 - \frac{1}{2}t^4 \right) dt, \quad 0 \leq S \leq L_n, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где R — радиус кривизны в срединной точке закругления (при несимметричном закруглении принимается радиус в точке касания кривых), м; τ — угол поворота трассы, рад; $\tau = L_n/R$; L_n — длина переходной кривой, м; S — переменная длина участка кривой (под переменной длиной участка кривой имеется ввиду скользящий, т.е. изменяющийся участок кривой кдиоиды типа I, тогда как общая длина кривой кдиоиды типа I принимается равной L и состоит из суммы скользящих участков S_1, S_2, S_3 и т.д.), м; $t = S/L_n$.

Полученная система уравнений переходной кривой [2] обеспечивает плавное сопряжение не только отдельных участков графика центробежного ускорения, но и отдельных участков графика нарастания центробежного ускорения.

Кдиоида типа II используется как самостоятельно, так и в качестве переходной кривой. Аналитическое выражение ее также получено [2] из условия непрерывности изменения центробежного ускорения и скорости его нарастания:

$$\left. \begin{aligned} X &= 15 \cdot 8^{-1} R\tau \int_0^t \cos \tau^3 (10 - 15t + 6t^2) dt; \\ Y &= 15 \cdot 8^{-1} R\tau \int_0^t \sin \tau^3 (10 - 15t + 6t^2) dt, \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

где τ — угол поворота трассы, рад; $t = S/K$; S — переменная длина кривой кдиоиды типа II, м; K — длина всей кривой кдиоиды типа II на закруглении, м:

$$K = 15 \cdot 8^{-1} R\tau. \quad (3)$$

Для того чтобы различать кдиоиду типа I и кдиоиду типа II приняты разные символы L (для кдиоиды типа I) и K (для кдиоиды типа II). Это одно и то же выражение t , имеющее отличие по своей величине.

Минимальное значение радиуса R в срединной точке кривой бикадиоидного симметричного закругления должно быть таким, чтобы при движении автомобиля по дороге скорость нарастания центробежного ускорения не превышала нормативного значения. Для данного типа кривой:

$$j_{\max} = 1,64V^3 / (R^2\tau) \quad (4) \quad \text{или} \quad 1,64V^3 / (R^2\tau) \leq j_0, \quad (5)$$

где j_0 — допустимое значение нарастания ускорения равное 0,5...0,6 м/с³.

Преобразовав неравенство, получим зависимость для определения минимального значения радиуса:

$$R_{\min} \geq 1,28 \sqrt{V^3 / (j_0\tau)}. \quad (6)$$

Кривая закругления начинается на расстоянии тангенса T от вершины угла поворота трассы τ — (в градусах). Если обозначить координаты последней точки первой половины кривой через $X_{1/2}$ и $Y_{1/2}$, то:

$$T = X_{1/2} + Y_{1/2} \operatorname{tg}(\tau/2). \quad (7)$$

Длина биссектрисы:

$$B = Y_{1/2} / \cos(\tau/2). \quad (8)$$

Предлагаемая кривая не нуждается в переходных кривых, так как при смещении автомобиля с прямолинейного участка на криволинейный обеспечивается непрерывное изменение центробежного ускорения и скорости его нарастания.

Анализ уравнений (1) и (2) свидетельствует, что по динамическим свойствам указанные типы кдиоиды являются более предпочтительными по сравнению с кривыми (клотоида, кубическая парабола, лемниската Бернулли), применяемыми до настоящего времени при проектировании новых и реконструкции существующих дорог. Наряду с этим кдиоиды типа I и II обеспечивают и большую плавность движения.

Для оценки их с этой точки зрения использовался метод, основанный на сравнении параметров плавности.

По методике для сравнения плавности бикадиоиды типа II и биклотоиды были вычислены значения их параметров плавности [6]. Сравнение, проведенное для различных углов поворота трассы (5°...55°) и различных радиусов кривых в срединной точке (125, 250, 400, 600 и 1000 м), позволило установить, что параметр плавности бикадиоиды типа II в 1,7...2 раза больше параметра плавности биклотоиды.

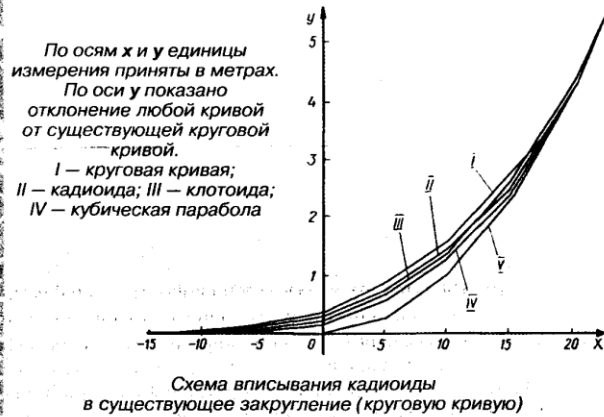
Исходя из зависимости между углом поворота трассы и параметром плавности кривой с учетом его порогового значения (для 95 %-ной обеспеченности принимается равным 600 угловых минут), при котором закругление считается плавным, рекомендуются следующие углы поворота трассы [7]:

Категория дороги	I	II	III	IV	V
Угол поворота трассы τ , град.	25	30	35	55	60

Применение таких углов при соответствующих длинах кривых будет способствовать плавному движению автомобилей и снижению расхода топлива [7].

Проведенные исследования показали, что эти кривые не только имеют лучшие динамические показатели, но и дают возможность максимально использовать существующее покрытие. Закругления, которые реконструируются и состояются из кдиоид I и II типов, лучше вписываются в закругления существующей дороги и точнее могут повторить существующий продольный профиль, чем в случае применения для этих целей клотоиды, кубической параболы (см. рисунок) или лемнискаты Бернулли, которую используют при проектировании железных дорог. Таким образом, разработанные в КАДИ (НТУ) новые кривые, кдиоиды I и II типов — особенно эффективны при реконструкции автомобильных дорог.

Вместе с тем, они могут быть успешно использованы и для проектирования новых дорог.



Гладкое сопряжение отдельных участков графика центростремительного ускорения со значениями $a=0$ и $a=v^2/R=\text{const}$ на концах этих участков может осуществить только такая переходная кривая, при движении по которой график ускорения имеет S-образную форму с двумя экстремумами на концах.

Ниже рассматривается теоретическое обоснование определения геометрических параметров кэдиониды, которое было проведено авторами самостоятельно. В основу теоретического решения положена зависимость угла φ поворота кэдиониды в каждой бегущей точке (в радианах):

$$\varphi_s = \frac{s^3(2K-s)}{2RK^3}; \quad \varphi_K = \frac{K}{2R} \quad (9)$$

где φ_s — угол поворота кэдиониды в бегущей точке; φ_K — угол поворота кэдиониды в ее конце.

На основании этих зависимостей определяется радиус кривизны кэдиониды:

$$\rho = \frac{1}{\frac{d\varphi_s}{ds}} = \frac{RK^3}{s^2(3K-2s)}, \quad (10)$$

который при $s=0$ (в начале кэдиониды) равен бесконечности и при $s=K$ (в конце кэдиониды) равен R , что необходимо для стыковки кэдиониды с линией тангенса и круговой кривой. Понятие параметра $C=RK$, как постоянной величины клотоиды, у кэдиониды нет, поскольку условие $\rho s=RK$ имеет место в начале, в середине и в конце переходной кривой. В интервале от начала до конца клотоиды это условие не выполняется: в первой половине кривой $\rho s > RK$, а во второй $\rho s < RK$.

Прямолинейные координаты любой точки кэдиониды определяются из таких дифференциальных уравнений [1]:

$$\begin{aligned} x_s &= \int_0^s ds \cos \varphi_s = \int_0^s \left(1 - \frac{\varphi_s^2}{2!} + \frac{\varphi_s^4}{4!} - \frac{\varphi_s^6}{6!} + \frac{\varphi_s^8}{8!} - \dots \right) ds; \\ y_s &= \int_0^s ds \sin \varphi_s = \int_0^s \left(\frac{\varphi_s}{1!} - \frac{\varphi_s^3}{3!} + \frac{\varphi_s^5}{5!} - \frac{\varphi_s^7}{7!} + \dots \right) ds. \end{aligned} \quad (11)$$

Поскольку

$$\begin{aligned} \frac{\varphi_s^2}{2!} &= \frac{s^6}{8R^2K^6}(4K^2 - 4Ks + s^2); \quad \frac{\varphi_s^4}{4!} = \frac{s^{12}}{24R^2K^6}(4K^2 - 4Ks + s^2); \\ \frac{\varphi_s^6}{6!} &= \frac{s^{18}}{384R^4K^{12}}(16K^4 - 32K^3s + 24K^2s^2 - 8Ks^3 + s^4), \end{aligned} \quad (12)$$

то после подстановки этих зависимостей в уравнение (11), интегрирования и преобразования получим:

$$\begin{aligned} x_s &= s \left\{ 1 - \frac{Q^2}{8} \left[\frac{4}{7} - \frac{4}{8}q + \frac{1}{9}q^2 - \frac{Q^2}{48} \left(\frac{16}{13} - \frac{32}{14}q + \frac{24}{15}q^2 - \frac{8}{16}q^3 + \frac{1}{17}q^4 - \frac{Q^2}{120} \left[\frac{64}{19} - \frac{192}{20}q + \frac{240}{21}q^2 - \frac{160}{22}q^3 + \frac{60}{23}q^4 - \frac{12}{24}q^5 + \frac{1}{25}q^6 - \frac{Q^2}{224} \left(\frac{256}{25} - \frac{1024}{26}q + \frac{1792}{27}q^2 - \frac{1792}{28}q^3 + \frac{1120}{29}q^4 - \frac{448}{30}q^5 + \frac{112}{31}q^6 - \frac{16}{32}q^7 + \frac{1}{33}q^8 \right) \right] \right] \right\}; \\ y_s &= \frac{Q}{2} \left\{ \frac{1}{4} - \frac{1}{5}q - \frac{Q^2}{24} \left[\frac{8}{10} - \frac{12}{11}q + \frac{6}{12}q^2 - \frac{1}{13}q^3 - \frac{Q^2}{80} \left(\frac{32}{16} - \frac{80}{17}q + \frac{80}{18}q^2 - \frac{40}{19}q^3 + \frac{10}{29}q^4 - \frac{1}{21}q^5 - \frac{Q^2}{168} \left[\frac{128}{22} - \frac{448}{23}q + \frac{672}{24}q^2 - \frac{560}{25}q^3 + \frac{280}{26}q^4 - \frac{84}{27}q^5 + \frac{14}{28}q^6 - \frac{1}{29}q^7 - \frac{Q^2}{288} \left(\frac{512}{28} - \frac{2304}{29}q + \frac{4608}{30}q^2 - \frac{5376}{31}q^3 + \frac{4032}{32}q^4 - \frac{2016}{33}q^5 + \frac{672}{34}q^6 - \frac{144}{35}q^7 + \frac{18}{36}q^8 - \frac{1}{37}q^9 \right) \right] \right] \right\}, \quad (13) \end{aligned}$$

где используются такие обозначения:

$$q = \frac{s}{K}; \quad Q = \frac{s^3}{RK^2}. \quad (14)$$

Большое количество членов в этих формулах обусловлено необходимостью точных (до 1–2 мм) вычислений координат при $L/R < 3$, что имеет место при проектировании кэдионидных трасс в транспортных развязках. Кривая кэдиоида успешно зарекомендовала себя при проектировании закруглений укладки рельс железнодорожного полотна метрополитенов, поэтому и рассматривается точность до 1–2 мм.

В заключение рассмотрения теории кэдиониды следует отметить, что максимальное смещение бикэдиониды от круговой кривой составляет $\frac{K^2}{80R}$ (речь идет об увеличении биссектрисы закругления), которое расположено на расстоянии 0,6K от начала закругления, тогда как аналогичное смещение для клотоиды в два раза больше (речь идет о смещении клотоиды аналогично смещению кэдиониды от круговой кривой). Что касается обеспечения видимости на вертикальных выпуклых кривых, то у начала бикэдиониды расстояние видимости на 50% больше чем у начала биклотоиды. Потери в отметках и объемах работ — это отдельный предмет для рассмотрения в нашей следующей статье.

По мере приближения к вершине кривой вышеуказанная разница исчезает, и расстояние видимости для обеих кривых становится одинаковым. При движении автомобиля на вертикальной вогнутой кривой, которая состоит из двух кэдионид, стыкующихся концами с радиусами равными бесконечности ($R = \infty$), центробежная сила в стыкуемой точке равна нулю.

Применение кэдионид типа I и II при проектировании и реконструкции вертикальных кривых, а также рациональное сочетание этих кривых при проектировании плана и профиля автомобильной дороги будет способствовать улучшению условий видимости, более плавному изменению центростремительного ускорения, а также экономному расходу топлива [7].

Литература

1. Бирюля О.К. Проектирование автомобильных дорог. (Учебник в 2-х частях). Ч.1. М., Автотрансиздат, 1961.
2. Белятинский А.А., Таранов А.М. Проектирование кривых при строительстве и реконструкции автомобильных дорог. Киев, Выща школа, 1988.
3. Белятинский О.А., Заворицкий В.И., Старовойда В.П. и др. Проектирование автомобильных дорог. (Підручник в 2-х частинах). Ч.1. Киев, Выща школа, 1997.
4. Замахаев М.С. Переходные кривые на автомобильных дорогах. М. Транспорт, 1965.
5. Величко Г.В., Поспелов П.И., Лобанов Е.М., Филиппов В.В. Развитие нормативной базы проектирования автомобильных дорог с применением в плане и продольном профиле геометрических элементов с нелинейным изменением кривизны. Сб. трудов МАДИ (ГТУ) «Проектирование автомобильных дорог» М., 2002.
6. Лобанов Е.М. Проектирование дорог и организация движения с учетом психофизиологии водителя. М. Транспорт, 1980.
7. Белятинский А.А., Васильенко Л.В., Ромашко А.М. Проектирование автомобильных дорог с учетом экономии энергоресурсов. Киев. Будинкзнак, 1990.