

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ДЕРЖАВНИЙ ЕКОНОМІКО-ТЕХНОЛОГІЧНИЙ
УНІВЕРСИТЕТ ТРАНСПОРТУ**

**ЗБІРНИК
НАУКОВИХ ПРАЦЬ
ДЕРЖАВНОГО
ЕКОНОМІКО-ТЕХНОЛОГІЧНОГО
УНІВЕРСИТЕТУ ТРАНСПОРТУ**

СЕРІЯ

**«ТРАНСПОРТНІ СИСТЕМИ
І ТЕХНОЛОГІЇ»**

ВИПУСК 30

Київ·ДЕТУТ·2017

Збірник наукових праць Державного економіко-технологічного університету транспорту Міністерства освіти і науки України: Серія «Транспортні системи і технології». – Вип. 30. – К.: ДЕТУТ, 2017. – 288 с.

Збірник містить статті, присвячені теоретичним, методологічним і прикладним проблемам галузі залізничного транспорту. У статтях збірника розглядаються питання інфраструктури й рухомого складу залізниць, технології та організації транспортних процесів, математичного моделювання об'єктів залізничного транспорту, екологічної безпеки на транспорті.

У підготовці випуску брали участь відомі вчені, фахівці в галузі транспорту, викладачі провідних вищих навчальних закладів України, члени Центрального наукового центру Транспортної академії України.

Для науковців, викладачів, студентів вищих навчальних закладів і працівників транспорту та зв'язку.

Редакційна колегія:

В. К. Мироненко, доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри «Управління комерційною діяльністю залізниць», академік Транспортної академії України (головний редактор);

Ю. В. Черняк, кандидат технічних наук, доцент, завідувач кафедри «Тяговий рухомий склад залізниць» (заступник головного редактора);

Е. І. Даніленко, доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри «Залізнична колія та колійне господарство», академік Транспортної академії України, лауреат Державної премії України в галузі науки і техніки;

В. Г. Вербицький, доктор фізико-математичних наук, професор, професор кафедри «Залізнична колія та колійне господарство»;

В. В. Косарчук, доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри «Теоретична і прикладна механіка»;

О. Я. Пилипчук, доктор біологічних наук, професор, завідувач кафедри «Екологія та безпека життєдіяльності»;

В. М. Самсонкін, доктор технічних наук, професор, професор кафедри «Управління процесами перевезень», академік Транспортної академії України;

О. І. Стасюк, доктор технічних наук, професор, проректор з наукової роботи, член-кореспондент Транспортної академії України, лауреат Державної премії України в галузі науки і техніки;

Л. І. Тимченко, доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри «Телекомунікаційні технології та автоматика»;

В. П. Ткаченко, доктор технічних наук, професор, професор кафедри «Тяговий рухомий склад залізниць»;

Ю. М. Черних, кандидат технічних наук, доцент, професор кафедри «Тяговий рухомий склад залізниць», академік Транспортної академії України (*відповідальний секретар*);

О. Г. Стрелко, доктор історичних наук, доцент, професор кафедри «Управління процесами перевезень», декан факультету «Управління залізничним транспортом» (*відповідальний секретар*);

Г. С. Васілова, кандидат технічних наук, доцент кафедри «Управління комерційною діяльністю залізниць» (*технічний секретар*).

Статті збірника проходять обов'язкове рецензування членами редакційної колегії, друкуються мовою оригіналу. Редакція не обов'язково поділяє думку автора і не відповідає за фактичні помилки, яких він припустився.

Рекомендовано до друку Вченою радою ДЕТУТ (протокол № 10 від 26 травня 2017 р.).

Засновник і видавець – Державний економіко-технологічний університет транспорту
Свідоцтво про державну реєстрацію КВ № 19979-9779ПР від 28.05.2013 р.

Збірник входить до Переліку № 10 наукових фахових видань України, в яких можуть публікуватися результати дисертаційних робіт на здобуття наукових ступенів доктора та кандидата наук у технічній галузі

(Додаток 11 до наказу Міністерства освіти і науки України 29.12.2014 № 1528).

УДК 531.011

*Н. Л. Белєцова, к.т.н., доцент
(професор кафедри «Теоретична та прикладна механіка» Державного економіко-технологічного університету транспорту)
В. Г. Хребет, к. ф.-м. н., доцент
(доцент кафедри «Базові та спеціальні дисципліни» навчально-наукового інституту неперервної освіти Національного авіаційного університету)*

К ВОПРОСУ О ВОЗМОЖНОСТИ СТАЦИОНАРНЫХ РЕЖИМОВ ГОЛОНОМНОЙ И НЕГОЛОНОМНОЙ МОДЕЛЕЙ КОЛЕСНОГО ЭКИПАЖА ПРИ ДВИЖЕНИИ ПО ИНЕРЦИИ

В статье анализируются возможности реализации круговых стационарных режимов для голономных и неголономных моделей двухосного экипажа при отсутствии продольных тяговых сил.

Ключевые слова: двухосный экипаж, устойчивость движения, коэффициент увода, модель.

У статті аналізуються можливості реалізації кругових стаціонарних режимів для голономних і неголономних моделей двоохосьового екіпажу за відсутності позовжніх тягових сил.

Ключові слова: двоохосьовий екіпаж, стійкість руху, коефіцієнт відведення, модель.

Вопросы устойчивости динамических систем с качением изложены в монографии Ю. И. Неймарка и Н. А. Фуфаева [1]. Дальнейшее развитие исследований систем с качением уже с учетом таких параметров модели, как наклон оси самоориентирующихся колес шасси самолета или передней ноги трицикла, проведены Лобасом Л. Г. [2]. В работе В.Г. Вербицкого и соавторов [3] анализируются модели голономных систем с качением при учете нелинейностей сил увода. В [4] приведен пример (сани Чапльгина) из динамики неголономных систем, иллюстрирующий чувствительность некоторых транспортных систем к направлению движения, что присуще и голономным транспортным системам.

Проанализируем возможности реализаций стационарных режимов колесных систем (круговых стационарных режимов) при отсутствии тяговых усилий.

Модель двухосного автомобиля с упругими по аксиоматике И. Рокара колесами (абсолютно жесткое рулевое управление).

Положение системы задается координатами x , y центра масс, продольная и поперечная проекции скорости которого на оси Кенига V и u . Положение продольной оси определяется курсовым углом ψ , $\omega = \dot{\psi}$ – угловая скорость относительно вертикальной оси; m – масса; $l = a + b$ – база автомобиля; I_{zc} – центральный момент инерции относительно вертикальной оси.

© Белєцова Н. Л., Хребет В. Г., 2017

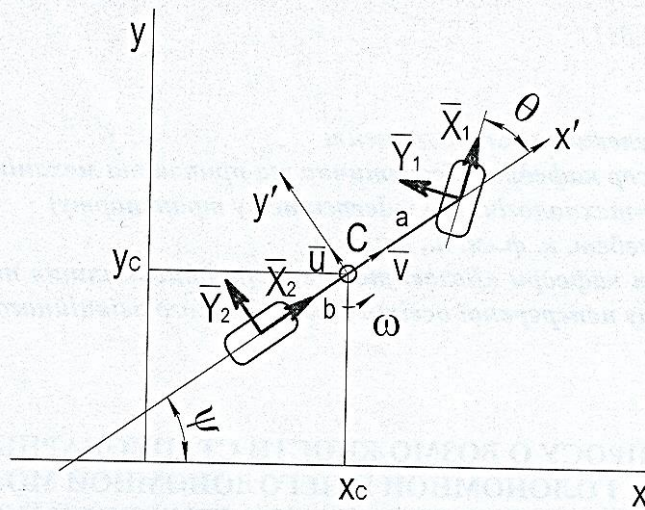


Рис. 1. Расчетная схема плоской модели автомобиля

Уравнения движения в подвижной системе координат (жестко связанной с телом) с началом в центре масс системы запишем в виде:

$$\begin{cases} m(\dot{V} - u\omega) = -Y_1 \sin\theta + X_1 \cos\theta + X_2, \\ m(\dot{u} + V\omega) = Y_1 \cos\theta + Y_2 + X_1 \sin\theta, \\ I_{z_c} \dot{\omega} = aY_1 \cos\theta - bY_2 + aX_1 \sin\theta. \end{cases} \quad (1)$$

Здесь, последнее уравнение системы (1) представляет теорему об изменении кинетического момента относительно вертикальной оси, проходящей через центр масс C ($I_{z_c} \dot{\omega} = \Sigma M_z$).

Рассмотрим случай движения по инерции (без тяговых сил). $X_1 = X_2 = 0$. Соответствующая система конечных уравнений, определяющая параметры круговых режимов движения (u^*, ω^*) при фиксированных значениях управляемых параметров $V = const; \theta = const$ имеет вид:

$$\begin{cases} -\omega u m = -Y_1 \theta, \\ \omega V m = Y_1 + Y_2, \\ 0 = aY_1 - bY_2. \end{cases} \quad (2)$$

Из двух последних уравнений системы (2) найдем силы увода на передней и задней осях $Y_1 = \frac{b\omega^* V m}{l}, Y_2 = \frac{a\omega^* V m}{l}$. Так как, согласно [5], $Y_i = k_i \delta_i$, то пара значений (u^*, ω^*) определяется системой двух линейных уравнений:

$$\begin{cases} b\omega Vm = k_1 l \cdot \left(\theta - \frac{u + a\omega}{V} \right), \\ a\omega Vm = k_2 l \cdot \left(\frac{-u + b\omega}{V} \right). \end{cases} \quad (3)$$

Решение системы (3) имеет вид:

$$\begin{aligned} u &= -\frac{k_1 \theta V (-b l k_2 + a m V^2)}{k_1 b l k_2 - k_1 a m V^2 + k_1 l a k_2 + b m V^2 k_2}, \\ \omega &= \frac{k_1 l \theta V k_2}{k_1 b l k_2 - k_1 a m V^2 + k_1 l a k_2 + b m V^2 k_2}. \end{aligned} \quad (4)$$

После подстановки $Y_1 = \frac{b\omega^* V m}{l}$ в первое уравнение (2) получим решение

$$\omega m \left(u - \frac{\theta b V}{l} \right) = 0; \Rightarrow u^* = \frac{\theta b V}{l}. \quad (5)$$

Решение (5) несовместно с ранее полученным (для совместности системы необходимо наличие ненулевой продольной силы).

Модель с абсолютно жесткими колесами (неголономная).

Рассмотрим вопрос о возможности реализации кругового режима движения неголономной модели автомо-биля при отсутствии продольных сил в пятне контакта колес (случай движения по инерции, $\sin \theta \approx \theta$, $\cos \theta \approx 1$)

$$\begin{aligned} m(\dot{V} - \omega u) &= -Y_1 \theta; \\ m(\dot{u} + \omega V) &= Y_1 + Y_2; \\ I_{zc} \dot{\omega} &= a Y_1 - b Y_2. \end{aligned}$$

Поперечная составляющая скорости центра оси равна нулю, следовательно, имеем два соотношения: $\theta V - u - a\omega = 0$, $u - b\omega = 0$, которые полностью определяют стационарный режим движения неголономной модели

$$\omega = \frac{\theta V}{l}; u = \frac{b \theta V}{l}.$$

В случае реализации кругового режима ($V = const; \theta = const; u = const; \omega = const$) уравнения движения неголономной модели автомобиля примут вид:

$$\begin{aligned} -\omega u m &= -Y_1 \theta; \\ \omega V m &= Y_1 + Y_2; \\ 0 &= a Y_1 - b Y_2. \end{aligned} \quad (6)$$

Из второго и третьего уравнений последней системы (6) найдем реакции связей:

$$Y_1 = \frac{b\omega V m}{l}; Y_2 = \frac{a\omega V m}{l}.$$

Подставив найденное для реакции Y_1 значение в первое уравнение (6), получим:

$$\omega u m = \frac{\theta b \omega V m}{l} \Rightarrow \omega m \left(u - \frac{\theta b V}{l} \right) = 0.$$

Последнее соотношение и указывает на возможность реализации кругового стационарного режима $\left(V = const; \theta = const; u = \frac{b\theta V}{l}; \omega = \frac{\theta V}{l} \right)$ при движении по инерции.

Далее получим уравнение, описывающее неустановившееся движение неголономной модели автомобиля при отсутствии тяговых усилий. Исключая из первоначальной системы

$$\begin{aligned} m(\dot{V} - \omega u) &= -Y_1 \theta; \\ m(\dot{u} + \omega V) &= Y_1 + Y_2; \\ I_{z_c} \dot{\omega} &= aY_1 - bY_2 \end{aligned}$$

реакции связей, и учитывая соотношения неголономных связей, получим одно уравнение относительно V, θ :

$$\begin{aligned} \theta V (I_{z_c} + mb^2) \frac{d\theta}{dt} + \left((I_{z_c} + mb^2)\theta^2 + ml^2 \right) \frac{dV}{dt} &= 0, \\ \frac{\theta d\theta}{(I_{z_c} + mb^2)\theta^2 + ml^2} &= - \frac{dV}{V(I_{z_c} + mb^2)}. \end{aligned} \quad (7)$$

Проинтегрировав последнее уравнение (7), получим текущее значение продольной составляющей скорости центра масс автомобиля как функцию угла поворота управляемых колес:

$$V = \frac{C}{\sqrt{(I_{z_c} + mb^2)\theta^2 + ml^2}}.$$

При увеличении угла поворота продольная составляющая центра масс V неголономной модели автомобиля уменьшается (рис.2).

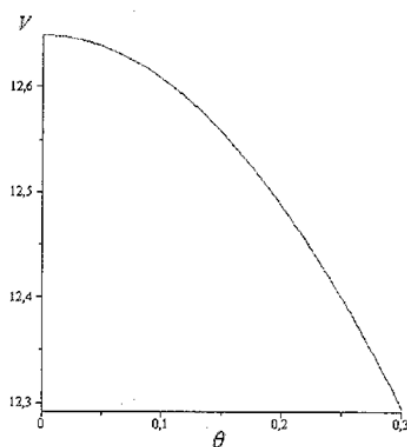


Рис.2 – Графік залежності продольної складової швидкості центра мас неголономної моделі автомобіля при зміні кута повороту управляємих колес ($C = 1600$, $I_{zc} = 6400$ кг·м², $m = 1000$ кг, $b=2$ м, $l=4$ м).

Таким образом, при малых скоростях движения обе модели – с абсолютно жесткими колесами и упругими в кинематической постановке близки. Однако существенно расходятся в возможности реализации движения по инерции (при отсутствии тяговых сил): в неголономных моделях такие движения возможны, что согласуется с законом сохранения кинетической энергии и невозможны для случая голономной модели (соответствующий закон сохранения энергии не выполняется).

ЛИТЕРАТУРА

1. Неймарк Ю. И. Динамика неголономных систем / Ю. И. Неймарк и Н. А. Фуфаев. – М.: Изд-во «Наука», 1967. – 520 с.
2. Лобас Л. Г. Неголономные модели колесных экипажей / Л. Г. Лобас. – Киев: Наук. думка. 1986. – 232 с.
3. Автомобили. Устойчивость: Монография / В. Г. Вербицкий, В. П. Сахно, А. П. Кравченко, А.В. Костенко, А.Э. Даниленко. Луганск: Изд-во «Ноулидж», 2013. – 176 с.
4. Хребет В. Г. К чувствительности транспортных систем / В. Г. Хребет, В. С. Сырых // Матеріали міжнародної науково-практичної конференції «Управління високошвидкісними рухомими об'єктами та професійна підготовка операторів складних систем», 15 – 16 листопада 2012 року, Кіровоград. – Вид-во КЛА НАУ, 2012, – С. 310 – 312.
5. Рокар И. Неустойчивость в механике / И. Рокар – М.: Изд-во иностранной литературы, 1959. – 288 с.

*Natalia L. Belevtsova, PhD (Technical Sciences), Associate Professor
(Professor of Theoretical and Applied Mechanics Chair, State University for
Transport Economy and Technologies)*

*Valeriy Khrebet, PhD (Physical and Math. Sciences), Associate Professor
(Associate Professor of Fundamental and Special Disciplines Chair, Institute of
continuing education. National Aviation University)*

**ON THE QUESTION OF THE POSSIBILITY OF STATIONARY REGIMES
OF THE WHOLE AND NON-HEELED MODELS OF THE WHEEL CREW
AT THE INERTIA MOVEMENT**

The article analyzes the feasibility of circular stationary modes for holonomic and non-holonomic models of a two-axle vehicle in the absence of longitudinal traction forces.

Keywords: two-axle vehicle; stability of motion; slipping coefficient, model.

REFERENCES

1. Neymark Yu. I. Dinamika negolonomnykh sistem [Dynamics of nonholonomic systems], Yu. I. Neymark i N. A. Fufaev, Moscow, Pub. «Nauka», 1967, 520 p.
2. Lobas L.G. Negolonomnye modeli kolesnykh ekipazhey [Non-holonomic models of wheeled carriages] Kiev: Nauk. dumka, 1986, 232 p.
3. Avtomobili. Ustoychivost [Cars. Sustainability], Monografiya / V.G. Verbitskiy, V.P. Sahno, A. P. Kravchenko, A.V. Kostenko, A.E. Danilenko, Lugansk, Pub. «Noulidzh», 2013, 176 p.
4. Hrebet V. G. K chuvstvitelnosti transportnykh sistem [To the sensitivity of transport systems] V. G. Hrebet, V. S. Syiryih // Materiali mizhnarodnoyi naukovo-praktichnoyi konferentsiyi «Upravlinnya visokoshvidkivimi ruhomimi ob'ektami ta profeslyna pidgotovka operatoriv skladnih sistem», 15 – 16 listopada 2012 roku, Kirovograd, Pub. KLA NAU, 2012, pp. 310 – 312
5. Rokar I. Neustoychivost v mehanike [Instability in mechanics] I. Rokar, Moscow, Izd-vo inostrannoy literatury, 1959, 288 p.