

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
Національний авіаційний університет  
Навчально-науковий інститут Інформаційно-діагностичних систем  
Кафедра прикладної математики

ЗАТВЕРДЖУЮ  
В.о.ректора

«\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2017р.



Система менеджменту якості

**НАВЧАЛЬНА ПРОГРАМА**  
**навчальної дисципліни**  
**«Додаткові розділи диференціальних рівнянь»**

Галузь знань: 11 «Математика та статистика»  
Спеціальність: 113 «Прикладна математика»  
Спеціалізація: «Прикладна математика»

Курс – 2 Семестр – 3

Аудиторні заняття – 32 Екзамен – 3 семестр  
Самостійна робота – 58  
Усього (годин/кредитів ECTS) – 90/3

Індекс НМ-14-113/16-2.1.6

**СМЯ НАУ НІ 14.01.07-01-2017**

	Система менеджменту якості. Навчальна програма навчальної дисципліни «Додаткові розділи диференціальних рівнянь»	Шифр документа	СМЯ НАУ НП 14.01.07 – 01-2017
		стор. 2 з 7	

Навчальну програму дисципліни «Додаткові розділи диференціальних рівнянь» розроблено на основі освітньо-професійної програми та навчального плану № НМ-14-113/16 підготовки фахівців освітнього ступеня «Магістр» за спеціальністю 113 «Прикладна математика», спеціалізація «Прикладна математика» та відповідних нормативних документів.

Навчальну програму розробив:  
професор кафедри прикладної математики \_\_\_\_\_ П. Жук

Навчальну програму обговорено та схвалено на засіданні випускової кафедри спеціальності 113 «Прикладна математика», спеціалізація «Прикладна математика» – кафедри прикладної математики, протокол № \_\_\_ від «\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2017 р.


Завідувач кафедри \_\_\_\_\_ П. Приставка

Навчальну програму обговорено та схвалено на засіданні науково-методично-редакційної ради навчально-наукового інституту Інформаційно-діагностичних систем, протокол № \_\_\_ від «\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2017 р.

Голова НМРР \_\_\_\_\_ П. Павленко

УЗГОДЖЕНО  
Директор ННІДС  
\_\_\_\_\_ С.Філоненко  
«\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2017 р.

Рівень документа – 3б  
Плановий термін між ревізіями – 1 рік  
**Врахований примірник №2**

	Система менеджменту якості. Навчальна програма навчальної дисципліни «Додаткові розділи диференціальних рівнянь»	Шифр документа	СМЯ НАУ НП 14.01.07 – 01-2017
		стор. 3 з 7	

## 1. ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА

Навчальна програма навчальної дисципліни «Додаткові розділи диференціальних рівнянь» розроблена на основі «Методичних вказівок до розроблення та оформлення навчальної та робочої навчальної програм дисциплін», введених в дію розпорядженням від 16.06.2015р. №37/роз.

Дана навчальна дисципліна є теоретичною та практичною основою сукупності знань та вмінь, що формують профіль фахівця в галузі прикладної математики.

**Метою** викладання дисципліни є:

- засвоєння основних методів групового аналізу диференціальних рівнянь та виявлення груп симетрій їх розв'язків;
- формування у студентів логічного та алгоритмічного мислення, необхідного для розв'язання теоретичних та практичних задач за фахом.

**Завданнями** вивчення навчальної дисципліни є:

- засвоєння методів групового аналізу диференціальних рівнянь та пошуку груп симетрій їх розв'язків;
- опанування груповими методами інтегрування звичайних диференціальних рівнянь першого та другого порядків;
- оволодіння груповими методами інтегрування нормальних систем звичайних диференціальних рівнянь першого порядку, що мають фундаментальну систему розв'язків;
- застосування групових методів до розв'язання задач математичної фізики.

У результаті вивчення даної навчальної дисципліни студент повинен:

**Знати:**

- рівняння Лі та теорему про однозначну визначеність групи перетворень за її відомим дотичним векторним полем;
- критерії інваріантності диференціальних рівнянь відносно груп перетворень;
- методи групового аналізу типових диференціальних рівнянь.

**Вміти:**

- використовувати в своїй професійній галузі групові методи аналізу диференціальних рівнянь;
- самостійно будувати інфінітезимальні оператори групи перетворень та застосовувати їх до розв'язання типових диференціальних рівнянь;
- при розв'язанні типових диференціальних рівнянь використовувати обчислювальну техніку і нормативну літератури.

Навчальний матеріал дисципліни структурований за модульним принципом і складається з 2 навчальних модулів, а саме:

- навчального модуля №1 «Груповий аналіз диференціальних рівнянь»
- навчального модуля №2 «Інтегрування диференціальних рівнянь»

	Система менеджменту якості. Навчальна програма навчальної дисципліни «Додаткові розділи диференціальних рівнянь»	Шифр документа	СМЯ НАУ НП 14.01.07 – 01-2017
		стор. 4 з 7	

### **методом групового аналізу»**

кожен з яких є логічно завершеною, відносно самостійною, цілісною частиною навчальної дисципліни, засвоєння якої передбачає проведення модульної контрольної роботи та аналіз результатів її виконання.

Навчальна дисципліна «Додаткові розділи диференціальних рівнянь» базується на знаннях основних дисциплін освітнього ступеня «Бакалавр» за спеціальністю 113 «Прикладна математика» та може бути використана при написанні магістерських дипломних робіт.

## **2. ЗМІСТ НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ**

### **2.1. Модуль №1 «Груповий аналіз диференціальних рівнянь»**

#### **Тема 2.1.1. Однопараметричні групи перетворень**

Означення та приклади однопараметричних груп перетворень. Група переносів вздовж заданої прямої. Поняття дотичного векторного поля групи перетворень. Теорема про однозначну визначеність групи перетворень за її відомим дотичним векторним полем. Рівняння Лі. Зведення довільного закону множення у локальній групі перетворень до найпростішого виду.

#### **Тема 2.1.2. Інваріанти однопараметричної групи перетворень**

Означення інваріанта однопараметричної групи перетворень. Теорема про необхідні і достатні умови, яким повинен задовольняти інваріант групи (критерій інваріантності). Інфінітезимальний оператор групи. Групи перетворень площині, їх інфінітезимальні оператори і типові інваріанти. Інваріантні рівняння. Критерій інваріантності системи рівнянь відносно групи перетворень. Теорема про представлення поверхні, інваріантної відносно групи перетворень.

#### **Тема 2.1.3. Групи симетрій диференціальних рівнянь**

Однопараметричні групи перетворень, що припускаються рівнянням теплопровідності. Означення диференціального багатовиду. Формули продовження. Групи точкових перетворень, що припускаються системою диференціальних рівнянь. Приклади розв'язання визначальних рівнянь для обчислення інфінітезимальних операторів припустимих груп.


#### **Тема 2.1.4. Алгебри Лі та багатопараметричні групи перетворень**

Поняття комутатора операторів. Означення алгебри Лі. Приклади некомутативної двопараметричної групи перетворень та шестивимірної алгебри Лі. Рівняння Лі для багатопараметричних груп перетворень. Обчислення припустимої алгебри Лі для рівняння теплопровідності.

### **2.2. Модуль № 2 «Інтегрування диференціальних рівнянь методом групового аналізу»**

#### **Тема 2.2.1. Інтегрування звичайних диференціальних рівнянь першого порядку методом групового аналізу**

Інтегруючий множник для диференціального рівняння першого порядку і алгебри Лі. Груповий аналіз рівняння Ріккаті. Загальний вигляд

	Система менеджменту якості. Навчальна програма навчальної дисципліни «Додаткові розділи диференціальних рівнянь»	Шифр документа	СМЯ НАУ НП 14.01.07 – 01-2017
		стор. 5 з 7	

диференціальних рівнянь першого порядку, інваріантних відносно даної групи перетворень. Приклади диференціальних рівнянь першого порядку з відомим припустимим інфінітезимальним оператором групи.

### **Тема 2.2.2. Інтегрування звичайних диференціальних рівнянь другого порядку методом групового аналізу**

Представлення диференціальних рівнянь другого порядку, що припускають інфінітезимальний оператор групи, у вигляді диференціальних інваріантів другого порядку. Теорема про диференціальні інваріанти другого порядку та умови інтегрування диференціального рівняння другого порядку в квадратурах. Приклади диференціальних рівнянь другого порядку з відомим припустимим інфінітезимальним оператором групи.

### **Тема 2.2.3. Інтегрування нормальної системи звичайних диференціальних рівнянь першого порядку, що має фундаментальну систему розв'язків, методом групового аналізу**

Теорема про представлення нормальної системи звичайних диференціальних рівнянь першого порядку, що має фундаментальну систему розв'язків, через оператори, які утворюють алгебру Лі. Приклади застосування теореми про представлення (рівняння Ріккаті, система двох лінійних рівнянь). Групи на прямій і рівняння Ріккаті.

### **Тема 2.2.4. Фундаментальні розв'язки рівнянь математичної фізики**

Сферично-симетричні розв'язки рівняння Лапласа. Знаходження розв'язків рівняння Лапласа, інваріантних відносно перетворень розтягування та обертання. Трипараметрична група Галілея та її інфінітезимальні оператори. Побудова алгебри Лі та теплове представлення групи Галілея.

## **3. СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНИХ ДЖЕРЕЛ**

### **3.1. Основні рекомендовані джерела**


3.1.1. Овсянников Л.В. Групповой анализ дифференциальных уравнений / Л.В. Овсянников. – М.: Физматлит, 2010. – 400 с.

3.1.2. Олвер П. Приложение групп Ли к дифференциальным уравнениям / П. Олвер.(пер. с англ.) – СПб.: БХВ-Петербург, 2015. – 639 с.

### **3.2. Додаткові рекомендовані джерела**

3.2.1. Ибрагимов Н.Х. Опыт группового анализа обыкновенных дифференциальных уравнений / Н.Х. Ибрагимов. – М.: Наука, 1991. – 47 с.



	Система менеджменту якості. Навчальна програма навчальної дисципліни «Додаткові розділи диференціальних рівнянь»	Шифр документа	СМЯ НАУ НП 14.01.07 – 01-2017
		стор. 7 з 7	

(Ф 03.02 – 04)

### АРКУШ РЕЄСТРАЦІЇ РЕВІЗІЇ

№ пор.	Прізвище ім'я по-батькові	Дата ревізії	Підпис	Висновок щодо адекватності

(Ф 03.02 – 03)

### АРКУШ ОБЛІКУ ЗМІН

№ зміни	№ листа (сторінки)				Підпис особи, яка внесла	Дата внесення зміни	Дата введення зміни
	Зміненого	Заміненого	Нового	Анульованого			

(Ф 03.02 – 32)

### УЗГОДЖЕННЯ ЗМІН

	Підпис	Ініціали, прізвище	Посада	Дата
Розробник				
Узгоджено				
Узгоджено				
Узгоджено				