МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ АВІАЦІЙНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
Навчально-науковий інститут Аеропортів
КАФЕДРА КОМП'ЮТЕРНИХ ТЕХНОЛОГІЙ ДИЗАЙНУ І ГРАФІКИ

КОНСПЕКТ ЛЕКЦІЙ

з навчальної дисципліни «Нарисна геометрія»
за спеціальністю 134 «Авіаційна та ракетно-космічна техніка»

Укладач: к.т.н., доцент Макаренко М.Г.

Конспект лекцій розглянутий та схвалений
на засіданні кафедри
комп'ютерних технологій дизайну і графіки
(
Протокол № ____ від «___»_____2017р.
Завідувач кафедри______________________
Ю.М. Ковальов

Лекція № 1

Тема лекції: **ВСТУП. МЕТОД ПРОЕКЦІЙ. ЕПЮР МОНЖА**

План лекції

1. Мета та завдання навчальної дисципліни.
2. Основні поняття геометричного моделювання простору.
3. Епюр Монжа.

Література.

Михайленко В.Є. Нарисна геометрія: підручник / В.Є. Михайленко, М.Ф. Євстигнєєв, С.М. Ковальов. За ред. В.Є. Михайленка. 3-тє вид., переробл. – К.: Видавничий дім «Слово». 2013. – 304 с. с. 6 – 13; 25 – 28.

Зміст лекції

1. Мета та завдання навчальної дисципліни.

Місце навчальної дисципліни в системі професійної підготовки фахівця

Навчальна дисципліна «Нарисна геометрія» закладає основу інженерної освіти, формуючи знання, уміння і навички геометричного моделювання тривимірних об'єктів простору.

Мета викладання навчальної дисципліни

Метою викладання дисципліни є розкриття сучасних наукових концепцій, понять та методів відображення геометричних властивостей технічних об'єктів у вигляді креслень.

Завдання вивчення навчальної дисципліни

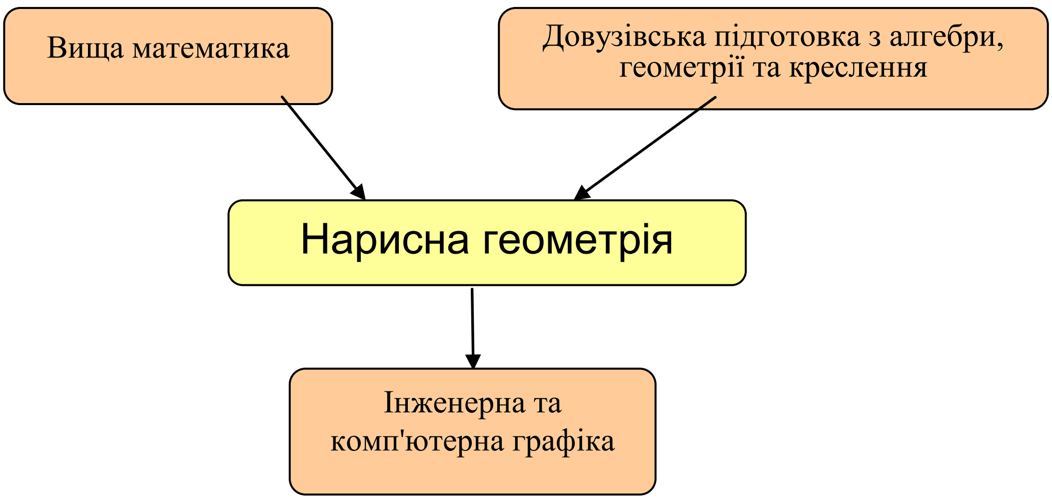
Завданнями вивчення навчальної дисципліни є:

– оволодіння теоретичними основами методів побудови зображень просторових форм на площині;

– розвиток здібності уявного відтворення просторової форми за її плоским зображенням;

– дослідження алгоритмів вирішення позиційних і метричних задач геометричного моделювання просторових форм за їх зображеннями.

Міждисциплінарні зв'язки навчальної дисципліни



2. Основні поняття геометричного моделювання простору.

Геометричні фігури. Геометричний простір. Відображення.

Дається визначення геометричної фігури, називають основні геометричні фігури, розглядають позиційні та метричні властивості геометричних фігур.

Дається визначення геометричного простору. Евклідів простір. Реконструкція евклідового простору.

Розглядається суть *методу проекцій.*

Метод проекцій є основою нарисної геометрії. За цим методом (рис. 1) кожній точці тривимірного простору однозначно відповідає певна точка двовимірного простору (площини).

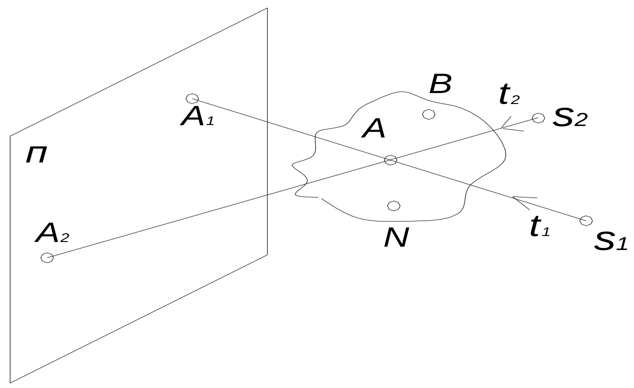


Рис. 1

Апарат центрального проекціювання: A – _об'єкт, S_1 – центр проекціювання, $П$ – площина проекцій, t – проекціювальний промінь, A_1 – проекція точки A із центра S_1 на площині П.

Висновок. 1. На креслянику фігури повинно бути мінімум 2 проекції.

2. Проекцією фігури є сукупність проекцій точок-визначників

3. Епюр Монжа

Відображення геометричних фігур за методом двох зображень за умови ортогонального проекціювання.

Якщо прийняти площини проекцій $П_1$,$П_2$ і $П_3$ за координатні площини декартової системи координат (рис. 2), то довжини відрізків, що виражають відстані точки A до площини проекцій, віднесені до одиниці довжини, будуть координатами точки A: X_A – абсциса (широта); Y_A –ордината (глибина); Z_A - апліката (висота).

Суміщення площин проекцій із площиною креслeника наведено на рис. 3.

Отримане зображення (рис. 4) називають *комплексним рисунком* (епюром Монжа).

Рисунок, що містить проекції на двох полях проекцій, є позиційно повним та метрично визначеним, бо $A_1(X_A, Y_A)$; $A_2(X_A, Z_A)$.

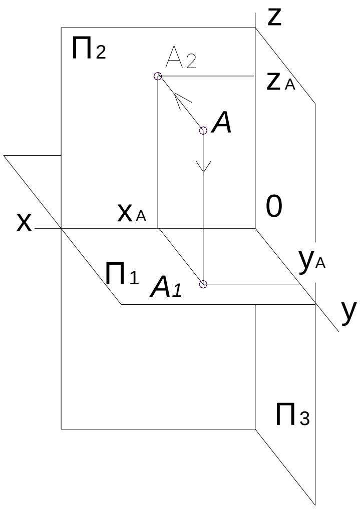


Рис. 2

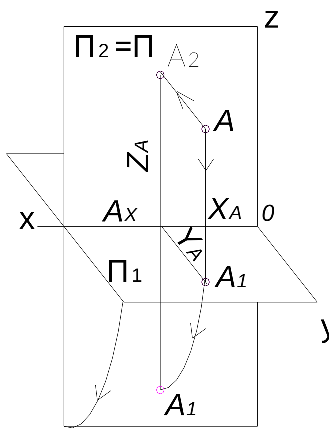


Рис. 3

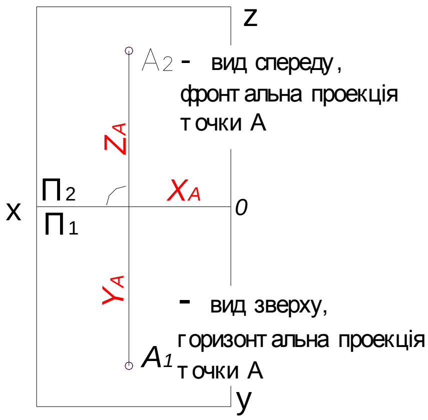
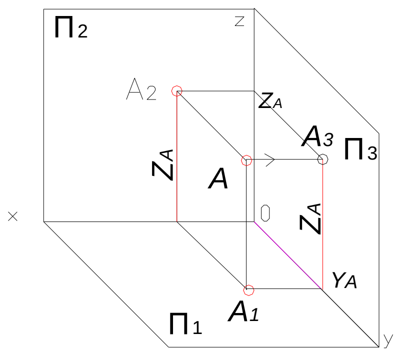


Рис. 4

За цим методом можлива побудова зображень будь-якої фігури за множиною її визначальних точок.

Розглядається побудова комплексного рисунка з трьох прямокутних проекцій (рис. 5 і рис. 6) та безвісного рисунка точки (рис. 7).



A(x,y,z);

A_1 (x,y); A_2(x,z); A_3(y,z);

Рис. 5

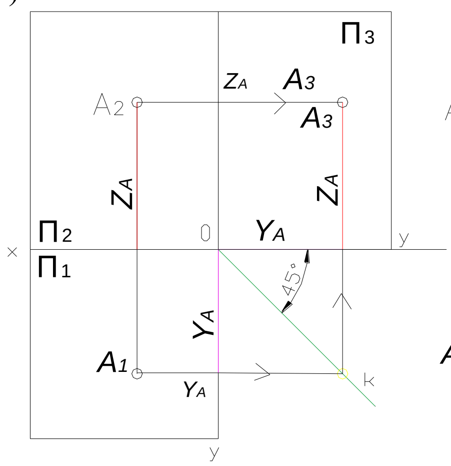


Рис. 6

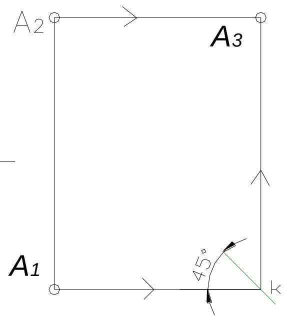


Рис.7

Лекція № 2

Тема лекції*:* **ОРТОГОНАЛЬНІ ПРОЕКЦІЇ ОСНОВНИХ ЕЛЕМЕНТІВ ГЕОМЕТРИЧНОГО ПРОСТОРУ: ПРЯМОЇ ТА ПЛОЩИНИ**

План лекції

1. Проекції прямої.
2. Проекції площини.
3. Прямі площини.

Література.

Михайленко В.Є. Нарисна геометрія: підручник / В.Є. Михайленко, М.Ф. Євстигнеєв, С.М. Ковальов. За ред. В.Є. Михайленка. 3-тє вид., переробл. – К.: Видавничий дім «Слово». 2013. – 304 с. с. 28 – 36.

Зміст лекції

1. Проекції прямої.

Пряма є така множина точок, властивості якої визначаються відомою аксіомою: "через будь-які дві різні точки проходить одна і лише одна пряма"(рис. 1, *а*). Якщо $l(AB)$, то $l_1(A_1B_1)$, $l_2(A_2B_2)$. Комплексний кресленик прямої l наведено на рис. 1, *б*.

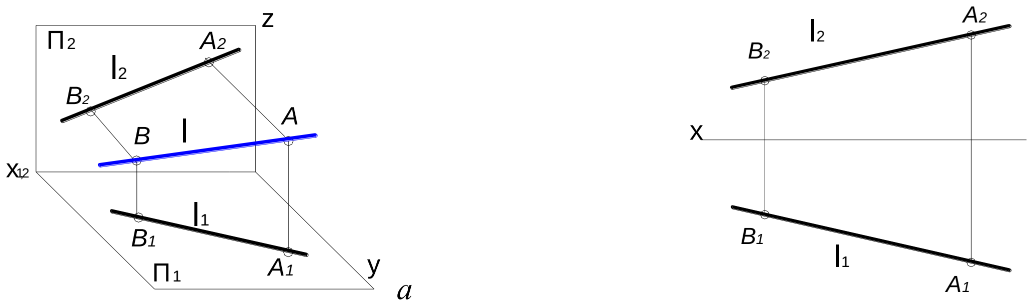


Рис. 1

Надалі розглядають властивості проекцій прямих у залежності від їх положення відносно основних площин проекцій: загального положення, рівня, проекціювальних (рис. 2).

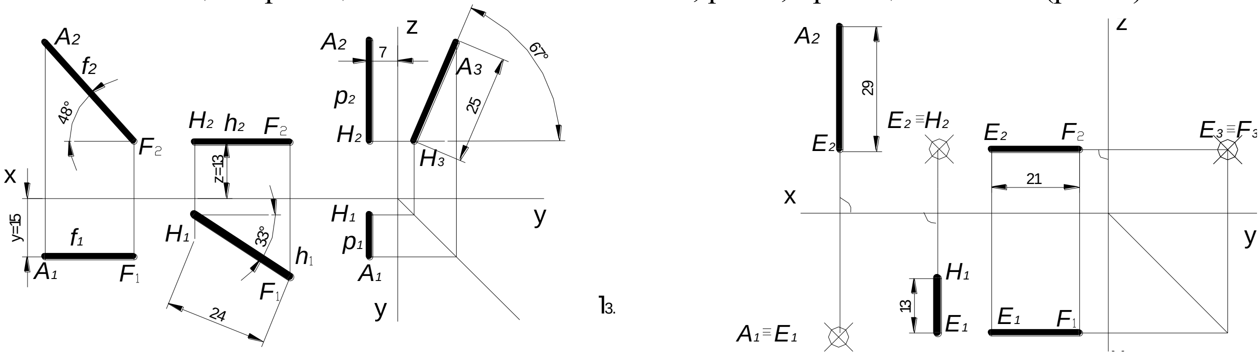


Рис. 2

Геометричний розрахунок довжини відрізка прямої загального положення та кутів нахилу прямої до площин проекцій за правилом *прямокутного трикутника* (рис. 3).

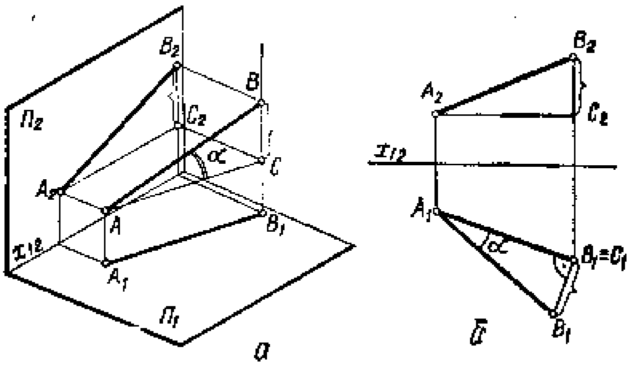


Рис. 3

2. Проекції площини.

Задавати площину можуть три точки, що не лежать на одній прямій. Цей визначник може бути пере заданий: точкою і прямою; двома паралельними прямими; двома пересічними прямими; плоскою фігурою (наприклад, трикутним відсіком). Розглядають властивості проекцій площин залежно від їх положення відносно площин проекцій; загального положення, проекціювальні, рівня (рис. 4).

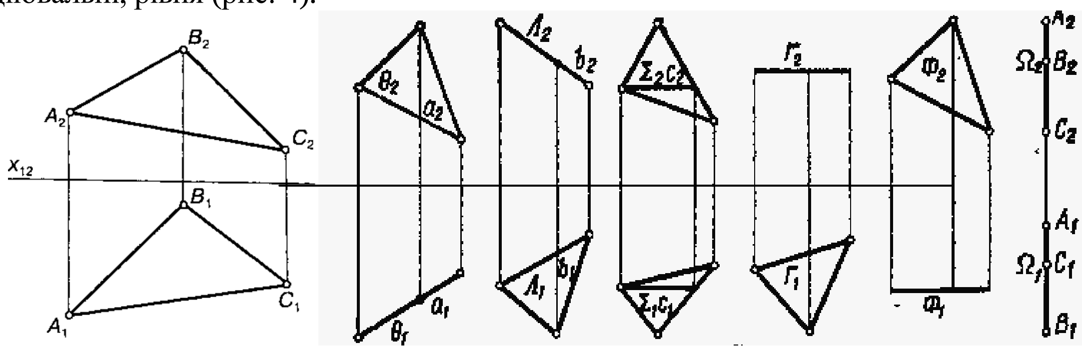


Рис. 4

3. Лінії площини.

Залежно від положення відносно площин проекцій у площинах можна провести відповідні лінії. У площині загального положення – *а*) лінії загального положення; *б)* лі н і ї р і в н я , я к і належать даній площині та паралельні одній з площин проекцій– $h \parallel П_1$, $f \parallel П_2$, $p \parallel П_3$; *в)* лінії найбільшого ухилу площин– $s \perp h$, $v \perp f$.

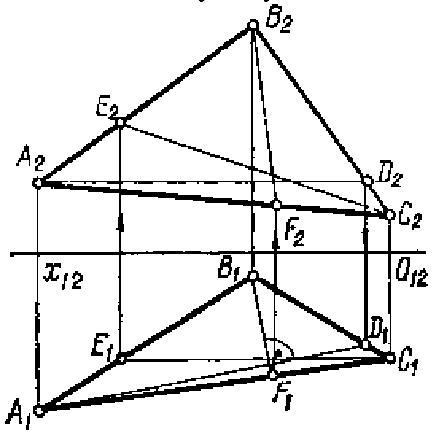


Рис. 5

Лекція № 3

Тема лекції: **ВІДОБРАЖЕННЯ ВЗАЄМНОГО РОЗТАШУВАННЯ МІЖ ОСНОВНИМИ ЕЛЕМЕНТАМИ ГЕОМЕТРИНОГО ПРОСТОРУ**

План лекції

1. Проекції двох прямих.
2. Проекції двох площин.
3. Проекції прямої і площини.

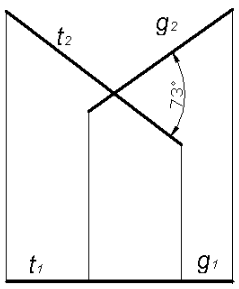
Література.

Михайленко В.Є. Нарисна геометрія: підручник / В.Є. Михайленко, М.Ф. Євстигнєєв, С.М. Ковальов. За ред. В.Є. Михайленка. 3-тє вид., переробл. – К.: Видавничий дім «Слово». 2013. – 304 с. с. 37 – 46, с. 51 – 54.

Зміст лекції

1. Відображення взаємного положення двох прямих.

Дві прямі перетинаються, якщо мають спільну власну точку. Прямі паралельні, якщо мають спільну невласну точку. Мимобіжні прямі не мають спільної точки.



Прямі, що перетинаються утворюють між собою кут.

Кут не проекціюється у натуральну величину ні на одну площину проекцій, якщо прямі займають загальне положення відносно цих площин проекцій.

Кут проекціюється у натуральну величину незалежно від значення, на ту площину проекцій, якій вони паралельні, наприклад фронтальній площині проекцій, якщо вони фронтальні (рис. 1).

Рис. 1

Окремо виділимо випадки проекціювання прямого кута. Якщо одна із сторін прямого кута паралельна до площини проекцій, а інша не перпендикулярна до неї, то прямий кут проекціюється на цю площину проекцій як прямий (рис.2)..

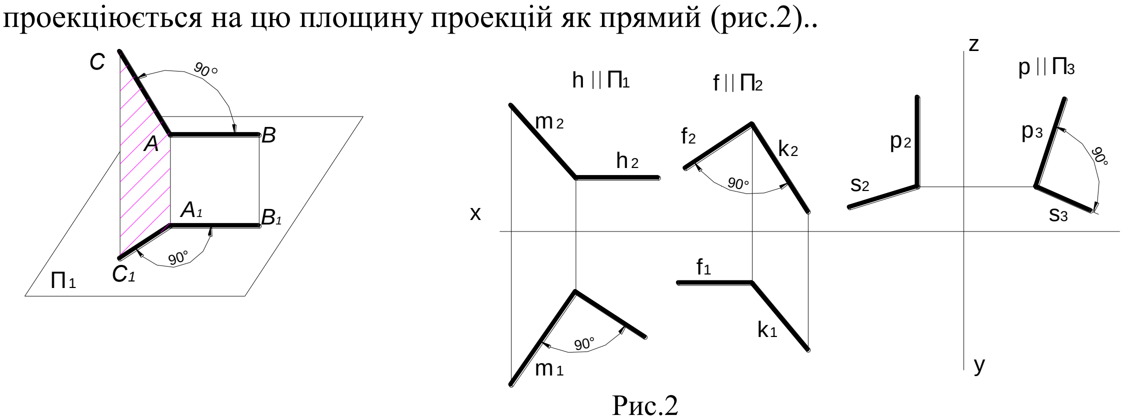


Рис.2

Прямі паралельні, якщо на кресленику однойменні проекції паралельні між собою. Відстань між паралельними прямими проекціюється в натуральну величину на ту площину проекцій, до якої ці прямі паралельні та належать до однієї площини рівня або перпендикулярні.

Прямі мимобіжні, якщо на кресленику точки перетину однойменних проекцій вертикально не відповідні. Відстань між прямими проекціюється у натуральну величину якщо площини паралелізму, що проведені через них, є проекціювальними або рівня. Відстань і кут мимобіжності визначається за кресленником коли одна пряма рівня, а інша – проеціювальна.

2. Відображення взаємного положення двох площин

Дві площини у просторі можуть бути паралельними або перетинатися.

Паралельність площин визначають теоремою: якщо дві прямі, що перетинаються, однієї площини відповідно паралельні двом прямим, що перетинаються, іншої площини, то площини паралельні (рис. 3).

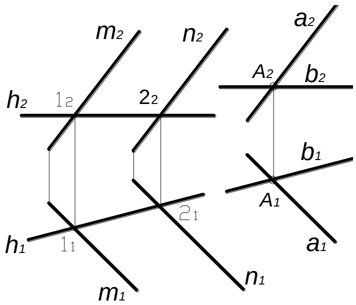


Рис. 3

При розв'язанні позиційної задачі на перетин двох площин мають місце три випадки.

1. Обидві площини є проекціюючими відносно однієї й тієї ж площини проекцій.
2. Одна з площин проекціювальна, а друга – загального положення.
3. Обидві площини загального положення.

За умови проекціювального положення хоча б однієї із площин лінія їх перетину визначається за перетином визначників. Якщо площини загального положення і їх визначники не перетинаються, то застосовують площини посередники проекціювального положення. Двогранний кут між двома площинами проектується в натуральну величину на полі $П_1$, якщо площини горизонтально проекціюювальні, і на $П_2$, – якщо вони фронтально проекціювальні.

3. Відображення взаємного положення прямої і площини

Пряма і площина можуть перетинатися або бути паралельними.

Задачу про знаходження точки перетину прямої і площини розглядають для таких випадків.

1. Площина проекціювальна, а пряма – загального положення.
2. Площина загального положення, а пряма – проекціювальна.
3. Площина і пряма загального положення.

Виділяють випадок коли пряма перпендикулярна до площини загального положення (рис. 4). На основі розгляду такого розташування елементів геометричного простору розв'язують ряд позиційних і метричних задач проектування на прикладі розрахунку кінематики шасі літака..

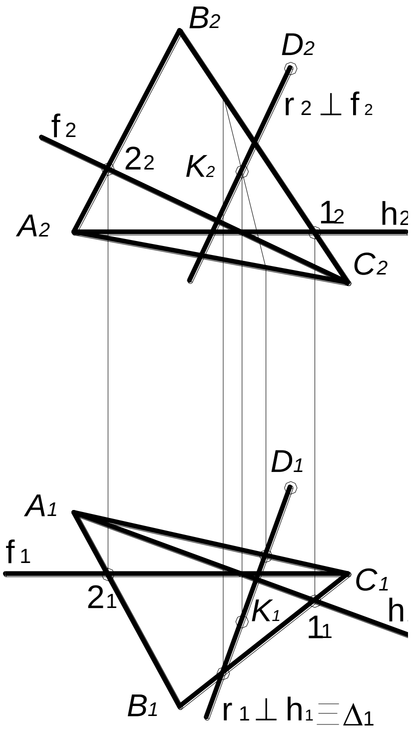


Рис. 4

Лекція № 4

Тема лекції: **МЕТОДИ ПЕРЕТВОРЕННЯ ОРТОГОНАЛЬНОГО РИСУНКА: ПЛОСКОПАРАЛЕЛЬНЕ ПЕРЕМІЩЕННЯ**

План лекції

1. Перетворення комплексного рисунка.
2. Суть методу плоскопаралельного переміщення.
3. Чотири перетворення нарисної геометрії за плоскопаралельним переміщенням.

Література.

Михайленко В.Є. Нарисна геометрія: підручник / В.Є. Михайленко, М.Ф. Євстигнеєв, С.М. Ковальов. За ред. В.Є. Михайленка. 3-тє вид., переробл. – К.: Видавничий дім «Слово». 2013. – 304 с. с. 57 – 58.

Зміст лекції

1. Перетворення комплексного рисунка

Метричні та позиційні властивості геометричних фігур легко визначити при їх окремому положенні відносно площин проекцій. На практиці часто геометричні фігури займають загальне положення, тому виникає необхідність привести положення фігур із загального в окреме.

Методи перетворення проекцій спираються на два основних принципи: 1) зміна взаємного положення об'єкта проектування та площин проекцій; 2) зміна напряму проектування.

На першому принципі ґрунтуються два способи перетворення проекцій: заміна площин проекцій та плоскопаралельне переміщення, а на другому — спосіб допоміжного проектування, який має два різновиди: прямокутного та косокутного допоміжного проектування..

Розв’язання геометричних задач зводиться до чотирьох основних задач:

1)перетворення прямої загального положення в пряму рівня;

2) перетворення прямої загального положення в проекціювальну;

3) перетворення площини загального положення в проекціювальну;

4) перетворення проекціювальної площини у площину рівня.

2. Суть методу плоскопаралельного перенесення.

При переміщення фігури усі її точки переміщаються у площинах, які паралельні одній із площин проекцій (рис.1). Тоді на цю площину проекцій проекція фігури залишається конгруентною до вихідної і лише змінює своє положення. На другій площині проекцій траєкторії переміщення точок фігури належать слідам площин переміщення, які паралельні проекції вісі *x* (рис. 2).

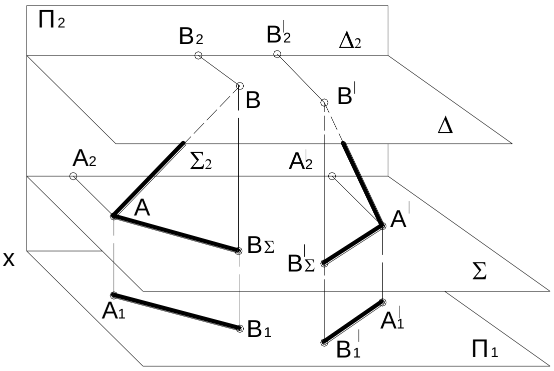


Рис. 1

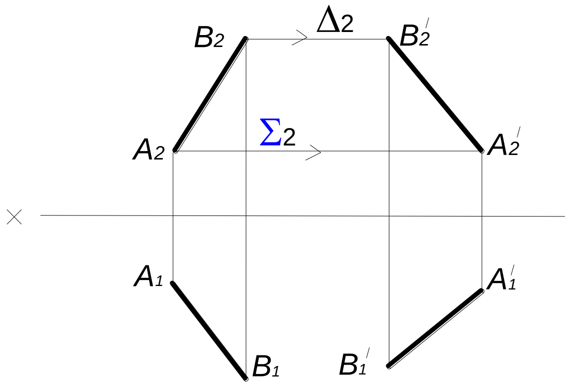


Рис. 2

3. **Чотири перетворення нарисної геометрії**

Щоб встановити відрізок прямої загального положення в проекціююче положення (рис.3), треба повернути його спочатку до положення паралельного одній із площин проекцій, наприклад, фронтальній. При другому повороті до положення, перпендикулярного горизонтальній площині проекцій, відрізок спроекціюється у точку на $П_1$. При цьому конгруєнтними є фронтальні проекціїї відрізка..

Визначення натуральної величини трикутного відсіку показано на рис. 4. Для цього відсік спочатку встановлено у фронтально проекціююче положення. Це перетворення виконується з використанням переводу горизонталі *AD* у фронтально проекціююче положення. Горизонтальні проекції трикутника викреслюються конгруєнтними. Для переводу відсіку в горизонтальне положення, при якому він зобразиться на полі $П_1$ в натуральну величину, достатньо вироджену в лінію фронтальну проекцію перевести паралельно осі *x*.

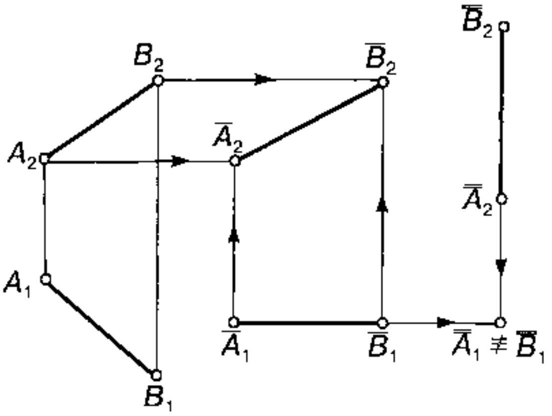


Рис. 3

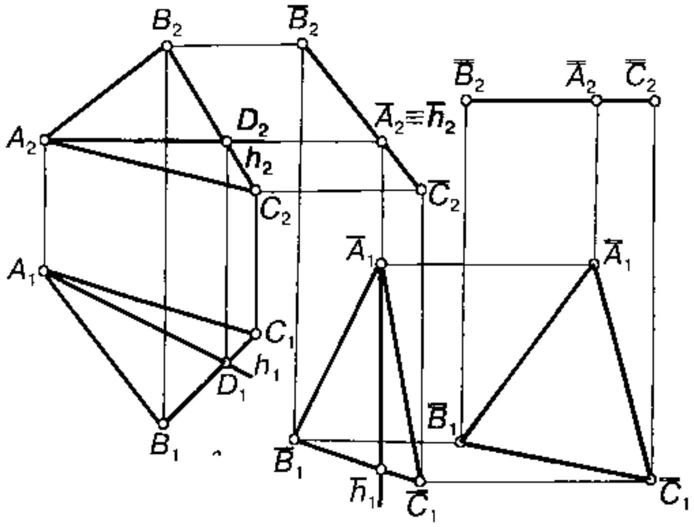


Рис. 4

Надалі застосовують даний метод для розв’язування задач проектування і порівнюють трудомісткості і наочність їх розв’язування, коли кресленик не перетворювали.

Лекція № 5

Тема лекції: **МЕТОДИ ПЕРЕТВОРЕННЯ ОРТОГОНАЛЬНОГО РИСУНКА: ЗАМІНА ПЛОЩИН ПРОЕКЦІЙ**

План лекції

1. Суть методу заміни площин проекцій.
2. Чотири перетворення нарисної геометрії за заміною площин проекцій.

Література.

Михайленко В.Є. Нарисна геометрія: підручник / В.Є. Михайленко, М.Ф. Євстигнєєв, С.М. Ковальов. За ед.. В.Є. Михайленка. 3-тє вид., переробл. – К.: Видавничий дім «Слово». 2013. – 304 с. с. 55 – 57.

Зміст лекції

1. Суть методу заміни площин проекцій.

Суть способу полягає в уведенні додаткових площин проекцій, які перпендикулярні до заданих і паралельні або перпендикулярні до вибраних об’єктів простору (рис. 1).

Послідовність визначення третьої проекції точки за двома заданими (рис. 2).

1. Проводять вісь $x_{1,4}$ згідно умови задачі.

2. Проводять лінію зв’язку з проекції точки, яку не замінюють (A_1), перпендикулярно до вісі $x_{1,4}$.

3. Визначають замінювану координату точки (z за фронтальною проекцією).

4. Відкладають замінювану координату точки на побудованій лінії зв’язку від осі $x_{1,4}$.

5. Позначають отриману проекцію точки за індексом площини проекцій (A_4).

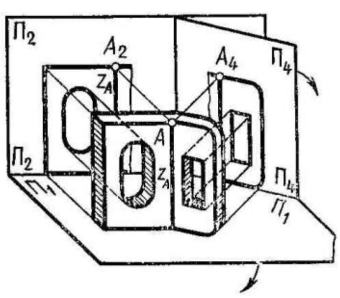


Рис. 1

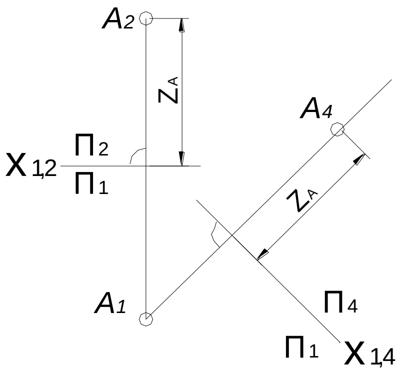


Рис. 2

2. Чотири основні перетворення

На рис. 3 показано розв’язок задачі по перетворенню прямої загального положення в проекціювальну. Після переведення відрізка із загального положення у фронтальне (заміна $П_1$ на $П_4$), наступна площина $П_5$ вибирається перпендикулярною до AB. Проекції точок A_5B_5 розмістяться від осі x_{45} на відстані, що дорівнює відстані від проекції A_4B_4 до осі $x_{1,4}$.

Визначення натуральної величини трикутного відсіку наведено на рис. 4. При цьому здійснено дві заміни площин проекцій. Першою заміною відсік переведено в проекціювальне положення, а другою – в положення рівня. Натуральна величина трикутника ABC проекціюється на площину проекцій $П_5$. Щоб перевести трикутнийвідсік у проекціювальне положення, необхідно й достатньо, щоб будь-яка його пряма зайняла проекціювальне положення (проекція виродилася в точку).

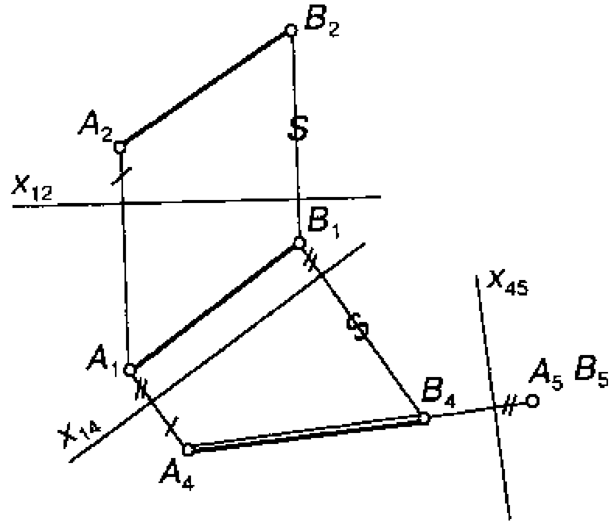


Рис. 3

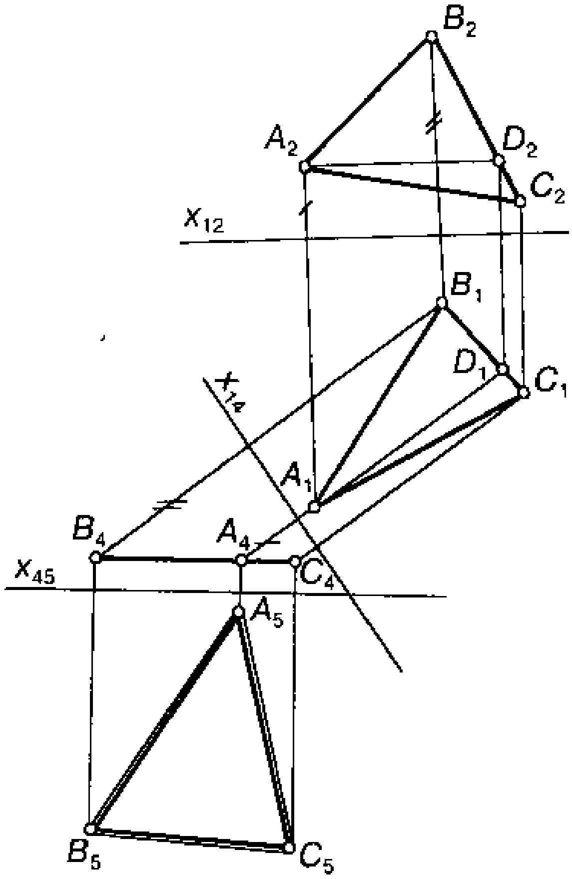


Рис. 4

Надалі застосовують даний метод для розв'язування задач проектування і порівнюють трудомісткості і наочність їх розв'язування, коли кресленик не перетворювали або застосовували спосіб плоскопаралельного перенесення.

Лекція № 6

Тема лекції*:* **ГРАННІ ПОВЕРХНІ ТА БАГАТОГРАННИКИ**

План лекції

1. Визначення багатогранника. Види багатогранників.
2. Перетин багатогранника і площини загального положення.
3. Взаємний перетин багатогранників.

Література.

Михайленко В.Є. Нарисна геометрія: підручник / В.Є. Михайленко, М.Ф. Євстигнеєв, С.М. Ковальов. За ед.. В.Є. Михайленка. 3-тє вид., переробл. – К.: Видавничий дім «Слово». 2013. – 304 с. с. 61 – 65; 110 – 111; 128 – 131.

Зміст лекції

1. Визначення багатогранника. Види багатогранників.

Багатогранник – це замкнута просторова фігура, що обмежена багатокутниками. Багатогранники повно та однозначно задають сіткою їх ребер. Опуклими називають багатогранники, що розміщені по один бік від площини будь-якої грані . Число граней *Г,* вершин *В,* ребер *Р* випуклого багатогранника визначають за теоремою Декарта – Ейлера:

$$\boldsymbol{Г + В - Р = 2}.$$

Розгорткою гранної поверхні (багатогранника) називається неперервне, без складок і розривів, суміщення їх граней з площиною. Оскільки гранні поверхні складаються з відсіків площин, побудова розгорток завжди можлива. Способи побудов:– тріангуляції, розкочування, нормального перетину.

Надалі розгляд багатогранників обмежують призмами і пірамідами.

Призма – це багатогранник, у якого дві грані, що є основами, однакові багатокутники, які лежать у паралельних площинах, а інші (бічні) грані у загальному випадку – паралелограми.

Креслять зображення призми, визначають точки на її поверхні та будують розгортку за методом розкочування (рис. 1).

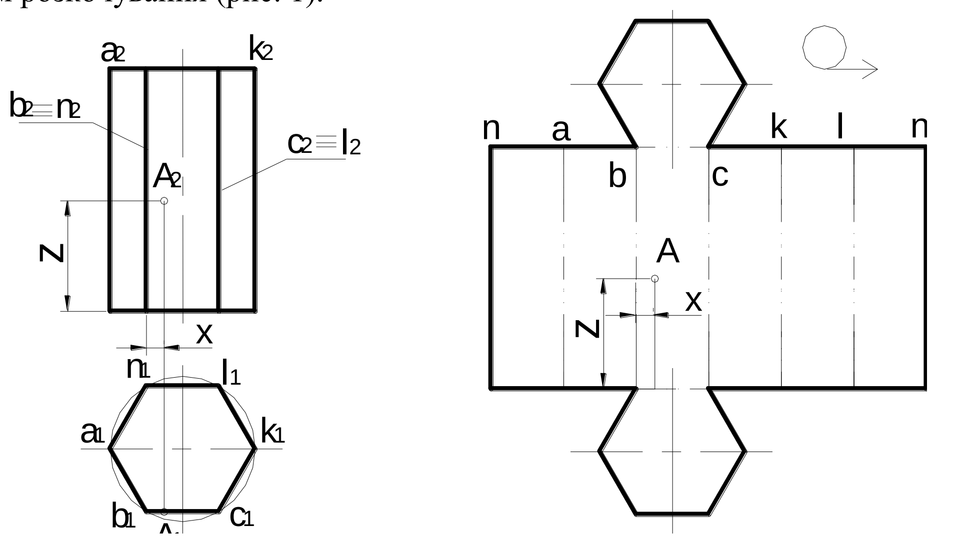


Рис. 1

Піраміда – багатогранник, основа якого – багатокутник, а інші, бічні грані – трикутники зі спільною точкою, – вершиною.

Креслять зображення піраміди, визначають точки на її поверхні та будують розгортку за методом розкочування (рис. 2). Точки на поверхні піраміди визначають за їх належністю площинам граней.

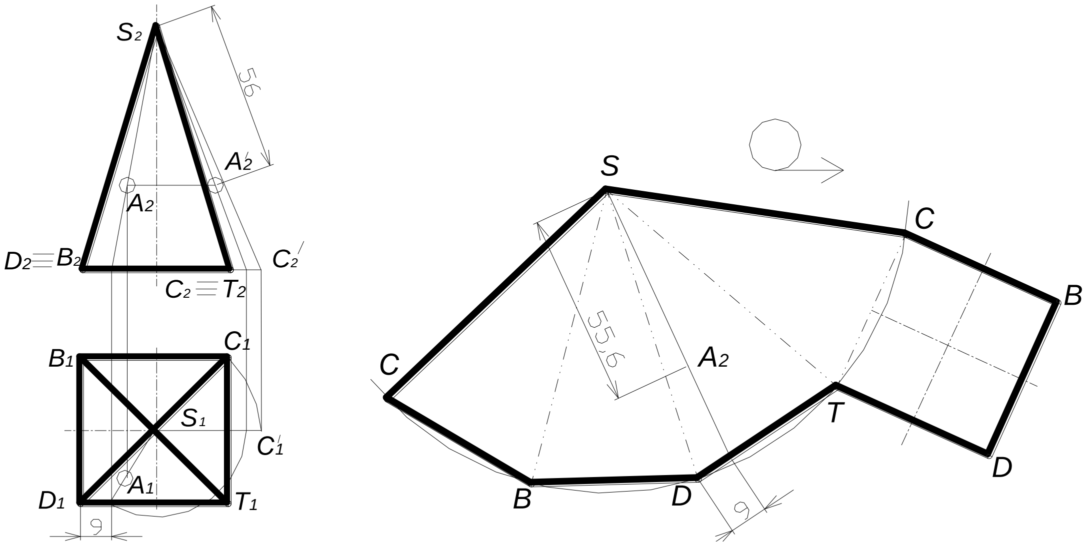


Рис. 2

2. Перетин багатогранника і площини загального положення.

Тему роглядають на прикладі задачі з визначення фігури ростину призми площиною загального положення (рис. 3).

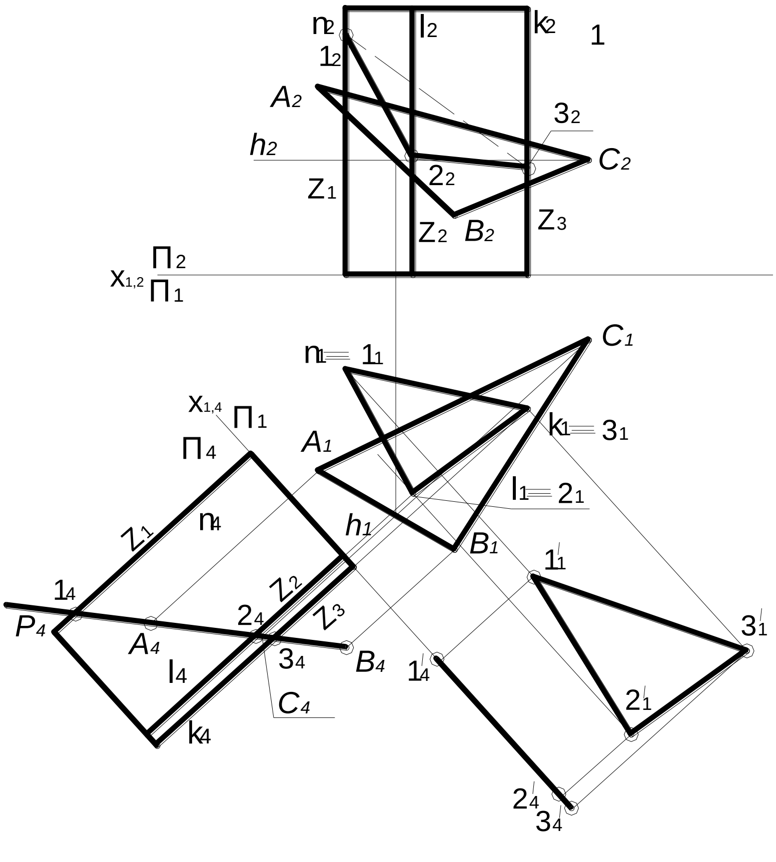
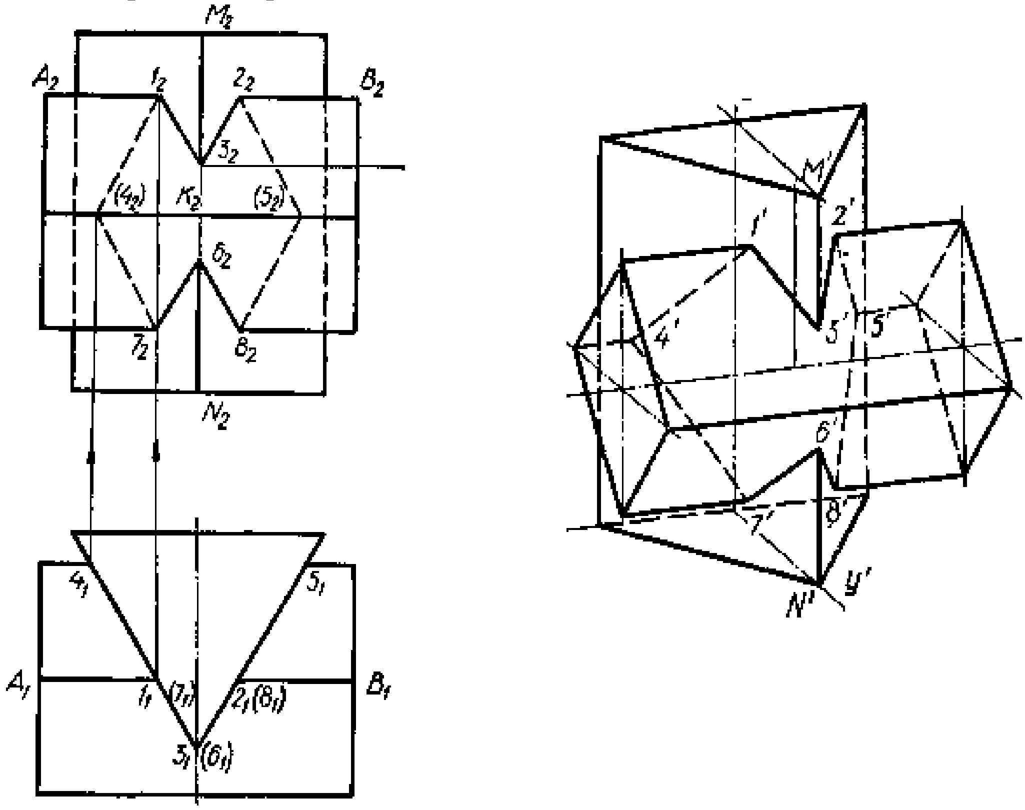


Рис. 3

Розв’язання задач такого типу можливе за умови використання способів перетворення проекцій. Площину *P* переведять у проекціювальне положення способом заміни площин проекцій. Лінія $1_4 2_4 3_4$ і є проекцією лінії перетину. Рухаючись по лініях зв’язку в зворотному напрямі та керуючись визначеними координатами z, знаходимо проекції точок *1*, *2*, *3* на горизонтальній і фронтальній площинах проекцій за належністю точок ребрам багатогранника. Користуючись плоскопаралельним переміщенням визначають натуральну величину перетину. Наприкінці визначають видимість лінії перетину.

3. Взаємний перетин багатогранників.

Задача із визначення лінії перетину двох багатогранників зводиться до знаходження точок перетину ребер першого багатогранника з гранями другого і ребер другого багатогранника з гранями першого.



Лекція № 7

Тема лекції: **КРИВІ ЛІНІЇ**

План лекції

1. Визначення та класифікація кривих ліній.
2. Кривина плоскої кривої. Еволюта і евольвента.
3. Кресленики поширених у технічних виробах плоских кривих.
4. Просторові криві. Кресленик і розгортка циліндричної спіралі.

Література.

Михайленко В.Є. Нарисна геометрія: підручник / В.Є. Михайленко, М.Ф. Євстигнєєв, С.М. Ковальов. За ед.. В.Є. Михайленка. 3-тє вид., переробл. – К.: Видавничий дім «Слово». 2013. – 304 с. с. 67 – 83.

Зміст лекції

1. Визначення та класифікація кривих ліній.

Лінія – безперервна однопараметрична послідовна безліч точок.

Визначення кривих ліній:

1. Як геометричне місце точок, що безперервно переміщуються по певній траєкторії.
2. Як межа поверхонь.
3. Як лінія перетину двох поверхонь.
4. Як результат перетину поверхні площиною.

Всі лінії діляться на плоскі і просторові криві.

Для алгебраїчних кривих вводиться порядок і клас кривої.

Порядок кривої визначає вища ступінь рівняння, яке задає криву.

*Графічний поряд*ок *кривої* визначає максимально можлива кількість точок перетину кривої з прямою лінією.

Клас кривої визначає максимальна кількістю дотичних, проведених до кривої із зовнішньої точки.

2. Кривина плоскої кривої. Еволюта і евольвента.

Ступінь кривини лінії l визначає величина кута α між напівдотичними у двох нескінченно близьких точках лінії віднесена до довжини дуги s між цими точками (рис. 1).

$$k=\lim \frac{\Delta\alpha}{\Delta s}\ (\Delta s\to 0).\quad k=\frac{1}{r}.$$

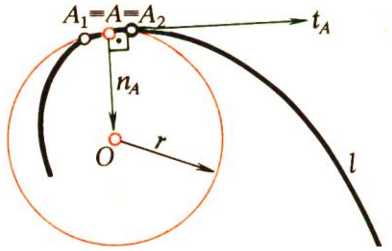


Рис. 1

Еволюта – множина точок, які є центрами кривини Саму лінію l по відношенні до її еволюти називають евольвентою (рис. 2).

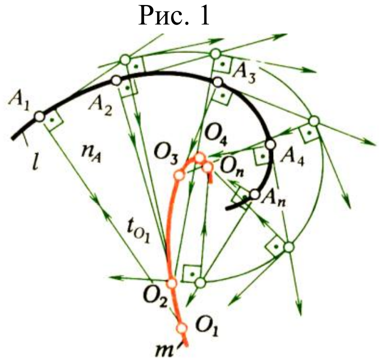


Рис. 2

3. Креслеленики поширених у технічних виробах плоских кривих.

Поширені у техніці плоскі криві: коло, парабола, гіпербола, еліпс, епіциклоїда, циклоїда, спіраль Архімеда, евольвента кола, коробова крива – овал.

При конструюванні криволінійних форм, наприклад, обводу фюзеляжу літака (рис. 3) необхідно провести через точки каркасу *A, B, C*, ... плавну криву, яка включає плоскі монотонні дуги *AB* ...*GF*. Найчастіше це криві другого порядку, так звані коніки, які задають такими параметрами: двома дотичними, точками дотику на них і інженерним (графічним) дискри-мінантом. Значення дискримінанта визначається відношенням довжи-ни відрізків медіани $f = RT/ST$, трикутника, який задається точка-ми дотику і точкою перетину дотичних.

Міняючи *f*, змінюють форму кривої, а отже, і радіус кривини в кожній її точці, у тому числі в точках *A* і *B*. Зазначимо, Рис. 3що при $0 < f < 0{,}5$ маємо еліпс, при $f = 0{,}5$ – параболу, при $0{,}5 < f < 1$ – гіперболу.

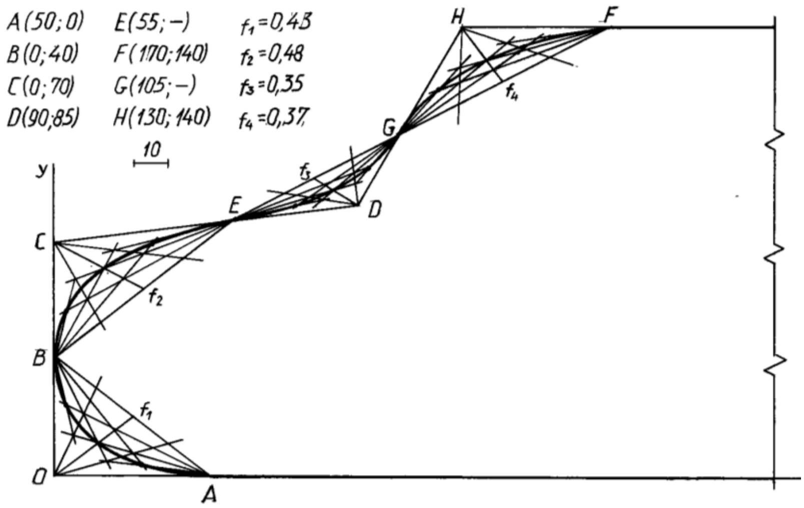


Рис. 3

4. Просторові криві. Креслленик і розгортка циліндричної спіралі.

Точки просторової кривої не належать одній площині. Для аналізу просторової кривої використовують так званий просторовий тріедр (тригранник Френе).

Просторова крива, що має сталі кривину і скрут, є циліндрична спіраль. Ця крива утворюється при рівномірному русі точки вздовж прямої, яка, в свою чергу, рівномірно обертається навколо осі (рис. 4). Циліндрична спіраль визначається двома параметрами: кроком *p*, що дорівнює висоті циліндра (точка переміститься на величину кроку при повному обертанні твірної навколо осі циліндра), та радіусом циліндра *r*. Розгортка циліндричної спіралі – пряма лінія (рис. 5).

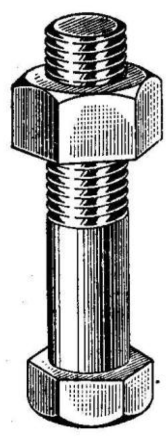


Рис. 4

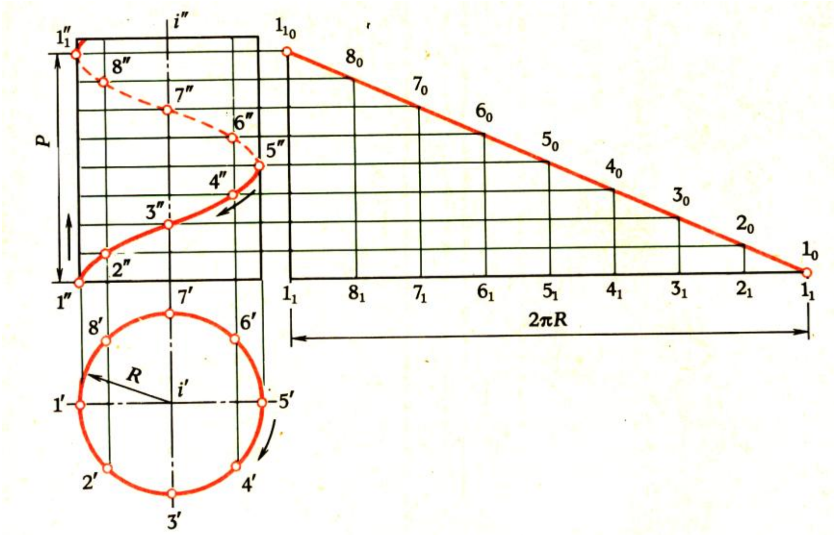


Рис. 5

Лекція № 8

Тема лекції: **КРИВІ ПОВЕРХНІ. СПОСОБИ ЗАВДАННЯ ТА КЛАСИФІКАЦІЯ**

План лекції

1. Визначення та класифікація кривих поверхонь
2. Лінійчаті поверхні.
3. Криволінійчаті поверхні обертання.
4. Поверхні, подані дискретним каркасом.
5. Точки на кривих поверхнях.

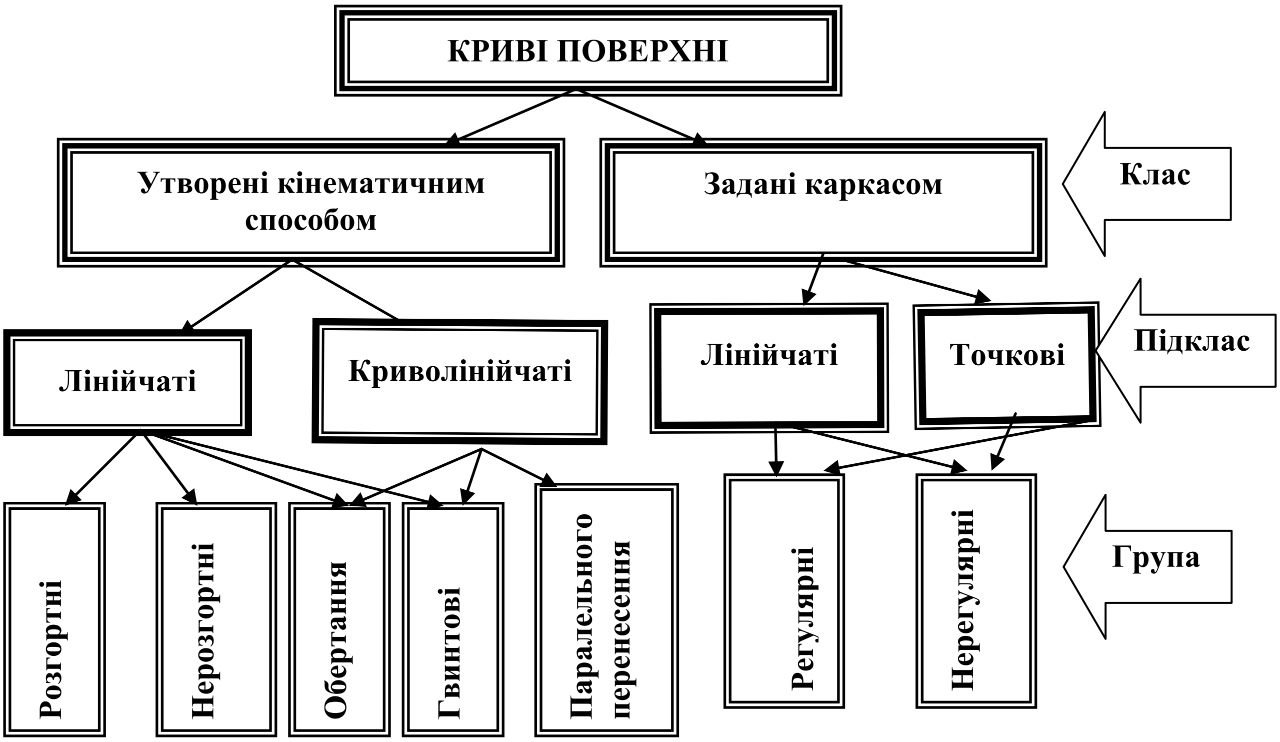
Література.

Михайленко В.Є. Нарисна геометрія: підручник / В.Є. Михайленко, М.Ф. Євстигнєєв, С.М. Ковальов. За ед.. В.Є. Михайленка. 3-тє вид., переробл. – К.: Видавничий дім «Слово». 2013. – 304 с. с. 84 – 97..

Зміст лекції

1. Визначення та класифікація кривих поверхонь

Нарисна геометрія розглядає поверхні як сукупність всіх послідовних положень лінії, яка переміщується в просторі по визначеному закону.



2. Лінійчаті поверхні

Лінійчатою називають поверхню, утворену прямою лінією.

Розглядаються лінійчаті поверхні з трьома (косий циліндр), двома (прямий циліндроїд) і однією (поверхня з ребром повернення і конус) напрямними.

3. Криволінійчаті поверхні обертання

Розглядаються наступні поверхні: тор відкритий, тор закритий, сфера, глобоїд, параболоїд, гіперболоїд однополостний, гіперболоїд двополостний, еліпсоїди.

4. Поверхні, подані дискретним каркасом.

Каркас поверхні – це упорядочена множина належних їй точок або ліній, заданих так, щоб, орієнтуючись на них, можна було уявити форму поверхні в усіх її частинах.

Фіксацію на поверхні дискретної множини точок або ліній, положення яких відповідає певним умовам, називають *дискретизацією поверхні.* Задачу, протилежну дискретизації, називають *інтерполяцією поверхні*.

Лінійні каркаси характеризуються щільністю.

При точковому каркасі поверхні окремі точки можна сполучати між собою прямими, дістаючи сітку з трикутників, яку називають *тріангуляційною.* Якщо лінії тріангуляційної сітки вважати ребрами багатогранника, то вписаний (описаний) багатогранник буде частковою моделлю поверхні. Модель буде тим повнішою, чим густіше та рівномірніше буде задано точковий каркас поверхні.

5. Точки на кривих поверхнях.

Точка належить поверхні якщо вона належить лінії, яка проведена на цій поверхні.

Розглядають задачі із знаходження точок як на лінійчатих, так і криволінійчатих поверхнях за використанням твірних цих поверхонь: конуса (рис. 1), двічі косий коноїд (рис. 2), довільна поверхня обертання (рис.3).

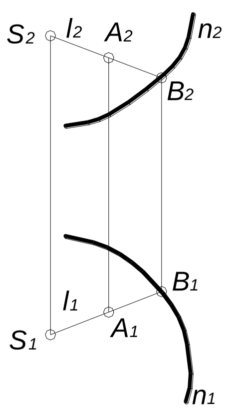


Рис. 1

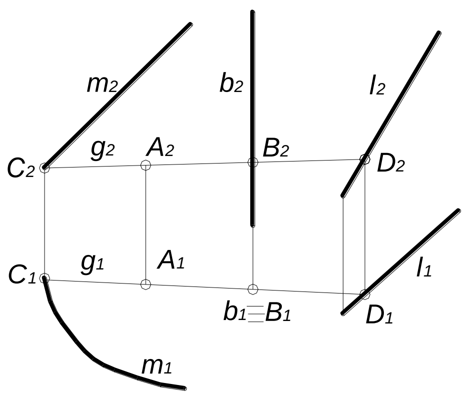


Рис. 2

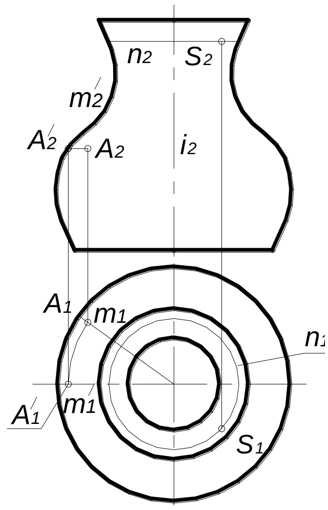


Рис. 3

Лекція № 9

Тема лекції: **ПЕРЕТИН КРИВИХ ПОВЕРХОНЬ ПРОЕКЦІЮВАЛЬНОЮ ПЛОЩИНОЮ**

План лекції

1. Аналіз форми кривої перетину.
2. Перетини конуса, циліндра, сфери.
3. Побудова розгорток розгортних поверхонь – конуса і циліндра.
4. Побудова умовних розгорток сфери.

Література.

Михайленко В.Є. Нарисна геометрія: підручник / В.Є. Михайленко, М.Ф. Євстигнєєв, С.М. Ковальов. За ед.. В.Є. Михайленка. 3-тє вид., переробл. – К.: Видавничий дім «Слово». 2013. – 304 с. с. 103 – 104; с. 130 – 134.

Зміст лекції

1. Аналіз форми кривої перетину.

При перерізах поверхонь площиною утворюється фігура, обмежена плоскою кривою лінією, кожна точка якої є точкою перетину каркаса поверхні з площиною.

На лінії перерізу визначають такі точки: – *характерні*, *особливі*, *проміжні*. Всі точки з'єднуються плавною лінією з використанням лекал.

Якщо площина займає загальне положення відносно площин проекцій, то переріз визначають за використанням допоміжних площин або перетворюють кресленик таким чином, щоб площина розтину стала проекціювальною.

2. Перетини конуса, циліндра, сфери.

Аналізують лінії перетину прямого кругового конуса (рис. 1), прямого кругового циліндра (рис. 2), сфери (рис. 3) та виконують відповідні кресленики.

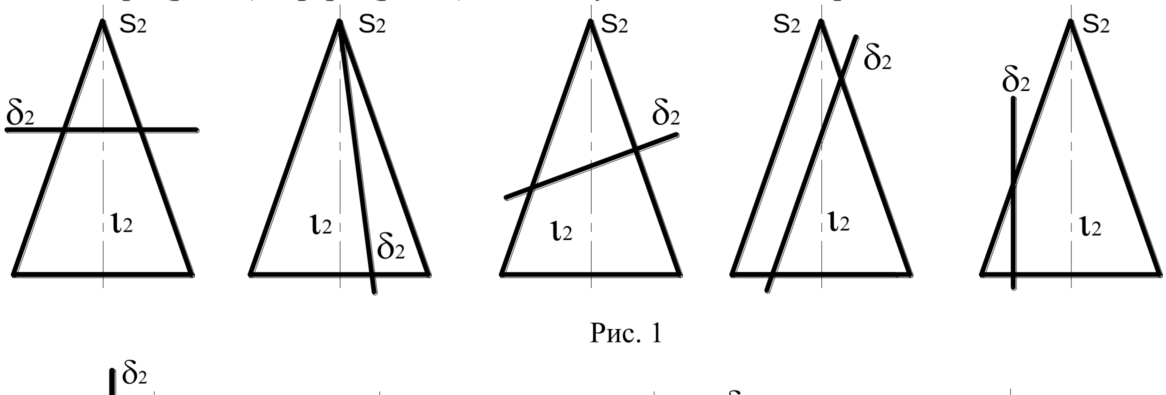


Рис. 1

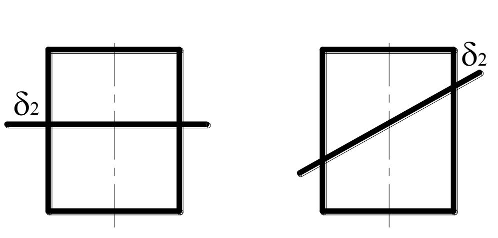


Рис. 2

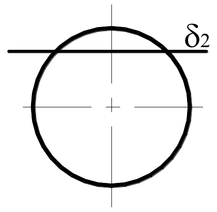


Рис. 3

3. Побудова розгорток розгортних поверхонь – конуса і циліндра.

Циліндричні та конічні поверхні є розгортними. Їх можна згинанням сумістити з площиною без розривів і складок.

Алгоритми виконання розгорток розглядають на прикладах (рис. 4 і рис. 5).

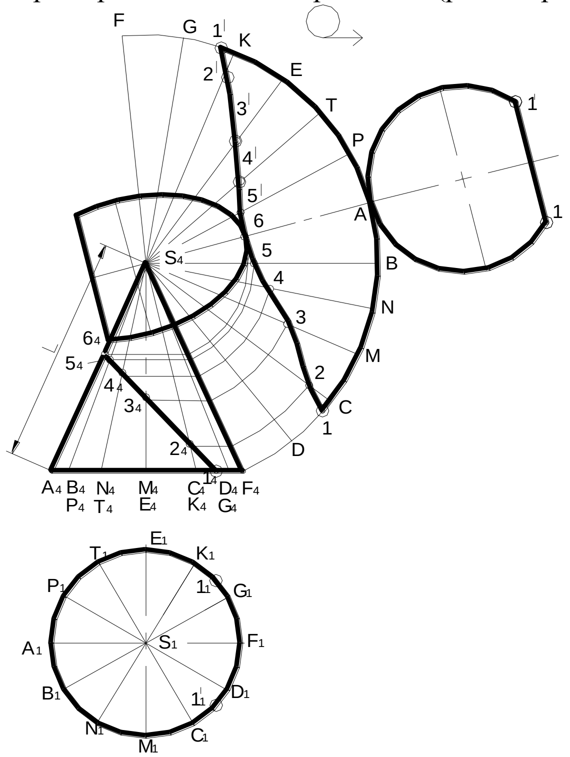


Рис. 4

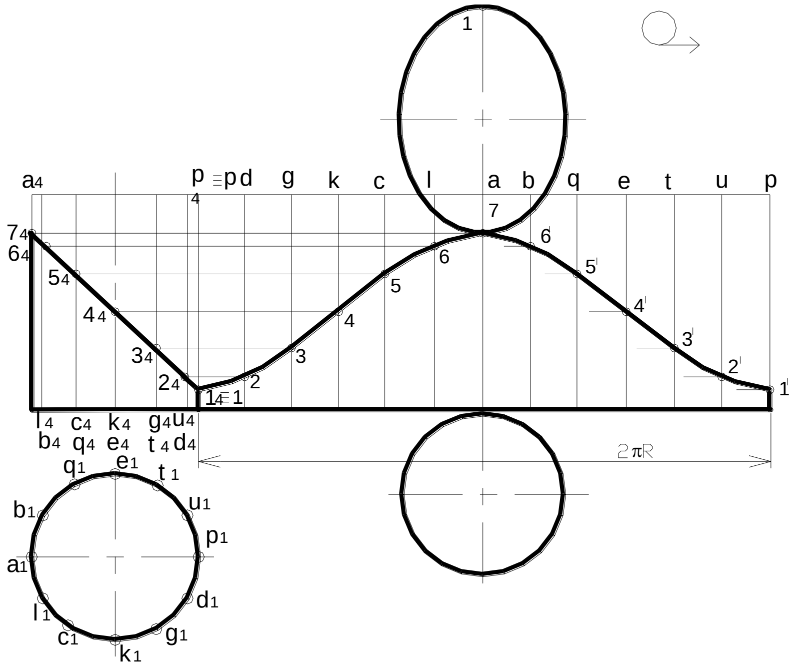


Рис. 5

Для всіх інших торсових поверхонь наближені розгортки будують шляхом описування чи вписування багатогранних поверхонь.

4. Побудова умовних розгорток сфери.

Алгоритм побудови умовних розгорток складається з таких операцій:

1.Розрізати нерозгортну поверхню на кілька частин залежно від точності побудови.

2 Замінити ці частини розгортними поверхнями.

3. Шукана умовна розгортка є сукупністю розгорток окремих кусків.

При цьому для криволінійчатих поверхонь використовують спосіб циліндрів або спосіб конусів. Для лінійчатих нерозгортних поверхонь користуються способом тріангуляції тобто заміною кривих поверхонь багатогранною поверхнею, яка складається з трикутників.

На рис. 6 показано умовну розгортку сфери. Щоб побудувати цю розгортку, сферу розрізали по меридіанах на рівні частини.

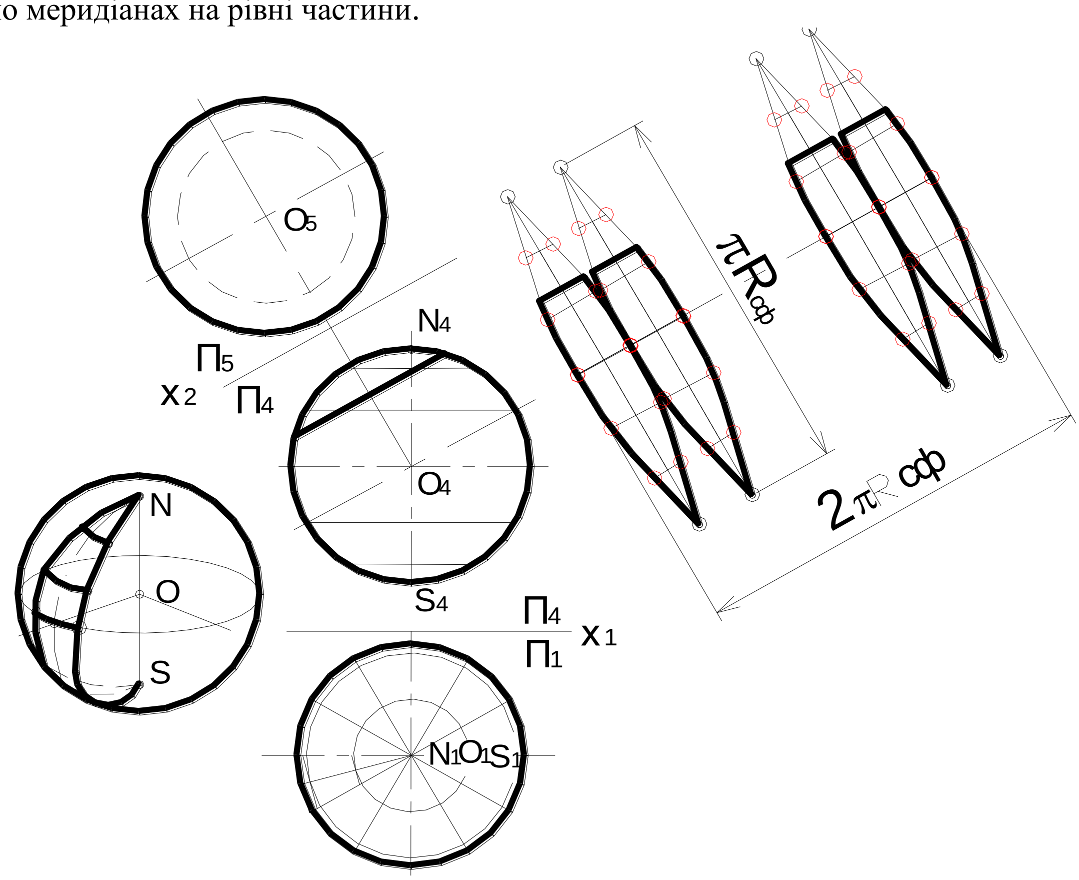


Рис. 6

Довжина сегмента розгортки визначається довжиною меридіана сфери $m = \pi R$. Точки на стикувальних меридіанах сегмента визначають за довжиною дуг паралелей сфери, які є діаметрами обгорнених циліндрів.

Лекція № 10

Тема лекції: **ПОБУДОВА ЛІНІЇ ПЕРЕТИНУ КРИВИХ ПОВЕРХОНЬ З БАГАТОГРАННИКАМИ**

План лекції

1. Аналіз форми лінії перетину.
2. Побудова точок перетину кривих поверхонь з прямою.
3. Побудова лінії перетину кривої поверхні з багатогранником

Література.

Михайленко В.Є. Нарисна геометрія: підручник / В.Є. Михайленко, М.Ф. Євстигнеєв, С.М. Ковальов. За ед.. В.Є. Михайленка. 3-тє вид., переробл. – К.: Видавничий дім «Слово». 2013. – 304 с. с. 107 – 109.

Зміст лекції

1. Аналіз форми лінії перетину.

Спільна лінія двох поверхонь називається лінією їх перетину.

Лінія перетину гранної і кривої поверхонь – просторова крива, яку складають плоскі криві. Вид кривої змінюється у точках перетину ребер багатогранника з кривою поверхнею (рис. 1).

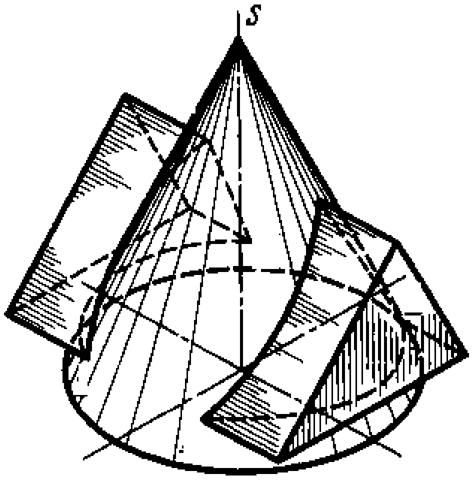


Рис. 1

1. Побудова точок перетину кривих поверхонь з прямою.

Алгоритм розв'язання цієї задачі такий:

І) провести через дану лінію проекціювальну площину або циліндричну поверхню;

2) побудувати лінію перетину поверхні з проведеною проекціювальною поверхнею;

3) знайти точку перетину даної лінії зі знайденою лінією перетину.

Задачу розглядають для проекціювальної кривої поверхні (рис. 2) і поверхонь загального положення (рис. 3 і рис. 4).

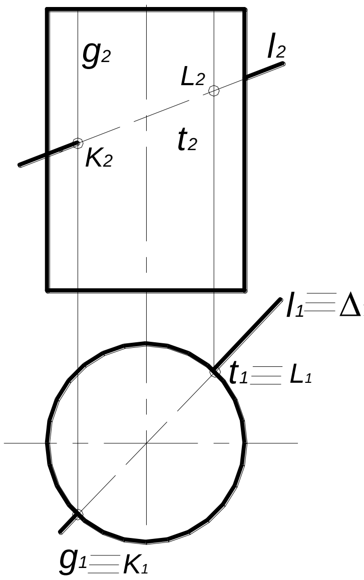


Рис. 2

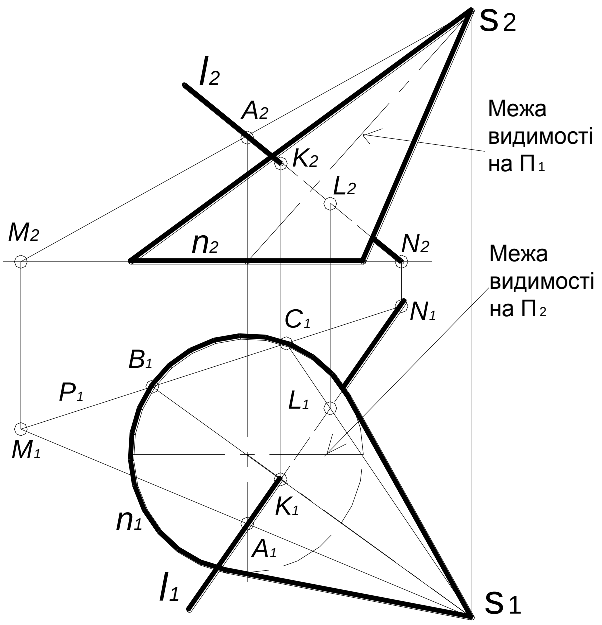


Рис. 3

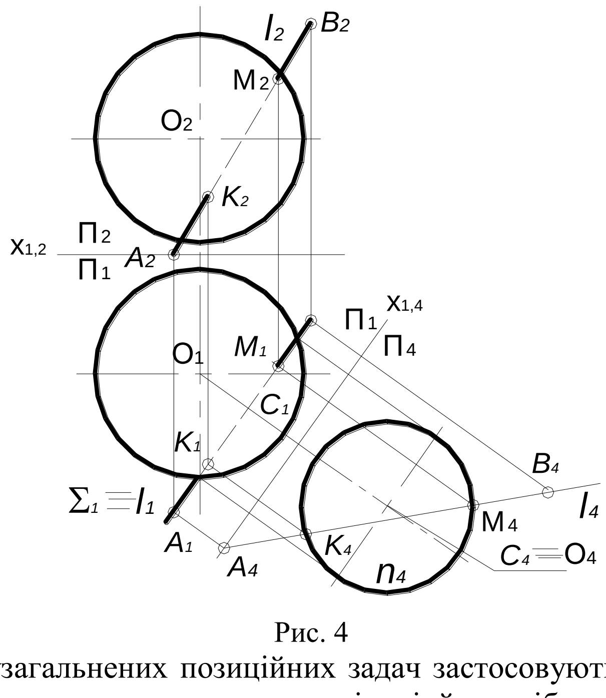


Рис. 4

Для розв’язування узагальнених позиційних задач застосовують спосіб допоміжного проекціювання та спосіб перетинних поверхонь, а іноді й спосіб перетворення проекцій. Застосування всіх цих способів полягає в досягненні такого положення об’єктів дослідження, при якому безпосередньо на кресленику знаходять точку чи групу точок.

3. Побудова лінії перетину кривої поверхні з багатогранником

Розв’язок задач на побудову лінії перетину кривої поверхні з багатогранником пропонується виконувати методом повних перетинів, в якому застосовують допоміжні посередники – площини окремого положення (рис. 5).

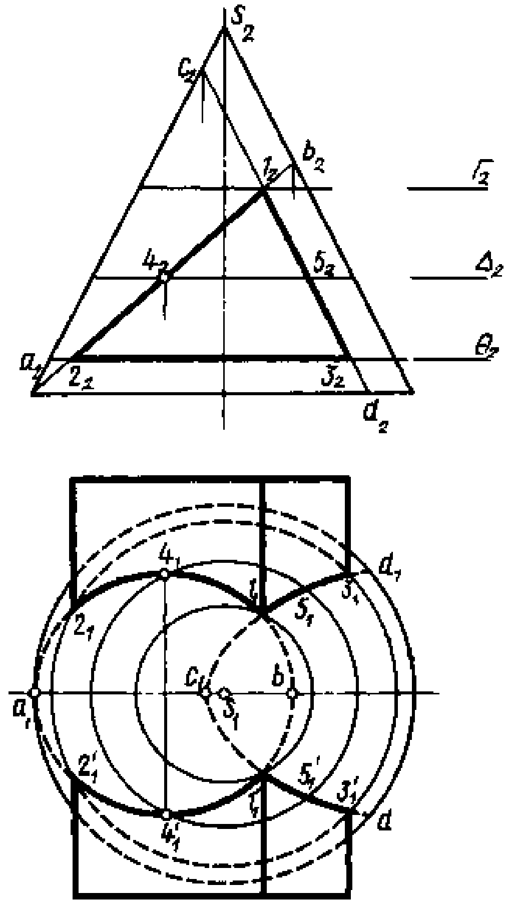


Рис. 5

Етапи виконання.

1. Виділення площин повного перетину, які завдають грані багатогранника.
2. Визначення виду плоских кривих повного перетину кривої поверхні площинами повного перетину. На рис. 5 маємо три конічні перерізи: коло, параболу і еліпс.
3. Побудова проекцій плоских кривих повного перерізу.
4. Виділення частин плоских кривих повного перерізу на їх проекціях, які одночасно належить кривій поверхні і багатограннику. На рис. 5 зміна виду плоских кривих перетину відбувається у симетричних точках *1, 2, 3*.

Лекція № 11

Тема лекції*:* **ПОБУДОВА ЛІНІЇ ВЗАЄМНОГО ПЕРЕТИНУ ДВОХ КРИВИХ ПОВЕРХОНЬ З ВИКОРИСТАННЯМ ПОВЕРХОНЬ – ПОСЕРЕДНИКІВ**

План лекції

1. Суть способу побудови лінії перетину поверхонь за використанням поверхонь – посередників.
2. Застосування розтинальних площин рівня.
3. Застосування розтинальних площин загального положення.
4. Застосування розтинальних концентричних сфер.

Література.

Михайленко В.Є. Нарисна геометрія: підручник / В.Є. Михайленко, М.Ф. Євстигнєєв, С.М. Ковальов. За ед.. В.Є. Михайленка. 3-тє вид., переробл. – К.: Видавничий дім «Слово». 2013. – 304 с. с. 110 – 111; 115 – 117.

Зміст лекції

1. Суть способу побудови лінії перетину поверхонь за використанням поверхонь – посередників.

Суть способу полягає у наступному.

1. Задані поверхні Ψ і Δ розтинають допоміжною третьою поверхнею Ω за умови їх розтину за простими для викреслювання лініями (пряма або коло).

2. Будують лінії розтину поверхні-посередника кожної заданої поверхні: $\Omega \cap \Psi = KL$; $\Omega \cap \Delta = MN$.

3. Визначають точку A перетину знайдених ліній $A = KL \cap MN$; Ця точка і є шуканою на лінії перетину поверхонь Ψ і Δ .

На лінії перетину виділяють *особливі* точки, які визначають положення лінії відносно основних площин проекцій: верхня і нижня, ближня і дальня, ліва і права. Також обов’язково визначають точки *зміни видимості кривої* перетину на відповідних площинах проекцій. Кількість *проміжних* точок на лінії перетину визначається необхідною точністю побудов.

2. Застосування розтинальних площин рівня.

Застосування розтинальних площин рівня для розв’язку задач на знаходження лінії перетину двох кривих поверхонь розглядають на прикладах:

а) одна із поверхонь є проекціювальною (рис. 1), а друга – загального положення;

б) обидві поверхоні загального положення (рис.2).

Для знаходження лінії перетину чверті тора і горизонтально проекціюючого циліндра (див. рис. 1) застосуємо блок фронтальних площин, які перетинають тор по фронтальним колам, а циліндр – по вертикальним прямим.

Вища B і нижня A точки лінії перетину лежать у спільній площині симетрії обох поверхонь. Ці точки одночасно є лівою і правою відповідно. Ближня точка C і дальня точка D лежать у дотичних площинах до циліндра. Проміжні точки *1, 2, 3, 4* вибирають таким чином, щоб забезпечити достатню щільність їх фронтальних і профільних проекцій для проведення зображення лінії перетину заданих поверхонь.

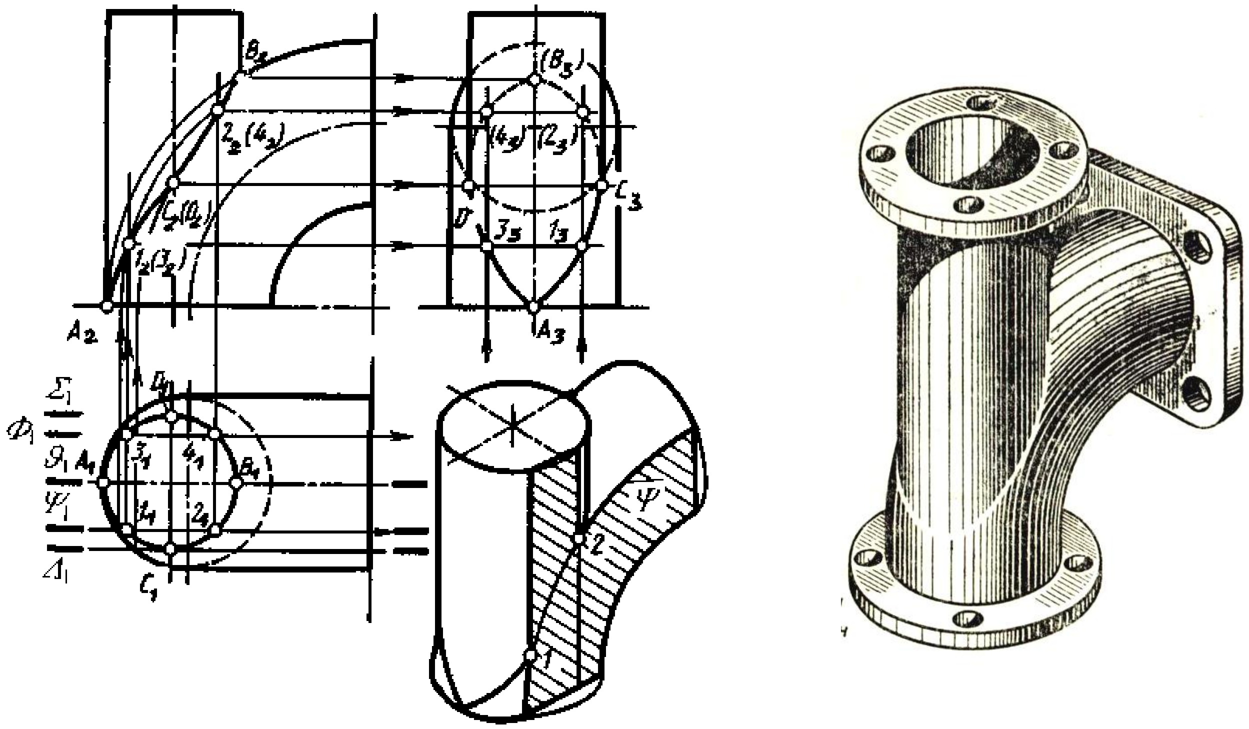


Рис. 1

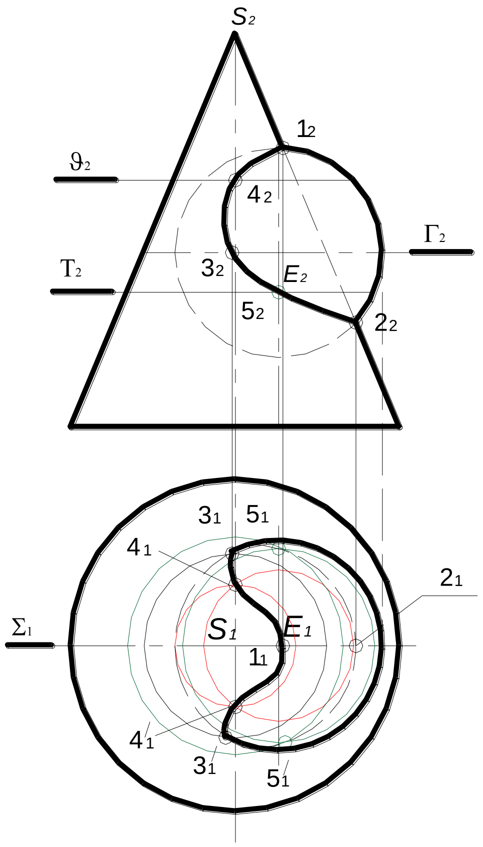


Рис. 2

Знаходять лінію перетину сфери і прямого кругового конуса із використанням наступних розтинальних площин.

Розтинальна фронтальна площина Σ задається паралельними осями обертання тіл і розтинає їх по фронтальним обрисовим твірним. На перетині твірних визначають: *1* – вищу точку і *2* – нижню точку.

Особливі точки *3* і *3′* лежать на екваторі сфери і є точками зміни видимості кривої перетину на виді зверху. Визначаються за належністю горизонтальній розтинальній площині Г.

3). Точки 4, 4′, 5, 5′ є проміжними і визначаються за належністю горизонтальним розтинальним площинам (4, 4′ ⊂ ϑ; 5, 5′ ⊂ Т).

Допоміжні площини Г, ϑ і Т розтинають задані поверхні за простими для викреслювання лініями – колами.

3. Застосування розтинальних площин загального положення.

Застосування розтинальних площин загального положення демонструється на прикладах знаходження лінії перетину двох похилих конусів (рис. 3), похилого конуса і похилого циліндра, двох похилих циліндрів. Умовою застосування розтинальних площин є їх проходження через вершини поверхонь, у тому числі і невласні.

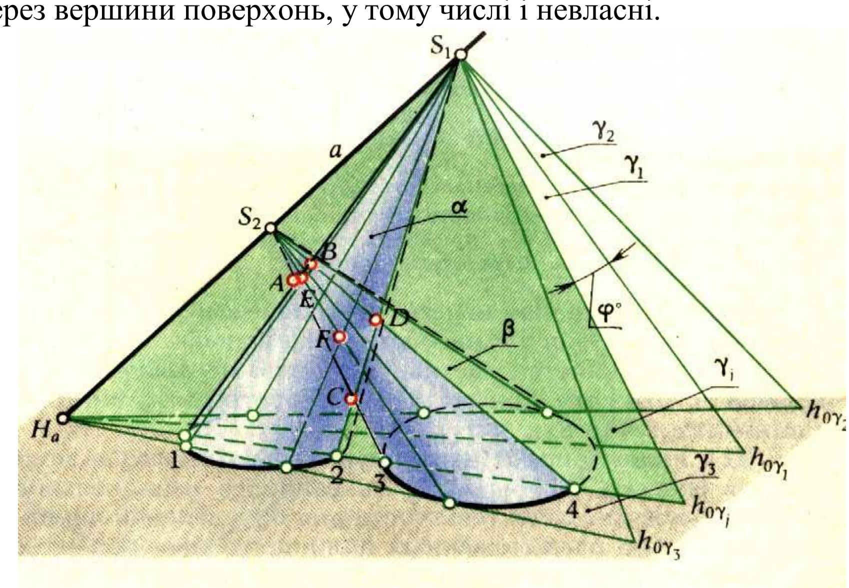
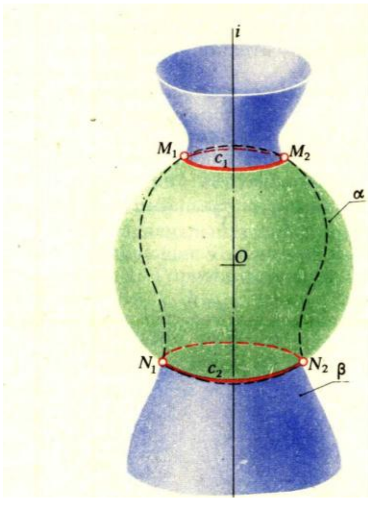


Рис. 3

4. Застосування розтинальних концентричних сфер.



В основу застосування сфер, як розтинальних поверхонь покладено факт перетину співвісних поверхонь обертання за колом (рис. 4).

Обов’язкові умови застосування розтинальних сфер.

1. Обидві криві поверхні, що перетинаються, повинні бути поверхнями обертання.

2. Вісі цих поверхонь мають перетинатись;

3. Вісі цих поверхонь повинні бути паралельними одній з площин проекцій.

Рис. 4

Як приклад, розглядається побудова лінії перетину прямого кругового конусу і кругового похилого циліндра (рис. 5).

Осі цих поверхонь перетинаються в точці *C* і задають площину, яка паралельна фронтальній площині проекцій.

Спочатку уводять розтинальну площину Δ, яка перетинає поверхні по обрисовим фронтальним твірним. Їх перетин визначає вищу *1* і нижню *2* точки спільної лінії.

Надалі розглянемо застосування допоміжних сфер, центр яких знаходиться в точці C_2, тобто одночасно на осях обох заданих поверхонь.

Сферою з мінімальним радіусом є сфера, яка дотикається до циліндра і перетинає конус. Значення радіуса визначається за порівнянням відстаней від центра *C* до точок дотику на поверхнях. Точки дотику визначають на перетині нормалей із центра *C* до прямих дотику. На перетині проекцій кіл маємо точки $36 \equiv 3'_2$. Горизонтальні проекції точок лежать на проекції кола перетину поверхні конуса.

Задають сферу $R_{\max}$, що проходить через віддалену від *C* точку кривої *2*.

Задають проміжні розтинальні сфери $R_{\max} < R > R_{\min}$ і визначають проміжні точки кривої перетину, наприклад *4*.

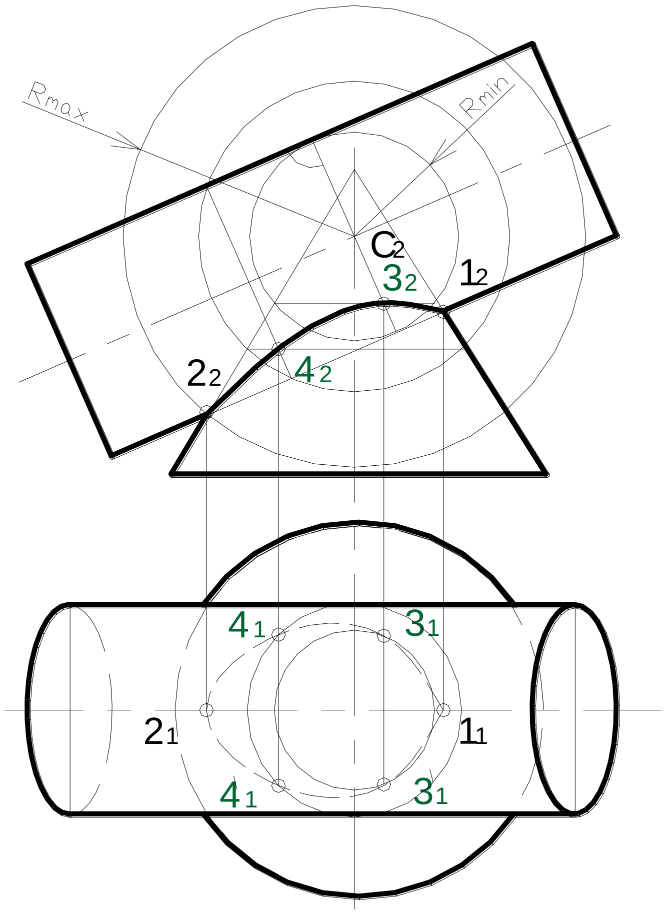


Рис. 5

За отриманими фронтальними і горизонтальними проекціями точок проводять під лекало проекції лінії перетину двох поверхонь.

Можливе застосування і ексцентричних сфер

Лекція № 12

Тема лекції: **ОСОБЛИВОСТІ ПЕРЕТИНУ КРИВИХ ПОВЕРХОНЬ 2-ГО ПОРЯДКУ**

План лекції

1. Теорема про вид проекцій лінії перетину кривих поверхонь 2-го порядку.
2. Теореми про признаки розпаду лінії перетину кривих поверхонь.
3. Застосування у практиці проектування особливостей перетину кривих поверхонь 2-го порядку.

Література.

Михайленко В.Є. Нарисна геометрія: підручник / В.Є. Михайленко, М.Ф. Євстигнєєв, С.М. Ковальов. За ед.. В.Є. Михайленка. 3-тє вид., переробл. – К.: Видавничий дім «Слово». 2013. – 304 с. с. 119 – 120.

Зміст лекції

1. Теорема про вид проекцій лінії перетину кривих поверхонь 2-го порядку.

Якщо дві алгебраїчні поверхні 2-го порядку мають спільну площину симетрії, то лінія їх перетину проекціюється на цю або паралельну їй площину у вигляді кривої 2-го порядку.

Розглядаються приклади до лекції №11.

Фронтальна проекція лінії перетину сфери і прямого кругового конуса (див. рис. 2) являє собою параболу, а фронтальна проекція лінії перетину прямого кругового конуса і похилого кругового циліндра (див. рис. 5) – гіперболу. Доказ теореми випливає із аналізу рівнянь обрисових твірних поверхонь і допоміжних розтинальних поверхонь.

2. Теореми про признаки розпаду лінії перетину кривих поверхонь.

Теорема 1. Якщо дві поверхні 2-го порядку дотикаються одна одної у двох точках, то лінія їх перетину розпадається на дві плоскі криві, площини яких проходять через пряму, що з'єднує точки дотику.

Перетин циліндрів показано на рис. 1. За умови застосування дотичних площин Ω і Σ маємо перетин вертикальних і горизонтальних ліній дотику у точках *A* і *B*. Тоді біквадратна крива перетину розпадеться на два еліпси, які пройдуть через точки дотику, а їх площини відповідно через лінію *AB*.

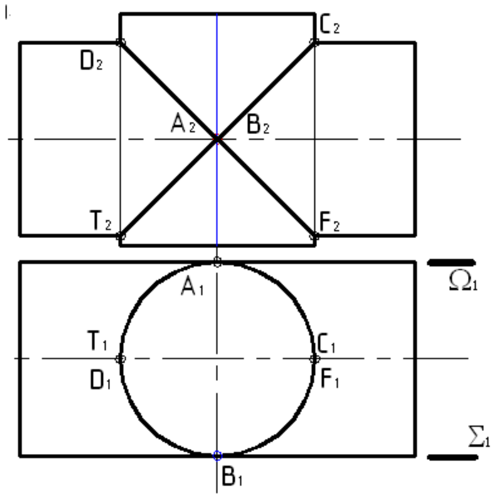


Рис. 1

Теорема 2. (Теорема Монжа). Якщо дві поверхні другого порядку описані навколо третьої поверхні другого порядку або вписані в неї, то вони перетинаються по двох плоских кривих, площини яких проходять через пряму, що сполучає точки перетину ліній дотику.

Перетин циліндра з конусом по плоских кривих показано на рис. 2. Обидві поверхні описані тут навколо однієї сфери і перетинаються по двох еліпсах, що лежать у фронтально проекціювальних площинах.

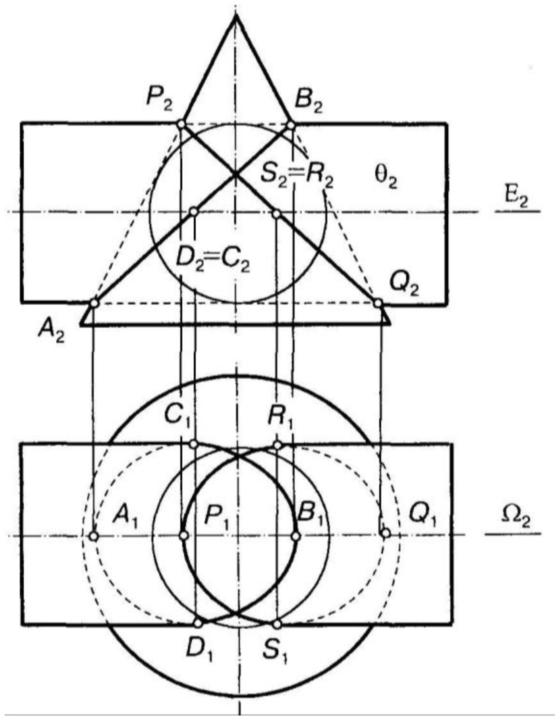


Рис. 2

Теорема 3. Якщо дві поверхні 2-го порядку перетинаються по одній плоскій кривій, то друга крива перетину теж плоска.

Для інженерної практики важливе значення мають випадки, коли крива четвертого порядку розпадається на більш прості лінії, наприклад, на чотири прямі (рис. 3). Показаний розв’язок застосовують при виготовленні трубопроводів.

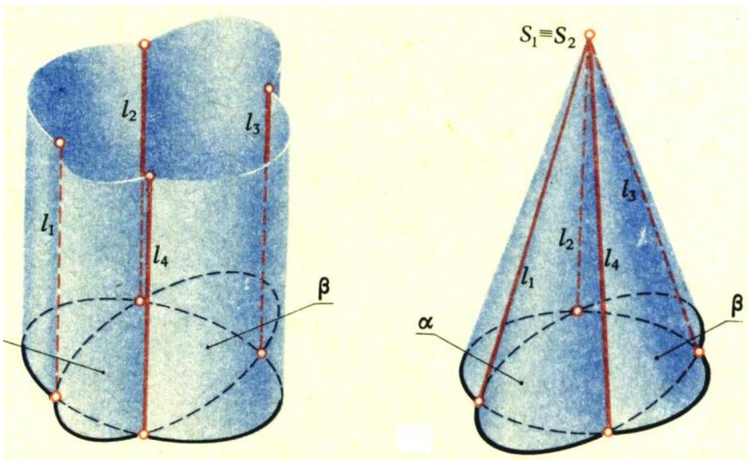


Рис. 3

Лекція № 12

Тема лекції: **ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ МЕТОДУ АКСОНОМЕТРИЧНИХ ПРОЕКЦІЙ**

План лекції

1. Суть аксонометрії.
2. Класифікація аксонометричних проекцій.

Література.

Михайленко В.Є. Нарисна геометрія: підручник / В.Є. Михайленко, М.Ф. Євстигнєєв, С.М. Ковальов. За ед.. В.Є. Михайленка. 3-тє вид., переробл. – К.: Видавничий дім «Слово». 2013. – 304 с. с. 135 – 139.

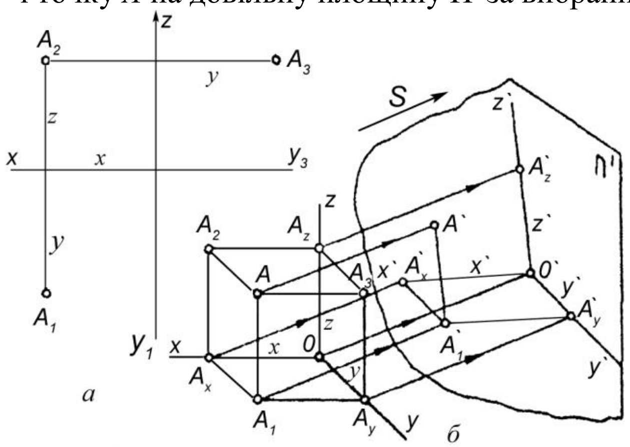
Зміст лекції

Суть аксонометрії полягає в тому, що об’єкт зв’язується з просторовою декартовою системою координат, яка разом із об’єктом проекціюється паралельними променями на площину аксонометричних проекцій. Напрям аксонометричного проекціювання вибирають так, щоб він не збігався з напрямом координатних осей, бо інакше матимемо вироджену проекцію осі.

Одержані таким чином проекції називаються аксонометричними, які мають властивості наочності та оберненості.

Розглянемо схему проекціювання точки *A*, яка віднесена до просторової системи прямокутних координат *Oxyz* (рис. 2).

Положення точки *A* в системі *Oxyz* задано координатами *x, y, z*.. Перейдемо від просторової системи координат до аксонометричного зображення, для чого спроекціюємо задану прямокутну систему і точку *A* на довільну площину П' за вибраним напрямом s.



Одержимо на площині П' проекції координатних осей *O'x'*; *O'y'; O'z'* відповідних *Ox; Oy; Oz* і проекцію *A*' точки *A*. Рисунок на площині П' називають аксонометричним, а сама площина П' – площиною аксонометричних проекцій, проекції осей *O'x', O'y', O'z'* – аксонометричними осями, проекція *A'* – аксонометричною проекцією точки *A*. Проекції A'_1, A'_2, A'_3 називають відповідно вторинною горизонтальною, вторинною фронтальною і вторинною профільною проекцією точки *A*.

Напрямок проекціювання s і положення площини П', як відмічалось, вибрані довільно відносно прямокутної координатної системи. Тому координати *x, y, z* на П' проекціювалися зі

спотворенням. Спотворення кожної з координат характеризується відношенням її проекції *x'; y'; z'* до істинної величини координати *x; y; z*:

$$\frac{x'}{x} = p; \quad \frac{y'}{y} = q; \quad \frac{z'}{z} = r\,.$$

Величини *p; q; r* називають коефіцієнтами спотворення і показують, як змінюються координатами будь-якої точки простору за вибором способів проекціювання.

Класифікація аксонометричних проекцій. Залежно від кута нахилу напрямку проекціювання *s* до площини П' аксонометричні проекції поділяються на прямокутні і косокутні (кут нахилу не дорівнює 90º).

Залежно від співвідношення коефіцієнтів спотворення аксонометричні проекції поділяються на:

а) ізометричні – всі три коефіцієнти спотворення однакові між собою $p = q = r$;

б) диметричні – які-небудь два з трьох коефіцієнтів спотворення однакові $p = r \neq q$;

в) триметричні - всі коефіцієнти спотворення різні $p \neq q \neq r$.

Співвідношеня між коефіцієнтами спотворення і напрямом проекціювання визначається за основною теоремою паралельної аксонометрії – теоремою Польке — Шварца. *Будь-які три відрізки прямої на площині, що виходять з однієї точки, можна розглядати як паралельні проекції трьох рівних та взаємно перпендикулярних відрізків у просторі.*

За основною формулою аксонометрії

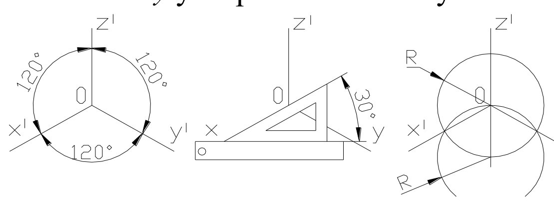
$$p^2 + q^2 + r^2 = 2 + \mathrm{ctg}^2\varphi,$$

де φ – кут між напрямом проекціювання і площиною проекцій.

На основі цієї теореми при побудові аксонометричного зображення передбачається свобода вибору осей та аксонометричних показників. На практиці побудови аксонометричних проекцій застосовують лише обмежену кількість комбінацій напряму аксонометричних осей і коефіцієнтів спотворення.

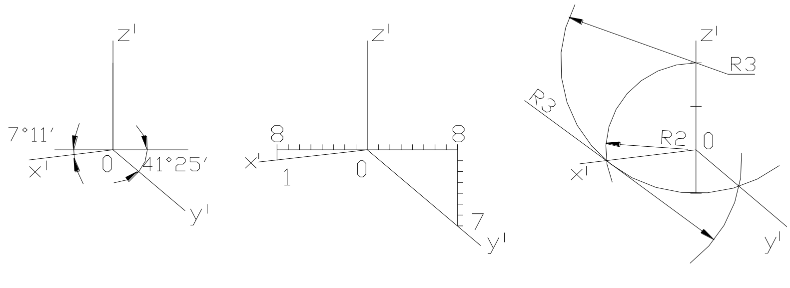
Прямокутна ізометрія

В цій системі всі три показники спотворення дорівнюють один одному ≈ 0,82, а це можливо тільки тоді, коли всі три координатні осі однаково нахилені до площини аксонометричних проекцій. При цьому трикутник слідів є рівнобічним. Вісь Oz, як правило, розміщують вертикально, а осі *Ox* та *Oy* утворюють з нею кути по 120°.



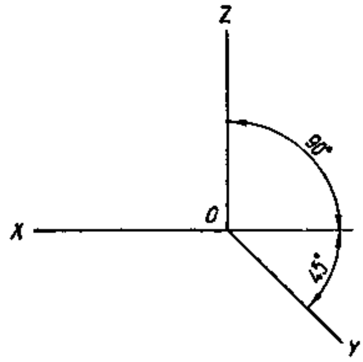
Прямокутна диметрія

У прямокутній диметрії спотворення однакове на осях *X'* і *Z'* ($p = r$), а по вісі Y' – $q = 0{,}5p$. Тоді за основною формулою аксонометрії $p = r$ і дорівнює ≈ 0,94, а *q* відповідно ≈ 0,47. Вісь Oz розміщують вертикально, а осі *Ox* і *Oy* утворюють з нею кути з нею кути 97°10′ і 141°25′ відповідно.



Косокутна фронтальна диметрія

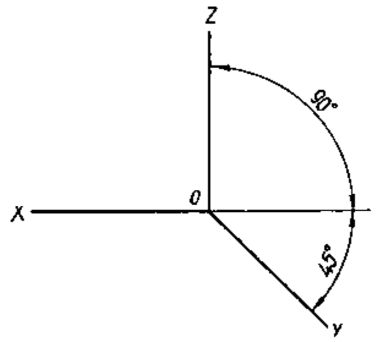
У косокутній фронтальній диметрії маємо наступні натуральні показники спотворення: $p = r = 1$. Коефіцієнт спотворення q приймають рівним 0,5. Вісь Oz розміщують вертикально, а осі *Ox* і *Oy* утворюють з нею кути 90° і 145° відповідно.



У зв’язку з тим, що проекціювання виконується на фронтальну площину значення кута φ за основною формулою аксонометрії ≈63°.

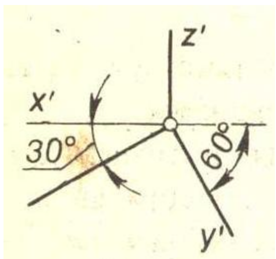
Косокутна фронтальна ізометрія

У косокутній фронтальній ізометрії коефіцієнти спотворення по всіх аксонометричних осях дорівнюють 1. Вісь Oz розміщують вертикально, а осі *Ox* і *Oy* утворюють з нею кути 90° і 145°(120° та 150°) відповідно. Значення кута φ за основною формулою аксонометрії дорівнює 45°.



Косокутна горизонтальна ізометрія

У косокутній горизонтальній ізометрії коефіцієнти спотворення по всіх аксонометричних осях дорівнюють 1. Вісь Oz розміщують вертикально, а осі *Ox* і *Oy* утворюють з нею кути 120° і 150°(120° та 135°) відповідно. Значення кута φ за основною формулою аксонометрії дорівнює 45°.



Лекція № 13

Тема лекції**: РОЗВ'ЯЗОК ПОЗИЦІЙНИХ І МЕТРИЧНИХ ЗАДАЧ ГЕОМЕТРИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ В СТАНДАРТНИХ АКСОНОМЕТРИЧНИХ ПРОЕКЦІЯХ**

План лекції

1. Аксонометричні проекції елементів геометричного тіла: точки, прямої і плоскої фігури.
2. Аксонометричні проекції кола.
3. Побудова аксонометричного зображення геометричного тіла.

Література.

Михайленко В.Є. Нарисна геометрія: підручник / В.Є. Михайленко, М.Ф. Євстигнєєв, С.М. Ковальов. За ед.. В.Є. Михайленка. 3-тє вид., переробл. – К.: Видавничий дім «Слово». 2013. – 304 с. с. 139 – 147.

Зміст лекції

Наочне зображення предмета виконують у стандартних аксонометричних проекціях: за ГОСТ 2.317 – 79 «Аксонометрические проекции».

Для спрощення побудов, стандарт рекомендує у прямокутних аксонометричних проекціях використовувати зведені коефіцієнти спотворення замість натуральних:

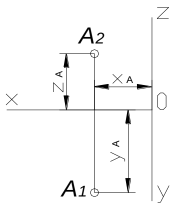
– у прямокутній ізометрії $p = q = r = 1$

– у прямокутній диметрії $p = q = 1$, $r = 0{,}5$.

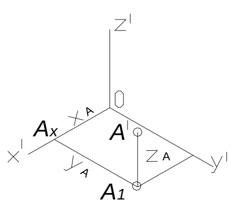
Аксонометричні проекції елементів геометричного тіла: точки, прямої і плоскої фігури.

Перед побудовою аксонометрії точки вимірюють за ортогональним рисунком (рис. 1, *а*) її натуральні координати. Потім будують координатну ламану $0A_xA_1A$ за однією з вторинних аксонометричних проекцій точки, наприклад, A_1 (рис. 1, *б*). Аксонометричні координати відкладають з урахуванням зведених коефіцієнтів спотворення.

Аксонометричні проекції відрізка прямої будують за двома його кінцевими точками, а багатокутників – за проекціями вершин.



а

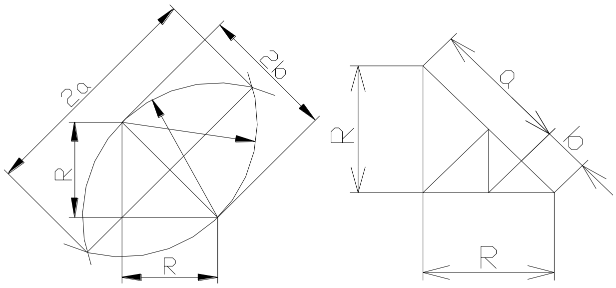


б

Рис. 1

Аксонометричні проекції кола.

Кола в аксонометрії проекціюються еліпсами. Величину великої $2a$ і малої $2b$ осей еліпсів рекомендується визначати графічно за радіусом кола. На рис. 2, *а*, *б* наведені приклади таких розрахунків для прямокутних ізометрії і диметрії відповідно. Оскільки використовують зведені коефіцієнти спотворення, то радіус R кола треба брати таким, яким він є на ортогональному рисунку тіла.



а *б*

Рис. 2

При цьому, якщо коло лежить у просторі в горизонтальній площині, то велика вісь еліпса розташовується на цих проекціях перпендикулярно до аксонометричної осі Z'. Відповідно зорієнтовані відносно осей Y' та X' зображення фронтального і профільного кіл (рис. 3).

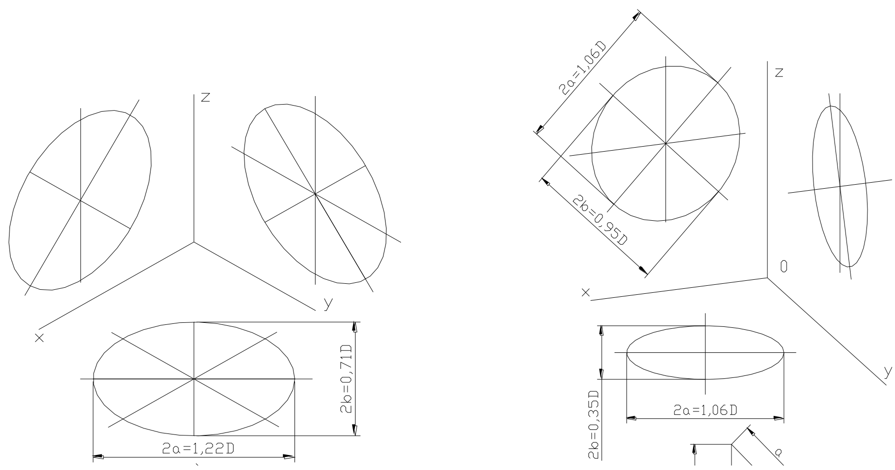


Рис. 3

Побудова еліпсів креслярськими інструментами трудомістка, тому в інженерно-графічній практиці стандарт рекомендує замінювати їх овалами, які проходять через характерні точки еліпса.

Побудова аксонометричного зображення геометричного тіла. Побудову аксонометрії геометричного тіла за ортогональним зображенням виконують у такій послідовності:

– виконують прив’язку геометричного тіла до координатних осей (рис. 5, *а)*;

– будують аксонометричні осі;

– визначають велику $2a$ і малу $2b$ вісі еліпсів, якими зображуються кола геометричного тіла;

– будують лінії фігури перерізів розташованих у координатних площинах за координатами характерних точок проекцій складових, що утворюють задане геометричне тіло;

– зображають, залежно від положення геометричного тіла, його горизонтальну (фронтальну або профільну) вторинну проекції деталі. Маючи таку проекцію, легко за допомогою наприклад, вертикальних ліній (рис. 5, б) на яких відкладаються розміри, взяті з фронтальної проекції, завершити побудову;

– виконують штрихування у перерізах паралельно діагоналям квадратів, побудованих у координатних площинах із урахуванням коефіцієнтів спотворення.

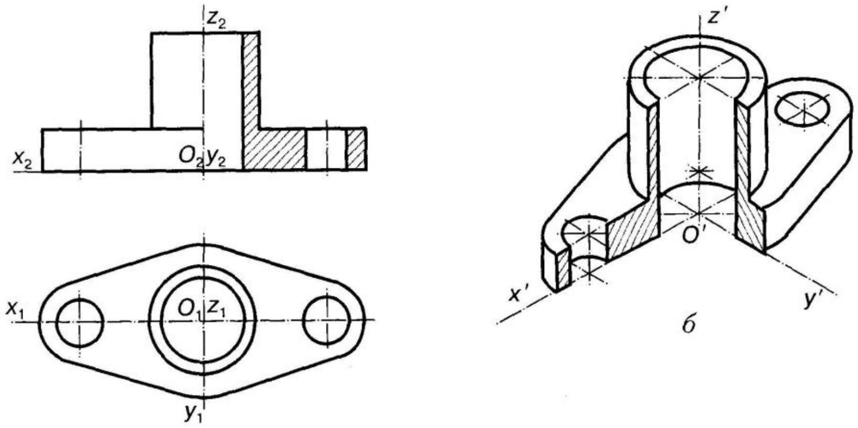


Рис. 5

Допоміжні побудови на аксонометрії витирають. Невидимі частини тіла не показують. Лінії видимої частини тіла обводять основною товстою лінією.

На рис. 6 наведено вирішення задачі з побудови наочного зображення лінії перетину двох циліндрів.

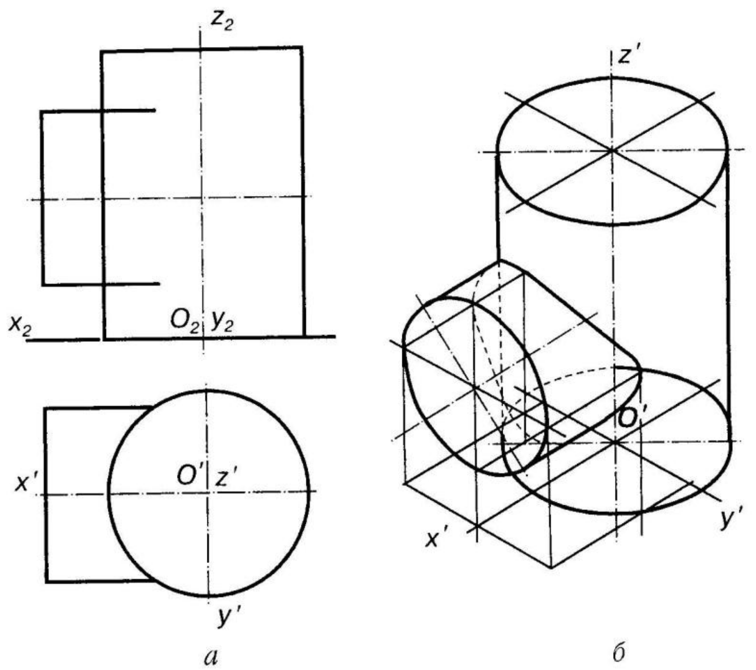


Рис. 6