

## Заняття 1.

Знайти умовний екстремум функції  $z = x^2 + y^2 - xy + x - 4$

при  $x + y + 3 = 0$ ,  $u = xy^2z^2$  при  $x + 2y + 3z = 12$  ( $x > 0, y > 0, z > 0$ )

Розглянемо функцію

Введемо функцію  $f$

$$f[x,y] = x^2 + y^2 - xy + x + y - 4$$

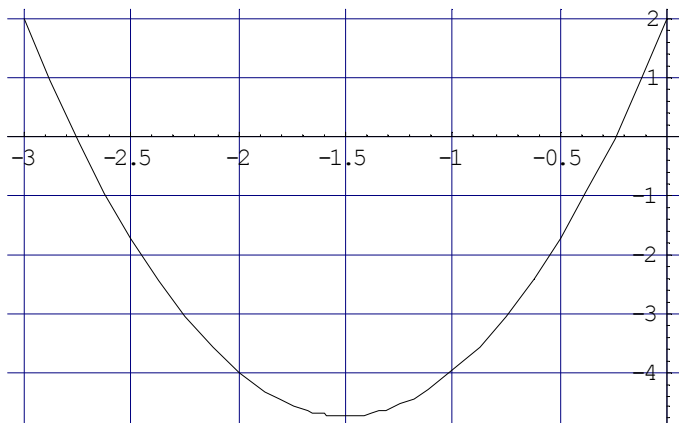
Нам треба знайти екстремум цієї функції на прямій  $x + y + 3 = 0$ . Для цього виразимо  $y$  через  $x$  і підставимо  $y$  у функцію  $f$ .

$$f[x,y]/.y \rightarrow -x - 3 / \text{Simplify}$$

$$2 + 9x + 3x^2$$

Знайдемо екстремум отриманої функції однієї змінної. Намалюємо графік отриманої функції.

Plot[%, {x,-3,0}, GridLines->Automatic]

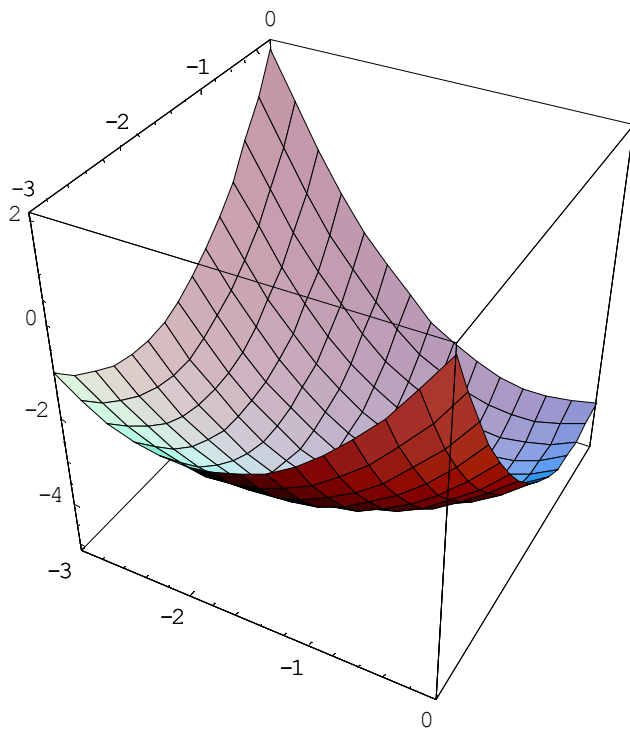


-Graphics-

Видно, що мінімум функції однієї змінної знаходиться в точці  $x = -1.5$ . Отже мінімум функції  $f$  на прямій  $x + y + 3 = 0$  знаходиться в точці  $(-1.5, -1.5)$

Намалюємо графік функції  $f$

Plot3D[f[x,y], {x,-3,0}, {y,-3,0}, BoxRatios->{1,1,1}]



SurfaceGraphics

Clear[f]

Розглянемо функцію

Введемо функцію f

$$f[x_, y_, z] = xy^2z^3$$

Нам потрібно знайти екстремум цієї функції в першому квадранті на площині  $x + 2y + 3z = 12$ . Для цього виразимо z через x, y та підставимо в функцію

Solve[x+2y+3z == 12, z]

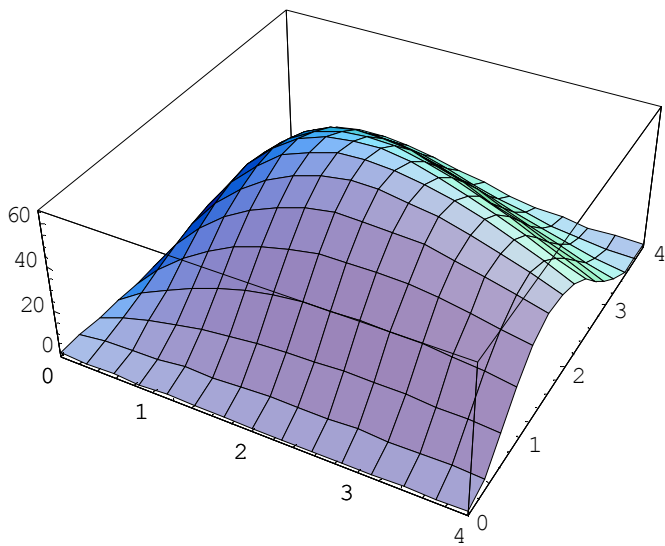
$$\left\{ \left\{ z \rightarrow \frac{1}{3}(12 - x - 2y) \right\} \right\}$$

f[x, y, z] /. %[[1]] // Simplify

$$\frac{-1}{27} x(x + 2(-6 + y))^3 y^2$$

Знайдемо екстремум отриманої функції двох змінних. Намалюємо графік отриманої функції..

Plot3D[%, {x, 0, 4}, {y, 0, 4}]



SurfaceGraphics

Знайдемо мінімум функції, що рівна нашій функції двох змінних, але тільки зі знаком мінус.

```
FindMinimum[-%%, {x, 1}, {y, 2}]
```

```
{-64., {x->1.99998, y->2.}}
```

Видно, що максимум функції двох змінних знаходиться в точці (1.9, 2). Отже максимум функції  $f$  у першому квадранті на площині  $x + 2y + 3z = 12$  знаходиться в точці (1.9, 2, 2)

```
Clear[f]
```

Mathematica 5.1 - [EX1.NB]

File Edit Cell Format Input Kernel Find Window Help

EX1.NB

## Условный экстремум

Найти условный экстремум функций  $z = x^2 + y^2 - xy + x + y - 4$  при  $x + y + 3 = 0$ ,  $u = xy^2z^3$  при  $x + 2y + 3z = 12$  ( $x > 0, y > 0, z > 0$ )

▼ Рассмотрим функцию  $z = x^2 + y^2 - xy + x + y - 4$

Введем функцию f

In[1]:= `f[x_, y_] := x^2 + y^2 - x y + x + y - 4`

Нам надо найти экстремум этой функции на прямой  $x + y + 3 = 0$ . Для этого выразим  $y$  через  $x$  и подставим в функцию f.

In[2]:= `f[x, y] /. y -> -x - 3 // Simplify`

Out[2]:= `2 + 9 x + 3 x^2`

Найдем экстремум полученной функции одного переменного. Нарисуем график получившейся функции.

In[3]:= `Plot[%, {x, -3, 0}, GridLines -> Automatic]`

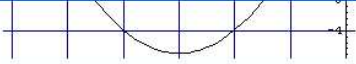
100%

start USB Disk Security ex Mathematica 5.1 - [E... New Документ Micro... EN 9:48 AM

Mathematica 5.1 - [EX1.NB]

File Edit Cell Format Input Kernel Find Window Help

EX1.NB

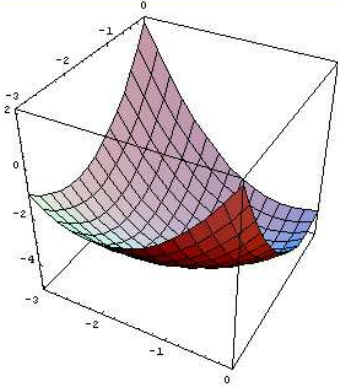


Out[3]= - Graphics -

Видно, что минимум функции одного переменного находится в точке  $x = -1.5$ . Следовательно минимум функции  $f$  на прямой  $x + y + 3 = 0$  находится в точке  $(-1.5, -1.5)$

Нарисуем график функции  $f$

In[4]= `Plot3D[f[x, y], {x, -3, 0}, {y, -3, 0}, BoxRatios -> {1, 1, 1}]`



Out[4]= - SurfaceGraphics -

In[5]= `Clear[f]`

100%

start USB Disk Security ex Mathematica 5.1 - [E... New Документ Micro... EN 9:49 AM

Mathematica 5.1 - [EX1.NB]

File Edit Cell Format Input Kernel Find Window Help

EX1.NB

Out[5]= - SurfaceGraphics -

In[5]:= `Clear[f]`

▼ Рассмотрим функцию  $u = x y^2 z^3$

Введем функцию f

In[11]:= `f[x_, y_, z] := x y^2 z^3`

Нам надо найти экстремум этой функции в первом квадранте на плоскости  $x + 2 y + 3 z = 12$ . Для этого выразим z через x, y и подставим в функцию f.

In[12]:= `Solve[x + 2 y + 3 z == 12, z]`

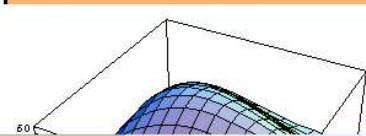
Out[12]=  $\left\{ \left\{ z \rightarrow \frac{1}{3} (12 - x - 2 y) \right\} \right\}$

In[13]:= `f[x, y, z] /. %[[1]] // Simplify`

Out[13]=  $-\frac{1}{27} x (x + 2 (-6 + y))^2 y^2$

Найдем экстремум полученной функции двух переменных. Нарисуем график получившейся функции.

In[14]:= `Plot3D[%, {x, 0, 4}, {y, 0, 4}]`



start USB Disk Security ex Mathematica 5.1 - [E... New Документ Micro... EN 9:49 AM

The screenshot shows the Mathematica 5.1 interface with a notebook titled "EX1.NB". At the top, there is a 3D surface plot of a function. Below the plot, the following code and output are visible:

```
Out[14]= - SurfaceGraphics -
```

Найдем минимум функции равной нашей функции двух переменных, но только со знаком минус.

```
In[15]:= FindMinimum[-%, {x, 1}, {y, 2}]
```

```
Out[15]= {-64., {x -> 1.99998, y -> 2.}}
```

Видно, что максимум функции двух переменных находится в точке (1.9, 2). Следовательно максимум функции  $f$  в первом квадранте на плоскости  $x + 2y + 3z = 12$  находится в точке (1.9, 2, 2)

```
In[16]:= Clear[f]
```

The Windows taskbar at the bottom shows the Start button, several icons, and the system tray with the time 9:49 AM.

Прокоментувати результати, зробити висновки.