

these systems. Lecturers for linguistic work with students can use audio files in order to correct pronunciation, listening, and so on.

Cloud technologies for saving audiovisual information represent a following cloud storage that provides the ability to create and store a large number of video clips, presentations, and more. This information may include tutor's video lectures and video support to laboratory and experimental work and tasks. Also, the audiovisual information includes videos with tutor's explaining educational tasks, scientific conferences, video of master projects, video tutorials.

Cloud technologies for saving text data represent these cloud services that allow edit, create, and implement educational information in formats doc., Docx, pdf, etc. The feasibility of using such technologies in the integration of tutor's educational resources is that they help to submit educational content from a large number of small drawings, formulas, and graphics. It is much more efficient to create a document that can be placed in terms of the cloud, and implement it in tutor's educational resources.

The introduction of educational information provides its open representation in the educational web resource that enables its review without the transfer and registration in additional cloud services. When sending homework students can also use clouds, in which they have accounts. In the process of checking homework, the tutor can also view the contents of performed tasks without additional registration in services, where information is stored. It is advisable if tutors and students have agreed on the use of specific clouds to store, transfer and implementation of educational content.

Thus, the use of cloud services in tutor's educational web resource enhances the presentation of educational content. The use of cloud technologies can provide an individual approach to the study of educational material in tutor's web resource by means of different methods of its presentation. For example, presentation instructions for tasks in text form, audiovisual or auditory accompanying of text element, multimedia presentation of educational material. Such elements provides opportunity to learn the lecture material by processing text information and view a video of the same lecture. These tools provide high quality of studying and improve information literacy of modern students.

АНАЛИТИЧЕСКОЕ КОНСТРУИРОВАНИЕ ОПТИМИЗИРОВАННОГО (ОПТИМАЛЬНОГО) УПРАВЛЕНИЯ ТРЕХСТЕПЕННЫМ ДИНАМИЧЕСКИМ СТЕНДОМ-ИМИТАТОРОМ УГЛОВЫХ ДВИЖЕНИЙ ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА

Азарсков В.Н. ¹, Блохин Л.Н. ², Ермолаева О.В. ³, Курганский А.Ю. ⁴, Рудюк Г.И. ⁵

Национальный авиационный университет, 03680, г.Киев, Украина

АНТК Антонов, г.Киев, Украина

e-mail: lazarskov@nau.edu.ua, 3olgermol@yandex.ru, 4kurganskyi@antonov.com, 5rudjuk@antonov.com

Проблема профессиональной подготовки операторов для управления авиационными и космическими объектами безусловно очень важна [1]. При этом, только оператор принимает наиболее сложные и ответственные решения по управлению объектом, при этом от правильности его действий своевременно найти и реализовать соответствующее ситуации решение зависит не только выполнение поставленных задач, а в ряде случаев и целостность как самого объекта, так и безопасность людей. Повышение роли операторов в управлении сложными динамическими объектами остро ставит проблему усовершенствования методических и технических средств подготовки операторов. Одними из наиболее эффективных средств подготовки операторов с учетом реальных условий работы являются тренажеры и имитаторы полета с системами подвижности, которые получили широкое распространение не только в авиации и космонавтике, но и в других отраслях. Современные динамические имитаторы полета и тренажеры возмущенного полета представляют собой сложные многомерные системы, предназначенные для работы в условиях стохастических воздействий. Одно из основных предназначений таких систем состоит в обеспечении динамических условий реального стохастически возмущенного полета при наземных испытаниях и исследованиях бортовых управляющих систем.

Обычно, в комплексах полунатурного моделирования соединяются функции имитаторов и тренажеров, что позволяет в зависимости от потребностей использовать комплекс как имитатор полета, или тренажер.

Платформа, на которой размещается испытываемая система, устанавливается в пространственный подвес, в качестве которого могут служить карданов, электростатический или магнитный подвесы. Управление платформой осуществляется при помощи сервоприводов.

На рисунке 1 представлена кинематическая схема трехстепенного стенда имитатора угловых движений летательного аппарата по заданной траектории полета.

Перед рассмотрением поставленной в работе задачи целесообразно определить принципы построения модернизированных трактов задания программы управления любой из интересующих координат стенда-имитатора.

Структурная схема одного из трех модернизированных трактов задания программы движения рассматриваемой координаты стенда представлена на рисунке 2.

Произвольная координата управления движением стенда – имитатора обозначена индексом « ζ » (индекс « ζ » может принимать значение 1,2,3)

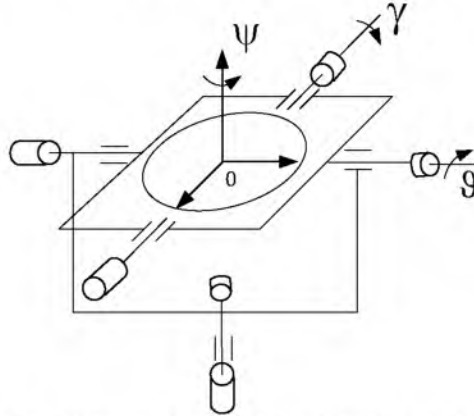


Рис. 1. Кинематическая схема исследуемого стенда-имитатора угловых движений ЛА

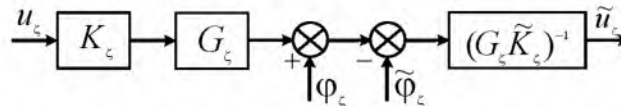


Рис. 2. Структурная схема модернизированного тракта задания программы движения одной из координат стенда-имитатора

Преобразованное по Фурье дифференциальное уравнение тракта задания программы движения координат имеет вид

$$\tilde{u}_\zeta = (G_\zeta K_\zeta)^{-1} (G_\zeta K_\zeta u_\zeta + \varphi_\zeta - \tilde{\varphi}_\zeta) \approx u_\zeta + (G_\zeta K_\zeta)^{-1} \tilde{\theta}_\varphi, \quad (1)$$

здесь \tilde{K}_ζ – частотная характеристика задачика программы u_ζ ; G_ζ – частотная характеристика сервопривода задания программы u_ζ ; φ_ζ – частотная характеристика сигнала помехи задания программы; $\tilde{\varphi}_\zeta$ – оценка характеристики сигнала помехи φ_ζ по результатам испытаний тракта; $\tilde{\theta}_\zeta$ – разность частотных характеристик сигналов φ_ζ и $\tilde{\varphi}_\zeta$.

Пусть вектор сигналов задания программы \tilde{u}_0 стенду-имитатору таков

$$\tilde{u}_0 = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} (G_1 K_1)^{-1} \cdot \tilde{\theta}_{\varphi_1} \\ (G_2 K_2)^{-1} \cdot \tilde{\theta}_{\varphi_2} \\ (G_3 K_3)^{-1} \cdot \tilde{\theta}_{\varphi_3} \end{bmatrix} = u_0 + (G_\zeta \tilde{K}_\zeta)^{-1} \cdot \tilde{\theta}_{\varphi_\zeta}$$

где размерность вектора \tilde{u}_0 – 3×1 .

Система линеаризованных уравнений движения стенда-имитатора, преобразованная по Фурье, имеет вид

$$P_0 x_0 = M_0 \tilde{v}_0 + \psi_0, \quad (2)$$

а структурная схема стенда-имитатора как объекта управления (рис.3)

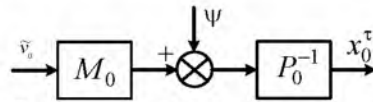


Рис. 3. Структурная схема объекта управления

Здесь $\psi = \Psi_0 g$, $g = 1$, если воздействие детерминированное; $g = \Delta$, если воздействие случайное.

Целесообразны обозначения $P_0^{-1}M_0 = \Phi_{10}$; $P_0^{-1}\Psi_0 = \Phi_{20}$,

где Φ_{10} – матрица частотных характеристик части стэнда, передающая вектор \tilde{u}_0 ; Φ_{20} – матрица частотных характеристик части стэнда, воспринимающая возмущение ψ_0 . Систему линейризованных уравнений движений стэнда можно записать так

$$x_0 = \Phi_{10}\tilde{v}_0 + \Phi_{20}g = V_0 \begin{pmatrix} \tilde{v}_0 \\ g \end{pmatrix}. \tag{3}$$

Структурная схема системы управления движением модернизированного стэнда представлена на рисунке 4.

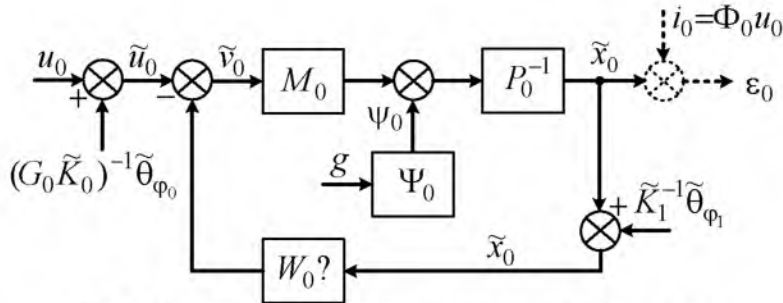


Рис. 4. Структурная схема системы управления стэндом

Частотные характеристики эквивалентного возмущения в системе стабилизации таковы

$$\begin{aligned} \eta_0 &= M_0[u_0 + (G_0 \tilde{K}_0)^{-1} \tilde{\theta}_{\varphi_0}] + \Psi_0 g + P_0 \tilde{K}_1^{-1} \tilde{\theta}_{\varphi_1}; \\ (P_0^{-1})\eta_0 &= \eta_{00} = \Phi_{10}[u_0 + (G_0 \tilde{K}_0)^{-1} \tilde{\theta}_{\varphi_0}] + \Phi_{20}g + \tilde{K}_1^{-1} \tilde{\theta}_{\varphi_1}. \end{aligned} \tag{4}$$

Эквивалентная система стабилизации движений тренажера соответствует структурной схеме (рис. 5)

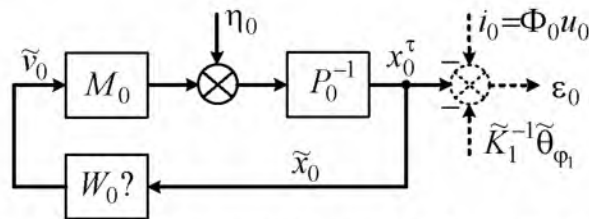


Рис. 5. Структурная схема эквивалентной системы стабилизации движений стэнда

Вводятся обозначения:

$$\tilde{v}_0 = F_{\tilde{v}_0} \eta_0; \tilde{x}_0 = F_{\tilde{x}_0} \eta_0; W_0 = F_{\tilde{v}_0} (F_{\tilde{x}_0})^{-1}. \tag{5}$$

Уравнения связи матриц $F_{\tilde{v}_0}$, $F_{\tilde{x}_0}$ и матрица W_0 таковы

$$F_{\tilde{x}_0} = \Phi_{10}F_{\tilde{v}_0} + P_0^{-1}; W_0 = F_{\tilde{v}_0} (\Phi_{20}F_{\tilde{v}_0} + P_0^{-1})^{-1}. \tag{6}$$

Частотные характеристики векторов сигналов ошибки имитации и управления при детерминированных воздействиях таковы

$$\begin{aligned} \bar{\varepsilon}_0 &= \tilde{x}_0 - \Phi_0 \bar{u}_0 - \tilde{K}_1^{-1} \tilde{\theta}_{\varphi_1} = P_0^{-1} (M_0 \bar{v}_0 + \Psi_0 g) - \Phi_0 \bar{u}_0 - \tilde{K}_1^{-1} \tilde{\theta}_{\varphi_1} = \\ &= \Phi_{10} \bar{F}_{\bar{v}_0} \bar{\eta}_0 + (\Phi_{20} g - \Phi_0 \bar{u}_0 - \tilde{K}_1^{-1} \tilde{\theta}_{\varphi_1}); \\ \bar{\varepsilon}_{0*} &= \bar{\eta}_{0*} \bar{F}_{\bar{v}_{0*}} \Phi_{10*} + (g \Phi_{20*} - \bar{u}_{0*} \Phi_{0*} - \tilde{\theta}_{\varphi_1} \tilde{K}_{1*}^{-1}); \\ \bar{v}_0 &= \bar{F}_{\bar{v}_0} \bar{\eta}_0; \quad \bar{v}_{0*} = \bar{\eta}_{0*} \bar{F}_{\bar{v}_{0*}}. \end{aligned} \quad (7)$$

Показатель качества функционирования (функционал качества) стэнда при детерминированных воздействиях

$$\bar{I} = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr}(\bar{\varepsilon}_0 \bar{\varepsilon}_{0*} \bar{R} + \bar{v}_0 \bar{v}_{0*} \bar{C}) ds, \quad s = j\omega. \quad (8)$$

Показатель (функционал) качества функционирования стэнда при случайных стационарных воздействиях

$$\dot{e} = \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr}(S'_{\varepsilon_0 \varepsilon_0} \dot{R} + S'_{\bar{v}_0 \bar{v}_0} \dot{C}) ds. \quad (9)$$

Вектор сигналов ошибок имитации движений стэнда при случайных воздействиях ε_0 равен:

$$\varepsilon_0 = \tilde{x}_0 - \Phi_0 \dot{u}_0 - \tilde{K}_1^{-1} \tilde{\theta}_{\varphi_1} = \Phi_{10} \tilde{v}_0 + (\Phi_{20} \Delta - \Phi_0 \dot{u}_0 - \tilde{K}_1^{-1} \tilde{\theta}_{\varphi_1}). \quad (10)$$

Вектор сигналов стабилизации \tilde{u}_0 движений стэнда при случайных стационарных воздействиях имеет вид

$$\tilde{v}_0 = F_{\bar{v}_0} \eta_0. \quad (11)$$

По теореме Винера – Хинчина транспонированная матрица спектральных плотностей вектора сигналов ε_0 будет

$$\begin{aligned} S'_{\varepsilon_0 \varepsilon_0} &= \langle \varepsilon_0 \varepsilon_{0*} \rangle = \langle [\Phi_{10} \tilde{v}_0 + (\Phi_{20} \Delta - \Phi_0 \dot{u}_0 - \tilde{K}_1^{-1} \tilde{\theta}_{\varphi_1})] \times \\ &\times [\tilde{v}_{0*} \Phi_{10*} + (\Delta_* \Phi_{20*} - \dot{u}_{0*} \Phi_{0*} - \tilde{\theta}_{\varphi_1} \tilde{K}_{1*}^{-1})] \rangle = \Phi_{10} S'_{\tilde{v}_0 \tilde{v}_0} \Phi_{10*} + \\ &+ \Phi_{10} (0 - S'_{\tilde{v}_0 \dot{u}_0} \Phi_{0*} - 0) + \Phi_0 S'_{\dot{u}_0 \tilde{v}_0} \Phi_{10*} + (\Phi_{20} \Phi_{20*} + 0 + 0 - 0 + \\ &+ \Phi_0 S'_{\dot{u}_0 \dot{u}_0} \Phi_{0*} - 0 - 0 + 0 + \tilde{K}_1^{-1} S'_{\tilde{\theta}_{\varphi_1} \tilde{\theta}_{\varphi_1}} \tilde{K}_{1*}^{-1}) = \Phi_{10} S'_{\tilde{v}_0 \tilde{v}_0} \Phi_{10*} - \\ &- \Phi_{10} S'_{\tilde{v}_0 \dot{u}_0} \Phi_{0*} + \Phi_0 S'_{\dot{u}_0 \tilde{v}_0} \Phi_{10*} + \Phi_{20} \Phi_{20*} + \Phi_0 S'_{\dot{u}_0 \dot{u}_0} \Phi_{0*} + \tilde{K}_1^{-1} S'_{\tilde{\theta}_{\varphi_1} \tilde{\theta}_{\varphi_1}} \tilde{K}_{1*}^{-1}. \end{aligned} \quad (12)$$

$$S'_{\tilde{v}_0 \tilde{v}_0} = F_{\tilde{v}_0} S'_{\eta_0 \eta_0} F_{\tilde{v}_0*}. \quad (13)$$

Аналитическое конструирование оптимизированной (в частном варианте оптимальной) структуры регулятора в эквивалентной системе стабилизации при детерминированных воздействиях 3^х-степенного линейного имитатора угловых движений ЛА

Задача решается методом Винера – Колмогорова. Для этого в функционал \bar{I} подставляются векторы сигналов $\bar{\varepsilon}_0$ и \bar{v}_0 . Функционал получает вид

$$\begin{aligned}
\bar{I} &= \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\omega}^{j\omega} \text{tr} \{ [\Phi_{10} \bar{v}_0 + (\Phi_{20} g - \Phi_0 \bar{u}_0 - \tilde{K}_1^{-1} \tilde{\theta}_{\varphi_1})] \times \\
&\times [\bar{v}_{0^*} \Phi_{10^*} + (g \Phi_{20^*} - \bar{u}_{0^*} \Phi_{0^*} - \tilde{\theta}_{\varphi_1} \tilde{K}_{1^*}^{-1})] \bar{R} + \bar{F}_{\bar{v}_0} \bar{\eta}_0 \bar{\eta}_{0^*} \bar{F}_{\bar{v}_0} \bar{C} \} ds = \\
&= \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\omega}^{j\omega} \text{tr} \{ [\Phi_{10} \bar{v}_0 \bar{v}_{0^*} \Phi_{10^*} + \Phi_{10} (\bar{v}_0 g \Phi_{20^*} - \bar{v}_0 \bar{u}_{0^*} \Phi_{0^*} - \bar{v}_0 \tilde{\theta}_{\varphi_1} \tilde{K}_{1^*}^{-1}) + \\
&+ (\Phi_{20} g \bar{v}_{0^*} - \Phi_0 \bar{u}_0 \bar{v}_{0^*} - \tilde{K}_1^{-1} \tilde{\theta}_{\varphi_1} \bar{v}_{0^*}) \Phi_{10^*} + (\Phi_{20} g - \Phi_0 \bar{u}_0 - \tilde{K}_1^{-1} \tilde{\theta}_{\varphi_1}) \times \\
&\times (g \Phi_{20^*} - \bar{u}_{0^*} \Phi_{0^*} - \tilde{\theta}_{\varphi_1} \tilde{K}_{1^*}^{-1})] \bar{R} + \bar{F}_{\bar{v}_0} \bar{\eta}_0 \bar{\eta}_{0^*} \bar{F}_{\bar{v}_0} \bar{C} \} ds = \\
&= \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\omega}^{j\omega} \text{tr} \{ [\Phi_{10} \bar{F}_{\bar{v}_0} \bar{\eta}_0 \bar{\eta}_{0^*} \bar{F}_{\bar{v}_0} \Phi_{10^*} + \Phi_{10} \bar{F}_{\bar{v}_0} (\bar{\eta}_0 g \Phi_{20^*} - \bar{\eta}_0 \bar{u}_{0^*} \Phi_{0^*} - \\
&- \bar{\eta}_0 \tilde{\theta}_{\varphi_1} \tilde{K}_{1^*}^{-1}) + (\Phi_{20} g \bar{\eta}_{0^*} - \Phi_0 \bar{u}_0 \bar{\eta}_{0^*} - \tilde{K}_1^{-1} \tilde{\theta}_{\varphi_1} \bar{\eta}_{0^*}) \bar{F}_{\bar{v}_0} \Phi_{10^*} + \\
&+ (\Phi_{20} g - \Phi_0 \bar{u}_0 - \tilde{K}_1^{-1} \tilde{\theta}_{\varphi_1}) (g \Phi_{20^*} - \bar{u}_{0^*} \Phi_{0^*} - \tilde{\theta}_{\varphi_1} \tilde{K}_{1^*}^{-1})] \bar{R} + \bar{F}_{\bar{v}_0} \bar{\eta}_0 \bar{\eta}_{0^*} \bar{F}_{\bar{v}_0} \bar{C} \} ds.
\end{aligned} \tag{14}$$

Первая вариация функционала \bar{I} имеет вид

$$\begin{aligned}
\delta \bar{I} &= \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\omega}^{j\omega} \text{tr} \{ [\Phi_{10^*} \bar{R} \Phi_{10} + C] \bar{F}_{\bar{v}_0} \bar{\eta}_0 \bar{\eta}_{0^*} + \Phi_{10^*} \bar{R} (\Phi_{20} g \bar{\eta}_{0^*} - \\
&- \Phi_0 \bar{u}_0 \bar{\eta}_{0^*} - \tilde{K}_1^{-1} \tilde{\theta}_{\varphi_1} \bar{\eta}_{0^*}) \delta \bar{F}_{\bar{v}_0} + \delta \bar{F}_{\bar{v}_0} [\bar{\eta}_0 \bar{\eta}_{0^*} \bar{F}_{\bar{v}_0} (\Phi_{10^*} \bar{R} \Phi_{10} + \bar{C}) + \\
&+ (\bar{\eta}_0 g \Phi_{20^*} - \bar{\eta}_0 \bar{u}_{0^*} \Phi_{0^*} - \bar{\eta}_0 \tilde{\theta}_{\varphi_1} \tilde{K}_{1^*}^{-1}) \bar{R} \Phi_{10}] \} ds.
\end{aligned} \tag{15}$$

Обозначения в вариации $\delta \bar{I}$ такие:

$$\begin{aligned}
\bar{\Gamma}_* \bar{\Gamma} &= \Phi_{10^*} \bar{R} \Phi_{10} + C; \quad \bar{D} \bar{D}_* = \bar{\eta}_0 \bar{\eta}_{0^*}, \quad |\bar{\eta}_0 \bar{\eta}_{0^*}| \rightarrow 0; \\
\bar{\Gamma} &= \bar{\Gamma}_0 + \bar{\Gamma}_+ + \bar{\Gamma}_- \approx \Phi_{10^*} \bar{R} (\Phi_{20} g \bar{\eta}_{0^*} - \Phi_0 \bar{u}_0 \bar{\eta}_{0^*} - \tilde{K}_1^{-1} \tilde{\theta}_{\varphi_1} \bar{\eta}_{0^*}) (\bar{D}_*)^{-1}.
\end{aligned} \tag{16}$$

В обозначениях (16) вариация примет вид

$$\delta \bar{I} = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\omega}^{j\omega} \text{tr} [\bar{\Gamma}_* (\bar{\Gamma} \bar{F}_{\bar{v}_0} \bar{D} + \bar{\Gamma}) \bar{D}_* \delta \bar{F}_{\bar{v}_0} + \delta \bar{F}_{\bar{v}_0} \bar{D} (\bar{D}_* \bar{F}_{\bar{v}_0} \bar{\Gamma}_* + \bar{\Gamma}_*) \bar{\Gamma}] ds,$$

а условие приближенного равенства вариации нулю будет таким

$$\bar{\Gamma} \bar{F}_{\bar{v}_0} \bar{D} \approx (\bar{\Gamma}_0 + \bar{\Gamma}_+).$$

Оптимизированная структура матрицы $\hat{F}_{\bar{v}_0}$ такая

$$\hat{F}_{\bar{v}_0} \approx -(\bar{\Gamma})^{-1} (\bar{\Gamma}_0 + \bar{\Gamma}_+) (\bar{D})^{-1}. \tag{17}$$

Уравнение связи матриц $\bar{F}_{\bar{v}_0}$ и $\bar{F}_{\bar{v}_0}$ такое:

$$\bar{F}_{\bar{v}_0} = \Phi_{10} \bar{F}_{\bar{v}_0} + P_0^{-1}. \tag{18}$$

Оптимизированная структура \hat{W}_0 регулятора в системе стабилизации имеет вид

$$\hat{W}_0 = \hat{F}_{\bar{v}_0} (\hat{F}_{\bar{v}_0})^{-1} = \hat{F}_{\bar{v}_0} (\Phi_{10} \hat{F}_{\bar{v}_0} + P_0^{-1})^{-1}. \tag{19}$$

Поставленная задача синтеза решена.

Частный вариант задачи оптимальной стабилизации линейного 3^х-степенного стэнда – имитатора угловых движений ЛА при детерминированных воздействиях

Пусть все особенности вектора сигналов $\bar{\eta}_0$ лежат только в ЛПП комплексного переменного $s = j\omega$. Тогда первая вариация функционала \bar{I} должна иметь вид

$$\begin{aligned} \delta \bar{I} = & \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} tr \{ [\Phi_{10^*} \bar{R} \Phi_{10} + \bar{C}] \bar{F}_{\bar{v}_0} \bar{\eta}_0 + \Phi_{10^*} \bar{R} (\Phi_{20} g - \Phi_0 \bar{u}_0 - \\ & - \tilde{K}_1^{-1} \tilde{\theta}_{\varphi_1}) \bar{\eta}_{0^*} \delta \bar{F}_{\bar{v}_0} + \delta \bar{F}_{\bar{v}_0} \bar{\eta}_0 [\bar{\eta}_{0^*} \bar{F}_{\bar{v}_0} (\Phi_{10^*} \bar{R} \Phi_{10} + \bar{C}) + \\ & + (g \Phi_{20^*} - \bar{u}_{0^*} \Phi_{0^*} - \tilde{\theta}_{\varphi_1} \tilde{K}_{1^*}^{-1}) \bar{R} \Phi_{10}] \} ds. \end{aligned} \quad (20)$$

В эту вариацию целесообразно ввести такие обозначения

$$\begin{aligned} \bar{\Gamma} \bar{\Gamma} &= \Phi_{10^*} \bar{R} \Phi_{10} + \bar{C}; \\ \bar{T} &= \bar{T}_0 + \bar{T}_+ + \bar{T}_- = \bar{\Gamma}^{-1} \Phi_{10^*} \bar{R} (\Phi_{20} g - \Phi_0 \bar{u}_0 - \tilde{K}_1^{-1} \tilde{\theta}_{\varphi_1}). \end{aligned} \quad (21)$$

С учетом введенных обозначений (21) вариацию $\delta \bar{I}$ можно записать так:

$$\delta \bar{I} = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} tr \{ \bar{\Gamma} (\bar{\Gamma} \bar{F}_{\bar{v}_0} \bar{\eta}_0 + \bar{T}) \bar{\eta}_{0^*} \delta \bar{F}_{\bar{v}_0} + \delta \bar{F}_{\bar{v}_0} \bar{\eta}_0 (\bar{\eta}_{0^*} \bar{F}_{\bar{v}_0} \bar{\Gamma} + \bar{T}_+) \bar{\Gamma} \} ds,$$

а условие равенства вариации $\delta \bar{I}$ нулю таким

$$\bar{\Gamma} \bar{F}_{\bar{v}_0} \bar{\eta}_0 = -(\bar{T}_0 + \bar{T}_+). \quad (22)$$

Оптимальная структура матрицы $\hat{F}_{\bar{v}_0}$ должна быть такой:

$$\hat{F}_{\bar{v}_0} = -(\bar{\Gamma})^{-1} (\bar{T}_0 + \bar{T}_+) \bar{\eta}_0^{\#}, \quad (23)$$

где знак «#» – символ псевдообращения вектора сигналов. Обращенный вектор сигналов $\bar{\eta}_0$ по Ф.Гантмахеру [2] находится так

$$\bar{\eta}_0^{\#} = A^+ = [C^* (CC^*)^{-1} (B^* B)^{-1} B^*]. \quad (24)$$

При этом справедливы выражения $B = \bar{\eta}_0$; $C = (1, 0)$, $B^* = \bar{\eta}_0'$; $C^* = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$; $CC^* = 1, 0$;

$$(B^* B)^{-1} B^* = \bar{\eta}_0^{-1} (\bar{\eta}_0')^{-1} \bar{\eta}_0' = \bar{\eta}_0^{-1}, \text{ т.е. } \bar{\eta}_0^{\#} = A^+ = 1 \cdot \bar{\eta}_0^{-1}.$$

Таким образом, алгоритм синтеза будет (23) таким:

$$\hat{F}_{\bar{v}_0} = -\bar{\Gamma}^{-1} (\bar{T}_0 + \bar{T}_+) \bar{\eta}_0^{-1}. \quad (25)$$

Уравнение связи между матрицами $\bar{F}_{\bar{x}_0}$ и $\bar{F}_{\bar{v}_0}$ имеет вид

$$\bar{F}_{\bar{x}_0} = \Phi_{10} \bar{F}_{\bar{v}_0} + P_0^{-1}. \quad (26)$$

Оптимальная структура \hat{W}_0 регулятора в системе стабилизации такова:

$$\hat{W}_0 = \hat{F}_{\bar{v}_0} (\hat{F}_{\bar{x}_0})^{-1} = \hat{F}_{\bar{v}_0} (\Phi_{10} \hat{F}_{\bar{v}_0} + P_0^{-1})^{-1}. \quad (27)$$

Таков частный вариант задачи.

Синтез оптимальной структуры системы стабилизации линейного стенда – имитатора угловых движений ЛА при случайных стационарных воздействиях

Задача решается методом Винера – Колмогорова. Для этого в функционал качества \hat{e} (9) подставляются матрицы (12) и (13). Функционал получит вид

$$\begin{aligned}
\dot{e} &= \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} \{ [\Phi_{10} S'_{\dot{v}_0 \dot{v}_0} \Phi_{10^*} - \Phi_{10} S'_{\dot{v}_0 u_0} \Phi_{0^*} + \Phi_0 S'_{\dot{u}_0 \dot{v}_0} \Phi_{10^*} + \\
&+ \Phi_{20} \Phi_{20^*} + \Phi_0 S'_{\dot{u}_0 \dot{u}_0} \Phi_{0^*} + \tilde{K}_1^{-1} S'_{\dot{\theta}_0 \dot{\theta}_0} \tilde{K}_1^{-1}] \dot{R} + \dot{F}_{\dot{v}_0} S'_{\dot{v}_0 \dot{v}_0} \dot{F}_{\dot{v}_0} \dot{C} \} ds = \\
&= \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} \{ [\Phi_{10} \dot{F}_{\dot{v}_0} S'_{\dot{v}_0 \dot{v}_0} \dot{F}_{\dot{v}_0} \Phi_{10^*} + \Phi_{10} \dot{F}_{\dot{v}_0} S'_{\dot{v}_0 \dot{u}_0} \Phi_{0^*} + \Phi_0 S'_{\dot{u}_0 \dot{v}_0} \dot{F}_{\dot{v}_0} \Phi_{10^*} + \\
&+ (\Phi_{20} \Phi_{20^*} + \Phi_0 S'_{\dot{u}_0 \dot{u}_0} \Phi_{0^*} + \tilde{K}_1^{-1} S'_{\dot{\theta}_0 \dot{\theta}_0} \tilde{K}_1^{-1}) \dot{R} + \dot{F}_{\dot{v}_0} S'_{\dot{v}_0 \dot{v}_0} \dot{F}_{\dot{v}_0} \dot{C} \} ds.
\end{aligned} \tag{28}$$

Первая вариация функционала качества \dot{e} (28) будет:

$$\begin{aligned}
\delta \dot{e} &= \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} \{ [(\Phi_{10^*} \dot{R} \Phi_{10} + \dot{C}) \dot{F}_{\dot{v}_0} S'_{\dot{v}_0 \dot{v}_0} + \Phi_{10^*} \dot{R} \Phi_0 S'_{\dot{u}_0 \dot{v}_0}] \delta \dot{F}_{\dot{v}_0} + \\
&+ \delta \dot{F}_{\dot{v}_0} [S'_{\dot{v}_0 \dot{v}_0} \dot{F}_{\dot{v}_0} (\Phi_{10^*} \dot{R} \Phi_{10} + \dot{C}) + S'_{\dot{v}_0 \dot{u}_0} \Phi_{0^*} \dot{R} \Phi_{10}] \} ds.
\end{aligned} \tag{29}$$

Обозначения в вариации $\delta \dot{e}$ такие

$$\begin{aligned}
\dot{\Gamma}_* \dot{\Gamma} &= \Phi_{10^*} \dot{R} \Phi_{10} + \dot{C}; \quad \dot{D} \dot{D}_* = S'_{\dot{v}_0 \dot{v}_0}; \\
\dot{\Gamma} &= \dot{\Gamma}_0 + \dot{\Gamma}_+ + \dot{\Gamma}_- = \dot{\Gamma}_*^{-1} \Phi_{10^*} \dot{R} \Phi_0 S'_{\dot{u}_0 \dot{v}_0} \dot{D}_*^{-1}.
\end{aligned} \tag{30}$$

В обозначениях (30) вариация (29) будет иметь вид

$$\delta \dot{e} = \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} [\dot{\Gamma}_* (\dot{\Gamma} \dot{F}_{\dot{v}_0} \dot{D} + \dot{\Gamma}) \dot{D}_* \delta \dot{F}_{\dot{v}_0} + \delta \dot{F}_{\dot{v}_0} \dot{D} (\dot{D}_* \dot{F}_{\dot{v}_0} \dot{\Gamma}_* + \dot{\Gamma}_*) \dot{\Gamma}] ds,$$

а условие равенства вариации $\delta \dot{e}$ нулю такое

$$\dot{\Gamma} \dot{F}_{\dot{v}_0} \dot{D} = -(\dot{\Gamma}_0 + \dot{\Gamma}_+).$$

Алгоритм синтеза оптимальной структуры матрицы $\dot{F}_{\dot{v}_0}$ имеет вид

$$\dot{F}_{\dot{v}_0} = -\dot{\Gamma}^{-1} (\dot{\Gamma}_0 + \dot{\Gamma}_+) \dot{D}^{-1}. \tag{31}$$

Как всегда здесь нижние индексы «0», «+» и «-» – знаки девисовской операции сепарации матриц.

Уравнение связи матриц \dot{F}_{x_0} и \dot{F}_{v_0} такое:

$$\dot{F}_{x_0} = \Phi_{10} \dot{F}_{v_0} + P_0^{-1}.$$

Оптимальная структура регулятора \dot{W}_0 в системе стабилизации движений тренажера

$$\dot{W}_0 = \dot{F}_{v_0} (\dot{F}_{x_0})^{-1} = \dot{F}_{v_0} (\Phi_{10} \dot{F}_{v_0} + P_0^{-1})^{-1}. \tag{32}$$

Поставленная задача решена полностью.

Выводы. В работе предложена методология аналитического конструирования оптимизированной и оптимальной структур регулятора в замкнутой системе стохастического управления движениями стенда-имитатора угловых движений летательного аппарата.

ЛИТЕРАТУРА

1. Азарсков В.Н., Блохин Л.Н., Житецкий Л.С. Методология конструирования оптимальных систем стохастической стабилизации: монография. – К.: НАУ, 2006. – 437 с.
2. Гантмахер Ф.Р. Теория матриц. – М.: Наука, 1967. – 575 с.
3. Davis M.C. Factoring the Spectral Matrix. – IEEE Trans. Auto. Cont., 1963, AG-8, № 4. – P. 296–305.