

УДК 629.7.015

О.Г. Водчиць, канд. техн. наук

І.С. Кравчук, канд. техн. наук

В.В. Тараненко

М.М. Баскаков

**АЛГОРИТМ ТРАЄКТОРНОГО НАВЕДЕННЯ ПЛАНУЮЧОГО  
БЕЗПЛОТНОГО ЛІТАЛЬНОГО АПАРАТУ НА НАЗЕМНУ ЦІЛЬ ПРИ  
ЗАБЕЗПЕЧЕННІ ЗАДАНИХ КІНЦЕВИХ УМОВ НАВЕДЕННЯ**

Національний авіаційний університет, fmt@nau.kiev.ua

*В статті отримані математичні залежності, які дозволяють реалізувати алгоритм траєкторного наведення безпілотного літального апарату на наземну ціль при забезпеченні заданих кінцевих умов наведення.*

**Вступ**

Широке застосування для керування польотом безпілотних літальних апаратів (БЛА) інерціальних навігаційних систем вимагає від розробників системи керування вирішення проблеми розробки оптимальних алгоритмів керування польотом, які б забезпечували мінімальні енергетичні витрати на керування (досягнення максимальної дальності польоту), і задані кінцеві умови наведення (кут підходу БЛА до цілі, кінцева швидкість і ін.) з максимальною точністю. Вирішенню цієї проблеми присвячена значна кількість наукових робіт, наприклад [1, 2]. Зокрема, в цих роботах показано, що при наведенні літального апарату на нерухому ціль, оптимальним методом наведення, який

забезпечує мінімальні енергетичні витрати енергії на керування і мінімальний промах, є метод пропорціонального наведення [2]. Разом з тим, у відомих роботах, при розгляді задачі наведення, коли на вектор кінцевих параметрів наведення накладаються жорсткі вимоги (наприклад на кут підходу БПЛА до цілі) застосовуються програмні методи наведення [3, 4], які не є оптимальними.

У даній статті розглядається питання розробки алгоритму траєкторного наведення БЛА на наземну ціль при забезпеченні заданих кінцевих умов зустрічі з ціллю. Алгоритм побудований на методі пропорціонального наведення, параметрами якого є зміщені значення кутової швидкості вектора дальності і швидкості зближення БЛА з ціллю.

### **Постановка задачі**

Розглянемо алгоритм формування параметру траєкторного наведення у площині тангажу у вигляді [2]

$$\Delta n = \frac{N_0}{g} |\dot{D}_T| \dot{\epsilon} - n_y, \quad (1)$$

де  $\Delta n$  - параметр наведення;  $N_0$  - навігаційна постійна;  $|\dot{D}_T|$  - модуль швидкості зміни проекції поточної дальності на площину тангажу;  $n_y$  - поточне значення перевантаження БЛА у площині тангажу.

При реалізації алгоритму траєкторного наведення у вертикальній площині з використанням методу пропорціонального наведення, коли параметром траєкторного наведення є кутова швидкість лінії дальності в площині тангажу  $\dot{\epsilon}$ , траєкторія польоту БЛА близька до прямолінійної (рис. 1, лінія 1), тому кут зустрічі  $\theta_k$  БЛА з наземною ціллю у цьому випадку буде визначатися початковими умовами пуску – висотою  $H_0$  і проекцією дальності на земну поверхню  $D_{x0}$ .

$$\operatorname{tg} \theta_k = \frac{H_0}{D_{x0}}.$$

Щоб кут зустрічі  $\theta_k$  при будь яких умовах пуску БЛА був рівний заданому  $\theta_s$ , необхідно формувати у алгоритмі (1) величину  $\varepsilon$  таким чином, щоб забезпечувалася траєкторія 2 (рис.1). Таке значення величини  $\varepsilon$  будемо називати зміщеним -  $\varepsilon_m$ .

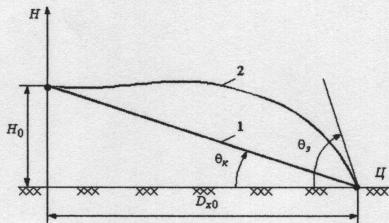


Рис. 1

Таким чином, задачу наведення БЛА у площині тангажу можна сформувати у такому вигляді: для заданих початкових умов пуску БЛА  $\bar{D}_0, \bar{V}_0$  сформувати такий закон зміни  $\varepsilon_m$ , щоб БЛА влучив в ціль з промахом, не більшим ніж заданий, а параметри руху БЛА відповідали умовам

$$\begin{aligned}\theta_k &= \theta_s, \\ V_k &\geq V_{\min}.\end{aligned}$$

### Розробка алгоритму формування параметру траєкторного наведення

Введемо поняття умовної цілі. Під умовною ціллю будемо розуміти точку простору  $M$  у площині тангажу, яка рухається в напрямку реальної цілі таким

чином, щоб точка  $M$  і КАБ зустрілися з реальною ціллю  $\Pi$  одночасно.

Поставимо умову, щоб точка  $M$  рухалася по прямолінійній траєкторії  $\varepsilon$ , яка разом з лінією дальності складає вертикальну площину, кут нахилу траєкторії  $\varepsilon$  відносно земної поверхні складав  $\theta_s$  (рис. 2), а відстань між умовою ціллю  $M$  і реальною ціллю  $\Pi$  складала дальність  $\bar{B}$ , величина якої змінюється за законом

$$B = B_0 \left( 1 - \frac{X_g}{D_{0,sg}} \right), \quad (2)$$

де  $D_{0,sg} = D_0 \cos \varepsilon_0$ ;  $B_0$  - початкова відстань між умовою ціллю, яка на початку наведення знаходиться в точці  $M_0$  і  $\Pi$ .

Продиференціювавши (2), отримаємо вираз для визначення швидкості руху умової цілі  $M$  по прямій  $\varepsilon$

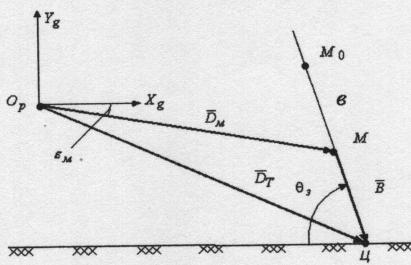


Рис. 2.

$$\dot{B} = -\frac{B_0}{D_{0,sg}} V_{xg}. \quad (3)$$

Положення БЛА відносно цілі  $\Pi$  у вертикальній площині характеризується вектором  $\bar{D}_T$ , а відносно умової цілі  $M$  - вектором  $\bar{D}_M$ . Положення умової цілі

$M$  відносно істинної цілі  $\Pi$  визначається вектором  $\bar{B}$ .

Для визначення зміщених параметрів  $\dot{D}_{zm}$  і  $\dot{\epsilon}_{zm}$  траєкторного наведення у вертикальній площині будемо розглядати процес наведення БЛА на умовну ціль  $M$ , закон руху якої визначається виразами (2) і (3).

При цьому, під зміщеними параметрами  $\dot{D}_{zm}$  і  $\dot{\epsilon}_{zm}$  траєкторного наведення будемо розуміти модуль швидкості зміни вектора  $\bar{D}_M$  і кутову швидкість його обертання  $\dot{\epsilon}_M$ , тобто:  $\dot{D}_{zm} = |\dot{\bar{D}}_M|$ ;  $\dot{\epsilon}_{zm} = \dot{\epsilon}_M$ .

На основі рис. 2 запишемо очевидне векторне рівняння

$$\bar{D}_M = \bar{D}_T - \bar{B}.$$

Проектуючи це рівняння на осі  $O_k x_g$ ,  $O_k y_g$ , отримаємо

$$\begin{aligned} D_{xg} &= D_{xg} - B_{xg}; \\ D_{yg} &= D_{yg} - B_{yg}, \end{aligned} \tag{4}$$

де  $D_{xg}$ ,  $D_{yg}$  - проекції вектора поточної дальності до цілі на осі  $O_k x_g$ ,  $O_k y_g$ ;  $B_{xg}$ ,  $B_{yg}$  - проекції вектора  $\bar{B}$  на ці ж осі.

Проекції  $B_{xg}$ ,  $B_{yg}$  можуть бути визначені через заданий кут зустрічі БЛА з ціллю  $\theta_3$  у вигляді

$$\begin{aligned} B_{xg} &= B \cos \theta_k; \\ B_{yg} &= B \sin \theta_k, \end{aligned} \tag{5}$$

де  $B$  визначається виразом (2).

Визначивши складові  $D_{xg}$  і  $D_{yg}$  за формулами (4), (5) можна визначити дальність  $D_M$  як модуль вектора  $\bar{D}_M$

$$D_m = \sqrt{D_{xg}^2 + D_{yg}^2}. \quad (6)$$

Кінематична схема зближення БЛА з точкою  $M$  у вертикальній площині зображена на рис. 3.

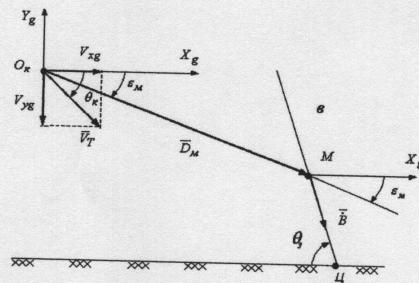


Рис. 3

Рух БЛА відносно умовної цілі  $M$  визначається їх швидкостями у вертикальній площині -  $V_T$  та  $\bar{B}$ , причому

$$V_T = \sqrt{V_{xg}^2 + V_{yg}^2}, \quad (7)$$

а  $\bar{B}$  визначається формулою (3).

Орієнтації векторів швидкостей  $\bar{V}_r$  та  $\bar{B}$  визначаються відповідно кутами  $\theta_k$  та  $\theta_r$ , причому

$$\theta_k = \operatorname{arctg} \frac{V_{yg}}{V_{xg}}. \quad (8)$$

Орієнтація вектора дальності  $D_m$  у вертикальній площині визначається

кутом  $\varepsilon_m$ , який можна знайти за допомогою виразу

$$\varepsilon_m = \arctg \frac{D_{moy}}{D_{max}}, \quad (9)$$

де складові  $D_{max}$ ,  $D_{moy}$  визначаються за формулами (4).

Вектор  $\bar{D}_m$  в процесі наведення БЛА на умовну ціль  $M$  зменшується за модулем і виконує обертовий рух. Рівняння цього руху мають вигляд

$$\dot{D}_m = \dot{B} \cos(\theta_s - \varepsilon_m) - V_T \cos(\theta_k - \varepsilon_m); \quad (10)$$

$$\dot{\varepsilon}_m = \frac{1}{D_m} [V_T \sin(\theta_k - \varepsilon_m) - \dot{B} \sin(\theta_s - \varepsilon_m)]. \quad (11)$$

Підставляючи у вирази (10) і (11) значення  $\dot{B}$  згідно з (3), отримаємо

$$\dot{D}_m = -\frac{B_0}{D_{0xg}} V_{xg} \cos(\theta_s - \varepsilon_m) - V_T \cos(\theta_k - \varepsilon_m); \quad (12)$$

$$\dot{\varepsilon}_m = \frac{1}{D_m} \left[ V_T \sin(\theta_k - \varepsilon_m) + \frac{B_0}{D_{0xg}} V_{xg} \sin(\theta_s - \varepsilon_m) \right]. \quad (13)$$

Величини  $\dot{D}_m$  і  $\dot{\varepsilon}_m$  обчислені за виразами (12) і (13) і є тими зміщеними параметрами, які використовуються для реалізації алгоритму траєкторного наведення (1).

Проаналізуємо, чи буде у цьому випадку виконуватися умова зустрічі  $\theta_k = \theta_s$ .

У процесі реалізації алгоритму траєкторного наведення (1) політ БЛА виконується таким чином, щоб  $\dot{\varepsilon}_m \approx 0$ , що можливо тільки при  $\sin(\theta_k - \varepsilon_m) = 0$  і  $\sin(\theta_s - \varepsilon_m) = 0$ , звідки  $\theta_k = \theta_s$ . Тобто, при використанні в алгоритмі траєкторного наведення (1) параметра  $\dot{\varepsilon}_m$ , обчисленого за формулою (13), політ БЛА виконується по такій траєкторії, коли забезпечується кінцева умова наведення

$$\theta_k = \theta_s.$$

Результати математичного моделювання траєкторій наведення БЛА у вертикальній площині, коли у якості параметрів траєкторного наведення  $|\dot{p}_x|$  і  $\dot{\epsilon}_x$  для реалізації алгоритму (1) використовувались параметри, обчислені за виразами (12) і (13) відповідно, зображені на рисунку 4, при початковій швидкості  $V = 300 \frac{m}{s}$  та заданому куту зустрічі БЛА з наземною ціллю  $\theta_s = 65^\circ$ .

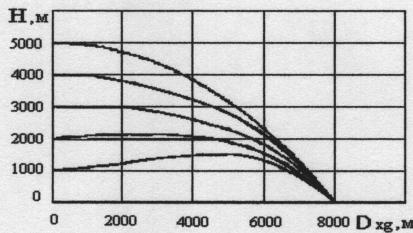


Рис. 4.

## Висновки

Таким чином, отримані математичні залежності дозволяють реалізувати алгоритм траєкторного наведення плануючого БЛА, оснащеного інерціальною навігаційною системою на нерухому наземну ціль забезпечуючи задані кінцеві умови наведення. В основу алгоритму покладено метод пропорційного наведення зі зміщеними значеннями швидкості зближення БЛА з ціллю і кутової швидкості вектора дальності.

## **Список літератури**

1. Казаков И.Е. Статистическая теория систем управления в пространстве состояний. – М: Наука, 1975. – 432 с.
2. Максимов М.В., Горгонов Г.И., Чернов В.С. Авиационные системы радиоуправления. – М.: ВВИА им. проф. Н.Е. Жуковского, 1984. – 364 с.
3. Мубаракшин Р.В. Комплексное наведение летательных аппаратов и отделяемых средств. – М.: Машиностроение, 1990. – 272 с.
4. Фролов В.С. Инерциальное управление ракетами. – М.: Воениздат, 1975. – 168 с.

А.Г. Водчиц, И.С. Кравчук, В.В. Тараненко, Н.Н. Баскаков

Алгоритм траекторного наведения планирующего беспилотного летательного аппарата на наземную цель при обеспечении заданных конечных условий наведения

В статье получены математические зависимости, которые позволяют реализовать алгоритм траекторного наведения беспилотного летательного аппарата на наземную цель при обеспечении заданных конечных условий наведения.

O.G. Vodchic, I.S. Kravchuk, V.V. Taranenko, N.N. Baskakov

Algorithm of trajectory guidance of a planning unmanned flight vehicle to a ground target providing the guidance in case the final conditions of guidance are given

In the article are obtained the mathematical relations which allow to implement algorithm of trajectory guidance of a unmanned flight vehicle to a ground target providing the guidance in case the final conditions of guidance are given.