



VIVERE!
VINCERE!
CREARE!

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Національний авіаційний університет

**ОСНОВИ ТЕОРІЇ КІЛ, СИГНАЛИ
ТА ПРОЦЕСИ В ЕЛЕКТРОНІЦІ**
ЛІНІЙНІ ЕЛЕКТРИЧНІ КОЛА

Методичні рекомендації
до практичних занять
для студентів спеціальності 6.170101
«Безпека інформаційних
і комунікаційних систем»

Київ 2013

УДК 621.3,064,2 (076:5)

ББК з211р

О 751

Укладачі: *О.С. Шматок, А.Б. Петренко, А.Б. Єлізаров,
А.В. Чунарьова*

Рецензент *Г.Ф. Конахович*

*Затверджено методично-редакційною радою
Національного авіаційного університету (протокол № 6/11 від
13.10.2011 р.)*

О 751 **Основи теорії кіл, сигнали та процеси в електроніці. Лінійні електричні кола** : методичні рекомендації / уклад. О.С. Шматок, А.Б. Петренко, А.Б. Єлізаров, А.В. Чунарьова. – К. : Вид-во НАУ-друк, 2011. – 80 с.

Методичні розробки призначені для студентів, які вивчають дисципліну «Основи теорії кіл, сигнали та процеси в електроніці». Містять матеріал, необхідний студентам для закріплення лекційного матеріалу, при підготовці і виконанні практичних робіт, лабораторних робіт, розв'язанні задач, а також для самостійної роботи студентів.

Для студентів спеціальності 6.170101 «Безпека інформаційних і комунікаційних систем».

ЗМІСТ

<i>Вступ</i>	4
Практичне заняття 1. Характеристики електричного струму.	5
Практичне заняття 2. Аналіз електричних кіл синусоїдального струму при послідовному і паралельному з'єднанням елементів.	12
Практичне заняття 3. Аналіз електричних кіл синусоїдального струму при змішаному з'єднанні елементів.	21
Практичне заняття 4. Методи розрахунку електричних кіл.	29
Практичне заняття 5. Розрахунок частотних характеристик електричних кіл.	38
Практичне заняття 6. Розрахунок власних параметрів чотирьохполюсників.	49
Практичне заняття 7. Аналіз перехідних процесів.	55
Практичне заняття 8. Розрахунок часових характеристик електричного кола першого порядку.	63
Практичне заняття 9. Розрахунок перехідних процесів методом інтегралу Дюамеля.	69
Додаток.	74
<i>Список літератури.</i>	77

ВСТУП

Дисципліна «Основи теорії кіл, сигналів та процесів в електроніці» – складова частина професійної підготовки фахівців у галузі захисту інформації в інформаційних і комунікаційних системах. Ці методичні рекомендації розроблені для виконання практичних робіт з вказаної дисципліни студентами Інституту інформаційно-діагностичних систем кафедри Безпека інформаційних і комунікаційних систем.

Метою викладання дисципліни є: забезпечення майбутніх фахівців з інформаційної безпеки теоретичною базою, створення підґрунтя для всіх наступних навчальних дисциплін електро-радіотехнічної спрямованості; вивчення основних методів аналізу радіо- та електротехнічних кіл, сигналів, їх спектрів, що використовуються як у роботі аналогових, так і цифрових засобів передавання, прийому та обробки інформації, а також послідуєчих дисциплін, що вивчаються на наступних курсах.

Засвоєння матеріалу курсу неможливо без набуття практичних навиків, які засвоюються у процесі рішення задач.

Мета методичних рекомендацій – надання допомоги студентам в їх самостійній роботі. Тому до більшості задач детально описані рішення з поясненнями.

На значній кількості прикладів показано застосування основних методів розрахунку електричних кіл як у сталому так і у перехідному режимах. При розгляді питань розрахунку кіл приділено увага колам, у яких діють і джерела напруги і джерела струму. Детально проведений аналіз електричних кіл синусоїдального струму при послідовному, паралельному та змішаному з'єднанні елементів, розглянуті питання резонансу.

Наводиться достатня кількість вправ і задач з теорії двухполюсників, чотирьохполюсників, електричних фільтрів і кіл з розподіленими параметрами. У практичних заняттях про перехідні процеси розглянуті задачі, які вирішені класичним, операторним та методом накладання.

Практичне заняття 1

ХАРАКТЕРИСТИКИ ЕЛЕКТРИЧНОГО СТРУМУ

Мета

1. Ознайомитись з характеристиками постійного та змінного електричного струму.
2. Ознайомитись з представленням гармонічних величин комплексними числами та векторами, що обертаються.
3. Ознайомитись з розрахунком електричного кола.
4. Навчитися самостійно вирішувати задачі.

1.1. Визначення та характеристики постійного і змінного струму.

Електричний струм, напруга та електрорушійна сила (ЕРС), які не змінюються у часі називаються постійними і позначаються великими літерами I, U, E . Режим постійного струму встановлюється у реальному пристрої через деякий час (час перехідного процесу), після підключення до електричного кола джерел постійної напруги, струму, тобто є сталим (стаціонарним) режимом.

Еквівалентна схема пристрою в режимі постійного струму містить, крім джерел, тільки лише активні опори R , елементи L і C у такій схемі відсутні. Використовують постійний струм (напругу) для живлення електронних приладів, зокрема, при визначенні та виборі робочих режимів електронних ламп, транзисторів та інших приладів.

У радіотехніці і радіолокації основне застосування знайшов змінний струм.

Змінним електричним струмом називається струм, який змінюється у часі. Це визначення відноситься також до змінних напруг і ЕРС. Значення струму у будь-який момент часу називається його миттєвим значенням. Для позначення миттєвого струму, напруги і ЕРС застосовують малі букви латинського алфавіту: i, u, e . Для того, щоб підкреслити, що змінний струм, напруга і ЕРС є функціями часу, їх іноді позначають як $i(t), u(t), e(t)$.

Змінні струми можуть бути періодичними і неперіодичними. Періодичним називають струм, миттєве значення якого повторюється через рівні проміжки часу T , наприклад (рис.1.1).

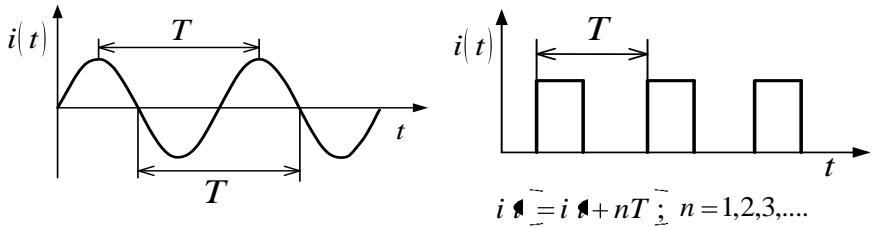


Рис. 1.1. Представлення періодичних сигналів.

Проміжок часу T , після закінчення якого повторюється дане миттєве значення, називається періодом повторення (періодом коливальності). Величина, обернена до періоду, тобто кількість періодів за секунду називається частотою коливальності: $f = 1/T$; $F = 1/T$.

Частота вимірюється в герцах (Гц). Частота в 1 Гц відповідає періоду $T = 1$ с, тобто за одну секунду відбувається одне повне коливання.

– Закони зміни періодичного струму можуть бути різними. Найбільш часто застосовуються гармонічні струми, що змінюються у часі за законом синуса або косинуса. Гармонічні коливання – це єдиний вид сигналу (впливу), які проходить через лінійне ЕК без спотворення. Це обумовлено властивостями гармонійних функцій. При цьому частота коливальності не змінюється. Змінюються лише амплітуди і початкові фази.

1.2. Аналітичні вирази гармонічних величин, їх зображення часовими діаграмами.

Надалі будемо розглядати синусоїдальний струм:

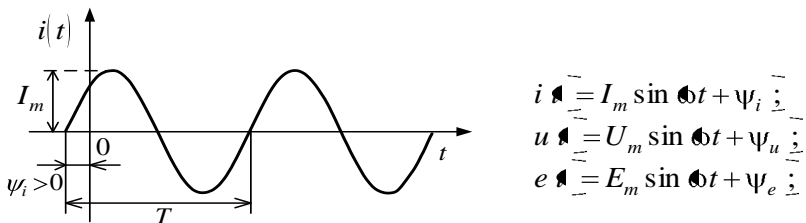


Рис. 1.2. Гармонічне коливання струму.

На рис. 1.2. зображена часова діаграма, тобто графік миттєвих значень струму на дійсній осі часу t .

Тут E_m, U_m, I_m – амплітуди ЕРС, напруги і струму відповідно – це їх найбільші значення за абсолютною величиною (рис. 1.2).

ω – кутова частота – це швидкість зміни фази струму, що дорівнює частоті синусоїдального струму, помноженої на 2π :

$$\omega = 2\pi f = 2\pi/T \text{ рад/с}, \text{ вимірюється у радіанах за секунду.}$$

$\Phi = \omega t + \psi$ – фаза коливання, визначає миттєве значення струму (напруги, ЕРС) у будь-який момент часу.

Фаза безперервно змінюється у часі та відраховується від точки переходу струму через нуль до позитивного значення.

ψ – початкова фаза – значення фази синусоїдального струму (напруги, ЕРС) у початковий момент часу відліку при $t=0$. Початкова фаза може бути позитивною або негативною у відповідності зі знаком синуса при $t=0$ (рис. 1.3). Початкова фаза на діаграмі (рис. 1.3) визначає зсув нуля синусоїди (або максимуму косинусоїди) від початку координат. Відлік фази проводиться по осі t до початку координат. Фаза і початкова фаза вимірюється у радіанах або у градусах, $1 \text{ рад} = 57,3^\circ$.

Якщо в одному електричному колі (ЕК) порівнюють два або кілька гармонічних коливань однакової частоти, але з різними початковими фазами, то говорять, що коливання зміщені по фазі. Зміщення фаз – це алгебраїчна величина, що дорівнює різниці початкових фаз. Наприклад, для струму та напруги, зображених на (рис. 1.3) $\varphi = \psi_u - \psi_i > 0$; $\psi_u - \psi_i > 0$, означає напруга випереджає по фазі струм. Якщо $\varphi < 0$, то напруга відстає по фазі від струму.

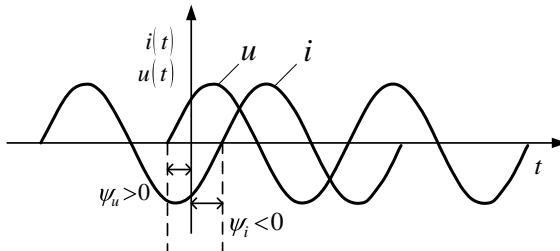


Рис. 1.3. Гармонічне коливання струму і напруги.

Якщо $\varphi = 0$, то напруга і струм співпадають по фазі – синфазні. При $\varphi = \pi$ – напруга і струм знаходяться в протифазі, а при $\varphi = \pi/2$ – квадратурні коливання. Зсув фаз між напругою і струмом в одному елементі ЕК R, L, C не може перевищувати $\pi/2$.

Змінний струм характеризується ще діючим значенням $I = I_m / \sqrt{2} = 0,707 I_m$ і середнім напівперіодним значенням $I_{cp} = 0,637 I_m$.

Чинне значення змінного струму i рівне за величиною такого постійного струму I , який в активному опорі R за період T виділяє таку ж кількість енергії, як і даний змінний струм i .

1.3. Представлення гармонійних величин векторами, що обертаються і комплексними числами.

Будь-яке гармонічне коливання заданої частоти характеризується двома речовими параметрами (числами) – амплітудою і фазою. Використовуючи ці числа, кожному коливанню можна поставити у відповідність комплексне число, тобто представити комплексним числом. Модуль цього комплексного числа дорівнює амплітуді, а аргумент – фазі коливання (струму, напруги або ЕРС).

Наприклад, струмові $i = I_m \cdot \sin(\omega t + \psi_i)$ відповідає комплексний миттєвий синусоїдальний струм: $i = I_m$.

Геометрично цей струм можна представити вектором на комплексній площині:

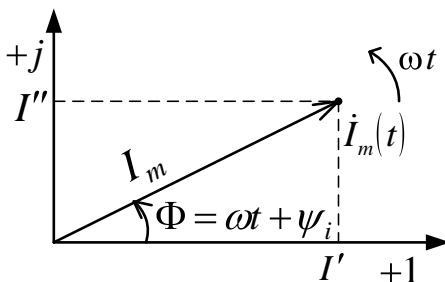


Рис. 1.4. Векторна діаграма.

Зміні фази у часі відповідає обертання вектора з кутовою швидкістю.

Позитивним напрямком вважається обертання вектора проти годинникової стрілки.

Фаза коливання відповідає куту між речовою віссю і вектором.

З рис. 1.4. видно, що $\dot{I}_m \angle \psi_i = I' + jI'' = I_m \cdot \cos \omega t + \psi_i + jI_m \sin \omega t + \psi_i$. При цьому початковий струм $i \angle \psi_i$ дорівнює уявній складовій комплексного струму: $i \angle \psi_i = \text{Im } \dot{I}_m \angle \psi_i$. Для аналізу можна також використовувати і речову частину (складову): $i \angle \psi_i = \text{Re } \dot{I}_m \angle \psi_i$. При цьому необхідно враховувати фазовий зсув на 90° .

Використовуючи формулу Ейлера $e^{j\Phi} = \cos \Phi + j \sin \Phi$, алгебраїчну і тригонометричну форму комплексного числа можна представити у показовій формі: $\dot{I}_m \angle \psi_i = I_m e^{j(\omega t + \psi_i)} = I_m e^{j\psi_i} e^{j\omega t}$, тут, $\dot{I}_m = I_m e^{j\psi_i}$ – комплексне амплітудне значення струму, а також можна представити у вигляді:

$\dot{I} = \dot{I}_m / \sqrt{2} = I_m / \sqrt{2} e^{j\psi_i} = 0,707 I_m e^{j\psi_i}$ – діючий комплексний струм.

Як видно з рис. 1.4 кут ψ_i визначається: $\psi_i = \arctg I''/I'$, тобто \arctg відносини уявної частини до дійсної.

Гармонічні коливання з однаковими частотами зручно аналізувати за допомогою діаграм. На них добре видно співвідношення амплітуд і початкових фаз коливань. На діаграмах легко визначати зсув по фазі, складати коливання.

Часові діаграми: наочні, але їх важко зображати, або складно користуватися, якщо аналізується декілька коливань. Тому найбільш часто користуються векторними діаграмами.

Векторною діаграмою називається сукупність векторів, побудованих на комплексній площині з дотриманням їх взаємної орієнтації по фазі. Довжина векторів пропорційна амплітудам відповідних коливань. Всі вектори обертаються проти годинникової стрілки зі швидкістю ω . Початкова фаза відраховується від дійсної осі до вектора. Якщо напрямок відліку збігається з напрямком обертання вектора, то початкову фазу вважають додатньою. Зрушення по фазі ϕ між напругою і струмом завжди відраховують від вектора струму до вектора напруги.

Використовуючи відомі правила додавання векторів на діаграмі можна визначати результуючі коливання.

1.4. Поняття про розрахунок електричного кола.

Якщо на вхід електричного кола (ЕК) подати зовнішній вплив (електричний сигнал), то у гілках кола і на його елементах з'являться струми і напруги (відгуки або реакція на вплив).

Розрахувати ЕК, значить визначити струми у кожній гілці і напруги на кожному елементі кола.

Для розрахунку струмів і напруги складають систему рівнянь, що визначають зв'язок між ними в елементах ЕК. Кількість рівнянь визначається кількістю струмів і напруг, що розраховуються.

Для розрахунку складних ЕК використовують різні методи, які можна розділити на дві групи: універсальні та часткові.

Універсальні методи: метод рівнянь Кірхгофа (МРК), метод контурних струмів (МКС), метод вузлових напруг (МВН).

Часткові методи: метод накладення (МН), метод еквівалентного генератора (МЕГ), метод взаємності (МВ) та інші.

Всі розрахунки ЕК істотно спрощуються, якщо від реальних струмів і напруг (оригіналів) перейти до їх зображень – комплексним числам і всі розрахунки виконувати з комплексними числами. Потім, після отримання результатів у комплексній формі – перейти від них до оригіналів (миттєвих значень) величин, яких розраховували.

Вправи і завдання

Завдання № 1.1.

В електричному колі протікає струм:
 $i = 1,41 \cos 6,28 \cdot 10^4 t - 60^\circ$ мА.

Визначити амплітуду, діюче значення, кругову та лінійну частоти, початкову фазу змінного струму і побудувати його часову представлення.

Рішення:

$$I_m = 1,41 \text{ mA};$$

$$I = 1 \text{ mA};$$

$$\omega = 6,28 \cdot 10^4 \text{ рад/с};$$

$$f = 10^{-4} \text{ Гц};$$

$$\psi_i = -60^\circ$$

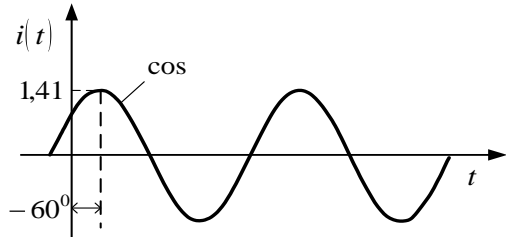


Рис. 1.5. Гармонічне коливання струму.

Завдання № 1.2.

Записати миттєве значення гармонійної напруги і побудувати часову діаграму. Дано: $U_m = 2,82 \text{ мВ}$; $U = 2 \text{ мВ}$; $\psi_u = -30^\circ$
 $\omega = 3,14 \cdot 10^6 \text{ рад/с}$;

Рішення:

$$u = 2,82 \cdot \sin(3,14 \cdot 10^6 t - 30^\circ) \text{ мВ.}$$

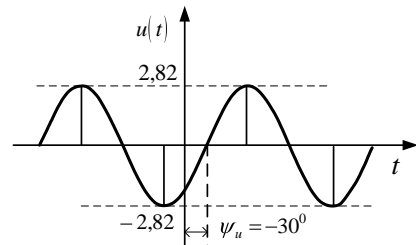


Рис. 1.6. Гармонічне коливання напруги.

Контрольні питання

1. Визначення постійного струму.
2. Визначення змінного струму.
3. Зрушення фаз струму і напруги.
4. Чинне значення струму, напруги та ЕРС.
5. Модуль і аргумент комплексного числа.
6. Формула Ейлера.
7. Поняття векторної часової діаграми.

Завдання на самостійну підготовку

Завдання № 1.3.

В електричному колі присутня напруга
 $u = 2 \sin(3,14 \cdot 10^4 t + 90^\circ) \text{ мВ.}$

Визначити амплітуду, діюче значення напруги, кругову та лінійну частоти, початкову фазу напруги і побудувати часове представлення.

Завдання № 1.4.

Побудувати криві зміни напруги і струму у часі, що зображують задані синусоїдальні функції:
 $u = 1 \sin 3,14 \cdot 10^4 t + 180^\circ \text{ мВ}; i = 0,5 \sin 3,14 \cdot 10^4 t - 90^\circ \text{ мА}.$

Чому дорівнює зсув фаз між напругою і струмом? Визначити період, частоту, моменти початку позитивних півхвиль напруги та струму.

Практичне заняття 2

АНАЛІЗ ЕЛЕКТРИЧНИХ КІЛ СИНУСОЇДАЛЬНОГО СТРУМУ ПРИ ПОСЛІДОВНОМУ І ПАРАЛЕЛЬНОМУ З'ЄДНАННІ ЕЛЕМЕНТІВ

Мета

1. Надати практичні навички в складанні комплексних схем заміщення електричних кіл.
2. Ознайомитися з розрахунком комплексних опорів (провідностей) пасивних елементів і вхідного опору електричного кола.
3. Ознайомитися з розрахунком повної, активної та реактивної потужності у електричному колі.
4. Привити практичні навички розрахунку струмів і напруг у колах з послідовним і паралельним з'єднанням елементів.

2.1. Розрахунок струмів і напруг в електричному колі символічним методом.

Вправи і завдання

Завдання № 2.1.

На вхід ЕК рис. 2.1. підключене джерело напруги з ЕРС $e = 220 \cdot \sin \omega t + 30^\circ \text{ В}$. Визначити струм у колі i і зміщення фаз між напругою і струмом φ , якщо $r = 100 \text{ Ом}$.

Якісно побудувати векторні діаграми струму і напруги.

Рішення:

$$\dot{i}_m = \frac{\dot{E}_m}{Z};$$

$$E_m = 220e^{j30^\circ} \text{ В};$$

$$Z = r.$$

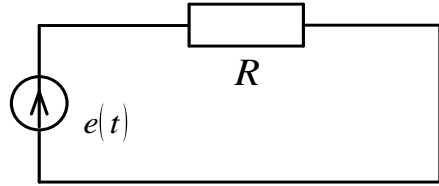


Рис. 2.1. Схема електричного кола.

$$\dot{i}_m = \frac{220e^{j30^\circ}}{100} = 2,2e^{j30^\circ} \text{ А};$$

$$i_m = 2,2 \cdot \sin \omega t + 30^\circ \text{ А};$$

$$\varphi = \psi_u - \psi_i = 0.$$

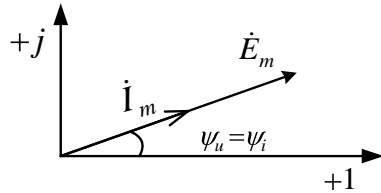


Рис. 2.2. Векторна діаграма струму та напруги.

Завдання № 2.2.

Представити комплексні амплітуди струму і напруги у тригонометричній і алгебраїчній формах запису.

Дано: $\dot{I}_m = 0,4e^{j15^\circ} \text{ мА}$, $\dot{U}_m = 2,8e^{-j25^\circ} \text{ В}$.

Рішення:

$$\dot{I}_m = 0,4e^{j15^\circ} = 0,4\cos 15^\circ + j0,4\sin 15^\circ = 0,33 + j0,1 \text{ мА};$$

$$\dot{U}_m = 2,8e^{j25^\circ} = 2,8\cos 25^\circ + j2,8\sin 25^\circ = 2,54 - j1,18 \text{ В}.$$

Завдання № 2.3.

Визначити комплексне миттєве значення, комплексну амплітуду, комплексне діюче значення коливань:

$$i_m = 2,82 \cdot \cos \omega t + 45^\circ \text{ мА}; \quad u_m = 1,41 \cdot \cos \omega t - 60^\circ \text{ В}.$$

Побудувати часові та векторні діаграми.

Рішення.

$\dot{I}_m = 2,82e^{j45^\circ} \text{ мА}$ – комплексне миттєве значення струму;

$$\dot{I}_m = 2,82e^{j45^\circ} \text{ мА} \text{ – комплексна амплітуда струму};$$

$$I = 2e^{j45^\circ} \text{ мА} \text{ – комплексне діюче значення струму};$$

$\dot{U}_m \overset{\sim}{=} 1,41e^{j(1,410^4 t - 60^\circ)} \text{ B}$ – комплексне миттєве значення напруги;

$\dot{U}_m = 1,41e^{-j60^\circ} \text{ B}$ – комплексна амплітуда напруги;

$\dot{U} = 1e^{-j60^\circ} \text{ B}$ – комплексне діюче значення напруги.

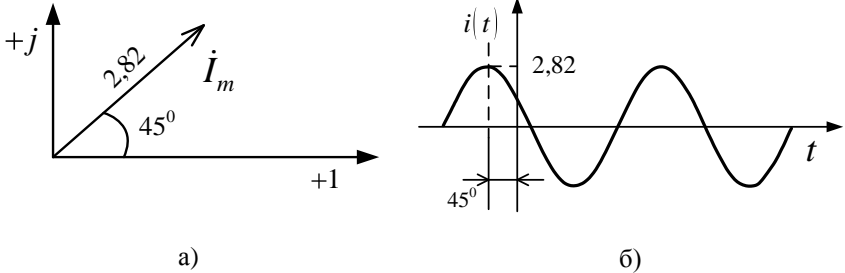


Рис. 2.3. а) векторна діаграма, б) часова діаграма струму.

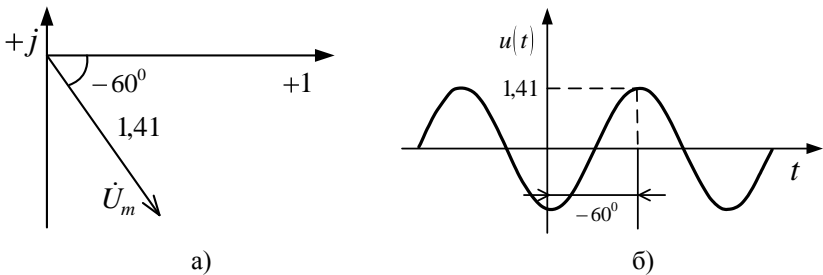


Рис. 2.4. а) векторна діаграма, б) часова діаграма напруги.

Контрольні питання

1. Пасивні та активні елементи кола.
2. Визначення гармонічного коливання, аналітичний вираз.
3. Визначення миттєвого значення, періоду, частоти синусоїдального коливання.
4. Визначення гілки, вузла, контуру електричного кола.
5. Закони Ома та Кірхгофа для миттєвих значень.
6. Сутність комплексного методу розрахунку електричних кіл при синусоїдальному впливі.
7. Визначення комплексного миттєвого значення, комплексної амплітуди, комплексного діючого значення величин.

8. Порядок подання комплексних чисел у тригонометричній та алгебраїчній формах запису.

9. Порядок визначення миттєвих значень гармонічних величин за відомим комплексним значенням.

10. Закони Ома та Кірхгофа в комплексній формі.

Завдання на самостійну підготовку

Завдання № 2.4.

Визначити миттєві значення синусоїдальних величин.

Дано: $\dot{I}_m = 0,87 + j0,5 \text{ MA}$; $\dot{U}_m = 190,5 - j110 \text{ B}$.

Завдання № 2.5.

Задані значення струмів у комплексній формі (рис. 2.5).

$$\dot{I}_{m1} = 1,5e^{j17^0} \text{ MA};$$

$$\dot{I}_{m2} = 2e^{-j15^0} \text{ MA};$$

$$\dot{I}_{m3} = 4e^{j40^0} \text{ MA}.$$

Визначити струм \dot{I}_{m4} та побудувати векторну діаграму струмів.

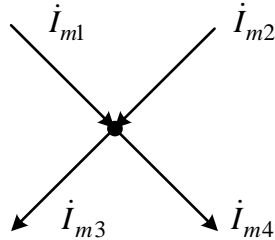


Рис. 2.5. Вхідні та вихідні струми.

Завдання № 2.6.

Розрахувати напругу \dot{U}_{m2} (рис. 2.6) для I контуру і побудувати векторні діаграми. Для II контуру записати закон Кірхгофа в загальному вигляді.

Дано:

$$\dot{E}_{m1} = 3,975 + j1,447 = 4,23e^{j20^0} \text{ B};$$

$$\dot{E}_{m2} = 4,33 - j1,71 = 5e^{-j30^0} \text{ B};$$

$$\dot{U}_{m1} = 1,149 - j0,964 = 1,5e^{-j40^0} \text{ B};$$

$$\dot{U}_{m3} = -0,347 + j1,97 = 2e^{j100^0} \text{ B}.$$

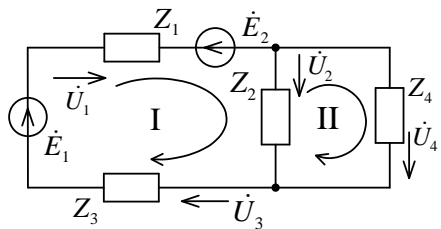


Рис. 2.6. Схема електричного кола.

2.2. Розрахунок електричного кола при послідовному з'єднанні елементів.

Вправи і завдання

Завдання № 2.7.

Розрахувати струм у колі та напругу на опорах, включених послідовно. Скласти еквівалентну схему ЕК.

Дано: $R_1 = 100 \text{ Ом}$, $R_2 = 250 \text{ Ом}$, $R_3 = 150 \text{ Ом}$, $E = 50 \text{ В}$.

Рішення:

1. Складемо принципову схему (рис. 2.8, а)
2. Виконуємо еквівалентні перетворення і розраховуємо R_E (рис. 2.8, б):

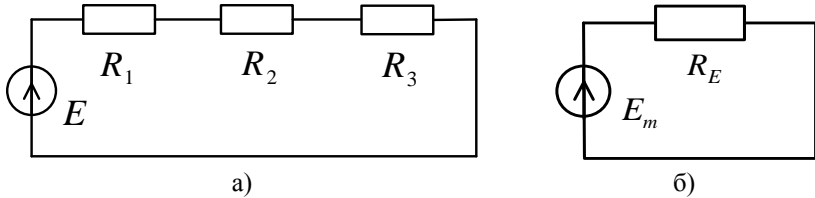


Рис. 2.8. а) схема електричного кола, б) еквівалентна схема заміщення.
 $R_E = R_1 + R_2 + R_3 = 500 \text{ Ом}$ – еквівалентний опір.

3. Використовуючи закон Ома розраховуємо струм у колі та напругу на елементах кола:

$$I = E/R_E = 0,1 \text{ А}; \quad U_{R1} = I \cdot R_1 = 10 \text{ В};$$
$$U_{R2} = I \cdot R_2 = 25 \text{ В}; \quad U_{R3} = I \cdot R_3 = 15 \text{ В}.$$

Висновок: при послідовному з'єднанні елементів у ЕК через кожен елемент протікає один і той же струм, а напруга відповідно до закону Ома – прямо пропорційна величинам опорів кола.

Завдання № 2.8.

Розрахувати струм у ЕК при послідовному з'єднанні елементів R, L, C , напругу на елементах і різницю фаз між ЕРС джерела та струму. Побудувати векторні діаграми напруг і ЕРС кола.

Дано: $e = 1,41 \sin 6t \text{ В}$, $L = 5,4 \text{ мГн}$, $C = 0,02 \text{ мкФ}$,
 $R = 470 \text{ Ом}$.

Рішення:

1. Складемо принципову схему кола (рис. 2.9, а).
2. Переходимо до комплексної еквівалентній схемі (схема заміщення) (рис. 2.9, б).

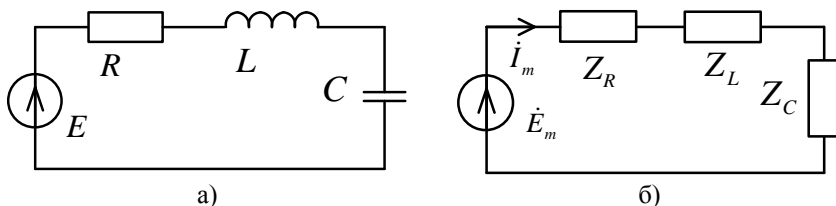


Рис. 2.9. а) схема електричного кола, б) еквівалентна схема заміщення.

3. Розраховуємо комплексні опори для елементів на частоті $f = 20 \text{ кГц}$, записуємо їх в алгебраїчній та показниковій формах представлення комплексних величин:

$$Z_R = R = 470 \text{ Ом}; \quad Z_L = jX_L = j\omega L = j679 = 679 \cdot e^{j90^\circ} \text{ Ом};$$

$$Z_C = -jX_C = -j1/\omega C = -j398 = 398 \cdot e^{-j90^\circ} \text{ Ом}.$$

4. Розраховуємо еквівалентний комплексний опір всього кола:

$$\begin{aligned} Z_E &= R + Z_L + Z_C = 470 + j679 - j398 = 470 + j281 = \sqrt{470^2 + 281^2} \cdot e^{\arctg \frac{281}{470}} = 548 \cdot e^{j31^\circ} \text{ Ом}. \end{aligned}$$

5. Записуємо комплексну амплітуду ЕРС джерела.

$$\dot{E}_m = \dot{E}_m \cdot e^{j\psi_e} = 1,41 \cdot e^{j0} = 1,41 \text{ В}.$$

6. Розраховуємо комплексну амплітуду струму у колі:

$$\dot{i}_m = \frac{\dot{E}_m}{Z_E} = \frac{1,41}{548 \cdot e^{j31^\circ}} = 2,57 \cdot 10^{-3} \cdot e^{-j31^\circ} \text{ А}.$$

7. Розраховуємо комплексні амплітуди напруг на елементах кола, за формулою дільника напруги.

$$\dot{U}_{mR} = \dot{E}_m \cdot \frac{R}{Z_E} = 1,41 \cdot \frac{470}{548 \cdot e^{j31^\circ}} = 1,21 \cdot e^{-j31^\circ} \text{ В};$$

$$\dot{U}_{mL} = \dot{E}_m \cdot \frac{Z_L}{Z_E} = 1,41 \cdot \frac{679 \cdot e^{j90^\circ}}{548 \cdot e^{j31^\circ}} = 1,75 \cdot e^{j59^\circ} \text{ В};$$

$$\dot{U}_{mC} = \dot{E}_m \cdot \frac{Z_C}{Z_E} = 1,41 \cdot \frac{398 \cdot e^{-j90^\circ}}{548 \cdot e^{j31^\circ}} = 1,02 \cdot e^{-j121^\circ} \text{ В}.$$

8. Записуємо миттєві значення струму у ЕК та напруги на елементах, тобто переходимо від показникової форми запису

комплексних зображень струму і напруги до їх гармонічних функцій часу за формулою Ейлера:

$$\dot{i} = \text{Im } \dot{I}_m = 2,57 \cdot 10^{-3} \cdot \sin \omega t - 31^\circ \text{ A};$$

$$\dot{U}_R = \text{Im } \dot{U}_{mR} = 1,21 \cdot \sin \omega t - 31^\circ \text{ B};$$

$$\dot{U}_L = \text{Im } \dot{U}_{mL} = 1,75 \cdot \sin \omega t + 59^\circ \text{ B};$$

$$\dot{U}_C = \text{Im } \dot{U}_{mC} = 1,02 \cdot \sin \omega t - 121^\circ \text{ B}.$$

9. Визначаємо різницю фаз між ЕРС джерела та струму у колі.

$$\varphi = \psi_e - \psi_i = 0^\circ + 31^\circ = 31^\circ.$$

10. Будуємо векторну діаграму струму та напруг на комплексній площині (рис.2.10).

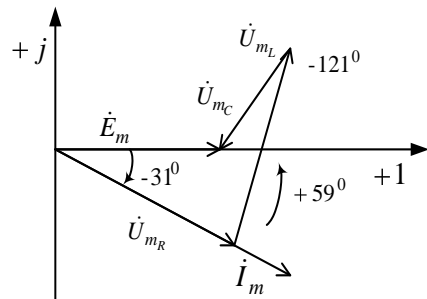


Рис. 2.10. Векторна діаграма струму і напруги.

Висновок: як видно з рішення задачі 2.8 комплексний метод розрахунку ЕК дозволяє порівняно просто і достатньо точно визначити струми та напруги на елементах кола.

Контрольні питання

1. Дільники напруги, принцип дії, їх призначення. Формула дільника напруги.
2. Сутність комплексного методу розрахунку електричних кіл при синусоїдальному впливі.

Завдання на самостійну підготовку

Завдання № 2.9.

Розрахувати чинне комплексне значення струму в послідовному R, L -колі, комплексне вхідний опір $Z_{\text{вх}}$, реактивний опір X_L та індуктивність L , побудувати векторну діаграму напруг і струму у колі, якщо дано: $U_{\text{вх}} = e = 1,41 \cdot \cos \omega t \text{ B}$, $R = 470 \text{ Ом}$, $f = 10 \text{ кГц}$, $\dot{U}_R = 0,84 \cdot e^{-j33^\circ} \text{ B}$.

Завдання № 2.10.

Послідовний коливальний контур R, L, C підключений до генератора синусоїдальної ЕРС $E = 1,6 \text{ В}$ з внутрішнім опором $R_i = 16 \text{ Ом}$. При якій величині опору контуру у ньому появиться максимальна потужність при резонансі та чому вона буде дорівнювати?

Завдання № 2.11.

Розрахувати діюче комплексне значення струму у послідовному R, C -колі, комплексне вхідний опір $Z_{\text{вх}}$, реактивний опір X_C і ємність C . Побудувати векторну діаграму напруг і струму у колі, якщо дано: $U_{\text{вх}} = e^{-j\omega t} = 1,41 \cdot \cos \omega t \text{ В}$, $R = 470 \text{ Ом}$, $f = 10 \text{ кГц}$ $U_R = 0,56 \cdot e^{j56^\circ} \text{ В}$.

2.3. Розрахунок електричних кіл при паралельному з'єднанні елементів.

Вправи і завдання

Завдання № 2.14.

Розрахувати струми у гілках і напругу на опорах, що включені паралельно джерелу струму. Скласти еквівалентну схему ЕК. Дано: $R_1 = 100 \text{ Ом}$, $R_2 = 250 \text{ Ом}$, $R_3 = 150 \text{ Ом}$, $I = 0,1 \text{ А}$.

Рішення:

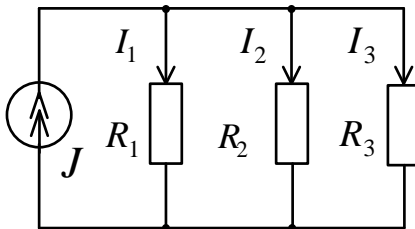


Рис. 2.13. Еквівалентна схема електричного кола.

$$Y_E = 1/R_1 + 1/R_2 + 1/R_3 =$$

$$= 2,06 \cdot 10^{-2} \text{ См};$$

$$U = I/Y_E = 4,84 \text{ В};$$

$$I_1 = U/R_1 = 4,84 \cdot 10^{-2} \text{ А};$$

$$I_2 = U/R_2 = 1,94 \cdot 10^{-2} \text{ А};$$

$$I_3 = U/R_3 = 3,23 \cdot 10^{-2} \text{ А}.$$

Завдання № 2.15.

Розрахувати комплексну провідність і опір кола на паралельно з'єднаних елементах R, L, C . Побудувати трикутник провідностей.

Дано: $f = 5 \text{ кГц}$, $R = 150 \text{ Ом}$, $L = 5 \text{ мГн}$, $C = 0,33 \text{ мкФ}$.

Рішення:

1. Складемо комплексну еквівалентну схему заміщення.

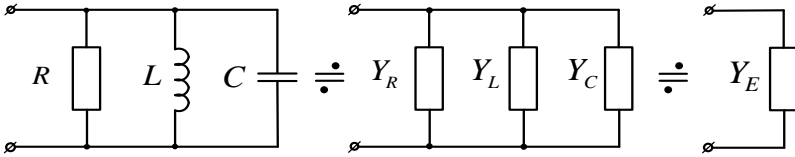


Рис. 2.14. Комплексна еквівалентна схема заміщення.

2. Розрахуємо провідності R, L, C елементів.

$$Y_R = g = 1/r = 6,67 \cdot 10^{-3} \text{ См};$$

$$Y_L = -jb_L = -j1/\omega L = -j \cdot 6,37 \cdot 10^{-3} = 6,37 \cdot 10^{-3} \cdot e^{-j90^\circ} \text{ См};$$

$$Y_C = jb_C = j\omega C = \omega C \cdot e^{j90^\circ} = 1,04 \cdot 10^{-2} \cdot e^{j90^\circ} \text{ См};$$

3. Розрахуємо комплексну провідність і опір.

$$Y_E = Y_R + Y_L + Y_C = g - j(b_L - b_C) =$$

$$= 6,37 \cdot 10^{-3} + j \cdot 4,03 \cdot 10^{-3} =$$

$$= 7,8 \cdot 10^{-3} \cdot e^{j31^\circ} \text{ См};$$

$$Z_E = \frac{1}{Y_E} = 128,2 \cdot e^{-j31^\circ} \text{ Ом}.$$

4. Будуємо векторну діаграму провідностей (рис. 2.15).

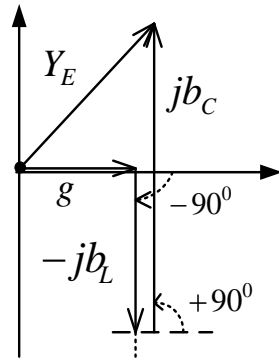


Рис. 2.15. Векторна діаграма провідностей.

Контрольні питання

1. Паралельне з'єднання елементів електричного кола.
2. Комплексні провідності пасивних R, L, C елементів.
3. Складання комплексних схем заміщення електричних кіл.
4. Визначення комплексним методом струмів у гілках і напруги на елементах при їх паралельному з'єднанні.
5. Еквівалентні перетворення у колі з паралельним з'єднанням елементів.

Завдання на самостійну підготовку

Завдання № 2.17.

Розрахувати струми у гілках, напругу на елементах R, L, C , включених паралельно джерелу струму, різницю фаз між напругою і струмом джерела на частоті $f = 10 \text{ кГц}$. Скласти еквівалентну схему кола. Побудувати векторну діаграму провідностей.

Дано: $i_{\text{д}} = 14,1 \cdot \cos \omega t \text{ мА}$, $L = 5,4 \text{ мГн}$, $C = 0,02 \text{ мкФ}$,
 $R = 470 \text{ Ом}$.

Завдання № 2.18.

Розрахувати за формулою дільника струму, струм у гілці з індуктивністю представленої на схемі рис. 2.16.

Дано:

$R_1 = 5 \text{ Ом}$; $R_2 = 50 \text{ Ом}$;
 $R_3 = 100 \text{ Ом}$; $L = 8 \text{ мкГн}$;
 $C = 2,2 \text{ мкФ}$; $f = 50 \text{ кГц}$;
 $e_{\text{д}} = 25 \cdot \cos \omega t + 30^\circ \text{ В}$.

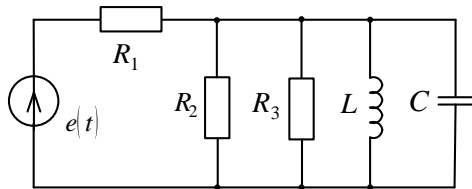


Рис. 2.16. Схема електричного кола.

Завдання № 2.19.

Напруга на затискачах опору $R = 3,63 \text{ Ом}$ та індуктивності $L = 0,02 \text{ Гн}$, які з'єднані паралельно, $u_{\text{д}} = 160 \sin \omega t + 30^\circ \text{ В}$. Розрахувати повну провідність ЕК і діюче значення струмів в r і L , Вивести вираз для сумарного гармонічного струму у колі.

Практичне заняття 3

АНАЛІЗ ЕЛЕКТРИЧНИХ КІЛ СИНУСОЇДАЛЬНОГО СТРУМУ ПРИ ЗМІШАНОМУ З'ЄДНАННІ ЕЛЕМЕНТІВ

3.1. Розрахунок струмів і напруг в електричному колі символічним методом при змішаному з'єднанні елементів.

Вправи і завдання

Завдання № 3.1.

Електричне коло (рис. 3.1) має параметри:

Дано:
 $R_1 = 10 \text{ Ом}$, $R_2 = 50 \text{ Ом}$,
 $R_3 = 40 \text{ Ом}$, $R_4 = 75 \text{ Ом}$.
 Розрахувати струми у гілках і ЕРС джерела, якщо $U_{R_1} = 20 \text{ В}$.

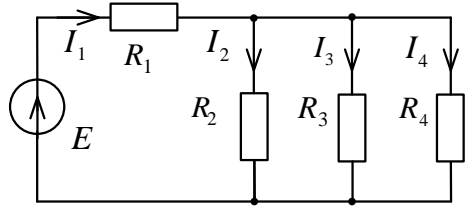


Рис. 3.1. Схема електричного кола

Рішення:

$$I_1 = U_{R_1} / R_1 = 2 \text{ A}; \quad g_E = 1/R_2 + 1/R_3 + 1/R_4 = 5,8 \cdot 10^{-2} \text{ См};$$

$$R_3 = R_1 + 1/g_E = 27,1 \text{ Ом}; \quad E = I_1 \cdot R_3 = 54,2 \text{ В};$$

$$U = E - U_{R_1} = 34,2 \text{ В}; \quad I_2 = U/R_2 = 0,684 \text{ A};$$

$$I_3 = 0,855 \text{ A}; \quad I_4 = 0,456 \text{ A}.$$

Завдання № 3.2.

Електричне коло (рис. 3.2) має параметри: $R_1 = 470 \text{ Ом}$, $R_2 = 330 \text{ Ом}$, $R_3 = 180 \text{ Ом}$, $L = 0,8 \text{ мГн}$, $C = 0,015 \text{ мкФ}$.

Розрахувати струми у гілках, напруги на елементах, активну, реактивну і повну потужності, якщо:

$$e = 20 \cdot \cos(1,4 \cdot 10^4 t) \text{ В}.$$

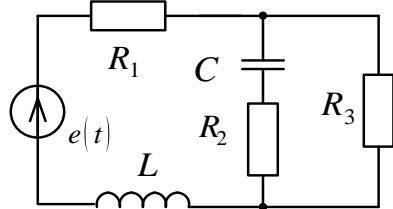


Рис. 3.2. Схема електричного кола

Рішення:

1. Складемо комплексну схему заміщення рис. 3.3:

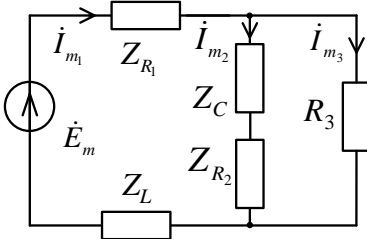


Рис. 3.3. Комплексна схема заміщення.

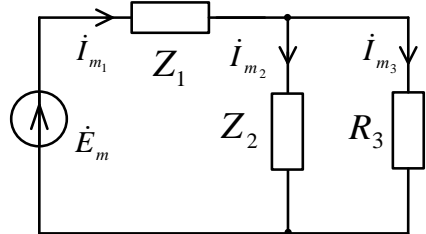


Рис. 3.4. Спрощена комплексна схема.

2. Розраховуємо комплексний опір реактивних елементів:

$$Z_L = j\omega L = j251,2 = 251,2 \cdot e^{j90^\circ} \text{ Ом};$$

$$Z_C = -j/\omega C = -j2123,1 = 2123,1 \cdot e^{-j90^\circ} \text{ Ом}.$$

3. Розраховуємо комплексний опір послідовно з'єднаних елементів:

$$Z_1 = Z_{R_1} + Z_L = Z_{R_1} + j\omega L = 470 + j251,2 = 582,9 \cdot e^{j28^\circ} \text{ Ом};$$

$$Z_2 = Z_{R_2} + Z_C = Z_{R_2} - j/\omega C = 330 - j2123,1 = 2148,6 \cdot e^{-j81^\circ} \text{ Ом}.$$

4. Складаємо спрощену комплексну схему рис. 3.4:

5. Розраховуємо комплексний опір двох паралельно з'єднаних елементів.

$$Z_E = \frac{Z_2 \cdot Z_{R_3}}{Z_2 + Z_{R_3}} = \frac{2148,6 \cdot e^{-j81^\circ} \cdot 180}{2148,6 \cdot e^{-j81^\circ} + 180} = \frac{386748 \cdot e^{-j81^\circ}}{2183,5 \cdot e^{-j76^\circ}} =$$

$$= 177,1 \cdot e^{-j5^\circ} = 176,4 - j15,4 \text{ Ом}.$$

6. Розраховуємо еквівалентний комплексний опір кола:

$$Z_E = Z_1 + Z_3 = 470 + j251,2 + 176,4 - j15,4 = 688 \cdot e^{j20^\circ} \text{ Ом}.$$

7. Розраховуємо комплексну амплітуду струму \dot{I}_m .

$$\dot{I}_m = \dot{E}_m / Z_E = 20 / 688 \cdot e^{j20^\circ} = 2,9 \cdot 10^{-2} \cdot e^{-j20^\circ} \text{ А}.$$

8. Розраховуємо комплексні амплітуди струмів у паралельних гілках.

$$\dot{I}_{m2} = \dot{I}_{m1} \cdot R_3 / \underline{\mathcal{Z}}_3 + R_3 = 2,9 \cdot 10^{-2} \cdot e^{-j20^\circ} \cdot 180 / 2183,5 \cdot e^{-j76^\circ} =$$

$$= 2,4 \cdot 10^{-3} \cdot e^{j56^\circ} \text{ А};$$

$$\dot{I}_{m3} = \dot{I}_{m1} \cdot Z_2 / \underline{\mathcal{Z}}_2 + R_3 = 2,85 \cdot 10^{-2} \cdot e^{-j25^\circ} \text{ А}.$$

9. Розраховуємо комплексні амплітуди напруг на елементах:

$$\dot{U}_{mR_1} = \dot{I}_{m1} \cdot R_1 = 13,69 \cdot e^{-j20^\circ} \text{ В}; \quad \dot{U}_{mR_2} = \dot{I}_{m2} \cdot R_2 = 0,79 \cdot e^{j56^\circ} \text{ В};$$

$$\dot{U}_{mC} = \dot{I}_{m2} \cdot Z_C = 5,1 \cdot e^{-j34^\circ} \text{ В}; \quad \dot{U}_{mL} = \dot{I}_{m1} \cdot Z_L = 7,28 \cdot e^{j60^\circ} \text{ В};$$

$$\dot{U}_{mR_3} = \dot{I}_{m3} \cdot R_3 = 5,13 \cdot e^{-j25^\circ} \text{ В}.$$

10. Визначаємо миттєві значення напруг на елементах і струмів у гілках.

$$U_{R_1} = 13,69 \cdot \cos(3,14 \cdot 10^4 t - 20^\circ) \text{ В};$$

$$U_{R_2} = 0,79 \cdot \cos(3,14 \cdot 10^4 t + 56^\circ) \text{ В};$$

$$U_C = 5,1 \cdot \cos(3,14 \cdot 10^4 t - 34^\circ) \text{ В};$$

$$U_L = 7,28 \cdot \cos(3,14 \cdot 10^4 t + 60^\circ) \text{ В};$$

$$U_{R_3} = 5,13 \cdot \cos(3,14 \cdot 10^4 t - 25^\circ) \text{ В};$$

$$i_1 = 2,9 \cdot 10^{-2} \cdot \cos(3,14 \cdot 10^4 t - 20^\circ) \text{ А};$$

$$i_2 = 2,4 \cdot 10^{-3} \cdot \cos(3,14 \cdot 10^4 t + 56^\circ) \text{ А};$$

$$i_3 = 2,85 \cdot 10^{-2} \cdot \cos(3,14 \cdot 10^4 t - 25^\circ) \text{ А}.$$

11. Розрахуємо повну, активну та реактивну потужності кола.

$$P_S = \dot{E} \cdot \dot{I}_1 = E \cdot I_1 \cdot e^{j\varphi} = P_S \cdot \cos\varphi + jP_S \cdot \sin\varphi =$$

$$= P + jP_Q = 20 \cdot 2,9 \cdot 10^{-2} \cdot e^{j25^\circ} / 2 = 0,29 \cdot e^{j25^\circ} = 0,26 + j0,12 \text{ ВА},$$

тоді: $P_S = 0,29 \text{ ВА}$; $P = 0,26 \text{ Вт}$; $P_Q = 0,12 \text{ вар}$.

Контрольні питання:

1. Змішане з'єднання елементів у колі.
2. Еквівалентне перетворення схеми кола зі змішаним з'єднанням.
3. Комплексна потужність кола.

Завдання на самостійну підготовку

Завдання № 3.3.

Електричне коло на рис. 3.5 має параметри:

Дано:

$$R_1 = 100 \text{ Ом}, \quad R_2 = 33 \text{ Ом},$$

$$R_3 = 51 \text{ Ом}, \quad R_4 = 56 \text{ Ом}.$$

Розрахувати струми у гілках і напруги на елементах кола, якщо $E = 50 \text{ В}$.

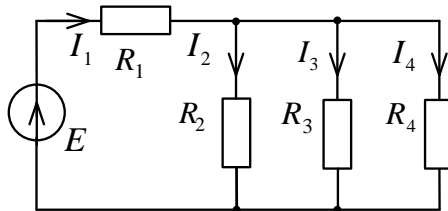


Рис. 3.5. Схема електричного кола

Завдання №3.4.

Електричне коло рис. 3.6 має параметри:

Дано:

$$R_1 = 51 \text{ Ом},$$

$$R_2 = 15 \text{ Ом},$$

$$L = 0,5 \text{ мГн},$$

$$C = 1,2 \text{ мкФ}.$$

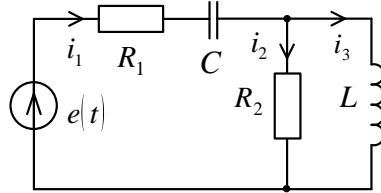


Рис. 3.6. Схема електричного кола

Розрахувати струми у гілках і напругу на елементах, ЕРС джерела, якщо $U_L = 25 \cdot \sin(3,14 \cdot 10^4 t + 10^\circ) \text{ В}$.

Задача № 3.5.

Електричне коло рис. 3.7, має параметри:

Дано:

$$R_1 = 30 \text{ Ом},$$

$$R_2 = 52 \text{ Ом},$$

$$L = 1,2 \text{ мГн},$$

$$C = 0,7 \text{ мкФ}.$$

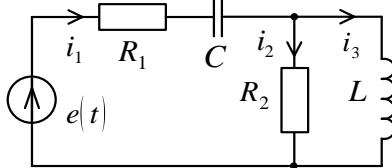


Рис. 3.7. Схема електричного кола

Розрахувати струми у гілках і напругу на елементах, ЕРС джерела, якщо $U_L = 15 \cdot \cos(3,14 \cdot 10^4 t + 34^\circ) \text{ В}$.

3.2. Розрахунок електричних кіл другого порядку.

Вправи і завдання

Задача № 3.6.

Розрахувати струми у гілках, напруги на елементах R, L, C , увімкнених паралельно джерелу струму, різницю фаз між напругою і струмом джерела на частоті $f = 15,3 \text{ кГц}$. Скласти еквівалентну схему кола. Побудувати векторну діаграму напруги.

Дано: $i = 14,1 \cdot \cos \omega t \text{ мА}$; $L = 5,4 \text{ мГн}$; $C = 0,02 \text{ мкФ}$;
 $R = 1500 \text{ Ом}$.

Рішення:

1. Складаємо комплексну еквівалентну схему заміщення рис. 3.8.

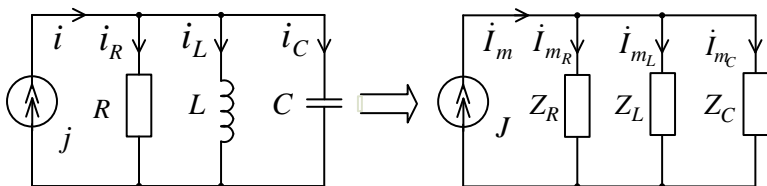


Рис. 3.8. Комплексна еквівалентна схема заміщення.

2. Розрахуємо комплексні провідності:

$$Y_R = 1/R = 0,67 \cdot 10^{-3} \text{ См}; \quad Y_C = j\omega C = 1,93 \cdot 10^{-3} \cdot e^{j90^\circ} \text{ См};$$

$$Y_L = -j1/\omega L = -j1,927 \cdot 10^{-3} = 1,93 \cdot 10^{-3} \cdot e^{-j90^\circ} \text{ См};$$

$$Y_E = Y_R + Y_C + Y_L = Y_R + j \cdot b_C - b_L = 0,67 \cdot 10^{-3} \text{ См}.$$

3. Розрахуємо комплексну амплітуду напруги на елементах кола і струм у гілках за формулою дільника струму.

$$\dot{U}_m = \frac{\dot{I}_m}{Y_E} = \frac{14,1 \cdot 10^{-3}}{0,67 \cdot 10^{-3}} = 21 \text{ В};$$

$$\dot{I}_{mR} = \dot{I}_m \cdot \frac{Y_R}{Y_E} = 14,1 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{0,67 \cdot 10^{-3}}{0,67 \cdot 10^{-3}} = 14,1 \text{ мА};$$

$$\dot{I}_{mL} = \dot{I}_m \cdot \frac{Y_L}{Y_E} = 14,1 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{1,93 \cdot 10^{-3} \cdot e^{-j90^\circ}}{0,67 \cdot 10^{-3}} = 40,6 \cdot e^{-j90^\circ} \text{ мА};$$

$$\dot{I}_{mC} = \dot{I}_m \cdot \frac{Y_C}{Y_E} = 14,1 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{1,93 \cdot 10^{-3} \cdot e^{j90^\circ}}{0,67 \cdot 10^{-3}} = 40,6 \cdot e^{j90^\circ} \text{ мА}.$$

$$\omega_0 = 1/\sqrt{LC}; \quad f_0 = 1/2\pi\sqrt{LC} = 15,3 \text{ кГц}.$$

4. Визначаємо миттєві значення напруги на елементах і струмів у гілках:

$$u \text{ мА} = 21 \cdot \cos(2,28 \cdot 15,3 \cdot 10^3 t) \text{ В};$$

$$i_R \text{ мА} = 14,1 \cdot 10^{-3} \cdot \cos(2,28 \cdot 15,3 \cdot 10^3 t) \text{ А};$$

$$i_L \text{ мА} = 40,6 \cdot 10^{-3} \cdot \cos(2,28 \cdot 15,3 \cdot 10^3 t - 90^\circ) \text{ А};$$

$$i_C \text{ мА} = 40,6 \cdot 10^{-3} \cdot \cos(2,28 \cdot 15,3 \cdot 10^3 t + 90^\circ) \text{ А}.$$

5. Визначаємо різницю фаз між напругою на елементах і струмом джерела струму:

$$\varphi = \psi_u - \psi_i = 0 - 0 = 0^{\circ}.$$

Будуємо векторну діаграму струмів і напруги у колі (рис. 3.9.):

$$\dot{I}_m = \dot{I}_{mR} + \dot{I}_{mL} + \dot{I}_{mC}.$$

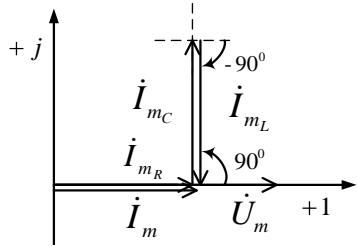


Рис. 3.9. Векторна діаграма напруг.

Як видно з графіка струми у гілках з L і C взаємно один одного компенсують і загальне коло для джерела є суто активним. Струм, який вживається від джерела на резонансній частоті є самим мінімальним у порівнянні зі струмами на будь-яких інших частотах джерела.

Завдання № 3.7.

Розрахувати струм у послідовному R, L, C -колі, рис. 3.10, напругу на елементах і різницю фаз між ЕРС джерела струму, побудувати векторну діаграму струму та напруг.

Дано: $e = 1,41 \cdot \sin \omega t$, $L = 5,4 \text{ мГн}$, $C = 0,02 \text{ мкФ}$,
 $R = 470 \text{ Ом}$, $f = 20 \text{ кГц}$. $\dot{E} = \dot{U}_R + \dot{U}_L + \dot{U}_C$

Рішення:

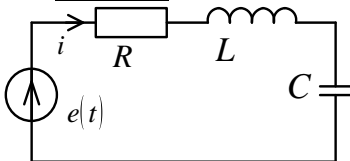


Рис. 3.10. Схема електричного кола.

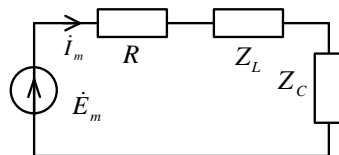


Рис. 3.11. Комплексна схема заміщення.

1. Складаємо комплексну схему заміщення (рис. 3.11).
2. Розраховуємо комплексні опори елементів на частоті $f = 20 \text{ кГц}$.

$$Z_L = \omega L = j679 = 679 \cdot e^{j90^{\circ}} \text{ Ом}; \quad Z_C = 1/j\omega C = 389 \cdot e^{-j90^{\circ}} \text{ Ом}.$$

3. Розраховуємо еквівалентний комплексний опір кола, тобто вхідний опір Z_{ex} :

$$Z_{ex} = R + Z_L + Z_C = 470 + j679 - j398 = 470 + j281 = 548 \cdot e^{j31^{\circ}} \text{ Ом}.$$

4. Розраховуємо комплексну амплітуду ЕРС джерела:

$$\dot{E}_m = E_m \cdot e^{j\psi} = 1,41 \text{ В.}$$

5. Розраховуємо \dot{I}_m у колі:

$$\dot{I}_m = \dot{E}_m / Z_{ex} = 1,41 / 548 \cdot e^{j31^\circ} = 2,57 \cdot 10^{-3} \cdot e^{-j31^\circ} \text{ А.}$$

6. За формулою дільника напруги розраховуємо напруги на елементах кола:

$$\dot{U}_{mR} = \dot{E}_m \cdot R / Z_{ex} = 1,41 \cdot 470 / 548 \cdot e^{j31^\circ} = 1,21 \cdot e^{-j31^\circ} \text{ В;}$$

$$\dot{U}_{mL} = \dot{E}_m \cdot Z_L / Z_{ex} = 1,41 \cdot 679 \cdot e^{j90^\circ} / 548 \cdot e^{j31^\circ} = 1,75 \cdot e^{j59^\circ} \text{ В;}$$

$$\dot{U}_{mC} = \dot{E}_m \cdot Z_C / Z_{ex} = 1,41 \cdot 398 \cdot e^{-j90^\circ} / 548 \cdot e^{j31^\circ} = 1,02 \cdot e^{-j121^\circ} \text{ В}$$

7. Визначаємо миттєве значення струму і напруги:

$$i = 2,57 \cdot 10^{-3} \cdot \sin(\omega t - 31^\circ) \text{ А; } U_R = 1,21 \cdot \sin(\omega t - 31^\circ) \text{ В;}$$

$$U_L = 1,75 \cdot \sin(\omega t + 59^\circ) \text{ В; } U_C = 1,02 \cdot \sin(\omega t - 121^\circ) \text{ В.}$$

8. Визначаємо різницю фаз між ЕРС джерела і струмом у колі:

$$\varphi = \psi_e - \psi_i = 0 - (-31^\circ) = 31^\circ.$$

9. Будуємо векторні діаграми напруг (рис. 3.12):

$$\dot{E}_m = \dot{U}_{mR} + \dot{U}_{mL} + \dot{U}_{mC}.$$

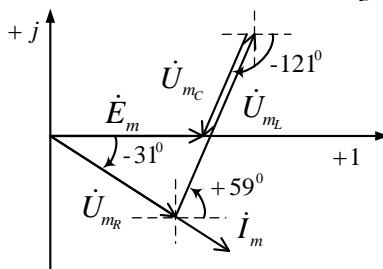


Рис. 3.12. Векторна діаграма напруг.

Контрольні питання:

1. Визначення порядку електричного кола.
2. Умова резонансу в колі другого порядку. Резонанс напруг.
3. Умова резонансу струмів у паралельному коливальному контурі.

Завдання на самостійну підготовку

Завдання № 3.8.

Умова аналогічна задачі № 3.6, але розрахунок провести на частоті $f = 15,3 \text{ кГц}$.

Завдання № 3.9.

Знайти струми у гілках та у нерозгалуженій частині ЕК (рис. 3.13).

Якщо прикладена напруга $U = 100 \text{ В}$, опір $R_1 = 55 \text{ Ом}$, $R_2 = 7 \text{ Ом}$, $X_2 = 24 \text{ Ом}$, $X_3 = -44 \text{ Ом}$. Побудувати векторну діаграму.

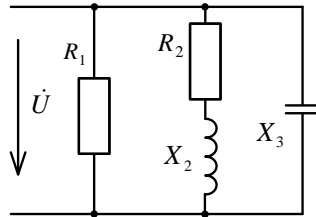


Рис. 3.13. Схема електричного кола

Практичне заняття 4

МЕТОДИ РОЗРАХУНКУ ЕЛЕКТРИЧНИХ КІЛ

Мета

- ознайомити з методикою розрахунку методом рівнянь Кірхгофа;
- ознайомити з методикою розрахунку методом контурних струмів;
- ознайомити з методикою розрахунку методом вузлових напруг.

4.1. Метод рівнянь Кірхгофа.

Вправи і завдання

Завдання № 4.1.

Для схеми (рис. 4.1), користуючись законами Кірхгофа, знайти струми та перевірити баланс потужностей.

Якщо ЕРС генераторів напруги $E_1 = 15 \text{ В}$, $E_2 = 70 \text{ В}$, $E_3 = 5 \text{ В}$, їх внутрішні опори $r_{10} = r_{20} = 1 \text{ Ом}$, $r_{30} = 2 \text{ Ом}$, опори елементів у колі $r_1 = 5 \text{ Ом}$, $r_2 = 4 \text{ Ом}$, $r_3 = 8 \text{ Ом}$, $r_4 = 2,5 \text{ Ом}$, $r_5 = 15 \text{ Ом}$.

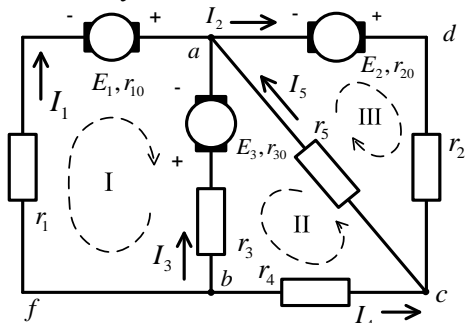


Рис. 4.1. Схема електричного кола.

Рішення.

1. Описуємо схему: п'ять гілок ($N_G = 5$: bfa , adc , ba , bc , ca), кількість вузлів $N_B = 3$ (a, b, c), генераторів струму немає ($N_T = 0$), число невідомих струмів дорівнює $N_B - N_T = 5$. Кількість незалежних рівнянь, що складаються за першим законом Кірхгофа, ($N_B - 1 = 3 - 1 = 2$). Кількість рівнянь, що складаються за другим законом Кірхгофа, ($K = N_G - N_B + 1 - N_T = 5 - 3 + 1 - 0 = 3$). Загальна кількість незалежних рівнянь, що складаються за першим та другим законами Кірхгофа, дорівнює кількості невідомих струмів у п'яти гілках схеми.

2. Вибираємо додатні напрямки струмів і позначимо їх стрілками. Виберемо і позначимо стрілками напрямок обходу трьох незалежних контурів: I, II і III.

3. Складемо систему рівнянь Кірхгофа та підставляємо числові значення:

для вузла a : $I_1 - I_2 + I_3 + I_5 = 0$;

для вузла b : $-I_1 - I_3 - I_4 = 0$;

для контуру I: $E_1 + E_3 = \mathcal{E}_1 + r_{10} \bar{I}_1 - \mathcal{E}_3 + r_{30} \bar{I}_3 = 6I_1 - 10I_3 = 20$;

для контуру II: $E_3 = -\mathcal{E}_3 + r_{30} \bar{I}_3 + r_4 I_4 + r_5 I_5 = -10I_3 + 2,5I_4 + 15I_5 = 5$;

для контуру III: $E_2 = \mathcal{E}_2 + r_{20} \bar{I}_2 + r_5 I_5 = 5I_2 + 15I_5 = 70$.

4. Вирішуємо систему рівнянь, отримуємо:

$$I_1 = 5 \text{ A}; \quad I_2 = 8 \text{ A}; \quad I_3 = 1 \text{ A}; \quad I_4 = -6 \text{ A}; \quad I_5 = 2 \text{ A}.$$

Від'ємний знак для струму I_4 означає, що істинний напрямок струму в опорі r_4 протилежний прийнятому. Істинний напрямок струму в опорі r_4 позначено I'_4 і показано на схемі пунктирною стрілкою. При перевірці балансу потужностей треба мати на увазі, що в тих гілках кола, де істинний напрямок струму збігається з напрямком ЕРС, відповідна ЕРС є джерелом енергії, а в тих ділянках, де напрямки ЕРС і струму протилежні, ЕРС – споживач енергії. Всі опори, як зовнішні, так і генераторів енергії, незалежно від напрямку протікання через них струму будуть споживачами енергії.

5. Баланс потужностей для розглянутої схеми:

$$E_1 I_1 + E_2 I_2 - E_3 I_3 = I_1^2 \mathcal{E}_1 + r_{10} \bar{I}_1^2 + I_2^2 \mathcal{E}_2 + r_{20} \bar{I}_2^2 + I_3^2 \mathcal{E}_3 + r_{30} \bar{I}_3^2 + I_4^2 r_4 + I_5^2 r_5,$$

підставляємо значення та отримуємо:

$$15 \cdot 5 + 70 \cdot 8 - 5 \cdot 1 = 5^2 \cdot 6 + 8^2 \cdot 5 + 1^2 \cdot 10 + 6^2 \cdot 2,5 + 2^2 \cdot 15,$$

виведено тотожність $630 = 630$.

Завдання № 4.2.

Електричне коло (рис. 4.2) містить генератор струму, що має внутрішню провідність $g_0 = 5 \cdot 10^{-5} \text{ См}$, джерело струму $I_T = 80 \text{ мА}$, генератор напруги з ЕРС $E_1 = 230 \text{ В}$; та опори $r_1 = 1 \text{ кОм}$, $r_2 = 2 \text{ кОм}$.

Визначити всі струми.

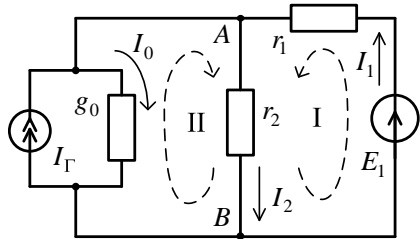


Рис. 4.2. Схема електричного кола.

Рішення.

1. Виберемо позитивні напрямки струмів, як це зазначено на рис. 4.2, складемо рівняння за законами Кірхгофа. Коло містить чотири гілки ($N_T = 4$), два вузла A і B ($N_B = 2$), один генератор струму ($N_T = 1$). Число рівнянь, що складаються за першим законом Кірхгофа, дорівнює $N_B - 1 = 1$, за другим законом Кірхгофа $K = N_T - N_B + 1 - N_T = 4 - 2 + 1 - 1 = 2$.

2. Виберемо два незалежних контури, що не містять джерела струму, і позначимо їх стрілками I і II.

$$\text{Рівняння для вузла } A: I_T - I_0 - I_2 + I_1 = 0;$$

$$\text{для контуру I: } r_1 I_1 + r_2 I_2 = E_1;$$

$$\text{для контуру II: } r_2 I_2 - 1/g_0 I_0 = 0.$$

3. Підставляємо значення у рівняння отримаємо:

$$I = 100 \text{ мА}; \quad I_1 = 30 \text{ мА}; \quad I_0 = 10 \text{ мА}.$$

Контрольні питання

1. Перший закон Кірхгофа.
2. Другий закон Кірхгофа.
3. Розподіл напруг при послідовному з'єднанні двох опорів.
4. Розподіл струмів у двох паралельних гілках.

Завдання на самостійну підготовку

Завдання № 4.3.

В мостовій схемі на рис. 4.3, задані всі комплексні опори та ЕРС \dot{E} . Потрібно визначити струм \dot{I}_5 у гілці Z_5 (струм в діагоналі мостової схеми)

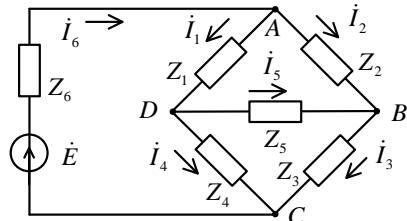


Рис. 4.3. Схема електричного кола.

4.2. Метод контурних струмів.

Вправи і завдання

Задача 4.4.

Методом контурних струмів знайти струми у колі, схема якої зображена на рис. 4.4.

Дано:

- $E_1 = 100 \text{ В}, E_3 = 30 \text{ В},$
 $E_3 = 10 \text{ В}, E_4 = 6 \text{ В},$
 $r_1 = 10 \text{ Ом}, r_2 = 10 \text{ Ом},$
 $r_4 = 6 \text{ Ом}, r_5 = 5 \text{ Ом},$
 $r_6 = 15 \text{ Ом}, r_{40} = 1 \text{ Ом}$

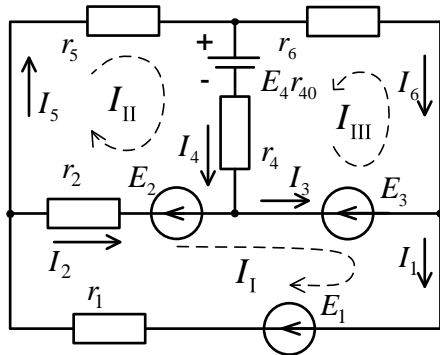


Рис. 4.4. Схема електричного кола.

Рішення.

1. Виберемо напрямки контурних струмів, які позначимо через I_1, I_{II}, I_{III} .

2. Складемо систему рівнянь для контурів:

$$\begin{aligned}
 E_1 - E_2 - E_3 &= \mathcal{E}_1 + r_2 \bar{I}_1 - r_2 I_{II}; \\
 E_2 - E_4 &= \mathcal{E}_2 + r_5 + r_{40} + r_4 \bar{I}_{II} + \mathcal{E}_{40} + r_4 \bar{I}_{III} - r_2 I_1; \\
 -E_3 - E_4 &= \mathcal{E}_6 + r_{40} + r_4 \bar{I}_{III} + \mathcal{E}_{40} + r_4 \bar{I}_{II}.
 \end{aligned}$$

3. Підставляємо числові значення:

$$60 = 20I_1 - 10I_{II}; \quad 24 = -10I_1 + 22I_{II} + 7I_{III}; \quad -16 = 7I_{II} + 22I_{III}$$

4. Вирішуємо систему рівнянь, розраховуємо контурні струми: $I_I = 5 \text{ A}$, $I_{II} = 4$, $I_{III} = -2 \text{ A}$, потім знайдемо справжні струми у всіх гілках.

У гілці, де діє ЕРС E_1 істинний струм I_1 має напрямок контурного струму I_I , дорівнює $I_1 = I_I = 5 \text{ A}$.

У гілці з опором r_5 істинний струм I_5 , має напрямок контурного струму I_{II} , дорівнює $I_5 = I_{II} = 4 \text{ A}$.

У гілці з опором r_6 істинний струм I_6 має напрямок, протилежний контурному струму I_{III} , дорівнює $I_6 = -I_{III} = 2 \text{ A}$.

У гілці з опором r_2 істинний струм I_2 буде отриманий від накладення контурних струмів I_I і I_{II} , буде мати направлення більшого контурного струму I_I : $I_2 = I_I - I_{II} = 1 \text{ A}$.

У гілці з опором r_4 істинний струм I_4 буде отриманий від накладення контурних струмів I_{II} і I_{III} , буде мати направлення контурного струму I_{II} : $I_4 = I_{II} + I_{III} = 4 + (-2) = 2 \text{ A}$.

У гілці, де діє ЕРС E_3 , істинний струм I_3 буде отриманий від накладення контурних струмів I_I і I_{III} , буде мати направлення струму I_I : $I_3 = I_I + I_{III} = 5 + (-2) = 3 \text{ A}$.

Покажемо, як ця задача може бути вирішена шляхом використання визначників. Для цього рівняння контурних струмів слід записати у формі:

$$r_{11}I_I + r_{12}I_{II} + r_{13}I_{III} = E_{11};$$

$$r_{21}I_I + r_{22}I_{II} + r_{23}I_{III} = E_{22};$$

$$r_{31}I_I + r_{32}I_{II} + r_{33}I_{III} = E_{33};$$

де

$$r_{11} = r_1 + r_2 = 20 \text{ Ом}; \quad r_{12} = r_{21} = -r_2 = -10 \text{ Ом}; \quad r_{13} = r_{31} = 0 \text{ Ом};$$

$$r_{22} = r_2 + r_5 + r_{40} + r_4 = 22 \text{ Ом}; \quad r_{23} = r_{32} = r_{40} + r_4 = 7 \text{ Ом};$$

$$r_{33} = r_6 + r_{40} + r_4 = 22 \text{ Ом};$$

$$E_{11} = E_1 - E_2 - E_3 = 60 \text{ В}; \quad E_{22} = E_2 - E_4 = 24 \text{ В};$$

$$E_{33} = E_3 - E_4 = -16 \text{ В}.$$

Складемо визначник Δ і обчислимо його значення:

$$\Delta = \begin{vmatrix} r_{11} & r_{13} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 20 & -10 & 0 \\ -10 & 22 & 7 \\ 0 & 7 & 22 \end{vmatrix} = 6500.$$

Обчислимо значення алгебраїчних доповнень визначника, розраховавши його мінори і помноживши кожен з них на $\llcorner 1_{-}^{k+l}$, де k – номер викреслююмого рядка, а l – номер викреслююмого стовпця;

Δ_{11} – це алгебраїчне доповнення, що виходить з основного визначника Δ шляхом викреслювання першого рядка і першого стовпця, помножене на $\llcorner 1_{-}^{1+1}$:

$$\Delta_{11} = \begin{vmatrix} 22 & 7 \\ 7 & 22 \end{vmatrix} \llcorner 1_{-}^2 = 435;$$

Δ_{12} – це алгебраїчне доповнення, що виходить з основного визначника Δ шляхом викреслювання першого рядка і другого стовпця, помножене на $\llcorner 1_{-}^{1+2}$:

$$\Delta_{12} = \begin{vmatrix} -10 & 7 \\ 0 & 22 \end{vmatrix} \llcorner 1_{-}^3 = 220 = \Delta_{21};$$

аналогічно,

$$\Delta_{13} = \begin{vmatrix} -10 & 22 \\ 0 & 7 \end{vmatrix} \llcorner 1_{-}^4 = -70 = \Delta_{31}; \quad \Delta_{22} = \begin{vmatrix} 20 & 0 \\ 0 & 22 \end{vmatrix} \llcorner 1_{-}^4 = 440;$$

$$\Delta_{23} = \begin{vmatrix} 20 & -10 \\ 0 & 7 \end{vmatrix} \llcorner 1_{-}^5 = -140 = \Delta_{32}; \quad \Delta_{33} = \begin{vmatrix} 20 & -10 \\ -10 & 22 \end{vmatrix} \llcorner 1_{-}^6 = 340.$$

Шукані контурні струми:

$$I_1 = \frac{1}{\Delta} \begin{vmatrix} E_{11} & E_{22} & E_{33} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{vmatrix} = E_{11} \frac{\Delta_{11}}{\Delta} + E_{22} \frac{\Delta_{12}}{\Delta} + E_{33} \frac{\Delta_{13}}{\Delta} = 5 \text{ A};$$

$$I_{11} = \frac{1}{\Delta} \begin{vmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ E_{11} & E_{22} & E_{33} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{vmatrix} = E_{11} \frac{\Delta_{21}}{\Delta} + E_{22} \frac{\Delta_{22}}{\Delta} + E_{33} \frac{\Delta_{23}}{\Delta} = 4 \text{ A};$$

$$I_{111} = \frac{1}{\Delta} \begin{vmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ E_{11} & E_{22} & E_{33} \end{vmatrix} = E_{11} \frac{\Delta_{31}}{\Delta} + E_{22} \frac{\Delta_{32}}{\Delta} + E_{33} \frac{\Delta_{33}}{\Delta} = -2 \text{ A.}$$

Таким чином, отримали такі ж результати, що й раніше.

Контрольні питання

1. Метод контурних струмів: сутність, порядок розрахунку.
2. Контурні струми.
3. Власний опір контуру.
4. Загальний опір контуру.
5. Другий закон Кірхгофа.

Завдання на самостійну підготовку

Завдання № 4.5.

Знайти всі струми та визначити потенціали точок a , b , і c відносно землі (рис. 4.5). Задачу вирішити методом контурних струмів.

Дано:

$$E_1 = 85 \text{ В}; \quad E_2 = 84 \text{ В};$$

$$E_3 = 5 \text{ В}; \quad E_4 = 12 \text{ В};$$

$$r_1 = 8 \text{ Ом}; \quad r_2 = 10 \text{ Ом};$$

$$r_3 = 10 \text{ Ом}; \quad r_4 = 10 \text{ Ом};$$

$$r_5 = 10 \text{ Ом}; \quad r_6 = 4 \text{ Ом}.$$

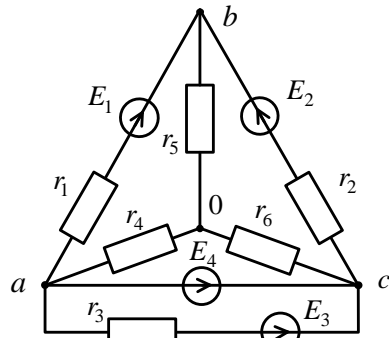


Рис. 4.5. Схема електричного кола.

Задача №4.6.

Коло (рис. 4.2) містить генератор струму, що має внутрішню провідність $g_0 = 5 \cdot 10^{-5} \text{ См}$, джерело струму $I_T = 80 \text{ мА}$, генератор напруги з ЕРС $E_1 = 230 \text{ В}$ та опори $r_1 = 1 \text{ кОм}$, $r_2 = 2 \text{ кОм}$. Визначити всі струми методом контурних струмів.

4.3. Метод вузлових напруг.

Вправи і завдання

Завдання №4.7.

Розрахувати струми у гілках електричного кола (рис. 4.6.) МВН, якщо:

$$e = 28,3 \cdot \cos 10^5 t - 10^0 \text{ В};$$

$$i = 7,08 \cdot \cos 10^5 t \text{ мА};$$

$$X_L = 4 \cdot 10^3 \text{ Ом};$$

$$R_1 = 10^3 \text{ Ом};$$

$$X_C = 2 \cdot 10^3 \text{ Ом};$$

$$R_2 = 2 \cdot 10^3 \text{ Ом}.$$

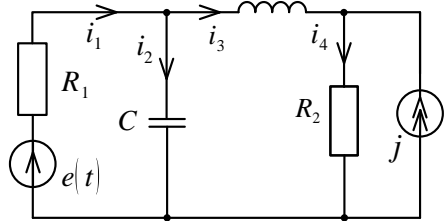


Рис. 4.6. Схема електричного кола.

Рішення:

1. Складаємо комплексну схему заміщення (рис. 4.7):
2. Вибираємо довільно напрям струмів у гілках.
3. Перетворюємо джерело ЕРС в еквівалентне джерело струму і розраховуємо комплексні струми джерел (рис.4.8):

$$i_1 = \frac{\dot{E}}{R_1} = 2 \cdot 10^{-2} \cdot e^{-j10^\circ} = 19,7 \cdot 10^{-3} - j3,5 \cdot 10^{-3} \text{ А. } i_2 = 5 \cdot 10^{-3} \text{ А.}$$

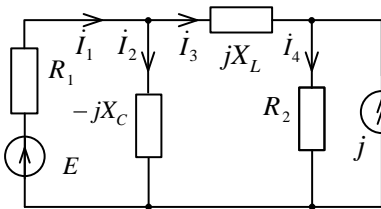


Рис. 4.7. Комплексна схема заміщення.

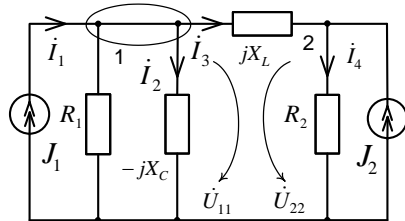


Рис. 4.8. Комплексна схема заміщення

4. Вибираємо незалежні вузли і напрям вузлових напруг.
5. Складаємо систему вузлових рівнянь у матричній формі.

$$\begin{vmatrix} \frac{1}{R_1} + \frac{1}{jX_L} + j\frac{1}{X_C} & -\frac{1}{jX_L} \\ -\frac{1}{jX_L} & \frac{1}{R_2} + \frac{1}{jX_L} \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} \dot{U}_{11} \\ \dot{U}_{22} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{vmatrix}$$

6. Підставляємо числові значення:

$$\begin{vmatrix} 10^{-3} + j2,5 \cdot 10^{-4} & j2,5 \cdot 10^{-4} \\ j2,5 \cdot 10^{-4} & 5 \cdot 10^{-4} - j2,5 \cdot 10^{-4} \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} \dot{U}_{11} \\ \dot{U}_{22} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 19,7 \cdot 10^{-3} - j3,5 \\ 5 \cdot 10^{-3} \end{vmatrix}$$

7. Розраховуємо за правилом Крамера вузлові напруги:

$$\dot{U}_{11} = \frac{\Delta_1}{\Delta}; \quad \dot{U}_{22} = \frac{\Delta_2}{\Delta};$$

$$\Delta = 6,25 \cdot 10^{-8} - j1,26 \cdot 10^{-7} = 6,4 \cdot 10^{-7} \cdot e^{-j11^\circ} \text{ См}^2;$$

$$\Delta_1 = 8,975 \cdot 10^{-6} - j7,925 \cdot 10^{-6} = 1,2 \cdot 10^{-5} \cdot e^{-j41^\circ} \text{ См};$$

$$\Delta_2 = 4,125 \cdot 10^{-6} - j3,675 \cdot 10^{-6} = 5,5 \cdot 10^{-6} \cdot e^{-j42^\circ} \text{ А} \cdot \text{См}$$

$$\dot{U}_{11} = 18,8 e^{-j30^\circ} = 16,3 - j9,4 \text{ В};$$

$$\dot{U}_{22} = 8,60 e^{-j31^\circ} = 7,40 - j4,4 \text{ В}.$$

8. Розраховуємо комплексні струми у гілках:

$$\dot{I}_4 = \dot{U} / R_2 = 4,3 \cdot 10^{-3} e^{-j31^\circ} \text{ А};$$

$$\dot{I}_2 = \dot{U}_{11} / -jX_C = 9,4 \cdot 10^{-3} e^{j60^\circ} \text{ А};$$

$$\dot{I}_3 = \dot{U}_{11} - \dot{U}_{22} / jX_L = 2,5 \cdot 10^{-3} e^{-j119^\circ} \text{ А}.$$

Струм \dot{I}_1 можна розрахувати, застосувавши закони Кірхгофа для струмів і для напруг: $\dot{U}_{11} + \dot{I}_1 R_1 = \dot{E}$;

Звідки:

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{E} - \dot{U}_{11}}{R_1} = 6,8 \cdot 10^{-3} \cdot e^{j60^\circ} \text{ А}.$$

9. Визначаємо миттєві значення струмів у гілках:

$$i_1 = 9,6 \cdot 10^{-3} \cdot \cos(10^5 t + 60^\circ) \text{ А}; \quad i_2 = 13,3 \cdot 10^{-3} \cdot \cos(10^5 t + 60^\circ) \text{ А};$$

$$i_3 = 3,5 \cdot 10^{-3} \cdot \cos(10^5 t - 119^\circ) \text{ А}; \quad i_4 = 6,1 \cdot 10^{-3} \cdot \cos(10^5 t - 31^\circ) \text{ А}.$$

Висновки: При вирішенні задач методом вузлових напруг кількість складених рівнянь визначається кількістю незалежних вузлів.

Контрольні питання

1. Метод вузлових напруг: сутність, порядок розрахунку, область застосування.
2. Визначення власної і загальної провідності вузла.
3. Визначення вузлового струму.
4. Визначення вузлової напруги.

Завдання на самостійну підготовку

Задача №4.8.

Визначити показання вольтметра у колі (рис. 4.9), якщо:
 $\dot{E}_1 = 30 \text{ В}$; $\dot{E}_2 = 20 \text{ В}$;
 $R_1 = R_2 = 50 \text{ Ом}$.

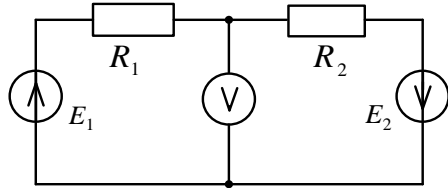


Рис. 4.9. Схема електричного кола

Задача №4.9.

Користуючись методом вузлових напруг, визначити струм в діагоналі мостової схеми (рис. 4.10).

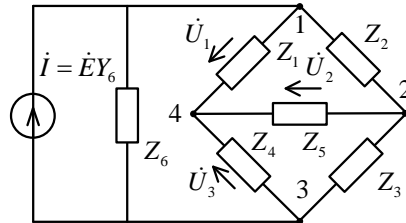


Рис. 4.10. Схема електричного кола

Практичне заняття 5

РОЗРАХУНОК ЧАСТОТНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ЕЛЕКТРИЧНИХ КІЛ

5.1. Розрахунок частотних характеристик електричних кіл першого порядку.

Вправи і завдання

Завдання № 5.1.

Розрахувати комплексний коефіцієнт передачі по напрузі, побудувати АЧХ і ФЧХ, визначити смугу пропускання для інтегруючого rL -кіла з параметрами $L = 4,8 \text{ мГн}$; $R = 470 \text{ Ом}$.

Рішення:

1. Складаємо схему інтегруючого rL -кола рис. 5.1.
2. Складаємо комплексну схему заміщення рис. 5.2.
3. Розраховуємо комплексний коефіцієнт передачі по напрузі.

$$K_U \overset{\sim}{=} \frac{R}{R + j\omega L} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} \cdot e^{-j \arctg \frac{\omega L}{R}};$$

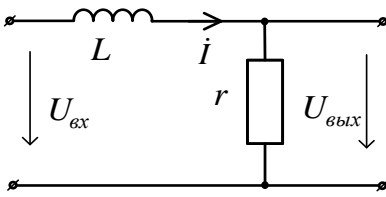


Рис. 5.1. Схема інтегруючого rL -кола.

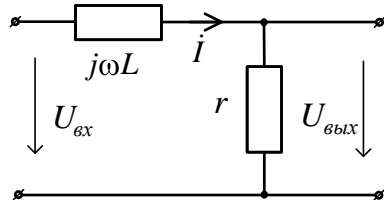


Рис. 5.2. Комплексна схема заміщення.

4. Розраховуємо постійну складову кола:

$$\tau = \frac{L}{r} = 0,976 \cdot 10^{-3}.$$

5. Розраховуємо граничну частоту АЧХ:

$$\omega_{зр} = \frac{1}{\tau} = 97,9 \cdot 10^3 \text{ c}^{-1}.$$

6. Розраховуємо смугу пропускання кола.

$$\Pi_1 = 0 \rightarrow 97,9 \cdot 10^3 \text{ c}^{-1}.$$

7. Будемо ампліудно-частотну та фазо-частотну характеристики (рис. 5.3. а,б)

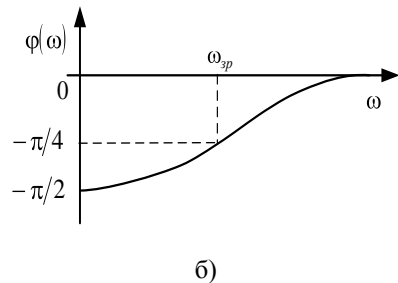
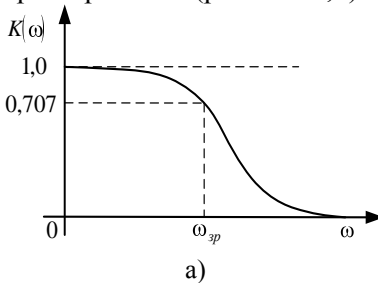


Рис. 5.3. а) Амплітудно-частотна, б) фазо-частотна характеристики

Завдання №5.2.

На вхід диференціюючого rC -кола діє гармонічний сигнал: $u_{вх} = 3 \cdot \cos(14 \cdot 10^4 t + 4^\circ)$ В. Розрахувати комплексний коефіцієнт передачі по напрузі, смугу пропускання кола та вихідні напруги. Параметри кола: $R = 470 \text{ Ом}$; $C = 0,022 \text{ мкФ}$.

Рішення:

1. Складаємо схему диференціюючого rC -кола (рис. 5.4).
2. Складаємо комплексну схему заміщення (рис. 5.5).

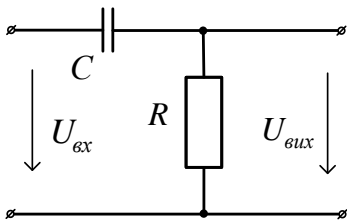


Рис. 5.4. Схема rC -кола.

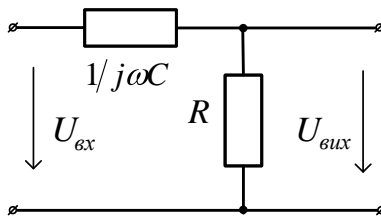


Рис. 5.5. Комплексна схема заміщення.

3. Розраховуємо комплексний коефіцієнт передачі по напрузі.

$$K_U(j\omega) = \frac{\dot{U}_{вих}}{\dot{U}_{вх}} = \frac{i \cdot R}{i \left(R + \frac{1}{j\omega C} \right)} = \frac{\omega CR}{\sqrt{1 + \omega^2 CR^2}} \cdot e^{j(90^\circ - \arctg \omega CR)}$$

4. Розраховуємо значення модуля й аргументу комплексної функції на частоті вхідного впливу для двох значень параметрів кола:

$$K = 0,14 \cdot 10^4 = 0,31; \quad \Phi = 72^\circ;$$

5. Розраховуємо вихідну напругу (відгук) кола:

$$\dot{U}_{мвих} = K(j\omega) \cdot \dot{U}_{мвх} = 0,31 \cdot e^{j72^\circ} \cdot 3 \cdot e^{j4^\circ} = 0,93 \cdot e^{j76^\circ};$$

6. Визначаємо миттєве значення відгуку кола:

$$U_{вих} = 0,93 \cdot \cos(0,14 \cdot 10^4 t + 76^\circ);$$

7. Розраховувати граничну частоту АЧХ:

$$\omega_{sp} = \frac{1}{\tau_k} = 96,7 \cdot 10^3 \text{ c}^{-1}.$$

8. Розраховуємо смугу пропускання кола.

$$\Pi = 96,7 \cdot 10^3 \rightarrow \infty \text{ c}^{-1}.$$

Контрольні питання

1. Комплексні функції кола: визначення, класифікація.
2. Частотні характеристики електричного кола: класифікація, визначення.
3. Методи розрахунку комплексних функцій кола.
4. Методи розрахунку частотних характеристик кола.

5. Смуга пропускання електричного кола: визначення, аналітичний і експериментальний метод розрахунку.

Завдання на самостійну підготовку

Завдання №5.3.

Дано електричне коло (рис. 5.10) з параметрами: $R_1 = 1,5 \text{ кОм}$, $R_2 = 3,6 \text{ кОм}$, $C = 510 \text{ нФ}$.

Розрахувати МВН комплексний коефіцієнт передачі по напрузі на частотах $0 - 10^2 \text{ кГц}$.

Побудувати якісно АЧХ.

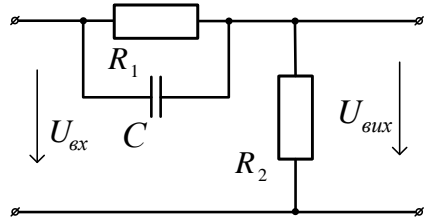


Рис. 5.6. Схема електричного кола.

Завдання № 5.4.

Розрахувати комплексний коефіцієнт передачі по напрузі, побудувати АЧХ і ФЧХ, визначити смугу пропускання для диференціюючих rL -кіл з параметрами: $L = 10,8 \text{ мГн}$, $R = 470 \text{ Ом}$.

5.2. Послідовний коливальний контур.

5.2.1. Розрахунок параметрів і резонансних характеристик послідовного коливального контуру.

Вправи і завдання

Завдання №5.5.

Розрахувати вторинні параметри послідовного коливального контуру. Побудувати нормовану резонансну характеристику по напрузі на ємності в діапазоні $11945 - 14045 \text{ кГц}$ с дискретністю 50 кГц . Дано: $L = 1 \text{ мкГн}$, $r_k = 0,4 \text{ Ом}$, $C = 150 \text{ нФ}$.

Рішення:

1. Розраховуємо кругову резонансну частоту контуру:

$$\omega_0 = 1/\sqrt{LC} = 8164966,2 \text{ с}^{-1};$$

2. Розраховуємо лінійну резонансну частоту контуру:

$$f_0 = \omega_0/2\pi = 12994947 \text{ Гц};$$

3. Розраховуємо хвильовий опір контуру:

$$\rho = \sqrt{L/C} = 81,65 \text{ Ом};$$

4. Розрахуємо власну добротність контуру:

$$Q = \rho / r_k = 204,1;$$

5. Розрахуємо полюс пропускання контуру:

$$\Pi_{0,707} = f_0 / Q = 63662 \text{ Гц};$$

6. Розрахуємо нормовану резонансну характеристику по напрузі на ємності:

$$U_{mCH} \approx \omega_0 / \omega \cdot 1 / \sqrt{1 + \xi^2},$$

де, $\xi = x / r = \omega \cdot L - 1 / \omega \cdot C / r_k$.

Реактивний опір при резонансі дорівнює хвильовому.

При резонансі: $I_{kp} = U / r_k$; $U_{Lp} = -U_{Cp} = I_{kp} \cdot \rho = U \rho / r_k = U \cdot Q$.

Завдання № 5.6.

Розрахувати струм і напруги на елементах у послідовному коливальному контурі на резонансній частоті. Побудувати якісно резонансну характеристику по струму. Дано: $L = 100 \text{ мкГн}$, $R = 10 \text{ Ом}$, $C = 100 \text{ нФ}$, $E = 1 \text{ В}$.

Рішення:

$$I_0 = E / R = 0,1 \text{ А};$$

$$U_{0R} = E = 1 \text{ В},$$

$$\rho = \sqrt{L/C} = 1000 \text{ Ом};$$

$$Q = \rho / R = 100;$$

$$U_{0L} = U_{0C} = Q \cdot E = 100 \text{ В}.$$

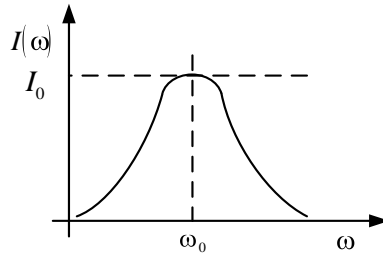


Рис. 5.7. Резонансна характеристика по струму.

Контрольні питання

1. Послідовний коливальний контур: визначення, еквівалентна схема, фізичні процеси.
2. Вид резонансу в контурі, умова його виникнення.
3. Первинні та вторинні параметри контуру.
4. Резонансні, частотні, конфігураційні характеристики контуру.

Завдання на самостійну підготовку

Завдання № 5.7.

Знайти резонансну частоту послідовного r, L, C -контурю та напругу на ємності при резонансі, якщо напруга вхідного сигналу $U_m = 10 \text{ мВ}$, а параметри елементів $R = 5 \text{ Ом}$, $L = 1 \text{ мГн}$, $C = 360 \text{ нФ}$.

5.2.2. Розрахунок параметрів і резонансних характеристик ненавантаженого послідовного коливального контурю.

Вправи і завдання

Завдання №5.8.

До послідовного коливального контурю, який має параметри $R = 10 \text{ Ом}$, $L = 100 \text{ мкГн}$, $C = 100 \text{ нФ}$, підключена напруга $U = 1 \text{ В}$ з кутовою частотою $\omega = 1,002 \cdot 10^7 \text{ с}^{-1}$.

Визначити вторинні параметри, L_0 , витрачаємо в колі потужність P_0 , напруга на котушці індуктивності U_{L_0} і конденсаторі U_{C_0} при резонансі.

З урахуванням кутової частоти ω визначити реактивний і повний опір кола, струм, потужність, напругу на ємності, зсув фаз Φ між прикладеною напругою і струмом, зсув фаз ϕ' між прикладеною напругою і напругою на конденсаторі, значення резонансної характеристики по струму і напрузі.

Рішення:

1. Визначаємо вторинні параметри:

$$\omega_0 = 1/\sqrt{L \cdot C} = 1/\sqrt{100 \cdot 10^{-6} \cdot 100 \cdot 10^{-12}} = 10^{-7} \text{ с}^{-1};$$

$$f_0 = \omega_0/2\pi = 10^7/2\pi = 1,6 \cdot 10^6 \text{ Гц} = 1,6 \text{ МГц};$$

$$\rho = \sqrt{L/C} = \sqrt{100 \cdot 10^{-6}/100 \cdot 10^{-12}} = 1000 \text{ Ом};$$

$$\sigma = R/\rho = 10/1000 = 0,01;$$

$$Q = \rho/R = 1000/10 = 100;;$$

$$I_0 = U/R = 0,1 \text{ А} = 100 \text{ мА};$$

$$P_0 = I_0^2 \cdot R = 0,1^2 \cdot 10 = 0,1 \text{ Вт} = 100 \text{ мВт};$$

$$U_{L_0} = U_{C_0} = I_0 \cdot \rho = I_0 \cdot \omega_0 \cdot L = I_0 \cdot 1/\omega_0 \cdot C = 100 \text{ В};$$

$$P_{0,707} = f/Q = 1,6 \cdot 10^6 / 100 = 1600 \text{ Гц.}$$

2. Обчислимо абсолютну, відносну і узагальнену розстройку:

$$\Delta\omega = \omega - \omega_0 = 0,002 \cdot 10^7; \quad \Delta\omega/\omega_0 = 0,002;$$

$$\xi = 2Q\Delta\omega/\omega_0 = 2 \cdot 100 \cdot 0,002 = 0,4.$$

3. Визначимо реактивний і повний опори:

$$\xi = x/R; \quad x = \xi \cdot R = 0,4 \cdot 10 = 4 \text{ Ом};$$

$$Z = R \cdot \sqrt{1 + \xi^2} = 10 \cdot \sqrt{1 + 0,4^2} = 10,77 \text{ Ом};$$

$$Z = R + j \cdot X = R + j \cdot \xi \cdot R = R\sqrt{1 + \xi^2} \cdot e^{j \arctg \xi}.$$

4. Розрахуємо струм і витрачаємо в колі потужність:

$$I = U/Z = 1/10,77 = 0,093 \text{ А} = 93 \text{ мА};$$

$$\rho = I^2 \cdot R = 0,093^2 \cdot 10^{-2} = 0,0865 \text{ Вт} = 86,5 \text{ мВт}.$$

5. Визначимо напругу на конденсаторі і зсув фаз між прикладеною напругою і струмом:

$$U_C = UQ/\sqrt{1 + \xi^2} = 1,100/\sqrt{1 + 0,4^2} = 93 \text{ В};$$

Довідка:

Так як:

$$Z = \dot{U}/\dot{I} = U/I \cdot e^{j(\psi_U - \psi_I)} = Z \cdot e^{j\varphi} = R\sqrt{1 + \xi^2} \cdot e^{j \arctg \xi};$$

$$\xi = x/R; \quad \varphi = \arctg x/R; \quad \varphi = \arctg 4/10 = 21^\circ 50'.$$

6. Знайдемо зсув фаз між прикладеною напругою і напругою на конденсаторі.

Оскільки, розстройка додатня, то $\omega L > 1/\omega C$ и струм I відстає від напруги на кут φ ; вектор напруги на конденсаторі U_C відстає від вектора I на 90° . Тому U_C відстає від U на кут $\varphi' = \varphi + 90^\circ = 111^\circ 50'$.

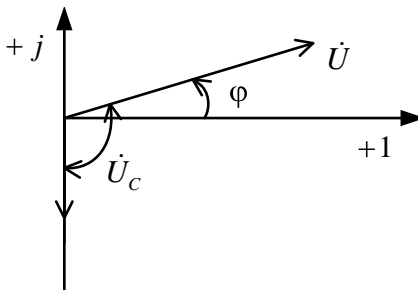


Рис. 5.8. Векторне представлення напруг.

7. Визначимо значення резонансної характеристики по струму і напрузі:

$$I_R \ominus \underline{\underline{=}} 1 / \sqrt{1 + \xi^2} = 1 / \sqrt{1 + 0,4^2} = 0,93;$$

$$U_L \ominus \underline{\underline{=}} U_C \ominus \underline{\underline{=}} Q / \sqrt{1 + \xi^2} = 100 / \sqrt{1 + 0,4^2} = 93.$$

Контрольні питання

1. Послідовний коливальний контур: визначення, еквівалентна схема, фізичні процеси.
2. Вид резонансу в контурі, умови його виникнення.
3. Ознаки резонансу в послідовному коливальному контурі.
4. Первинні та вторинні параметри контуру.
5. Види розстройок, їх визначення.

Завдання на самостійну підготовку

Завдання № 5.9.

Розрахувати струм і напругу на елементах у послідовному коливальному контурі на резонансній частоті. Побудувати якісно резонансну характеристику по струму.

Дано: $L = 100 \text{ мкГн}$, $R = 10 \text{ Ом}$, $C = 100 \text{ нФ}$, $E = 1 \text{ В}$.

Завдання № 5.10.

Розрахувати вторинні параметри послідовного коливального контуру. Побудувати нормовану резонансну характеристику по напрузі на ємності в діапазоні $11945 - 14045 \text{ кГц}$ з дискретністю 50 кГц . Дано: $L = 1 \text{ мкГн}$, $r_k = 0,4 \text{ Ом}$, $C = 150 \text{ нФ}$.

5.3. Паралельний коливальний контур

Вправи і завдання

Завдання № 5.11.

Розрахувати добротність і смугу пропускання навантаженого паралельного коливального контуру. Побудувати якісно резонансну характеристику по напрузі на контурі без урахування навантаження та з навантаженням.

Дано: $L = 10 \text{ мкГ}$, $C = 200 \text{ нФ}$, $r_k = 10 \text{ Ом}$, $r_n = 100 \text{ кОм}$.

Рішення:

1. Хвильовий опір контуру: $\rho = \sqrt{L/C} = 223,6 \text{ Ом}$.
2. Власна добротність контуру: $Q = \rho/r_k = 22,36$.
3. Резонансна частота контуру:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{LC} = 3558812,8 \text{ Гц}.$$

4. Смуга пропускання ненавантаженого контуру:

$$\Pi_{0,7} = f_0/Q = 159159,8 \text{ Гц}.$$

5. Провідність навантаженого контуру на резонансній частоті: $g = 1/r_H + g_0 = 1/r_H + r_k/\rho^2 = 2,1 \cdot 10^{-4} \text{ См}$.

6. Добротність навантаженого контуру:

$$Q_H = 1/\rho g = 21,3$$

7. Смуга пропускання навантаженого контуру:

$$\Pi_{H0,7} = f_0/Q_H = 167080,4 \text{ Гц}.$$

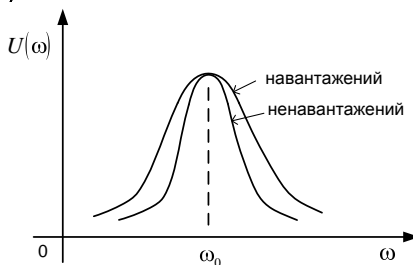


Рис.5.9. Резонансна характеристика по напрузі.

Контрольні питання

1. Вид резонансу в послідовному і паралельному коливальному контурах, умова його виникнення.
2. Ознаки резонансу в послідовному і паралельному коливальному контурі.
3. Способи практичного досягнення резонансу в контурах.
4. Вплив джерела сигналу і навантаження на параметри контуром і їх частотні характеристики.

Завдання на самостійну підготовку

Завдання № 5.12

Підсилювач високої частоти радіоприймальних пристроїв зібраний на транзисторі ГТ-322Б. Вибірковість приймача забезпечується вхідним колом, утвореним контуром, індуктивно пов'язаним з антеною. Параметри контуру: $L = 1 \text{ мкГн}$, $r_k = 0,04 \text{ Ом}$, $C = 150 \text{ пФ}$. Побудувати еквівалентну схему кола.

Розрахувати вторинні параметри і нормовану резонансну характеристику по напрузі на ємності ненавантаженого контуру і з урахуванням впливу зовнішніх кіл. При побудові схеми вважати, що антена є реальним джерелом ЕРС з внутрішнім опором $r_i = 1,5 \text{ Ом}$, а транзистор з елементами схеми - навантаженням з параметрами $g_H = 6,6 \cdot 10^{-4} \text{ См}$ та $C_H = 8 \text{ нФ}$ (включення паралельне).

5.5. Складний коливальний контур.

Вправи і завдання

Завдання № 5.13.

Електричне коло (рис. 5.10) характеризується параметрами: $Q_M = 100$,
 $f = 5 \text{ кГц}$, $L = 400 \text{ мкГн}$,
 $r_i = 6,2,5 \text{ кОм}$, $r_k = 10 \text{ Ом}$,
 $E = 0,2 \text{ В}$. Розрахувати активний опір контуру, індуктивності та ємності контуру. Визначити струми у гілках і напругу на контурі при резонансі.

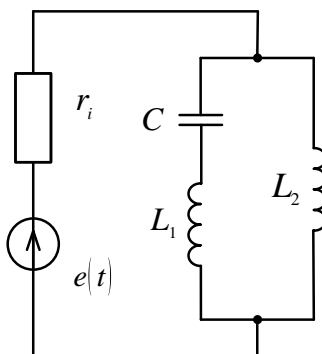


Рис. 5.10 Схема електричного кола

Рішення:

Розраховуємо резонансну частоту контуру:

$$f_0 = \Pi \cdot Q_n = 500 \text{ кГц};$$

Розраховуємо ємність контуру:

$$C = 1 / \left(\frac{1}{L} \cdot \pi \cdot f_0 \right)^2 \cdot L = 253 \text{ нФ};$$

Розраховуємо хвильовий опір контуру:

$$\rho = \sqrt{L/C} = 1257 \text{ Ом};$$

Розраховуємо опір і провідність контуру I виду на резонансній частоті:

$$R_0 = \rho^2 / r_k = 158005 \text{ Ом}; \quad g_0 = 1/R_0 = 6,3 \cdot 10^{-6} \text{ См};$$

Розраховуємо провідність схеми з умови забезпечення добротності навантаженого контуру 100:

$$g = 1/Q_M \cdot \rho = 7,96 \cdot 10^{-6} \text{ См};$$

Розраховуємо коефіцієнт включення контуру з боку джерела сигналу: $g = g_0 + m^2 \cdot g_i$;

звідки, $m = \sqrt{(g - g_0) / g_i} = 0,32$.

Розраховуємо індуктивності L_1 і L_2 :

$$m = L_1 / L;$$

звідки, $L_1 = L \cdot m = 128 \text{ мкГн}$; $L_2 = L - L_1 = 272 \text{ мкГн}$.

Розраховуємо опір контуру II виду на резонансній частоті:

$$R_0'' = R_0 \cdot m^2 = 16179,7 \text{ Ом};$$

Розраховуємо напругу на контурі на резонансній частоті:

$$U_\mu = E \cdot R_0'' / (R_i + R_0'') = 0,04 \text{ В};$$

Розраховуємо струм джерела на резонансній частоті:

$$I_0 = E / (R_i + R_0'') = 2,5 \cdot 10^{-6} \text{ А};$$

Розраховуємо струми у гілках контуру на резонансній частоті:

$$I = Q_n \cdot I_0 = 2,5 \cdot 10^{-4} \text{ А}.$$

Контрольні питання

1. Види складних паралельних контурів.
2. Первинні та вторинні параметри складних контурів.
3. Коефіцієнт включення складних контурів.

Завдання на самостійну підготовку

Завдання № 5.14.

Складний паралельний коливальний контур II виду підключений до джерела сигналу з низьким опором $R_i = 2 \text{ кОм}$ (рис. 5.11.)

Визначити коефіцієнт включення, при якому на резонансній частоті від джерела сигналу в контур буде передаватися максимально можлива потужність, тобто буде забезпечений режим узгодження внутрішнього опору джерела з еквівалентним вхідним опором контуру.

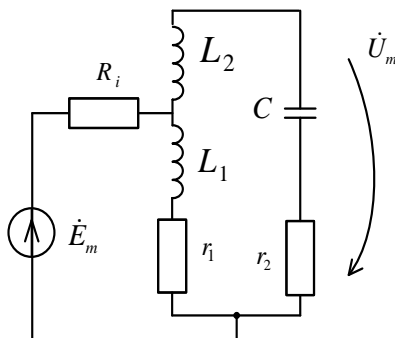


Рис. 5.11 Схеми електричного кола.

Практичне завдання 6

РОЗРАХУНОК ВЛАСНИХ ПАРАМЕТРІВ ЧОТИРЬОХПОЛЮСНИКІВ

Мета

- усвідомити фізичний сенс власних параметрів чотирьохполіусників;
- освоїти методику їх розрахунку.

Вправи і завдання

Завдання № 6.1.

Розрахувати відповідні параметри чотирьохполіусника (рис. 6.1).

Дано:

$$r = 10 \text{ Ом}, \quad X_C = 10 \text{ Ом}.$$

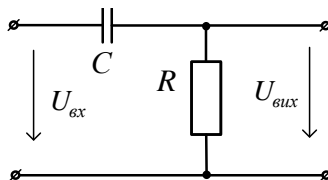


Рис. 6.1. Чотирьохполіусник.

Рішення:

Складаємо комплексну схему кола:

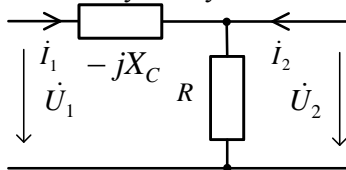


Рис. 6.2. Еквівалентна схема заміщення.

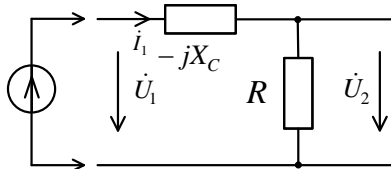
а) Розраховуємо Z -параметри.

1. Записуємо рівняння чотириполосника з Z -параметрами.

$$\dot{U}_1 = \dot{I}_1 Z_{11} + \dot{I}_2 Z_{12}; \quad \dot{U}_2 = \dot{I}_1 Z_{21} + \dot{I}_2 Z_{22}.$$

Кожне рівняння містить два невідомих параметра. Для визначення того або іншого параметра необхідно виконати умову рівності нулю одного з доданків рівняння. Для цього виконують дослід холостого ходу чи короткого замикання на одній із сторін чотириполосника.

2. Записуємо вираз для визначення параметрів чотириполосника та складаємо згідно цим виразами схеми для їхнього розрахунку. При розрахунку вважають, що одна з величин (U чи I) є заданою. Після цього знаходять вхідну величину й визначають параметри. Наприклад, вважаючи, що для першої схеми відомо U отримаємо: $\dot{I}_1 = \dot{U}_1 / (r - jX_C)$, звідси, $Z_{11} = \dot{U}_1 / \dot{I}_1 = r - jX_C$.

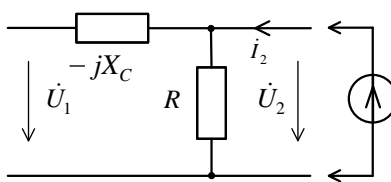


$$Z_{11} = \dot{U}_1 / \dot{I}_1 \Big|_{\dot{I}_2=0},$$

$$Z_{21} = \dot{U}_2 / \dot{I}_1 \Big|_{\dot{I}_2=0},$$

$$Z_{12} = \dot{U}_1 / \dot{I}_2 \Big|_{\dot{I}_1=0},$$

$$Z_{22} = \dot{U}_2 / \dot{I}_2 \Big|_{\dot{I}_1=0}.$$



3. Розраховуємо за отриманими виразами Z -параметри.

$$Z_{11} = r - jX_C = 10\sqrt{2} \cdot e^{-j45^\circ} \text{ Ом}; \quad Z_{21} = r = 10 \text{ Ом};$$

$$Z_{12} = r = 10 \text{ Ом}; \quad Z_{22} = r = 10 \text{ Ом}.$$

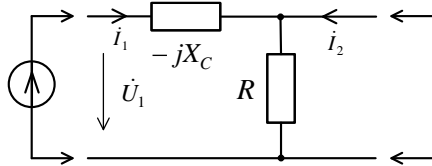
б) Розраховуємо Y -параметри.

1. Записуємо рівняння чотириполосника з Y -параметрами.

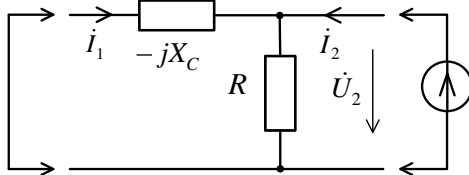
$$\dot{I}_1 = \dot{Y}_{11} \dot{U}_1 + \dot{Y}_{12} \dot{U}_2; \quad \dot{I}_2 = \dot{Y}_{21} \dot{U}_1 + \dot{Y}_{22} \dot{U}_2.$$

2. Записуємо вираз для визначення параметрів чотириполосника та складаємо згідно цим виразам схеми для їх розрахунку.

$$Y_{11} = \dot{I}_1 / \dot{U}_1 \Big|_{\dot{U}_2=0}, \quad Y_{21} = \dot{I}_2 / \dot{U}_1 \Big|_{\dot{U}_2=0}.$$



$$Y_{12} = \dot{I}_1 / \dot{U}_2 \Big|_{\dot{U}_1=0}; \quad Y_{22} = \dot{I}_2 / \dot{U}_2 \Big|_{\dot{U}_1=0}.$$



$$Y_{11} = \frac{1}{-jX_C}; \quad Y_{21} = \frac{1}{-jX_C} = Y_{12}; \quad Y_{11} = \frac{r - jX_C}{jrX_C}$$

3. Розраховуємо по отриманих виразах Y -параметри.

$$Y_{11} = 1 / \leftarrow jX_C \underline{\underline{=}} 0,1 \cdot e^{j90^0} \text{ Ом}; \quad Y_{12} = -1 / \leftarrow jX_C \underline{\underline{=}} 0,1 \cdot e^{-j90^0} \text{ Ом};$$

$$Y_{21} = -1 / \leftarrow jX_C \underline{\underline{=}} 0,1 \cdot e^{-j90^0} \text{ Ом};$$

$$Y_{22} = \leftarrow -jX_C \underline{\underline{r}} \cdot \leftarrow jX_C \underline{\underline{=}} 0,1\sqrt{2} \cdot e^{j45^0} \text{ Ом}.$$

A -параметри:

$$\begin{vmatrix} \sqrt{2} \cdot e^{-j45^0} & 10 \cdot e^{-j90^0} \\ 0,1 & 1 \end{vmatrix}$$

H -параметри:

$$\begin{vmatrix} 10 \cdot e^{-j90^0} & 1 \\ -1 & 0,1 \end{vmatrix}$$

B -параметри:

$$\begin{vmatrix} 1 & 10 \cdot e^{-j90^0} \\ 0,1 & \sqrt{2} \cdot e^{-j45^0} \end{vmatrix}$$

C -параметри:

$$\begin{vmatrix} 0,05\sqrt{2} \cdot e^{j45^0} & -1/\sqrt{2} \cdot e^{j45^0} \\ 1/\sqrt{2} \cdot e^{j45^0} & 5\sqrt{2} \cdot e^{-j45^0} \end{vmatrix}$$

Завдання № 6.2.

Визначити Y -параметри транзистора ГТЗ 13 В, рис. 6.3.

Дано: $h_{11\delta} = 25 \text{ Ом}$; $h_{12\delta} = 4 \cdot 10^{-3}$; $h_{22\delta} = 3,5 \text{ мкСм}$; $h_{21e} = 30$.

$h_{11} = U_1/I_1$ – вхідний опір;

$h_{22} = I_2/U_2$ – вхідна провідність;

$h_{12} = U_2/U_1$ – коефіцієнт передачі по напрузі;

$h_{21} = I_2/I_1$ – коефіцієнт передачі по струму.

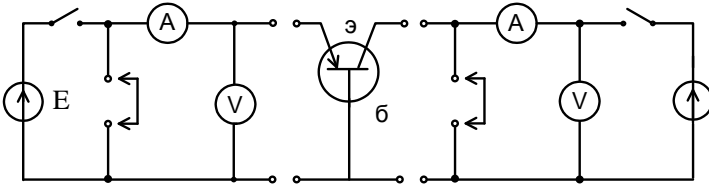


Рис. 6.3. транзистор ГТЗ 13 В.

Рішення:

1. Розраховуємо $h_{21\delta}$ -параметр.

$$h_{21\delta} = -\frac{h_{21e}}{1+h_{21e}} = -0,968;$$

2. Розраховуємо Y -параметри транзистора, увімкненого в схему з спільною базою, за формулами перерахунку параметрів:

$$Y_{11\delta} = 1/h_{11\delta} = 4 \cdot 10^{-2} \text{ Ом};$$

$$Y_{12\delta} = -h_{12\delta}/h_{11\delta} = -1,6 \cdot 10^{-4} \text{ Ом};$$

$$Y_{21\delta} = h_{21\delta}/h_{11\delta} = -3,872 \cdot 10^{-2} \text{ Ом};$$

$$Y_{22\delta} = \Delta H_{\delta}/h_{11\delta} = \begin{vmatrix} h_{11\delta} & h_{12\delta} \\ h_{21\delta} & h_{22\delta} \end{vmatrix} / h_{11\delta} = 1,5838 \cdot 10^{-4} \text{ Ом};$$

3. Складаємо невизначену матрицю Y -параметрів транзистора.

Властивості невизначеної матриці Y -параметрів транзистора.

сума елементів у будь-якому рядку й будь-якому стовпці дорівнює 10;

у невизначеній матриці чотири елементи незалежні;

визначник невизначеної матриці дорівнює нулю;

за невизначеною матрицею можна отримати матрицю провідностей, яка відповідає будь-якій схемі увімкнення шляхом викреслення стовпця й рядка з загальним затиском.

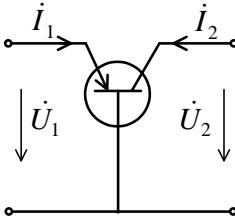


Рис. 6.6.

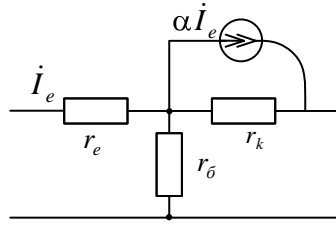


Рис. 6.7.

Довідка.

Розрахунок проводиться за формулами, які наведені у «Справочнике по расчетам на микрокалькуляторах» авт. В.П. Дяконов. стр. 399, (додаток).

$$r_e = h_{11\bar{e}} - h_{12\bar{e}} \cdot \frac{1}{h_{22\bar{e}}} = 25,0495 \text{ Ом};$$

$$r_k = \frac{1}{h_{21\bar{e}}} - h_{12\bar{e}} \cdot \frac{1}{h_{22\bar{e}}} = 200 \cdot 10^3 \text{ Ом};$$

$$r_o = h_{12\bar{e}} / h_{22\bar{e}} = 500 \text{ Ом};$$

$$a = - \frac{h_{21\bar{e}}}{h_{22\bar{e}}} + h_{12\bar{e}} \cdot \frac{1}{h_{22\bar{e}}} = 0,99.$$

	е	к	б
е	$4 \cdot 10^{-2}$	$-1,6 \cdot 10^4$	$-3,93 \cdot 10^{-2}$
к	$-3,87 \cdot 10^{-2}$	$1,584 \cdot 10^{-4}$	$3,856 \cdot 10^{-2}$
б	$-1,28 \cdot 10^{-3}$	$1,62 \cdot 10^{-6}$	$1,278 \cdot 10^{-3}$

Схема заміщення транзистора на базі Y -параметрів.

$$\dot{I}_1 = Y_{11}\dot{U}_1 + Y_{12}\dot{U}_2; \quad \dot{I}_2 = Y_{21}\dot{U}_1 + Y_{22}\dot{U}_2.$$

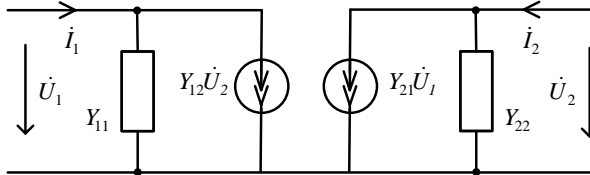


Рис. 6.6. Схема заміщення транзистора.

Струм \dot{I}_1 розгалужується на дві гілки:

- одна з пасивним елементом (еквівалентна провідність Y_{11})
- активний елемент, тобто джерело струму, залежне від напруги \dot{U}_2 .

Схема заміщення транзистора на базі H -параметрів.

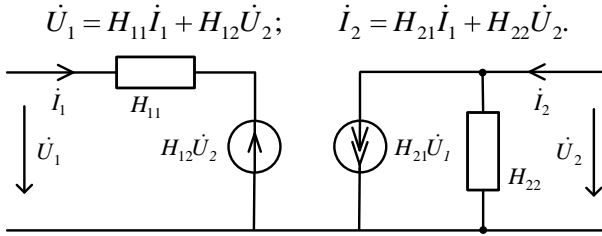


Рис. 6.7. Схема заміщення транзистора.

Контрольні питання

1. Чотириполюсники: визначення, класифікація, призначення.
2. Фізичний сенс власних параметрів чотириполюсника.
3. Методика розрахунку власних параметрів чотириполюсника.
4. Представлення активних елементів у вигляді чотириполюсника. Схеми включення активних елементів.
5. Визначення Y -параметрів транзистора за відомими H -параметрами.
6. Еквівалентні схеми заміщення активних чотириполюсників на базі Y й H -параметрів.

Завдання на самостійну підготовку

Завдання № 6.3.

Розрахувати Y, Z, A, H -параметри чотириполюсника (рис. 6.8 а,б). Дано: $R = 10 \text{ Ом}$.

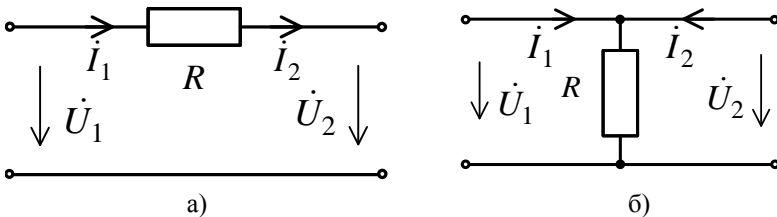


Рис. 6.8. Схеми чотириполюсника.

Завдання № 6.4.

Розрахувати Y -параметри чотириполюсника (рис. 6.9 а,б.)

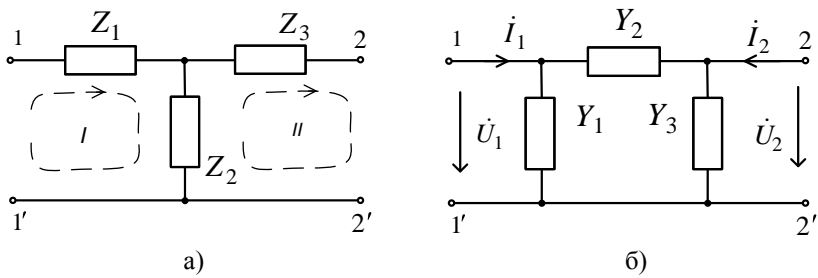


Рис. 6.9. Схеми чотириполюсника.

Практичне завдання 7

АНАЛІЗ ПЕРЕХІДНИХ ПРОЦЕСІВ

Мета

- усвідомити суть операторного методу аналізу перехідних процесів;
- надати практичні навички розрахунку перехідних процесів операторним методом;
- надати практичні навички розрахунку струму й напруги в перехідному режимі у електричного кола першого порядку з ненульовими початковими умовами;
- надати практичні навички розрахунку струму та напруги у перехідному режимі у розгалужених колах при нульових і ненульових початкових умовах;
- засвоїти методику якісної побудови графіків струмів та напруг у розгалужених колах при перехідному режимі.

7.1. Розрахунок операторним методом перехідних процесів у колах з нульовими початковими умовами.

Завдання № 7.1.

Послідовне rL -коло (рис. 7.1.) вмикають постійну напругу.

Розрахувати операторним методом струм у колі та напругу на індуктивності у перехідному режимі.

Дано:
 $r = 20 \text{ кОм}; L = 150 \text{ мГн};$
 $E = 2 \text{ В}.$

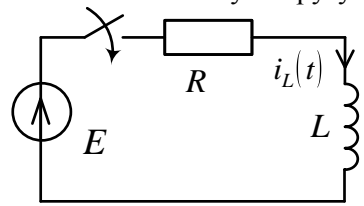


Рис. 7.1. Послідовне rL -коло.

Рішення.

1. Зобразимо операторну схему заміщення з урахуванням нульових початкових умов (до комутації струм в індуктивності був рівний нулю (внутрішніх джерел нема)).

$$E \Phi = E/p;$$

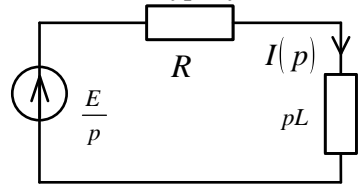


Рис. 7.2. Схема заміщення кола.

2. За законом Ома знаходимо струм у колі:

$$I \Phi = \frac{E \Phi}{Z \Phi} = \frac{E}{p + pL} = \frac{2}{p \cdot 150 \cdot 10^{-3} + 20 \cdot 10^3},$$

3. Знайдемо оригінал струму за теоремою розкладання (наведена у додатку):

$$i_L \Phi = \sum_{k=1}^n \frac{F_1 \Phi_k}{F_2' \Phi_k} e^{p_k t}; \quad F_1 \Phi = E; \quad F_2 \Phi = p \Phi L + r \Phi;$$

$$F_2' \Phi = p r + p^2 L = 2pL + r; \quad p_1 = 0; \quad p = -r/L;$$

$$F_2' \Phi_1 = r = 2 \cdot 10^4 \text{ Ом}; \quad F_2' \Phi_2 = -2r/L \cdot L + r = -r;$$

$$i_L \Phi = \frac{F_1 \Phi_1}{F_2' \Phi_1} e^{p_1 t} + \frac{F_1 \Phi_2}{F_2' \Phi_2} e^{p_2 t} = E/r \cdot e^{0t} + \frac{E}{-2r/L \cdot L + r} \cdot e^{-\frac{r}{L}t} =$$

$$= E/r - E/r e^{-\frac{r}{L}t} = 10 \left(1 - e^{-13,3 \cdot 10^6 t} \right) \text{ МА.}$$

4. Знайдемо напругу в індуктивності:

$$U_L \Phi = L \frac{di_L \Phi}{dt} = L \left(E/r - r/L \right) e^{-\frac{r}{L}t} = E \cdot e^{-\frac{r}{L}t} = 2 \cdot e^{-13,3 \cdot 10^6 t} \text{ В.}$$

5. Побудуємо графіки $i_L \Phi$ й $U_L \Phi$:

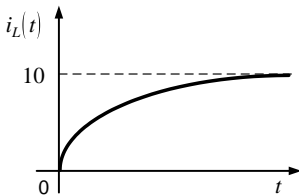


Рис. 7.3. Графік виміру струму в індуктивності.

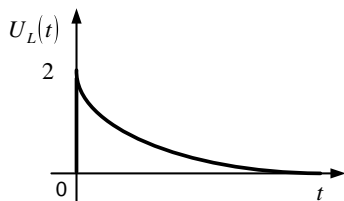


Рис. 7.4. Графік виміру напруги в індуктивності.

Задача №7.2.

У послідовне rC -коло (рис. 7.5.) подається напруга $U \overset{\sim}{=} 0,1 \cdot e^{-500t}$. Знайти закон зміни напруги у конденсаторі й струму у колі.

Дано: $R = 2 \text{ кОм}$, $C = 0,15 \text{ мкФ}$.

Рішення:

1. Зобразимо операторну схему заміщення після комутаційного кола (рис. 7.6.) з урахуванням нульових й початкових умов $U_C \overset{\sim}{=} U_C \overset{\sim}{=} 0$, внутрішніх джерел в колі нема.

Тут: $E \overset{\sim}{=} 0,1/p + 500$; $Z_C \overset{\sim}{=} 1/pC$.

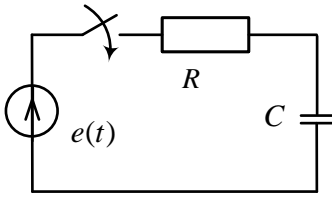


Рис. 7.5. Послідовне з'єднання rC -кола

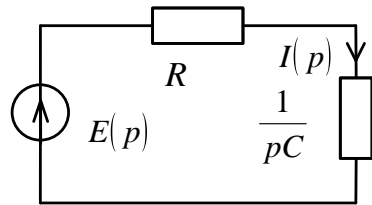


Рис. 7.6. Схема заміщення кола.

2. За законом Ома знаходимо струм й напругу в конденсаторі:

$$I \overset{\sim}{=} \frac{E \overset{\sim}{}}{Z \overset{\sim}{}} = \frac{E \overset{\sim}{}}{r + 1/pC} = \frac{E \overset{\sim}{}}{1 + prC};$$

$$U_C \overset{\sim}{=} I \overset{\sim}{}} \cdot Z_C \overset{\sim}{}} = \frac{E \overset{\sim}{}}{1 + prC} = \frac{0,1}{p + 500} \cdot \frac{1}{p \cdot 3 \cdot 10^{-4} + 1};$$

3. За теоремою розкладання розрахуємо $U_C \overset{\sim}{}}$:

$$U_C \overset{\sim}{}} = \sum_{k=1}^n \frac{F_1 \overset{\sim}{}}{F_2' \overset{\sim}{}}} e^{p_k t}; \quad F_1 \overset{\sim}{}} = 0,1;$$

$$F_2 \overset{\sim}{}} = p + 500} \cdot \frac{1}{p \cdot 3 \cdot 10^{-4} + 1};$$

З умови $F_2 \overset{\sim}{}} = 0$ визначимо $p_1 = -500$, $p_2 = -3333$;

$$F_2' \overset{\sim}{}}_{p_1} = 2p \cdot 3 \cdot 10^{-4} + 1,15; \quad F_2' \overset{\sim}{}}_{p_1} = 2 \cdot 3 \cdot 10^{-4} \cdot (-500) + 1,15 = 0,85;$$

$$F_2' \overset{\sim}{}}_{p_2} = 2 \cdot 3 \cdot 10^{-4} \cdot (-3333) + 1,15 = -0,85;$$

$$U_C \overset{\sim}{=} \frac{0,1}{0,85} e^{-500 \cdot t} - \frac{0,1}{0,85} e^{-3333 \cdot t} = 0,12 \cdot e^{-500 \cdot t} - 0,12 \cdot e^{-3333 \cdot t}, \text{ В.}$$

4. Розрахуємо струм у колі, використовуючи співвідношення

$$i \overset{\sim}{=} C \frac{dU_C \overset{\sim}{}}{dt};$$

$$i \overset{\sim}{=} 0,15 \cdot 10^{-6} \cdot 0,12 \cdot 500 \cdot e^{-500 \cdot t} - 0,15 \cdot 10^{-6} \cdot 0,12 \cdot 3333 \cdot e^{-3333 \cdot t} = 59,99 \cdot 10^{-6} \cdot e^{-3333 \cdot t} - 9 \cdot 10^{-6} \cdot e^{-500 \cdot t} \text{ А.}$$

5. Будуємо графіки

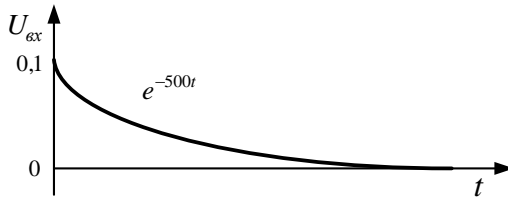


Рис. 7.8. Графік вхідної напруги.

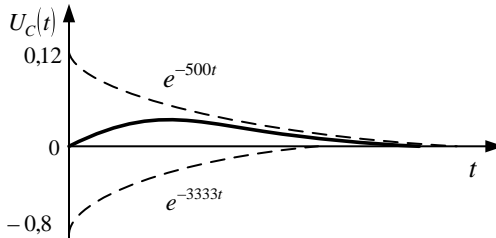


Рис. 7.9. Графік напруги в ємності.

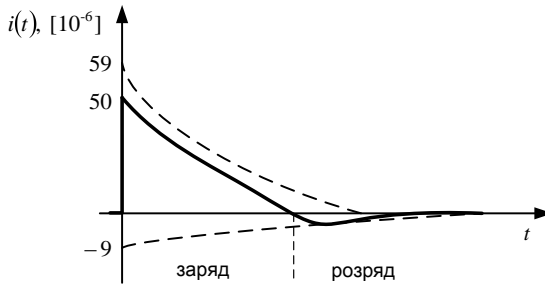


Рис. 7.10. Графік струму в колі.

Як видно з графіка, в момент часу t_0 напруга в конденсаторі, що заряджається стає рівною вхідній напрузі. Надалі, при $t > t_0$ напруга в конденсаторі стає більше ніж вхідна напруга і він починає розряджатися, що відповідає зміні напрямку струму в колі на зворотне (на графіку струм має негативні значення).

Контрольні питання

1. Сутність операторного методу аналізу перехідних процесів.
2. Закон Ома і Кірхгофа в операторній формі.
3. Початкові умови: визначення, класифікація.
4. Порядок розрахунку перехідних процесів операторним методом.

Завдання на самостійну підготовку

Завдання № 7.3.

До входу послідовного rL -кола (рис. 7.11) подається напруга $U \overset{\sim}{=} U \cdot e^{-\alpha t}$.

Розрахувати струм у колі, визначити його максимальне значення.

Дано:

$$U = 10 \text{ В}; \quad \alpha = 2;$$

$$R = 20 \text{ Ом}; \quad L = 0,1 \text{ Гн}.$$

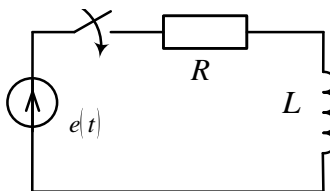


Рис. 7.11. Схема послідовного rL -кола.

7.2. Розрахунок відгуку кола на вплив операторним методом.

Завдання № 7.4.

Визначити струм в індуктивності і напругу на ній у перехідному режимі.

Побудувати графіки.

Дано:

$$R_1 = 1 \text{ кОм}; \quad R_2 = 1,5 \text{ кОм};$$

$$L = 100 \text{ мГн}; \quad E = 2 \text{ В}.$$

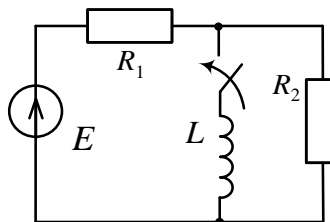


Рис. 7.14. Схема електричного кола.

Рішення:

1. Зобразимо операторну схему заміщення післякомутаційного кола з урахуванням нульових початкових умов. До комутації струм в індуктивності дорівнював нулю: тому внутрішнє джерело на схемі не показано.

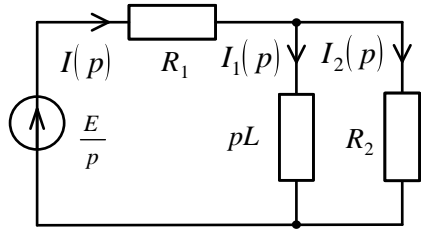


Рис. 7.15. Схема заміщення післякомутаційного кола.

2. Визначимо операторний струм $I \Phi$ джерела:

$$I \Phi = \frac{E \Phi}{Z_e \Phi} = \frac{E}{p r_1 + r_2 + pL/r_2 + pL};$$

3. Використовуючи формулу дільника струму, визначимо операторний струм в індуктивності:

$$I_1 \Phi = I \Phi \cdot \frac{r_2}{r_2 + pL} = \frac{E \cdot r_2}{p p r_1 L + r_2 L + r_1 \cdot r_2};$$

4. Знайдемо оригінал струму в індуктивності за формулою розкладання:

$$i_1 \Phi = i_2 \Phi = \sum_{k=1}^n \frac{F_1 \Phi_k}{F_2' \Phi_k} e^{p_k \cdot t};$$

$$F_1 \Phi = E \cdot r_2; \quad F_2 \Phi = p p r_1 L + r_2 L + r_1 \cdot r_2; \\ p_1 = 0; \quad p_2 = -r_1 \cdot r_2 / L r_1 + r_2;$$

$$F_2' \Phi = 2p r_1 L + r_2 L + r_1 \cdot r_2; \quad F_2' \Phi_1 = r_1 \cdot r_2 = 1,5 \cdot 10^6, \quad \text{Ом}^2;$$

$$F_2' \Phi_2 = -\frac{2r_1 \cdot r_2 r_1 L + r_2 L}{r_1 + r_2 L} + r_1 \cdot r_2 = -r_1 \cdot r_2 = -1,5 \cdot 10^6, \quad \text{Ом};$$

Тоді струм в індуктивності:

$$i_1 \Phi = i_L \Phi = \frac{E \cdot r_2}{r_1 \cdot r_2} \cdot e^{0 \cdot t} - \frac{E \cdot r_2}{r_1 \cdot r_2} e^{\frac{-r_1 \cdot r_2 \cdot t}{L r_1 + r_2}} = 2 \Phi + e^{-6 \cdot 10^3 \cdot t} \text{ mA}.$$

5. Визначимо напругу на індуктивності:

$$U_L \Phi = L \frac{di_L \Phi}{dt} = \frac{E \cdot r_2}{r_1 + r_2} \cdot e^{\frac{-r_1 \cdot r_2 \cdot t}{L r_1 + r_2}} = 1,2 \cdot e^{-6 \cdot 10^3 \cdot t} \text{ B}.$$

6. Будуємо графіки:

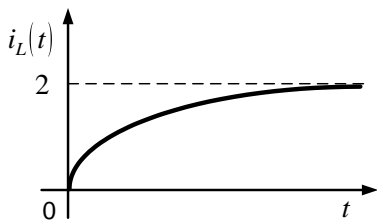


Рис. 7.16. Графік струму в індуктивності.

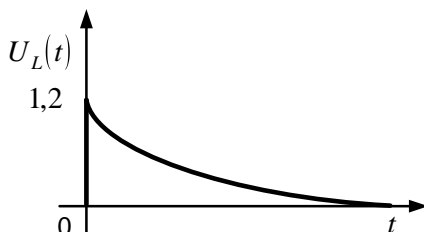


Рис. 7.17. Графік напруги в індуктивності.

Завдання № 7.5.

Розрахувати струм і напругу на індуктивності в перехідному режимі після комутації (рис. 7.18).

Дано:

$$R_1 = 10 \text{ Ом}; \quad R_2 = 30 \text{ Ом};$$

$$L = 0,1 \text{ Гн}; \quad E = 1,2 \text{ В}.$$

Рішення:

1. Визначимо

початкові умови:

$$i(0_-) = i(0_+) = E/r_2 =$$

$$= 1,2/30 = 0,04, \text{ А}.$$

2. Складаємо

післякомутаційну

еквівалентну операторну схему кола (рис. 7.19).

3. За законом Ома визначаємо струм і напругу на індуктивності для після комутаційного кола.

$$I(p) = \frac{E_{\Sigma}(p)}{Z_{\Sigma}(p)} = \frac{E/p + L \cdot i(0)}{r_1 + r_2 + pL} = \frac{E + pLi(0)}{p(pL + r_1 + r_2)} =$$

$$= \frac{1,2 + 0,004 p}{p(p \cdot 0,1 + 40)} = \frac{F_1(p)}{F_2(p)};$$

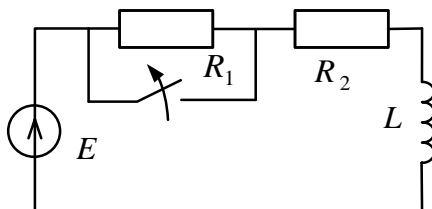


Рис. 7.18. Схема електричного кола.

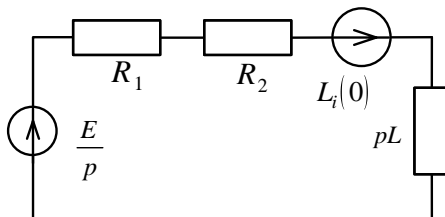


Рис. 7.19. Післякомутаційна схема електричного кола.

$$U_L(p) = pL \cdot I(p) = \frac{0,12 + 0,0004 p}{p \cdot 0,1 + 40};$$

4. Розрахуємо оригінал струму $i(t)$ за теоремою розкладання.

$$i(t) = \sum_{k=1}^n \frac{F_1(p_k)}{F_2'(p_k)} \cdot e^{p_k t}; \quad \begin{aligned} F_1(p) &= 1,2 + 0,004 p \\ F_2(p) &= p(p \cdot 0,1 + 40) \end{aligned}$$

Із умови $F_2(p) = 0$ визначаємо:

$$p_1 = 0; \quad p_2 = -400; \quad F_2'(p) = 0,2p + 40;$$

$$i(t) = \frac{1,2}{40} \cdot e^{0t} + \frac{1,2 + 0,004(-400)}{0,2(-400) + 40} \cdot e^{-400t} = 0,03 + 0,01 \cdot e^{-400t} \text{ A.}$$

5. Визначаємо напругу на індуктивності:

$$U_L(t) = L \frac{di(t)}{dt} = L \cdot 0,01(-400) \cdot e^{-400t} = 0,4 \cdot e^{-400t} \text{ B.}$$

6. Будуємо графіки:

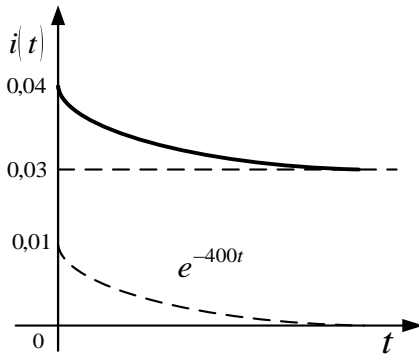


Рис. 7.20. Графік зміни струму в колі.

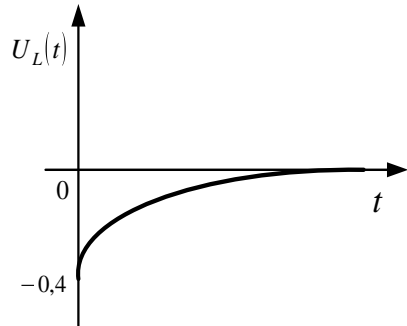


Рис. 7.21. Графік зміни напруги в індуктивності.

Як видно з графіків у післякомутаційному колі величина струму зменшується по експоненті від 0,04 до 0,03 А. Це зменшення струму викликає відповідну зміну напругу на індуктивності:

$$U_L(0+) = -U_{r_1}(0+) = -i(0) \cdot r_1 = -0,4, \text{ B.}$$

Це є умовою збереження незмінності струму $i_L(0) = i_L(0+)$.

Контрольні питання

1. Сутність операторного методу аналізу перехідних процесів.
2. Закон Ома і Кірхгофа в операторній формі.
3. Початкові умови: визначення, класифікація.
4. Еквівалентна операторна схема кола та його елементів.
5. Порядок розрахунку перехідних процесів операторним методом.
6. Операторні функції кола: визначення, класифікація.
7. Властивості операторних функцій.
8. Розрахунок операторних функцій.

Завдання на самостійну роботу

Завдання № 7.6.

Розрахувати за допомогою операторної функції напругу на R_3 у перехідному режимі.

Дано:

$$R_1 = 10 \text{ Ом}; \quad R_2 = R_3 = 20 \text{ Ом};$$

$$C = 0,1 \text{ мкФ}; \quad E = 10 \text{ В}.$$

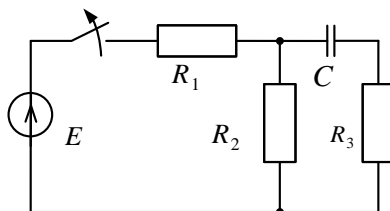


Рис.7.22. Схема електричного кола.

Практичне заняття 8

РОЗРАХУНОК ЧАСОВИХ ХАРАКТЕРИСТИК ЕЛЕКТРИЧНОГО КОЛА ПЕРШОГО ПОРЯДКУ

Мета

- ознайомити з методикою розрахунку перехідних та імпульсних характеристик;
- надати практичні навички розрахунку часових характеристик електричних кіл першого порядку;
- засвоїти метод якісного побудови перехідних характеристик.

Задача № 8.1.

Для схем (рис. 8.1 а,б), розрахувати перехідні та імпульсні коефіцієнти передачі по напрузі, перехідні провідності. Побудувати їх графіки.

Параметри елементів кола: $r = 10 \text{ кОм}$, $C = 0,022 \text{ мкФ}$,
 $L = 25 \text{ мГн}$.

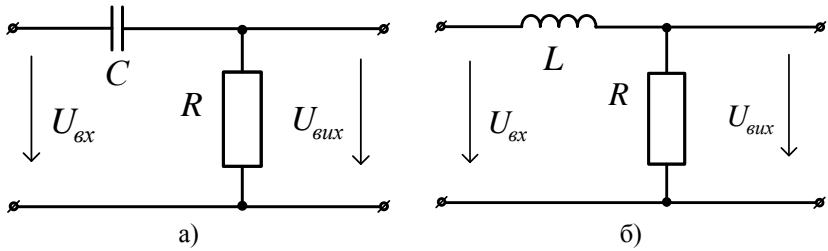


Рис. 8.1. Схеми електричного кола.

Рішення:

1. Для визначення перехідних характеристик визначимо закон зміни струму і напруги на R у перехідному режимі при підключенні на вході джерела постійної напруги $E = 1 \text{ В}$.

$$\text{а) } i = i_{np} + i_{cv} = 0 + A \cdot e^{-t/\tau};$$

$$\tau = r \cdot C;$$

$$\text{б) } i = i_{np} + i_{cv} = \frac{E}{r} + A \cdot e^{-t/\tau};$$

$$\tau = L/r;$$

Із початкових умов (при $t = 0_+$):

$$i(0_+) = E/r; \text{ так як,}$$

$$U_R(0_+) + U_C(0_+) = E, \text{ то}$$

$$U_C(0_+) = 0,$$

(другий закон комутації)

$$U_R(0_+) = r \cdot i(0_+) = E,$$

$$E/r = 0 + A; \quad A = E/r;$$

$$i(0_+) = E/r \cdot e^{-t/r \cdot C};$$

$$i(0_+) = E,$$

(за першим законом комутації)

$$0 = E/r + A; \quad A = -E/r;$$

$$i(0_+) = E/r - E/r \cdot e^{-t \cdot r/L};$$

Напруга на R :

$$U_R(0_+) = r \cdot i(0_+) = E \cdot e^{-\frac{t}{r \cdot C}};$$

$$U_R(0_+) = r \cdot i(0_+) = E \left(1 - e^{-\frac{t \cdot r}{L}} \right).$$

2. Для визначення перехідних та імпульсних коефіцієнтів передачі по напрузі і перехідних провідностей необхідно розділити на величину вхідної напруги вихідні значення напруги U_R та струму i .

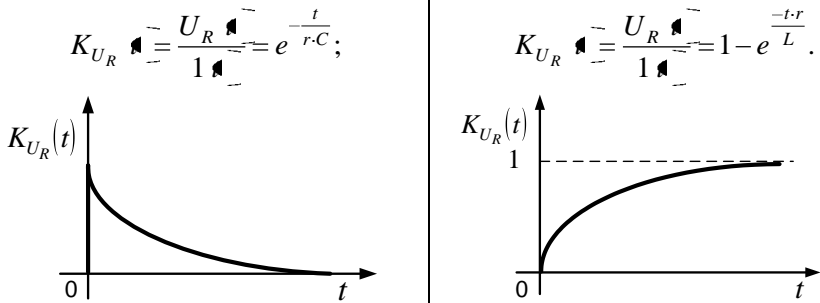


Рис. 8.2. Перехідні коефіцієнти передачі по напрузі

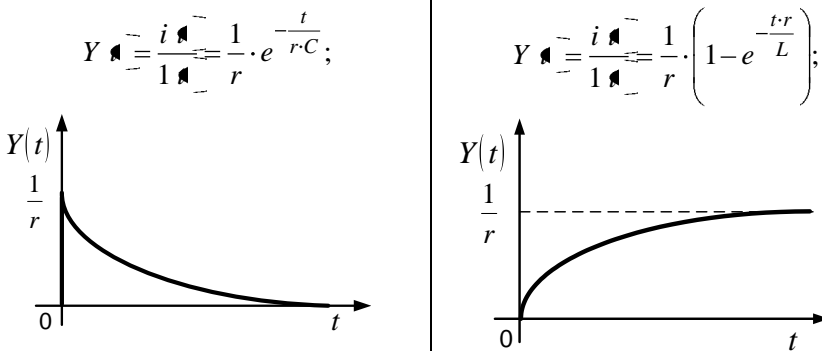


Рис. 8.3. Перехідна провідність.

3. Визначаємо імпульсні характеристики, використовуючи формули:

$$g = h' + h \cdot \delta \quad (\text{де } h = K_{UR})$$

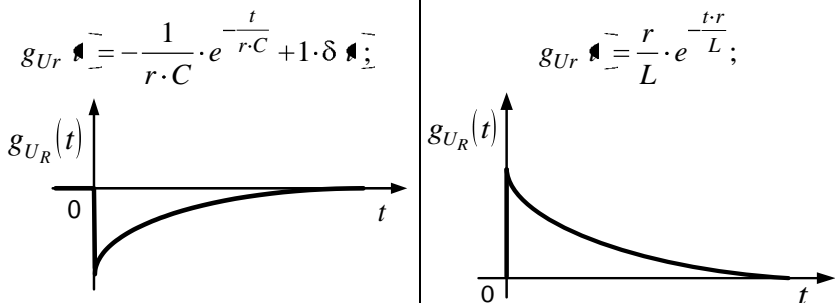


Рис. 8.4. Імпульсна характеристика коефіцієнта передачі по напрузі

$g_K = -\frac{1}{r^2 \cdot C} \cdot e^{-\frac{t}{rC}} + \frac{1}{r} \cdot \delta;$	$g_K = \frac{1}{L} \cdot e^{-\frac{t}{L}};$
--	---

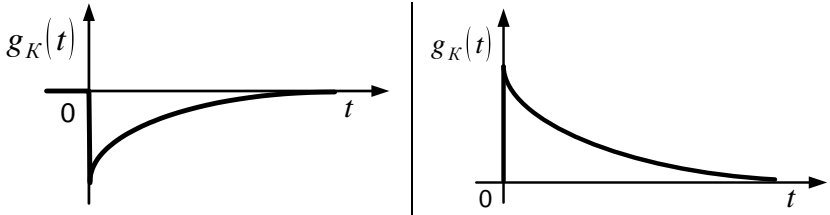


Рис. 8.5. Імпульсна характеристика кола.

Задача №8.2.

Розрахувати перехідний та імпульсний коефіцієнти передачі по напрузі, перехідну та імпульсну провідності, схема електричного кола представлена на рис. 8.6.

Дано:

$$R_1 = 10 \text{ кОм};$$

$$R_2 = 12 \text{ кОм};$$

$$C = 0,022 \text{ мкФ}.$$

Побудувати їх графіки.

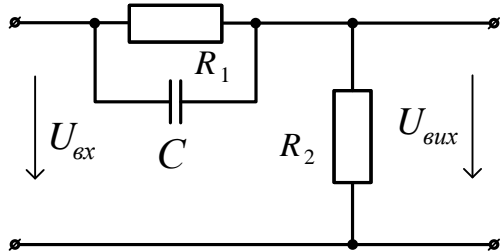


Рис. 8.6. Схема електричного кола.

Рішення:

1. Для визначення перехідного коефіцієнта передачі по напрузі $K_{U_{R_2}}$, розрахуємо струм у колі в перехідному режимі при підключенні його до джерела постійної напруги $E = 1 \text{ В}$.

$$i = i_{np} + i_{cv} = \frac{1}{r_1 + r_2} + A \cdot e^{pt};$$

2. Використовуючи номінальні умови, знаходимо постійну інтегрування:

$$U_C(0) = U_C(\infty) = 0;$$

$$i(0) = E/r_2 = 1/r_2;$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{r_2} &= \frac{1}{r_1 + r_2} + A \rightarrow A = \\ &= \frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1 + r_2} = \frac{r_1}{r_2(r_1 + r_2)}; \end{aligned}$$

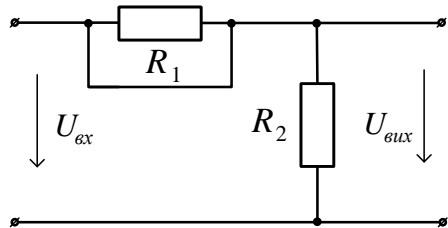


Рис. 8.6. Схема електричного кола.

3. Остаточно запишемо розв'язок диференціального рівняння:

$$i_{\text{к}} = \frac{1}{r_1 + r_2} + \frac{r_1}{r_2(r_1 + r_2)} e^{pt};$$

$$p = -\frac{1}{\tau_K} = -\frac{1}{r_e \cdot e} = -\frac{1}{\frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2} \cdot e} = -800 \text{ 1/с};$$

$$\tau_K = 1,2 \cdot 10^{-3} \text{ с} = 1,2 \text{ мс};$$

$$i_{\text{к}} = 45 \cdot 10^6 + 37 \cdot 10^{-6} \cdot e^{-800t} \text{ А.}$$

4. Визначаємо напругу на виході кола:

$$U_{\text{вих}} = U_{K2} = i_{\text{к}} r_2 = \frac{r_2}{r_1 + r_2} + \frac{r_1}{r_1 + r_2} \cdot e^{pt} =$$

$$= 540 \cdot 10^{-3} + 444 \cdot 10^{-3} \cdot e^{-800t} \text{ В.}$$

5. Розраховуємо перехідну та імпульсну характеристики:

$$K_U = h = \frac{U_{\text{вих}}}{U_{\text{вх}}} = \frac{U_{\text{вих}}}{1} = 540 \cdot 10^{-3} + 444 \cdot 10^{-3} \cdot e^{-800t} = K_{UR2};$$

$$g_{UR2} = h' + h(0) \cdot \delta = 355,2 \cdot e^{-800t} + 0,984 \cdot \delta.$$

6. Визначаємо прохідну провідність:

$$Y = \frac{i_{\text{к}}}{E} = i_{\text{к}} = 45 \cdot 10^{-6} + 37 \cdot 10^{-6} \cdot e^{-800t} \text{ См.}$$

7. Розраховуємо імпульсну провідність:

$$g_y = y' + y(0) \cdot \delta = -29,6 \cdot 10^{-3} \cdot e^{-800t} + 82 \cdot 10^{-6} \cdot \delta.$$

8. Будуємо графіки:

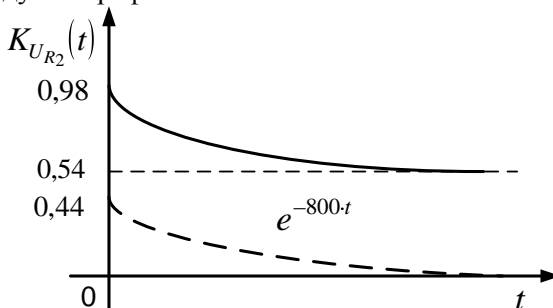


Рис.8.7. Графік перехідного коефіцієнта передачі по напрузі.

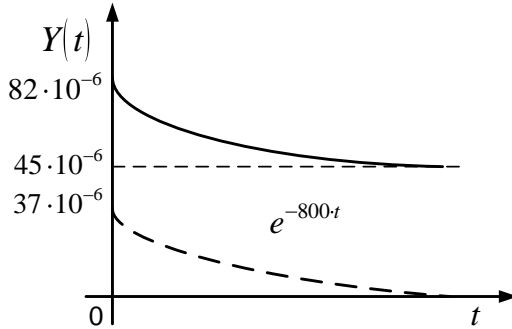


Рис.8.8. Графік перехідної провідності.

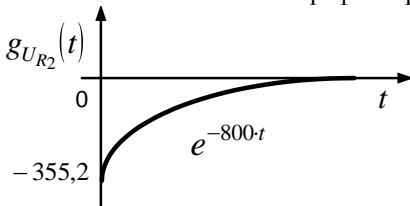


Рис.8.9. Графік імпульсного коефіцієнта передачі по напрузі.

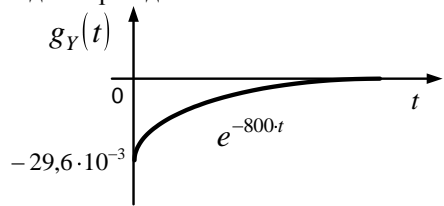


Рис.8.10. Графік імпульсної провідності

Контрольні питання

1. Типові впливи, їх визначення, класифікація, математичний запис і графічний вигляд.
2. Часові характеристики, визначення, класифікація.
3. Перехідні характеристики, визначення, класифікація.
4. Імпульсні характеристики, визначення, класифікація.
5. Методика розрахунку перехідних та імпульсних характеристик.
6. Зв'язок між перехідною та імпульсною характеристикою.

Завдання на самостійну підготовку

Задача № 8.3.

Розрахувати перехідні і імпульсні коефіцієнти передачі по напрузі, перехідну та імпульсну провідність.

Дано:

$$R = 10 \text{ кОм};$$

$$L = 25 \text{ мГн}.$$

Будувати графіки.

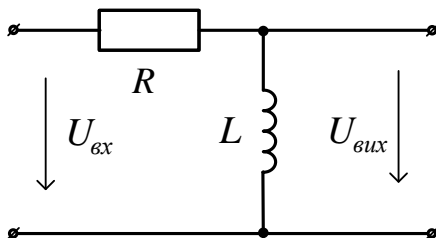


Рис. 8.11. Схема електричного кола.

Задача № 8.4.

Знайти перехідну провідність і коефіцієнти передачі по напрузі інтегруючого ЕК, рис. 8.12.

Розглянути його параметри, що забезпечують якісне інтегрування прямокутного відеоімпульса з $\tau_i = 10 \text{ мкс}$, якщо опір навантаження $R_H = 20 \text{ кОм}$.

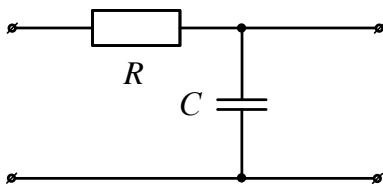


Рис. 8.12. Схема електричного кола.

Практичне заняття 9

РОЗРАХУНОК ПЕРЕХІДНИХ ПРОЦЕСІВ МЕТОДОМ ІНТЕГРАЛУ ДЮАМЕЛЯ

Мета

1. Ознайомити з порядком розрахунку перехідних процесів методом інтегралу Дюамеля.
2. Надати практичні навички розрахунку перехідних процесів методом інтегралу Дюамеля.
3. Надати практичні навички розрахунку струмів та напруг перехідних режимів з нульовими початковими умовами.
4. Ознайомити з особливістю метода інтегралу Дюамеля.

Порядок розрахунку:

- записують одну з восьми форм інтеграла Дюамеля, які надані у додатку в табл. 1;
- визначають відповідну часову характеристику;

- розраховують компоненти, які входять в інтеграл Дюамеля;
- виконують інтегрування та обчислюють необхідну величину (струм, напругу перехідного режиму);
- проводять розрахунок для $t(0_+)$ и $t \rightarrow \infty$, будують графік знайденої величини.

Задача № 9.1.

Визначити напругу на опорі R інтегруючого rL -кола (рис. 9.1), якщо напруга на вході $u \stackrel{\sim}{=} Ue^{-\alpha t}, B$.

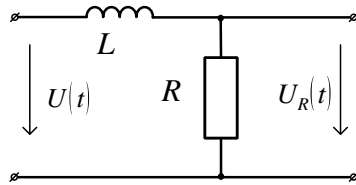


Рис. 9.1. Схема електричного кола.

Рішення.

1. Вибирають аналітичний вираз інтеграла Дюамеля у додатку табл. 1:

$$f_{\text{вих}} \stackrel{\sim}{=} f_{\text{вх}} \stackrel{\sim}{\cdot} h \stackrel{\sim}{\ominus} + \int_0^t f_{\text{вх}} \stackrel{\sim}{\llcorner} h' \stackrel{\sim}{\llcorner} - \tau \stackrel{\sim}{d}\tau.$$

2. Конкретизуючи величини, які входять в інтеграл Дюамеля, отримують:

$$u_R \stackrel{\sim}{=} u \stackrel{\sim}{\cdot} K_{U_R} \stackrel{\sim}{\ominus} + \int_0^t u \stackrel{\sim}{\llcorner} K'_{U_R} \stackrel{\sim}{\llcorner} - \tau \stackrel{\sim}{d}\tau.$$

3. Визначають перехідну характеристику по напрузі на опорі R :

$$K_{U_R} \stackrel{\sim}{=} \frac{u_R \stackrel{\sim}{\llcorner} 1 \stackrel{\sim}{\llcorner}}{1 \cdot 1 \stackrel{\sim}{\llcorner}}$$

4. На рис. 9.2 приведена схема для розрахунку перехідної характеристики $K_{U_R} \stackrel{\sim}{\llcorner}$:

$$u_R \stackrel{\sim}{=} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) \cdot 1 \cdot 1 \stackrel{\sim}{=} \left(1 - e^{-\frac{tr}{L}} \right) \times 1 \cdot 1 \stackrel{\sim}{=} B,$$

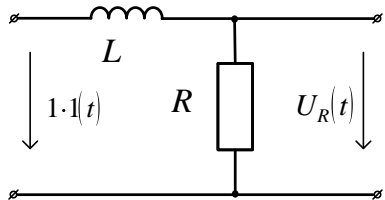


Рис. 9.2. Схема електричного кола.

де $\tau = L/R$.

Отже, $K_{U_R} = 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} = 1 - e^{-\frac{tR}{L}}$.

5. Розраховують компоненти, які входять до інтегралу Дюамеля:

$$u_{\text{ш}} = Ue^{-\alpha t}; \quad u_{\text{ш}} = Ue^{-\alpha \tau};$$

$$K_{U_R} = 0; \quad K'_{U_R} = \frac{R}{L} e^{-\frac{tR}{L}}; \quad K'_{U_R} - \tau = \frac{R}{L} e^{-\frac{R}{L} \tau}.$$

6. Інтегруємо та обчислюємо напругу u_R :

$$u_R = \int_0^t Ue^{-\alpha \tau} \cdot \frac{R}{L} e^{-\frac{R}{L} t} \cdot e^{\frac{R}{L} \tau} d\tau = \frac{UR}{L} e^{-\frac{R}{L} t} \int_0^t e^{\left(\frac{R}{L} - \alpha\right) \tau} d\tau =$$

$$= \frac{UR}{L \left(\frac{R}{L} - \alpha\right)} e^{-\frac{R}{L} t} \cdot e^{\left(\frac{R}{L} - \alpha\right) \tau} \Bigg|_0^t = \frac{U}{1 - \frac{\alpha L}{R}} e^{-\frac{R}{L} t} \left(e^{\frac{R}{L} t} \cdot e^{-\alpha t} - 1 \right) =$$

$$= \frac{U}{1 - \frac{\alpha L}{R}} \left(e^{-\alpha t} - e^{-\frac{R}{L} t} \right).$$

7. Перевіряємо розрахунок для $t \rightarrow 0_+$ і $t \rightarrow \infty$:

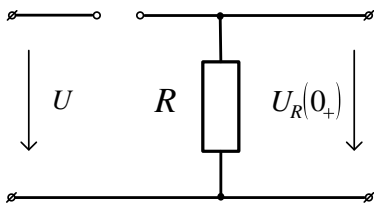


Рис. 9.3. Еквівалентна схема

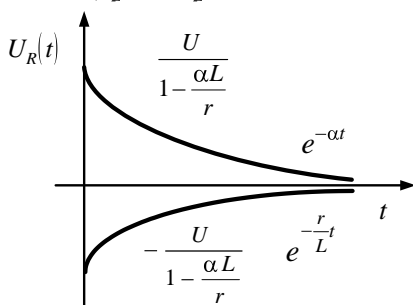


Рис. 9.4. Графік напруги.

На рис. 9.3 наведена еквівалентна схема для $t \geq 0$. Згідно з першим законом комутації $i_L(0_-) = i_L(0_+) = 0$ індуктивність замінюють розривом.

Отже, $u_R|_{t=0} = 0$.

Якщо $t \rightarrow \infty$, то $u_R|_{t \rightarrow \infty} = 0$, $u_R|_{t \rightarrow \infty} = 0$.

8. Підставляючи $t=0$ і $t \rightarrow \infty$ в аналітичний вираз, отримують такі ж значення. На рис. 9.4 наведений графік u_R , якщо $R/L > \alpha$.

Задача № 9.2.

Розрахувати напругу на виході RC -кола, якщо на вході кола (рис. 9.5) з'являється прямокутний відеосигнал з параметрами $U = 10$ мВ, $\tau_i = 5$ мкс. Параметри RC -кола: $R = 10$ кОм, $C = 50$ нФ.

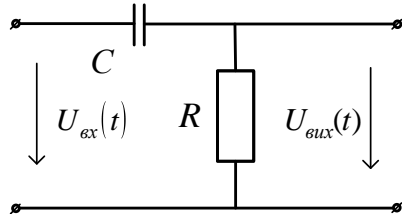


Рис. 9.5. Схема RC -кола.

Рішення.

1. Визначаємо перехідну характеристику по напрузі:

$$K_{U_R} = \frac{u_R}{u_{вх}} = 1 \cdot e^{-\frac{t}{RC}} = e^{-2 \cdot 10^6 t}$$

2. Представляємо вхідний сигнал у вигляді суми ступінчатих впливів (рис. 9.6):

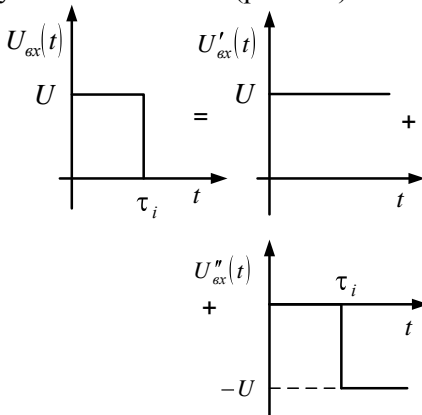


Рис. 9.6. Вхідний сигнал.

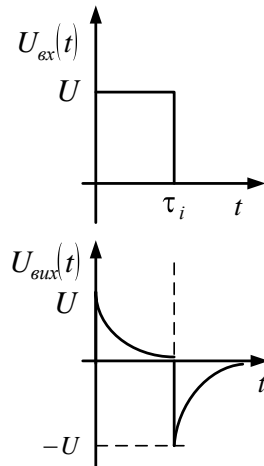


Рис. 9.7. Вхідна та вихідна напруга.

3. Визначаємо вихідний сигнал з співвідношення:

$$u_{\text{вих}} = K_{U_R} U - K_{U_R} \tau_u \dot{U} = 10e^{-2 \cdot 10^6 t} - 10e^{-2 \cdot 10^6 t} \tau_u \dot{U}$$

4. Графіки вхідної та вихідної напруги представлені на рис. 9.7.

Контрольні запитання

1. Особливості методу інтегралу Дюамеля.
2. Визначення часової характеристики.
3. Визначення імпульсної характеристики.
4. Порядок розрахунку перехідних процесів методом інтегралу Дюамеля.

Завдання на самостійну підготовку

Задача № 9.3.

До кола з послідовним з'єднанням rL -елементами з параметрами $R = 20 \text{ Ом}$, $L = 10 \text{ мГн}$, підведена напруга $u = 4e^{-4000t} \text{ В}$. Визначити стум у колі, використовуючи інтеграл накладення.

Задача № 9.4.

Визначити струм у диференціюючому rC -колі, використовуючи інтеграл накладення, відомо $R = 2 \text{ кОм}$, $C = 0,2 \text{ мкФ}$, вхідний вплив $u = 0,2e^{-1000t} \text{ В}$.

Особливості методу інтегралу Дюамеля.

Інтеграл Дюамеля застосовують для розрахунку струмів, напруг перехідних режимів у схемі з нульовими початковими умовами, якщо вплив має складну форму. У табл. 1 наведені форми записи інтеграла Дюамеля.

При визначенні струму або напруги перехідного режиму, які позначені $f_{\text{вих}}$, можливо використовувати одну з восьми форм запису. В інтеграл Дюамеля, крім вхідного сигналу $f_{\text{вх}}$, входять часові характеристики h і g .

Особливістю методу інтеграла Дюамеля являється необхідність завчасно розрахувати часові характеристики.

Таблиця 1
Форми запису інтеграла Дюамеля (згортки)

$$f_{\text{вих}} = f_{\text{вх}} \cdot h + \int_0^t f'_{\text{вх}} \cdot \tau \cdot \bar{h} \cdot d\tau; \quad f_{\text{вих}} = \int_0^t f_{\text{вх}} \cdot \bar{g} \cdot \tau \cdot d\tau;$$

$$f_{\text{вих}} = f_{\text{вх}} \cdot h + \int_0^t f'_{\text{вх}} \cdot \bar{h} \cdot \tau \cdot d\tau; \quad f_{\text{вих}} = \int_0^t f_{\text{вх}} \cdot \tau \cdot \bar{g} \cdot d\tau.$$

$$f_{\text{вих}} = f_{\text{вх}} \cdot h + \int_0^t f_{\text{вх}} \cdot \tau \cdot \bar{h}' \cdot d\tau; \quad f_{\text{вих}} = \frac{d}{dt} \int_0^t f_{\text{вх}} \cdot \bar{h} \cdot \tau \cdot d\tau;$$

$$f_{\text{вих}} = f_{\text{вх}} \cdot h + \int_0^t f_{\text{вх}} \cdot \bar{h}' \cdot \tau \cdot d\tau; \quad f_{\text{вих}} = \frac{d}{dt} \int_0^t f_{\text{вх}} \cdot \tau \cdot \bar{h} \cdot d\tau;$$

Теорема розкладання.

Якщо зображення має вигляд раціонального дробу:

$$F(p) = \frac{F_1(p)}{F_2(p)} = \frac{b_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + \dots + b_1 p + b_0}{a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_1 p + a_0},$$

причому ступінь багаточлену $F_1(p)$ нижче ступеня багаточлену $F_2(p)$, коефіцієнти a_k та b_k – речові числа, а корні p_k рівняння $F_2(p) = 0$ різні, то оригінал визначається виразом:

$$f(t) = \sum_{k=1}^n \frac{F_1(p_k)}{F_2'(p_k)} e^{p_k t}.$$

У випадку, якщо один з корнів рівняння дорівнює нулю, тобто $F_2(p) = pF_3(p)$, то оригінал знаходиться за формулою:

$$f(t) = \frac{F_1(0)}{F_3(0)} + \sum_{k=1}^n \frac{F_1(p_k)}{p_k F_3(p_k)} e^{p_k t}$$

У випадку, якщо рівняння $F_2(p) = 0$ має кратні корні, то оригінал знаходиться за формулою:

$$f(t) = \sum_{k=1}^n \frac{1}{n_k - 1!} \left[\frac{d^{m_k-1}}{dp^{m_k-1}} \cdot \frac{F_1(p)}{F_2(p)} \Big|_{p=p_k} - p_k^{m_k} e^{p_k t} \right]$$

Теорема розкладання у поєднанні з другими властивостями перетворення Лапласа дозволяє скласти таблиці зображень і оригіналів, які полегшують та прискорюють знаходження оригіналів за зображеннями. Деякі операторні відповідності, які найбільш частіше зустрічаються представлені у таблиці 2.

Таблиця 2.

Перетворення Лапласа.

№ п/п	Зображення	Оригінал
1	1	$\delta(t)$
2	$\frac{1}{p}$	$1(t)$
3	$\frac{1}{p^2}$	t
4	$\frac{1}{p^n}$	$\frac{1}{(n-1)!} t^{n-1}$, n - ціле положительное число
5	$\frac{1}{p + \alpha}$	$e^{-\alpha t}$
6	$\frac{1}{p + \alpha}$	$\frac{1}{\alpha} (1 - e^{-\alpha t})$
7	$\frac{1}{(p + \alpha)^2}$	$te^{-\alpha t}$

8	$\frac{p}{p+\alpha} = 1 - \frac{\alpha}{p+\alpha}$	$\delta \alpha^{-1} - \alpha e^{-\alpha t}$
9	$\frac{\alpha}{p+\alpha}$	$1 - e^{-\alpha t}$
10	$\frac{1}{p+\alpha} - \frac{1}{p+\beta}$	$\frac{1}{\beta-\alpha} (e^{-\alpha t} - e^{-\beta t})$
11	$\frac{p}{p+\alpha} - \frac{p}{p+\beta}$	$\frac{1}{\beta-\alpha} (\beta e^{-\beta t} - \alpha e^{-\alpha t})$
12	$\frac{p}{p^2+\omega^2}$	$\cos \omega t$
13	$\frac{\omega}{p^2+\omega^2}$	$\sin \omega t$
14	$\frac{\omega}{p^2-\omega^2}$	$sh \omega t$
15	$\frac{1}{(p+a)(p+b)}$	$\frac{1}{a-b} + \frac{1}{b-a} \left(\frac{e^{-bt}}{b} - \frac{e^{-at}}{a} \right)$
16	$\frac{p}{p^2-\omega^2}$	$ch \omega t$
18	$\frac{\omega}{(p+\alpha)^2+\omega^2}$	$e^{-\alpha t} \sin \omega t$
19	$\frac{p \sin \psi + \omega \cos \psi}{p^2+\omega^2}$	$\sin (\omega t + \psi)$
20	$\frac{p \cos \psi - \omega \sin \psi}{p^2+\omega^2}$	$\cos (\omega t + \psi)$
21	$\frac{\omega^2}{p^2+\omega^2}$	$1 - \cos \omega t$

ЛІТЕРАТУРА

1. Андре Анго Математика для электро- и радиоинженеров. пер. с фран. под общей ред. К.С. Шифрина – М. : Наука, 1964. – 772 с.
2. Атабеков Г.И. Теоретические основы электротехники, ч.1. Линейные электрические цепи / Г.И. Атабеков – М. : Энергия, 1978. – 424 с.
3. Баскаков С.И. Радиотехнические цепи и сигналы : учеб. для вузов / С.И. Баскаков – М. : Высш. шк., 1983. – 448 с.
4. Бронштейн И.Н. Справочник по математике для инженеров и учащихся вузов / И.Н. Бронштейн, К.А. Семендяев – М. : Наука, 1981. – 720 с.
5. Воробиенко П.П. Теория линейных электрических цепей : учеб. пос. / П.П. Воробиенко – М. : Радио и связь, 1989. – 328 с.
6. Гоноровский И.С. Радиотехнические цепи и сигналы : учеб. для вузов / И.С. Гоноровский – М. : Радио и связь, 1986. – 512 с.
7. Дьяконов В.П. Справочник по расчетам на микрокалькуляторах / В.П. Дьяконов – М. : Наука, 1989. – 464 с.
8. Карташов Р.П. Теория электрорадиоцепей / Р.П. Карташов, А.П. Медведев, под ред. А.М. Широкова, М.: Воениздат МО СССР, 1980. – 496 с.
9. Лосев А.К. Теория линейных электрических цепей : учеб. для вузов / А.К. Лосев – М. : Высшая школа, 1987. – 512 с.
10. Шебес М.Р. Теория линейных электрических цепей / М.Р. Шебес – М. : Высшая школа, 1967. – 480 с.

Навчальне видання

**ОСНОВИ ТЕОРІЇ КІЛ СИГНАЛИ ТА
ПРОЦЕСИ В ЕЛЕКТРОНИЦІ**

Лінійні електричні кола

Методичні рекомендації
до виконання практичних робіт
для студентів спеціальності 6.170101

Укладачі: ШМАТОК Олександр Станіславович
ПЕТРЕНКО Андрій Борисович
СЛІЗАРОВ Анатолій Борисович
ЧУНАРЬОВА Анна Вадимівна

Технічний редактор

Коректор

Підписано до друку . Формат 60x84/16. Папір друкарський.
Офсетний друк. Ум. фарбовідб. Ум. друк. арк. Обл.-вид. арк.
Тираж прим. Замовлення¹ № Ціна Вид. № _____

Видавництво НАУ.

03680, м. Київ, проспект Космонавта Комарова, 1.