

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ**  
**НАЦІОНАЛЬНИЙ АВІАЦІЙНИЙ УНІВЕРСИТЕТ**  
**Навчально-науковий Аерокосмічний інститут**  
**Механіко-енергетичний факультет**  
**КАФЕДРА МАШИНОЗНАВСТВА**

**КОНСПЕКТ ЛЕКЦІЙ**

з дисципліни «**Основи конструювання**»

(мова навчання – українська)

Галузь знань	0506	"Енергетика та енергетичне машинобудування"
Напрямок	6.050604	"Енергомашинобудування"

Укладачі:

П.Носко  
П.Філь

Конспект лекцій з дисципліни «Основи конструювання» розглянутий та схвалений на засіданні кафедри машинознавства

Протокол № \_\_\_\_ від «\_\_» \_\_\_\_ 2016 р.

Завідувач кафедри \_\_\_\_\_ М. Кіндрачук

НАЦІОНАЛЬНИЙ АВІАЦІЙНИЙ  
УНІВЕРСИТЕТ

Кафедра машинознавства

Дисципліна

«Деталі машин»

Лекції – 34 години (17)

Лабораторні роботи – 17 годин (9)

МКР – 2

Курсовий проект – 1

Екзамен

**СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНИХ ДЖЕРЕЛ**

**Основні рекомендовані джерела**

1. Воронкін М.Ф., Цимбалюк А.А. Основи теорії механізмів і машин: Конспект лекцій.- К.:КМУЦА,2000.-208 с.
2. Иванов М.Н. Детали машин.-М.: Высшая школа, 1991.-383 с.
3. Павлище В.Т. Основи конструювання та розрахунок деталей машин.-К.: Вища школа , 1993.-556 с.
4. Прикладна механіка і основи конструювання: навч. Посіб. / Г.М. Борозенець, В.М. Павлов, О.В. Голубничій [та ін.]. – К.: НАУ, 2015. – 356 с.

**Додаткові рекомендовані джерела**

- 5.Чернавский С.А., Боков К.Н., Чернин И.М. Курсовое проектирование деталей машин.-М.: Машиностроение,1987.-416 с.
6. Павлов В.М.,Борозенець Г.М., Голубничій О.В. та ін. Методичні вказівки та завдання на курсовий проект для студентів спеціальності „Газотурбінні установки і компресорні станції”.-К.: НАУ,2005.-33 с.
7. Павлов В.М., Борозенець Г.М., Голубничій О.В. та ін. Основи конструювання. Методичні вказівки до виконання курсового проекту для студентів спеціальності 6.090522 «Газотурбінні установки і компресорні станції».-К.: НАУ, 2006.-39 с.
8. Павлов В.М., Борозенець Г.М., Голубничій О.В. та ін. Основи конструювання. Кінематичне та силове дослідження плоских механізмів. Методичні вказівки для студентів спеціальності 6.090522 «Газотурбінні установни і компресорні станції».-К.:НАУ, 2005.-20 с.
9. Голубничий А.В., Луканин С.Н. Программа расчета одноступенчатой цилиндрической передачи на ЭВМ. Методические указания.-К.:КИИГА, 1990.- 32 с.
10. Цехнович Л.Н., Петриченко И.П. Атлас конструкций редукторов. К.: Высшая школа, 1979.-151 с.

**Державні стандарти, які використовують при вивченні:**

- 11.ГОСТ 2.301-68-ЕСКД. Форматы.
- 12.ГОСТ 2.302-68-ЕСКД. Масштабы.
- 13.ГОСТ 2.301-68-ЕСКД. Линии.
- 14.ГОСТ 2.701-84-ЕСКД. Схемы. Виды и типы. Общие требования к выполнению.
- 15.ГОСТ 2.703-68-ЕСКД. Правила выполнения кинематических схем.
- 16.ГОСТ 2.721-74-ЕСКД. Обозначения условные графические в схемах. Обозначения общего применения.
- 17.ГОСТ 2.770-68-ЕСКД. Обозначения условные и графические в схемах. Элементы кинематики.
- 18.ГОСТ 2.106-79-ЕСКД. Общие требования к текстовым документам.
- 19.ГОСТ 2.402-68-ЕСКД. Условные обозначения зубчатых колес, реек, червяков и звездочек цепных передач.
- 20.ГОСТ 16530-83 – Передачи зубчатые. Общие термины, определения и обозначения.
- 21.ГОСТ 16531-83 – Передачи зубчатые цилиндрические. Термины, определения и обозначения.
- 22.ГОСТ 16532-70 – Передачи зубчатые эвольвентные внешнего зацепления. Расчет геометрии.
- 23.ГОСТ 19274-73 – Передачи зубчатые конические с прямыми зубьями. Расчет геометрии.
- 24.ГОСТ 19672-74 – Передачи червячные цилиндрические. Модули и коэффициенты диаметра червяка.
- 25.ГОСТ 9563-60 – Основные нормы взаимозаменяемости. Колеса зубчатые. Модули.

## Лекція 1. Вступ до дисципліни.

### Основні поняття та визначення в теорії механізмів і машин

*Теорія механізмів і машин - це наука про загальні методи дослідження механізмів і машин та про наукові основи їх проектування.*

В літературі можна зустріти інші визначення. ТММ - наука, що вивчає загальні методи дослідження (теоретичні та експериментальні) механізмів і машин та проектування їх схем незалежно від конкретного призначення.

ТММ - наука про аналіз та синтез механізмів, механіку машин. Підкреслимо, методи ТММ придатні для дослідження та проектування будь-яких механізмів і не залежать від технічного призначення машини, приладу чи апарата. Наприклад, механізм двигуна внутрішнього згорання, механізм кривошипного преса та лісопилної рами (не дивлячись на різне призначення та повну несхожість зовнішнього вигляду) мають в основі один і той же кривошипно-повзунний механізм (рис. 1.1). Це дає можливість застосовувати загальні методи їх дослідження та проектування. Один і той самий механізм для перетворення обертового руху, виконаний у вигляді зубчастих коліс, може застосовуватись в автомобілях, верстатах і годинниках, тому можна при дослідженні механізмів з різним функціональним призначенням застосовувати загальні методи, що базуються на основних принципах сучасної механіки.

*ТММ - наукове підґрунтя для створення нових машин.* Проектування механізмів являє собою складну комплексну проблему, розв'язок якої розбивається на декілька етапів. В ТММ переважно розглядаються задачі першого етапу проектування, за допомогою яких розробляються кінематичні схеми механізмів, що відтворюють потрібний закон руху. Зрозуміло, що всі наступні етапи проектування базуються на першому визначальному етапі. Тому важко переоцінити роль ТММ як теоретичної основи проектування машин.

ТММ - це одна із загальноінженерних дисциплін. Курс ТММ є з'єднувальною ланкою між циклом загальнонаукових дисциплін та циклом спеціальних дисциплін, в яких вивчають машини та прилади окремих галузей техніки. ТММ є основою для вивчення курсів деталей машин, основ конструювання машин, підйимально-транспортних пристроїв, курсів з розрахунку і конструюванню окремих видів машин в залежності від спеціальності, за якою проводиться підготовка студентів, і т.ін. Курс ТММ є, по суті, вступним у спеціальність майбутнього інженера.

В основі курсу лежать фундаментальні положення математики і механіки. Ці положення розвиваються і доповнюються стосовно конкретних технічних задач, які виникають при дослідженні та проектуванні машин.

Більше всього ТММ ґрунтується на теоретичній механіці. Нагадаємо, механіка - наука про механічний рух та взаємодію матеріальних тіл. Механіку прийнято ділити на теоретичну та прикладну. Вони діалектично взаємопов'язані.

В теоретичній механіці встановлюють загальні закономірності об'єктів, що вивчаються без зв'язку з їх конкретним застосуванням.

Під терміном "Прикладна механіка" (крім ТММ, містить, як правило, опір матеріалів та деталі машин) розуміють галузь механіки, присвячену вивченню руху (та напруженого стану) дійсних технічних об'єктів-конструкцій, механізмів, машин, пристроїв з врахуванням загальних закономірностей, встановлених в теоретичній механіці. Враховуючи сказане, можна сформулювати ще одне визначення ТММ.

ТММ - наука, що вивчає структуру (будову), кінематику та динаміку механізмів і машин у зв'язку з їх аналізом та синтезом. Задачі ТММ дуже різноманітні, але найважливіші з них можна згрупувати за двома проблемами:

- *аналіз-дослідження існуючих механізмів та машин;*
- *синтез-проектування нових механізмів і машин.*

Наведемо деякі визначення. *Машина* - це пристрій, що виконує механічні рухи для перетворення енергії матеріалів та інформації з метою заміни або полегшення фізичної та розумової праці людини.

В ТММ основною ознакою машини, що відрізняє її від інших пристроїв, є наявність механічного руху. З точки зору функцій, що виконують машини, їх можна поділити на наступні класи: енергетичні машини; технологічні (робочі) машини; транспортні машини; інформаційні машини; кібернетичні машини.

Енергетичною машиною називається машина, що призначена для перетворення будь-якого виду енергії у механічну (і навпаки). У першому випадку вона називається машина-двигун, в другому випадку – машина-генератор.

В технологічних машинах (металообробні верстати та комплекси, ковальсько-пресове обладнання, прокатні стани, ливарне обладнання і т. ін.) змінюється форма, розміри, властивості, стан вихідних матеріалів та заготовок.

З допомогою транспортних машин та пристроїв відбувається переміщення вантажів, інструментів, людей та інших об'єктів у просторі з потрібною швидкістю.

Інформаційні машини – машини для одержання та перетворення інформації.

Кібернетична машина – це машина, що замінює або імітує різні механічні, фізіологічні або біологічні процеси, що притаманні людині і живій природі, та яка має елементи штучного інтелекту.

Зазначимо, що двигуна і робочу машину, що з ним з'єднана, називають машинним агрегатом. Часто до складу машинного агрегату входять передавальні механізми.

Виконання машиною своїх функцій зв'язане з передачею та перетворенням механічного руху. Носієм руху в машинах є механізми. Механізми-основа кожної машини. *Механізм* – спеціально створена система твердих тіл, що рухомо з'єднані і які рухаються певним, потрібним чином відносно одного з них, яке прийняте за нерухоме.

Основними ознаками механізмів є рухомість ланок (твердих тіл), визначеність (погодження) їх рухів. Більшість механізмів виконують функцію перетворення механічного руху твердих тіл.

*Механізм* – це система твердих тіл, що рухомо з'єднані між собою, яка призначена для перетворення руху одного чи кількох тіл у потрібні рухи інших тіл.

## Лекція 2. Структурне дослідження плоских шарнірних механізмів

1. Структура та класифікація механізмів
2. Ланки та кінематичні пари. Класифікація кінематичних пар
3. Кінематичні ланцюги
4. Основні види механізмів та їх структурні схеми
5. Структурні формули кінематичних ланцюгів
6. Аналіз ступеня вільності механізму
7. Структурна класифікація плоских механізмів. Основний принцип створення механізмів

### 1. Структура та класифікація механізмів

Структура механізму - це його будова. Будовою механізму визначаються такі його важливі характеристики, як види виконуваних рухів, способи їх перетворення, число ступенів вільності.

Основними структурними елементами механізму є ланки (тверді тіла) та кінематичні пари (рухомі з'єднання твердих тіл). Тобто, з точки зору ТММ, будь-який механізм чи машина складаються лише з ланок, які з'єднані між собою кінематичними парами.

### 2. Ланки та кінематичні пари. Класифікація кінематичних пар

Усі механізми та машини складаються з окремих деталей. Нагадаємо, деталь - це виріб, виготовлений без застосування складальних операцій, як правило, з цілого шматка матеріалу (або з окремих частин зварюванням), тому не може бути розібрана на простіші без руйнування.

Під час роботи машини існують деталі, які рухаються як одне ціле відносно інших деталей. Тому в ТММ має місце таке поняття як ланка.

Одна деталь або сукупність декількох деталей, які утворюють одну жорстку систему тіл і не мають рухів одне відносно іншого, представляють собою ланку. Отже, кожна ланка може складатись з однієї або декількох деталей, що утворюють нерухомі з'єднання. Найчастіше зустрічається таке визначення ланки. *Тверді тіла, з яких складається механізм, називаються ланками.* При цьому маються на увазі як абсолютно тверді, так і деформівні та гнучкі тіла. Рідини та гази в ТММ ланками не вважаються. Для прикладу розглянемо шатун двигуна внутрішнього згоряння (рис. 1.1, а, б, ланка 2). Це одна ланка, яка представляє собою сукупність декількох деталей (рис. 1.1, в: тіло

шатуна 1, втулка 2, вкладки 3, 4, рознімна головка 5, болти 6, гайки, контргайки, шайби, шплінти - 7), з'єднаних в одну геометричну незмінну систему. Оскільки всі ці деталі не мають між собою відносних рухів, утворюють одну жорстку систему тіл, і рухаються як одне ціле, то всі вони представляють собою одну ланку.

Ланки механізму рухомо з'єднані між собою. Рухоме з'єднання двох ланок, що дотикаються, називають кінематичною парою.

Точки, лінії, поверхні ланки, якими вона стикається (з'єднується) з іншою ланкою, утворюючи кінематичну пару, називають *елементами кінематичної пари*. Кінематична пара при взаємодії елементів допускає відносний рух ланок.

Для того, щоб елементи кінематичної пари перебували у постійному дотику (ланки в механізмі повинні бути постійно з'єднані між собою), пара повинна бути *замкнена*.

За характером замикання кінематичні пари поділяють на пари з *силовим* (за рахунок сил ваги, пружності, тиску рідини, газу і т.ін.) та *геометричним* (за рахунок конструктивних форм ланки) замиканням.

**Класифікація кінематичних пар.** За характером з'єднання ланок кінематичні пари поділяють на дві групи: нижчі та вищі. До *нижчих* відносяться пари, у яких ланки стикаються по поверхні, а до *вищих* - якщо елементами кінематичної пари є тільки лінії або точки. При цьому лінійний або точковий контакт розуміють як початковий – при дотиканні ланок без зусиль, а під навантаженням ланки, які утворюють вищу пару, будуть дотикатись по деякій дійсній поверхні, яка називається плямою контакту.

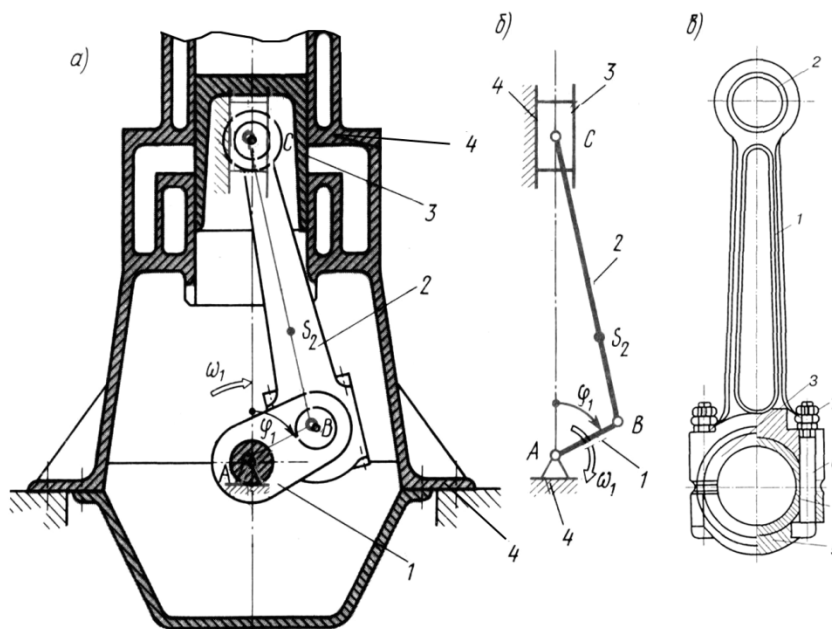


Рис. 1

*Кінематичні пари класифікують за числом (S) умов зв'язку (обмежень), які накладає пара на рух однієї ланки відносно іншої, рідше - за числом (H) ступенів вільності у відносному русі ланок. Число ступенів вільності у відносному русі ланок визначає вид пари за рухомістю. Розрізняють кінематичні пари одно-, дво-, три-, чотири-, і п'ятирухомі.*

*Числом ступенів вільності механічної системи називають число незалежних її можливих переміщень.*

В загальному випадку для абсолютно твердого тіла, що вільно рухається в просторі, число ступенів вільності дорівнює шести. Рух такого тіла можна уявити як обертання навколо та ковзання вздовж трьох довільно взятих взаємно перпендикулярних координатних осей (незалежно і одночасно). При плоскому русі тіло матиме три ступені вільності.

Отже, вільне в просторі тіло має шість ступенів вільності, тобто  $H=6$ . Це означає, що на рух вільного тіла не накладено ніяких обмежень.

Як вже було сказано, в механізмі вільних (не зв'язаних між собою) ланок немає. Кінематичні пари накладають обмеження на рух ланок, "змушують" їх рухатись певним чином, виконувати

потрібні, задані рухи. Або, інакше, для того, щоб ланка механізму рухалась певним чином, її рух необхідно обмежити кінематичною парою.

Входження ланки в кінематичну пару з іншою ланкою накладає на їх відносний рух певні обмеження - умови зв'язку (в'язі)  $S$ .

Очевидно, що число цих умов зв'язку не може бути більшим п'яти, інакше кінематична пара стане жорстким з'єднанням двох ланок, тобто вони утворять одну ланку. Так само не може бути кінематичної пари, яка не накладає жодного зв'язку, бо при цьому матимемо дві вільні ланки.

Отже, число  $S$  умов зв'язку, що накладають кінематичні пари на відносний рух ланок, може змінюватися в межах від 1 до 5, тобто  $1 \leq S \leq 5$ . Число ступенів вільності ланки, що входить до кінематичної пари, дорівнює  $H=6-S$ .

Клас кінематичної пари визначається числом умов зв'язку; його можна знайти з рівності  $S = 6 - H$ .

Номер класу пари збігається з числом  $S$  умов зв'язку. Оскільки число умов зв'язку може змінюватися в межах від 1 до 5, то число класів кінематичних пар дорівнює п'яти.

На рис. 1.2 наведено основні види кінематичних пар, їх схеми та умовне позначення згідно рекомендацій міжнародних стандартів, стосовно структурних та кінематичних схем. Відзначимо, що тут наведено принципове зображення кінематичних пар, а конструктивні виконання можуть бути різними.

Найбільше застосування в механізмах машин, приладах та інших пристроях отримали обертові кінематичні пари V класу.

*Обертובה пара* (рис. 1.2, а) – однорухома, допускає лише один відносний обертотвий рух однієї ланки навколо іншої, тобто число ступенів вільності  $H=1$ ; на відносний рух ланки накладено  $S=6-H=5$  умов зв'язку (в'язей). Отже, це кінематична пара п'ятого класу. Елементи обертотвої пари – це циліндричні поверхні (ланки 1 та 2 дотикаються по циліндричній поверхні); нижча пара замкнена геометрично.

*Поступальна пара* (рис. 1.2, б) – однорухома, допускає лише прямолінійний поступальний відносний рух ланок, тобто  $H=1$   $S=5$ ; отже, це кінематична пара V класу, нижча, з геометричним замиканням. Відомим прикладом конструктивного виконання такої кінематичної пари є пара поршень - циліндр двигуна внутрішнього згорання, поршневої помпи, компресора і т.ін.

V клас. Кінематичні пари V класу зустрічаються в трьох варіантах. Крім названих, обертотвої та поступальної, до V класу відносять також кінематичну пару гвинт – гайка (рис. 1.2, в), оскільки одна ланка відносно іншої має тільки один незалежний рух (обертання навколо і поступальний рух вздовж осі гвинта взаємопов'язані між собою).

IV клас. *Циліндрична пара* (рис. 1.2, г) – дворухома кінематична пара, допускає незалежні обертотвий та поступальний відносні рухи ланок, тобто  $H=2$ , а  $S=4$ , отже, це IV клас пари. Пара нижча (ланки дотикаються по циліндричній поверхні) з геометричним замиканням.

III клас. *Сферична пара* (кульковий шарнір, рис. 1.2, д), *площинна пара* (рис. 1.2, е) – трирухомі кінематичні пари. Рух однієї ланки відносно іншої зводиться до трьох незалежних відносних рухів (показано стрілками);  $H=3$ ,  $S=3$ , тобто пари III класу; пари нижчі, з геометричним замиканням.

II клас. *Лінійна пара*. Наведена варіантом “циліндр-площина” (рис. 1.2, є). Чотирирухома кінематична пара; можливі незалежні відносні рухи ланок (обертотві та поступальні) показані стрілками; тобто  $H = 4$ ,  $S = 2$ , II клас. Це вища пара, тому що контакт елементів ланок лінійний.

I клас. *Точкова пара* (рис. 1.2, ж). П'ятирухома кінематична пара, що являє собою кулю 1, яка перекочується з ковзанням по площині 2. Куля може здійснювати п'ять простих незалежних рухів;  $H=5$ , а  $S = 1$ . Рух кулі відносно площини може бути розкладений на три обертотві рухи навколо осей  $x$ ,  $y$ ,  $z$  та ковзання вздовж двох осей  $x$ ,  $y$ . Рух кулі вздовж вертикальної осі неможливий, тому що до низу він обмежений площиною, а при русі в протилежному напрямку порушується дотик ланок і кінематична пара перестане існувати. В даній кінематичній парі має бути передбачене силове замикання. Пара – вища, оскільки ланки дотикаються у точці. Зазначимо, в загальному випадку пари I класу одержують при лінійному дотику двох поверхонь, а II класу – при точковому.

Як бачимо, щоб визначити клас кінематичної пари, треба одну з ланок умовно прийняти за нерухому, зв'язати з нею просторову систему координат та порахувати можливі незалежні рухи іншої ланки,  $H$  (або порахувати накладені умови зв'язку, тобто обмеження на можливі прості рухи ланки,  $S$ ). Клас кінематичної пари знаходимо з рівності  $S = 6-H$ .

Відмітимо, що в плоских механізмах можуть бути лише кінематичні пари IV та V класів.

Відзначимо, що перевагою нижчих кінематичних пар, у порівнянні з вищими, є можливість передачі великих зусиль. Дія сил у нижчих парах розподіляється на більшу площу, у зв'язку з чим питомий тиск і стирання суттєво менші. Такі кінематичні пари є технологічнішими. Перевагою вищих пар є можливість відтворення самих найрізноманітніших законів руху вихідної ланки та зменшення тертя при застосуванні кінематичних з'єднань.

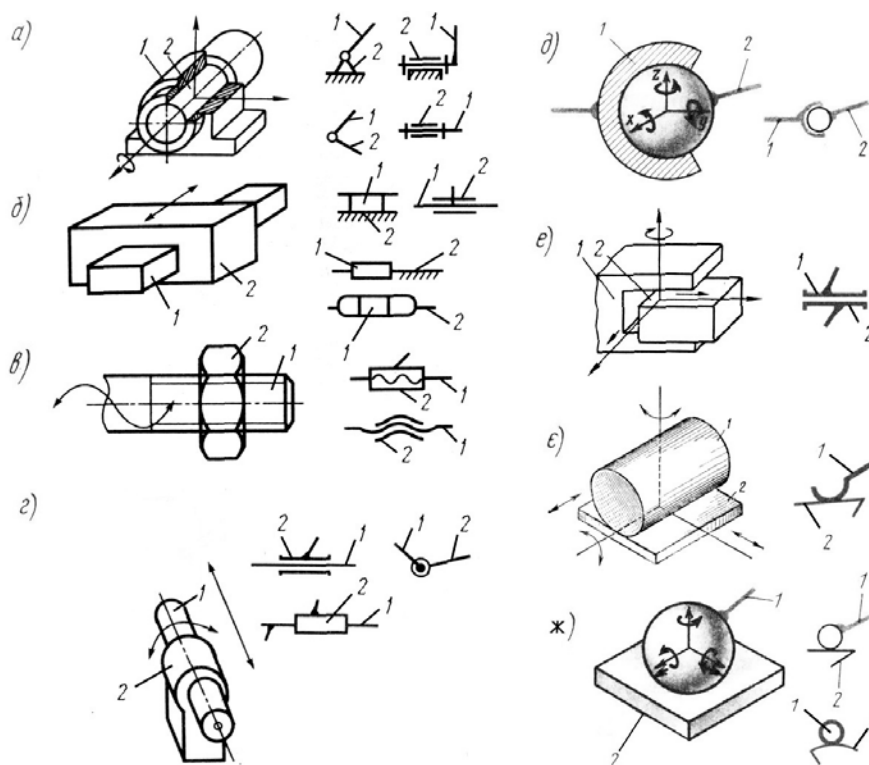


Рис. 1.2

**Кінематичні з'єднання.** Необхідно відмітити, що відносна рухомість ланок, що з'єднуються, може бути забезпечена також кінематичними з'єднаннями. Кінематичні з'єднання є аналогами кінематичних пар. Кінематичний ланцюг, що конструктивно замінює у механізмі кінематичну пару, називається *кінематичним з'єднанням*. Кінематичне з'єднання може складатися з декількох ланок та кінематичних пар, але тільки дві ланки з'єднання можуть бути з'єдані з іншими ланками механізму.

Прикладами кінематичних з'єднань можуть бути кулькова вальниця, кульково-гвинтові передачі, роликові напрямні та інші (замінують, відповідно, обертові, гвинтові та поступальні кінематичні пари). Застосування кінематичних з'єднань замість кінематичних пар дозволяє зменшити втрати на тертя, підвищити тримкість, спростити технологію виготовлення.

**Структурні та кінематичні схеми механізмів.** При зображенні механізму на кресленні, розрізняють його *структурну* схему із застосуванням умовних позначень ланок і кінематичних пар (без дотримання масштабу) і *кінематичну* схему, яка є його кінематичною моделлю.

Структурна схема містить загальну інформацію про механізм: про кількість ланок та кінематичних пар, послідовність, способи з'єднання ланок та види можливих рухів.

Кінематична схема механізму будується у вибраному масштабі з точним дотриманням всіх розмірів і форм, від яких залежить рух тієї чи іншої ланки. На кінематичній схемі повинно бути вказане все, що є необхідним для вивчення руху. Все зайве, що не впливає на рух, має бути вилучене, щоб не ускладнювати креслення.

На схемах ланки позначають арабськими цифрами  $0, 1, 2, 3, \dots$ , а кінематичні пари і різні точки ланок (наприклад, центри ваг) – латинськими літерами  $A, B, C, S_2 \dots$  (рис. 1.1, б).

Ланки розрізняють за конструктивними ознаками (корпус двигуна, колінчастий вал, шатун, поршень, зубчасте колесо і т.п.), але в ТММ найчастіше – залежно від характеру їхнього відносного руху. Наприклад: *кривошип* - ланка механізму, яка здійснює повний оберт навколо нерухомої осі (рис. 1.1, ланка 1); *коромисло* - ланка, яка здійснює коливальний рух; *повзун* - ланка, що здійснює поступальний прямолінійний рух (3); *шатун* - ланка важільного механізму, що здійснює плоскопаралельний рух (2); *кульса* - рухома ланка, яка є напрямною повзуна.

В кожному механізмі є одна нерухома ланка (або ланка, що приймається за нерухому) та одна чи декілька рухомих ланок. Нерухому ланку механізму називають *стояком*. Наприклад, у механізмі двигуна внутрішнього згоряння – блок двигуна, картер, головка циліндрів, циліндри, вальниці колінчастого вала і т.ін. утворюють в сукупності одну нерухому ланку – стояк (рис. 1.1, ланка 4). Стояк на схемі механізму позначають штриховкою. Поняття нерухомої ланки для транспортних машин умовне. *Стояк* – це ланка, відносно якої визначають рух усіх інших ланок механізму.

Згідно визначення, у будь-якому механізмі є ланка (або декілька), рух якої є заданим. Ланка, якій задається рух, що перетворюється у потрібні рухи інших ланок називається *вхідною*. На схемах її позначають дугою зі стрілкою (рис. 1.1, ланка 1). В деяких випадках застосовують терміни – *ведуча ланка*, *початкова ланка*. Якщо ланці приписується одна чи декілька узагальнених координат, то вона називається *початковою*. Ведуча ланка – ланка для якої елементарна робота зовнішніх сил, прикладених до неї, є додатна; якщо робота від’ємна, або дорівнює нулю – ведена. Ланка механізму, яка здійснює потрібний рух, для виконання якого призначено механізм, називається *вихідною*. Переважно у механізмі одна вхідна і одна вихідна ланки (механізм з одним ступенем вільності). Інші рухомі ланки – з’єднувальні, або проміжні. Вхідній ланці механізму з одним ступенем вільності переважно присвоюють номер 1, а вихідній номер  $n$ , проміжним ланкам порядкові номери: 2, 3, ...,  $n-1$ . Вхідна ланка отримує рух від двигуна, а вихідна з’єднується з робочим органом машини.

### 3. Кінематичні ланцюги

*Кінематичним ланцюгом* називають сукупність ланок, з’єднаних між собою кінематичними парами.

Отже, в основі кожного механізму лежить кінематичний ланцюг. Але при цьому не всякий кінематичний ланцюг є механізмом. Кінематичний ланцюг - це будь-яке з’єднання ланок кінематичними парами. Механізм, призначений для отримання певних, наперед заданих рухів. Тільки той кінематичний ланцюг буде механізмом, ланки якого здійснюють доцільні рухи, що слідує з інженерних, виробничих задач, для виконання яких сконструйовано механізм. Тобто, ланки в механізмі з’єднуються не будь-яким чином, а за певними правилами.

Кінематичні ланцюги бувають: простими і складними, замкненими і незамкненими, плоскими і просторовими.

В *простому* ланцюзі кожна ланка входить в одну або дві кінематичні пари (рис. 1.3, а). Якщо хоча б одна ланка входить більше як до двох кінематичних пар, то такий ланцюг називається *складним* (рис. 1.10, б, в, г).

Прості та складні кінематичні ланцюги, в свою чергу, поділяються на замкнені і незамкнені. *Незамкненим* називається ланцюг, у якого є ланка, що входить лише в одну кінематичну пару (рис. 1.4, ж). *Замкненим* називається ланцюг, кожна ланка якого входить не менш як у дві кінематичні пари (рис. 1.3, а). В замкненому ланцюзі ланки утворюють один або декілька контурів.

*Плоским* називають ланцюг, всі точки якого описують плоскі траєкторії або траєкторії що лежать в одній чи паралельних площинах (рис. 1.3, а). *Просторовим* називають ланцюг, у якого точки ланок описують просторові траєкторії, або траєкторії, розташовані в пересічних площинах (рис. 1.4).

### 4. Основні види механізмів та їх структурні схеми

Механізми поділяють, в першу чергу, на механізми з *нижчими* парами та механізми з *вищими* парами. Крім того, всі механізми можна поділити на плоскі та просторові (визначення плоских та просторових механізмів аналогічне до визначення плоских та просторових кінематичних ланцюгів).

Найрозповсюдженіші механізми з нижчими парами - важільні, клинові та гвинтові; з вищими парами - кулачкові, зубчасті, фрикційні, мальтійські та храпові (заскочкові). Нижче наведено приклади основних механізмів (їх схем), що застосовують у різних машинах.

*Важільні механізми* – це механізми, в яких ланки утворюють лише обертові, поступальні, циліндричні або сферичні кінематичні пари.



*Плоскі важільні механізми* (механізми, які мають тільки обертові та поступальні пари). Ці механізми знайшли широке застосування в машино- та приладобудуванні завдяки можливості забезпечення потрібного перетворення руху при простоті геометричної форми ланок та елементів кінематичних пар. Перевагами таких механізмів є висока технологічність виготовлення, можливість виконання шарнірних з'єднань на вальниціях котіння, здатність передавати відносно великі зусилля, довговічність та надійність у роботі.

*Кривошипно-повзунний механізм* (рис. 1.1) - один із найпоширеніших, застосовується в поршневих машинах (двигунах внутрішнього згоряння, компресорах, помпах), у кувальних машинах та пресах, лісопилних рамах, приладах і т.ін. Цей механізм служить для перетворення обертового руху кривошипа 1 в поступальний рух повзуна 3, чи навпаки (ланка 2 – шатун, ланка 4 – стояк).

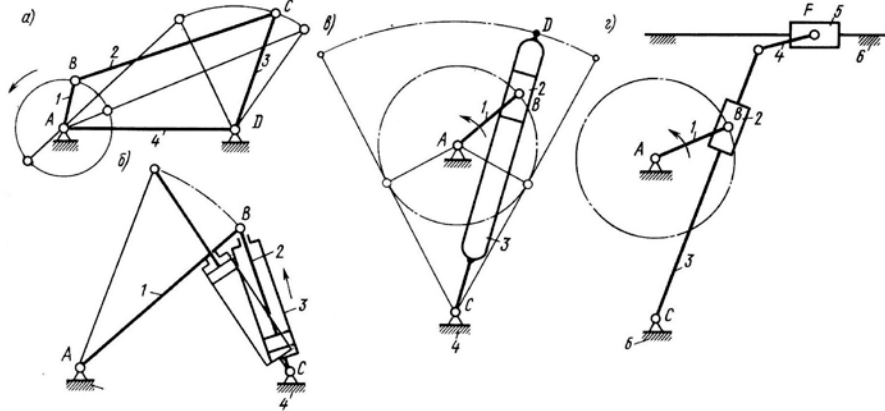


Рис. 1.3

Зазначимо, що в назвах низки механізмів відображені їх конструктивні ознаки та назви (характер руху) вхідної та вихідної ланок. Механізми, які мають тільки обертові пари, називають *шарнірними*.

*Шарнірний чотириланковик* (ланки з'єднані лише обертовими парами) служить для перетворення одного виду обертового руху в інший. В залежності від розмірів ланок може бути кривошипно-коромисловим, двокривошипним або двокоромисловим механізмом; застосовується у пресах та кувальних машинах, конвеєрах, прокатних станах, порталних кранах, у приводі коліс тепловозів, електровозів, вагових механізмів і т.ін. На рис. 1.3, а ланка 1 – кривошип, 2 – шатун, 3 – коромисло, 4 – стояк (випадок кривошипно-коромислового механізму).

*Кулісний механізм* призначений для перетворення одного виду неперервного обертового руху ланки 1 – кривошипа в інший, ланки 3 – куліси (рис. 1.3, в), або обертового руху в поступальний – ланки 5 – повзуна (рис. 1.3, з). Ланка 2 – повзун, який в кулісних механізмах називається кулісним каменем. Особливістю кулісних механізмів є прискорений зворотній хід куліси. Такі чотири- та шестиланкові кулісні механізми застосовують у стругальних і довбальних верстатах, поршневих помпах та компресорах, гідроприводах (куліса з каменем являє собою циліндр 3 з поршнем зі штоком 2, рис. 1.3, б) і т.ін. В кулісному механізмі, в залежності від розмірів ланок, куліса може виконувати коливальний, обертовий рух або рухатись поступально.

Відмітимо, що в сучасному машинобудуванні найширше застосовують плоскі механізми. Механізми зі складними структурно-кінематичними схемами в більшості випадків, за основну перетворювальну рух частину мають один з розглянутих вище типів механізмів.

*Просторові механізми з нижчими парами.* Просторові важільні механізми в багатьох випадках забезпечують виконання потрібного виду руху точніше та меншим числом ланок у порівнянні з плоскими механізмами, тобто дозволяють уникнути застосування складних структурних схем: забезпечують передачу руху між осями довільно розміщеними в просторі.

Просторовий шарнірний чотириланковик (рис. 1.4, а- модель, б- схема): 1 – кривошип, 2 – шатун, 3 – коромисло, 4 – стояк; просторовий кривошипно-повзунний механізм (рис. 1.4, в, з) 1 – кривошип, 2 – шатун, 3 – повзун, 4 – стояк; механізм універсального шарніра (шарніра Гука, або карданної передачі рис. 1.4, д, е). Цей механізм призначений для передачі обертового руху між валами, осі яких перетинаються, при цьому кут між ними може змінюватися під час руху. Особливістю механізму є те, що при обертанні вхідного вала (вилки) 1 з сталою кутовою швидкістю вихідний вал (вилка) 3 буде обертатися нерівномірно, при чому, чим більший кут між осями, тим

більша нерівномірність обертання (ланка 2 – хрестовина). На рис. 1.4, ж наведена структурна схема механізму маніпулятора промислового робота (ланки 1-6 – рухомі, 0 – стояк, F – захват).

Приклади механізмів (плоских і просторових) з вищими парами. Найширше застосування в машинах та приладах знаходять зубчасті механізми. Найпростіша зубчаста передача складається зі стояка та двох рухомих коліс, на ободі яких розміщені зубці. Зубці коліс входять по чергову у зачеплення між собою та завдяки взаємодії забезпечують передачу обертового руху. В зубчастій передачі розрізняють зовнішнє, внутрішнє та рейкове зачеплення (рис. 1.5, а, б, в). Менше з двох спряжених коліс називають шестірнею 1, більше - колесом 2 (або частковий випадок - рейка). За взаємним розміщенням осей коліс зубчасті передачі бувають:

- з паралельними осями (рис. 1.5, а, б, циліндричні передачі);
- з осями які перетинаються (рис. 1.5, г, конічні передачі);
- з мимобіжними осями (рис. 1.5, д, е, є, відповідно гвинтові, черв'ячні та гіпоїдні передачі).

В кулачкових (плоских та просторових) механізмах, вища пара утворена ланками, що називаються кулачок (шайба змінної кривини профілю) 1 і штовхач 2 (рис. 1.6, а), або кулачок та коромисло 2 (рис. 1.6, б). Потрібний закон руху забезпечується відповідним профілем кулачка.

Найважливішою позитивною якістю кулачкових механізмів є можливість отримувати різноманітні закони руху вихідної ланки, у тому числі із зупинками; простота методів синтезу.

Зазначимо, що у курсі ТММ детальніше вивчаються три основні типи механізмів: плоскі важільні, зубчасті, кулачкові механізми.

У фрикційному механізмі передача обертового руху здійснюється за допомогою сил тертя. Найпростіша циліндрична фрикційна передача складається зі стояка та двох циліндричних коліс 1, 2, які робочими поверхнями притиснуті настільки, що сила тертя, яка виникає між ними, дає змогу їм передавати рух (рис. 1.7, а). Однією із важливіших переваг фрикційних передач є можливість плавного безступінчастого регулювання передатного відношення. Лобова фрикційна передача (рис. 1.7, б), в якій ролик 1 може встановлюватися на різних відстанях від осі обертання ланки 2 забезпечує плавну зміну кутової швидкості і напрямку обертання вихідної ланки.

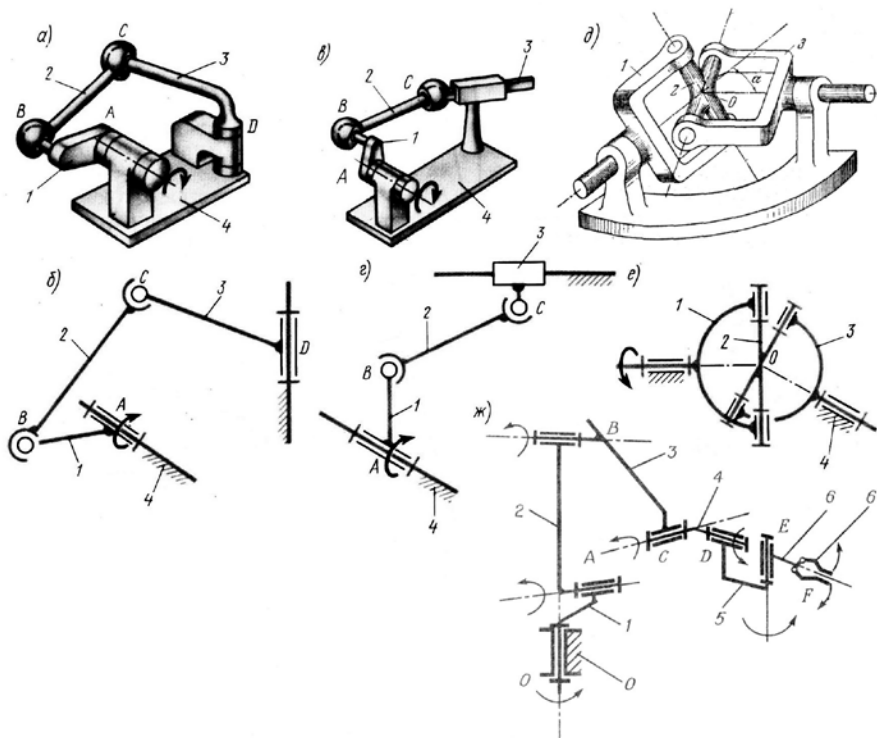


Рис. 1.4

У машинобудуванні та приладобудуванні застосовують велику кількість різноманітних механізмів, загальна кількість їх обчислюється тисячами. Розглянуті вище механізми найтипівіші.

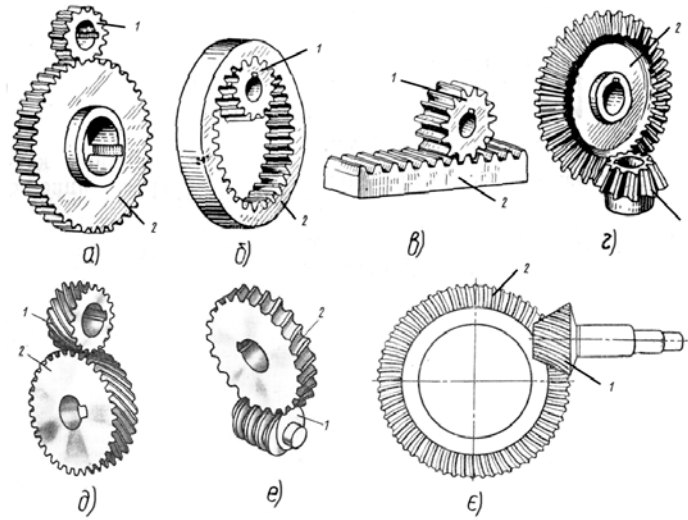


Рис. 1.5

Об'єм конспекту не дозволяє детальніше зупинитись на цьому питанні. Тим більше, що даний матеріал є оглядовий, з яким легко ознайомитись самостійно за рекомендованою літературою.

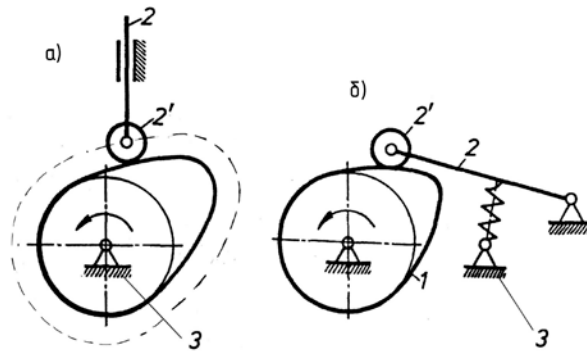


Рис. 1.6

Опис значно більшого числа механізмів наведений у спеціальних довідкових виданнях (Артоболевский И.И. Механизмы в современной технике. В 7т. - М.: Наука, 1979-1981; Кожевников С.Н. и др. Механизмы: Справочник. - М.: Машиностроение, 1976; Крайнев А.Ф. Словарь-справочник по механизмам. - М.: Машиностроение, 1987).

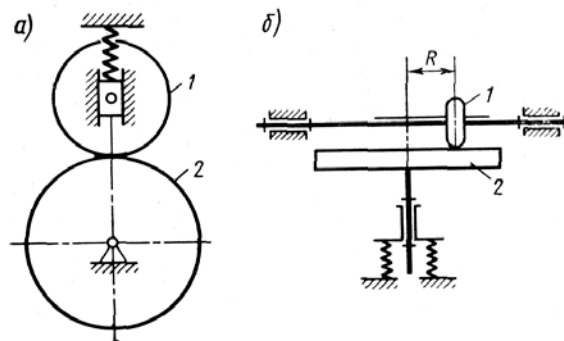


Рис. 1.7

## 5. Структурні формули кінематичних ланцюгів

Існують загальні закономірності в будові (структурі) найрізноманітніших механізмів, які проявляються у взаємозв'язку числа ступенів вільності механізму з числом ланок та числом і видом його кінематичних пар. Ці закономірності відображають структурні формули механізмів.

**Просторові механізми.** Нехай механізм складається з  $k$  ланок. Якби всі ланки були вільними тілами, загальна кількість їх ступенів вільності була б рівна  $H = 6k$ . В механізмі ланки з'єднані за допомогою кінематичних пар. Кожна з пар накладає на ланку відповідну кількість в'язей. Так, кінематична пара V класу накладає п'ять в'язей ("відбере" п'ять ступенів вільності), IV – чотири в'язі, III – три в'язі і т.ін. Позначимо число кінематичних пар V класу, що входять до складу механізму, через  $p_5$ , IV класу -  $p_4$ , III класу -  $p_3$  і т. п. Тоді загальне число ступенів вільності всіх ланок, тобто число ступенів вільності, що їх має кінематичний ланцюг механізму, становитиме

$$H = 6k - 5p_5 - 4p_4 - 3p_3 - 2p_2 - p_1$$

Оскільки в механізмі одна із ланок вважається нерухомою, то загальне число ступенів вільності зменшиться на шість,  $W = H - 6$ . Позначимо число рухомих ланок механізму через  $n = k - 1$ , тоді число ступенів вільності кінематичного ланцюга відносно нерухомої ланки

$$W = 6n - 5p_5 - 4p_4 - 3p_3 - 2p_2 - p_1. \quad (1.1)$$

Це формула для визначення числа ступенів вільності (рухомості) просторових кінематичних ланцюгів, механізмів – *структурна формула кінематичного ланцюга загального виду*. В літературі її називають ще формулою Сомова-Малишева.

*Ступінь вільності (рухомості) механізму W* – це число ступенів вільності його рухомого кінематичного ланцюга відносно нерухомої ланки (стояка).

**Плоскі механізми.** На рух кожної з ланок плоского механізму накладено три загальні обмеження. Якщо б усі рухомі ланки на площині були вільними тілами, то загальне число ступенів вільності ланок дорівнювало б  $(6 - 3)n = 3n$ . У плоских механізмах кінематичні пари можуть бути лише V класу, однорухомі - нижчі та IV класу, дворухомі - вищі; відповідно пари п'ятого класу будуть накладати  $(5 - 3)p_5 = 2p_5$  в'язей (три загальні в'язі вже накладено площиною); пари четвертого класу  $(4 - 3)p_4 = p_4$  в'язей. В плоскі механізми пари I, II, III класів входять не можуть, оскільки вони володіють просторовим характером можливих відносних рухів. Структурна формула для плоского кінематичного ланцюга буде:

$$W = 3n - 2p_5 - p_4. \quad (1.2)$$

Це *структурна формула Чебишева для визначення числа ступенів вільності плоских кінематичних ланцюгів, механізмів*.

За формулами (1.1), (1.2) проводять структурний аналіз існуючих механізмів і синтез структурних схем нових механізмів.

## 6. Аналіз ступеня вільності механізму

Наведемо визначення механізму, враховуючи нові поняття.

*Механізмом* називається такий кінематичний ланцюг, у якому при заданому русі однієї чи декількох ланок відносно будь-якої з них всі інші ланки здійснюють однозначно визначені рухи.

Як видно з визначення, у будь-якому механізмі є ланка (або декілька ланок), рух яких є заданим. Виникає запитання - скільки незалежних рухів можна задати даному механізму? Як було сказано, ступінь вільності механізму характеризує число ступенів вільності його кінематичного ланцюга відносно стояка. Отже, якщо механізм має один ступінь вільності, то одній з ланок механізму треба задати рух; при цьому всі інші ланки механізму отримують цілком визначені рухи, що є функціями заданого. Таким чином, для визначеності рухів усіх ланок механізму, який утворений кінематичним ланцюгом з одним ступенем вільності, необхідно і достатньо мати заданим закон руху однієї з ланок. Якщо механізм має два ступені вільності, то необхідно задати одній з ланок два незалежних рухи або двом ланкам по одному незалежному руху. *Отже, ступінь вільності механізму вказує на число незалежних рухів, які треба задати в механізмі, щоб рух усіх інших ланок був цілком визначеним.*

Зазначимо, що при нульовому ступені вільності ні одна з ланок не може рухатися відносно нерухомої ланки і кінематичний ланцюг перетворюється в ферму.

Кожна з незалежних між собою координат, що визначає положення всіх ланок механізму відносно стояка, називається *узагальненою координатою механізму*. За узагальнену координату приймається кут повороту або лінійне зміщення ланки.

Ланка, якій приписується одна чи декілька узагальнених координат називається *початковою ланкою*. Цей термін пов'язаний з тим, що знаходження положень усіх ланок механізму починають з побудови положень початкової ланки. Вибір початкової ланки визначається зручністю визначення положень ланок механізму та зручністю його аналізу. Початкові та вхідні ланки можуть як збігатися, так і не збігатися.

*Число узагальнених координат механізму також визначається ступенем вільності механізму*. Кожний незалежний рух визначається заданням закону зміни однієї узагальненої координати (кутової або лінійної).

Кривошипно-повзунний механізм (рис. 1.1) має ступінь вільності рівний одиниці, тобто  $W=1$ . Отже, для визначеності руху всіх ланок механізму треба задати йому один рух або треба мати заданою одну узагальнену координату. Нехай задано закон обертання ланки  $1$  у вигляді функції  $\varphi_1 = \varphi_1(t)$ , де  $\varphi_1$  – кут повороту кривошипа  $1$ . В цьому разі всі інші ланки будуть мати цілком визначений рух. Ланка  $1$  механізму буде *вхідною (початковою)*. Нагадаємо, ланка (ланки) механізму, якій надається рух, що перетворюється в потрібний рух інших ланок механізму, називається *вхідною ланкою*.

*Ступінь вільності механізму визначає число вхідних (початкових) ланок, тобто кількість ланок, яким необхідно задати рух, щоб усі інші ланки рухались цілком визначено.*

Зазначимо, що, в основному, в конструкціях машин і приладів використовуються механізми з одним ступенем вільності. Значно рідше знаходять застосування механізми з двома та більше ступенями вільності. До таких конструкцій відносяться, наприклад, диференціали автомобілів, маніпулятори.

Пасивні (зайві) умови зв'язку. Необхідно зазначити, що під час дослідження структури механізму можуть виявитися умови зв'язку та ступені вільності, що не впливають на характер руху механізму в цілому. Такі умови зв'язку називають пасивними, а ступені вільності – зайвими, оскільки їх можна вилучити без зміни загального характеру руху механізму.

Розглянемо для прикладу важільний п'ятиланковий механізм подвійного паралелограма, що на практиці зустрічається у вагових механізмах, (рис. 1.8, а). При значних навантаженнях ланки можуть недопустимо деформуватися. Крім того, шарнірний паралелограм, переходячи через своє граничне положення, може перетворитися в антипаралелограм. Для позбавлення цих недоліків в конструкцію механізму вводять додатковий шатун  $EF$ . При цьому розміри ланок задовольняють умови  $AB = CD, AD = EF = BC, AE = BE$  і  $DF = FC$ .

З урахуванням другого шатуна ступінь рухомості механізму паралелограма

$$W = 3n - 2p_5 - p_4 = 3 \cdot 4 - 2 \cdot 6 = 0,$$

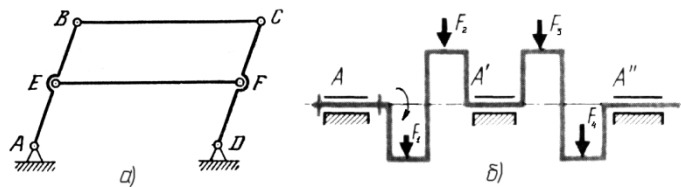


Рис. 1.8

тобто, згідно з розрахунком, такий кінематичний ланцюг не має рухомості, а є фермою. Насправді, як це підтверджує практика, у разі приведення в рух кривошипа  $AB$  (чи іншої ланки) усі ланки даного кінематичного ланцюга мають цілком визначені рухи. Отже, це механізм, а кінематичні пари  $E$  та  $F$  і зв'язки, накладені ними на ланки, не впливають на рух механізму в цілому.

Додаткові в'язі, що не впливають на рух механізму в цілому та на закон руху веденої ланки, називають *пасивними (зайвими)*. Пасивні в'язі дублюють інші в'язі, не зменшуючи рухомість механізму, а лише перетворюють його у статично невизначену систему.

Виконуючи структурний, кінематичний аналіз, пасивні в'язі треба вилучати; умовно відокремимо шатун  $EF$  від механізму. Тоді ступінь вільності механізму буде таким, як і є насправді, рівним одиниці

$$W=3-3-2\cdot 4=1$$

Зазначимо, що пасивні зв'язки існують при виконанні певних геометричних співвідношень в механізмі; введення додаткового шатуна  $EF$  лише за умови  $EF = AD$  не внесе нових зв'язків і число ступенів вільності залишиться рівним одиниці. Якщо ж точність виконання вказаних геометричних співвідношень виявиться недостатньою, наприклад,  $AE \neq FD$ , то відстань  $EF$  вже не буде рівною  $AD$  і рух стане неможливим, тобто число ступенів вільності дійсно буде рівним нулю.

Отже, в загальне число накладених умов зв'язку може ввійти деяке число додаткових (пасивних) в'язей. Ступінь вільності просторового механізму з урахуванням пасивних зв'язків визначається за наступною формулою Сомова-Малишева

$$W = 6n - 5p_5 - 4p_4 - 3p_3 - 2p_2 - p_1 + q, \quad (1.3)$$

де  $q$  – число пасивних (зайвих) в'язей.

У загальному випадку розв'язати рівняння (1.3) з двома невідомими ( $W$ ,  $q$ ) є важкою задачею. Проте, коли ступінь вільності механізму знайдено з геометричних міркувань, то з (1.3) можна знайти число пасивних зв'язків.

Для плоского механізму формула Чебишева з урахуванням пасивних зв'язків матиме вигляд

$$W_n = 3n - 2p_5 - p_4 + q,$$

де індекс “ $n$ ” звертає увагу на те, що мова йде про ідеально плоский механізм або, точніше, про його плоску схему. Реальні плоскі механізми, через неточності виготовлення, у деякій мірі є просторовими.

Механізми, які мають зайві зв'язки, є статично невизначеними; якщо  $q = 0$  - механізм статично визначена система. Якщо пасивних умов зв'язку немає, механізм складається без деформації ланок, останні ніби самовстановлюються; такі механізми називаються *самовстановлюючими або раціональними*. Якщо пасивні в'язі існують ( $q > 0$ ), то механізми потребують підвищеної точності виготовлення. При недостатній точності у процесі складання ланки механізму деформуються, що викликає навантаження кінематичних пар і ланок значними додатковими силами; тертя в кінематичних парах може значно збільшитися. Тому з цієї точки зору пасивні в'язі в механізмах небажані.

Але в цілому ряді випадків необхідно свідомо проектувати та виготовляти статично невизначені механізми із залишковими в'язями для забезпечення потрібної міцності та жорсткості системи, для кращого розподілу навантажень, особливо при передачі великих сил. Так, наприклад, для колінчатого вала чотирициліндрового двигуна (рис. 1.8, б), з точки зору кінематики механізму з одним ступенем вільності, повністю достатньо однієї опори  $A$  з обертовою кінематичною парою  $V$  класу. Але, враховуючи велику довжину вала і значні зусилля, що навантажують колінчатий вал, вводять ще дві опори  $A'$  і  $A''$ ; інакше система буде нероботоздатною з причини недостатньої жорсткості та міцності. Для такої конструкції необхідно забезпечити високу точність виготовлення, особливо співвісність усіх трьох опор, інакше вал буде деформуватись, і в матеріалі вала та вальниць можуть з'явитися недопустимо великі напруги. Зазначимо, що розрізняють пасивні умови зв'язку в кінематичних ланцюгах механізму – зайві контурні зв'язки, та – в кінематичних парах – локальні зв'язки (відповідно перший та другий розглянуті приклади).

Зайві ступені вільності. Розповсюдженим прикладом зайвих ступенів вільності є обертання роликів на їх осях. Як приклад розглянемо кулачковий механізм з роликівим штовхачем (рис. 1.6).

Ступінь вільності кулачкового механізму за формулою Чебишева

$$W=3n-2p_5-p_4=3\cdot 3-2\cdot 3-1=2.$$

Виходячи з того, що  $W=2$  можна зробити висновок, що у механізмі має бути дві вхідні ланки. Проте, очевидно, що для визначеності руху штовхача достатньо задати лише один рух кулачку.

Зайвий ступінь вільності створює ролик. Він може обертатися навколо своєї осі, не впливаючи на характер руху всього механізму. Кінематика механізму не зміниться, якщо ролик вивести, а профіль кулачка виконати по еквідистанті (штрихова лінія на рис. 1.6). Ролик являє собою конструктивний елемент, який зменшує сили тертя і спрацювання ланок.

В подальшому, при вивченні руху ланок механізмів, будемо припускати, що всі зайві умови зв'язку попередньо вилучені.

## 7. Структурна класифікація плоских механізмів. Основний принцип створення механізмів

У сучасному машинобудуванні особливо поширені плоскі механізми, ланки яких входять в кінематичні пари IV і V класів. Розглянемо принципи їх структурної класифікації.

Структурна класифікація Ассура-Артоболевського є однією з найраціональніших класифікацій плоских механізмів. Перевагою цієї класифікації є те, що вона пов'язується з методами кінематичного та динамічного дослідження механізмів. Класифікація універсальна, охоплює усі існуючі і можливі нові механізми; визначає напрямки дослідження механізмів, вказує шляхи утворення нових механізмів.

В основі її лежить основний принцип створення механізмів, сформульований в 1914 р. Л.В. Ассуром. Ним був запропонований метод створення механізмів шляхом послідовного нашарування кінематичних ланцюгів, що мають певні структурні властивості: *будь-який механізм може бути створений шляхом послідовного приєднання до однієї (чи декількох) початкових ланок та стояка кінематичних ланцюгів з нульовим ступенем вільності*. Такі кінематичні ланцюги з нульовим ступенем вільності називають *структурними групами* або *групами Ассура*, а початкову ланку та стояк - *механізмом I класу*.

Таким чином, *будь-який механізм можна отримати послідовним приєднанням до механізму I класу (одного чи декількох) груп Ассура*.

*Структурною групою Ассура називається кінематичний ланцюг, приєднання якого до механізму не змінює ступеня вільності механізму*.

Існують інші визначення, наприклад: кінематичний ланцюг, число ступенів вільності якого відносно елементів його зовнішніх кінематичних пар дорівнює нулю, називають групою Ассура, якщо з нього не можна виділити простіші кінематичні ланцюги, що задовільняють цій умові. Отже, основною ознакою групи Ассура є рівність нулю її ступеня вільності,  $W_{Гр} = 0$ .

*Сукупність стояка та початкової ланки, що утворюють кінематичну пару V класу, умовно називають механізмом I класу (найпростішим, початковим механізмом); число механізмів I класу дорівнює числу ступенів вільності механізму*.

Отже, механізми I класу являють собою найпростіші дволанкові механізми, що складаються з рухомої ланки та стояка, що з'єднані між собою або однією обертовою, або - поступальною кінематичною парою V класу (рис. 1.9); ступінь вільності механізму I класу рівний одиниці. Механізми I класу, що мають обертову пару, досить поширені в техніці. Це механізми таких машин як електродвигуни, генератори, турбіни, вентилятори, відцентрові помпи і т.ін.

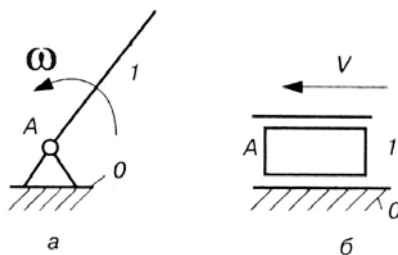


Рис. 1.9

Усі складніші можуть бути отримані шляхом приєднання до механізмів I класу додаткових кінематичних ланцюгів - структурних груп Ассура.

Очевидно, щоб створити новий механізм з одним ступенем вільності,  $W = 1$  (з іншими властивостями), до механізму I класу треба приєднати лише такі кінематичні ланцюги, які мають  $W=0$ , тобто групи Ассура.

При розгляді питань класифікації механізмів зручно обмежитися розглядом механізмів, у яких всі вищі пари IV класу попередньо замінені відповідними кінематичними ланцюгами, що утворені лише кінематичними парами V класу,  $p_4=0$ . Тоді, для структурних груп Ассура, справедлива рівність

$$W_{Гр}=3n-2p_5=0. \quad (1.4)$$

З (1.4) дістанемо співвідношення  $p_5 = \frac{3}{2}n$ . Оскільки кількість кінематичних пар завжди ціле число, то кількість ланок в групі Ассура завжди парна; умові (1.4) відповідають лише такі співвідношення ланок і кінематичних пар, що входять у групу Ассура:

Таблиця 1.1

$n$	2	4	6	8	...
$p_5$	3	6	9	12	...

Зауважимо, що групи Ассура можуть мати лише парне число ланок, бути дво-, чотири-, шестиланковими і т.ін. Задаючись співвідношеннями ланок і кінематичних пар (табл. 1.1), можна дістати різні групи Ассура. Усі одержані таким чином групи Ассура поділено на класи: II, III, IV і т.д. У свою чергу, приєднуючи до механізму (чи механізмів) I класу групи Ассура різних класів, можна отримати найрізноманітніші механізми, відповідно механізми II, III, IV і т.д. класів.

Відзначимо що поділ груп за класами обумовлено методами кінематичного і силового аналізів, що властиві групам кожного класу.

Отже, найпростіша група Ассура складається з двох ланок і трьох кінематичних пар V класу - група Ассура II класу II порядку або двоповодкова група. Оскільки пари V класу в плоских механізмах можуть бути обертовими та поступальними, то в залежності від співвідношення їх числа та розташування можливі 5 видів (модифікацій) такої групи. На рис. 1.10, а зображено групи Ассура II класу II порядку I, II, III, IV, V видів; штриховими лініями показані ланки (поводки), до яких приєднуються дані структурні групи; це можуть бути рухома ланка або стояк механізму I класу, або ж ланки інших, вже приєднаних груп Ассура, при цьому не можна приєднувати структурну групу до однієї ланки.

Зазначимо, що, приєднуючи до механізму I класу групу Ассура II класу II порядку I виду, дістанемо шарнірний чотириланковик, рис. 1.3, а; - II виду - кривошипно-повзунний механізм, рис. 1.1; - III виду - кулісний механізм, рис. 1.3, в. Механізми, до складу яких входять групи Ассура не вище другого класу - це механізми II класу.

Наступна, більш складна група Ассура, складається з чотирьох ланок і шести кінематичних пар - група III класу III порядку або триповодкова група. Характерною особливістю цієї групи є наявність ланки, що входить в три кінематичні пари і утворює жорсткий трикутник; таку ланку називають базисною. Найпростіша група III класу, з одними обертовими парами, зображена на рис. 1.10, в. В частинному випадку базисна ланка може бути прямолінійною, а деякі кінематичні пари - поступальними (рис. 1.10, б). Механізми, до складу яких входять групи Ассура не вище третього класу - механізми III класу.

Другий можливий кінематичний ланцюг, що складається з чотирьох ланок і шести пар (рис. 1.10, г) - група IV класу II порядку. Особливістю цієї групи є наявність рухомого чотиристороннього замкнутого контуру. Очевидно, можливо отримати різні модифікації цих груп, якщо обертові пари комбінувати з поступальними.

Більш складні групи V і вищих класів використовуються обмежено і тут не розглядаються.

Таким чином групи Ассура діляться на класи і порядки. Клас групи Ассура визначається найвищим класом контура, що входить до її складу (за І.І. Артоболовским, клас структурної групи Ассура визначається числом кінематичних пар, що утворюють найбільш складний замкнутий контур). Основою структурної групи є замкнутий контур. Клас контура визначається кількістю кінематичних пар, у які входять ланки, що його утворюють. Механізму I класу присвоюють I клас контура (контур виродився у точку; є лише одна кінематична пара); ланка з двома парами - II клас



(також частковий випадок замкнутого контура – контур виродився у пряму); жорстка ланка з трьома парами – III клас (рис. 1.11, в – трикутник); контур з чотирма парами – IV клас і т.ін.

Порядок групи Ассура визначається кількістю вільних (зовнішніх) елементів кінематичних пар (поводків), якими група Ассура приєднується до існуючого механізму.

Вид групи Ассура для груп III та вищих класів не визначається.

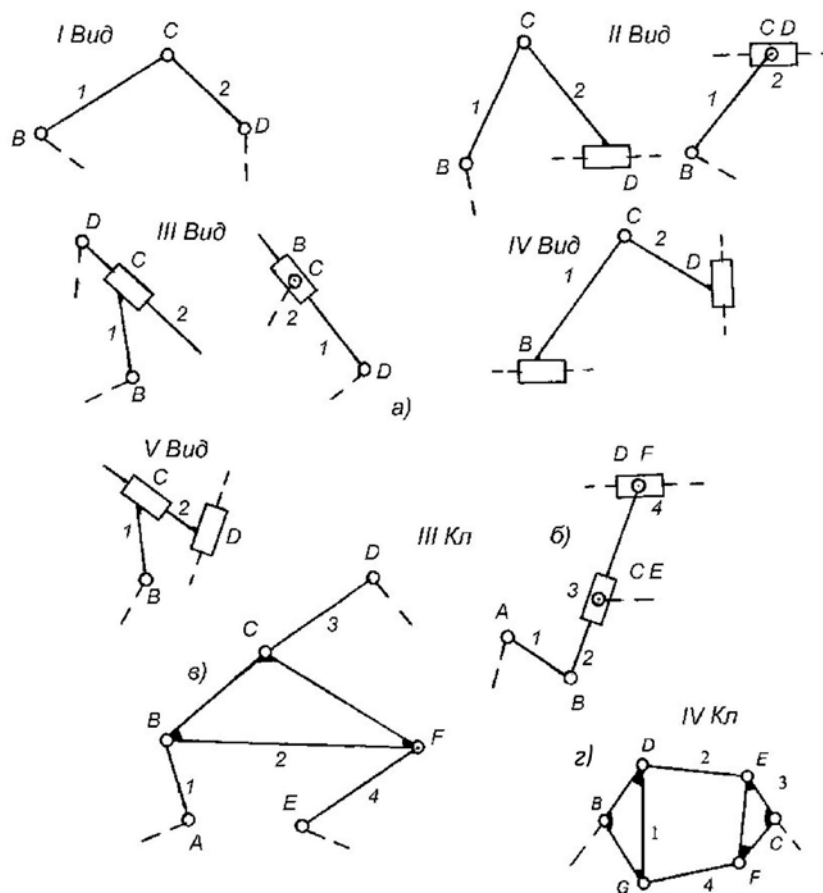


Рис. 1.10

Клас механізму в цілому визначається найвищим класом групи, яка входить до його складу. Зазначимо, визначаючи клас механізму, потрібно вказати, яка з ланок є початковою, оскільки в залежності від її вибору може змінюватися клас механізму.

Структурний аналіз механізму належить проводити шляхом розбивки його на структурні групи Ассура та механізми I класу у послідовності, зворотній до утворення механізму.

### Послідовність виконання структурного аналізу.

1. Будується структурна схема механізму. Дають характеристику ланок і кінематичних пар.
2. Визначають ступінь вільності механізму.
3. Вилучають пасивні умови зв'язку та зайві ступені вільності.
4. Якщо механізм має вищі кінематичні пари IV класу, їх замінюють на нижчі пари V класу.
5. Розкладають механізм на структурні групи Ассура та механізм (механізми) I класу. Кількість механізмів I класу має дорівнювати числу ступенів вільності механізму.
6. Визначають клас і порядок виділених груп Ассура.
7. За класом старшої групи Ассура визначають клас (і порядок) механізму в цілому.
8. Записують структурну формулу механізму (формулу будови).

При розкладі механізму на групи Ассура (п.5) слід пам'ятати, що в групу Ассура входять лише рухомі ланки; число ланок в групі завжди парне, а число кінематичних пар кратне трьом; розпочинати виділення групи треба з ланок найвіддаленіших від початкової ланки. Оскільки в практиці найбільше груп Ассура II класу, то спочатку намагаються відокремити кінематичний ланцюг, що містить дві ланки та три кінематичні пари. Ступінь рухомості механізму, що залишається, має бути таким, як і в п.2, а виділеного кінематичного ланцюга – звичайно нуль. Якщо

виділити двоповодкову групу не вдається, то роблять спробу виділити ланцюг із 4 ланок і 6 кінематичних пар. Після відокремлення однієї групи Ассура виділяють наступну і так доти, доки не залишиться механізм I класу.

### Питання для самоконтролю

1. Що вивчає ТММ?
2. Дайте визначення механізму, машини.
3. Назвіть дві основні проблеми ТММ.
4. Що називається ланкою, кінематичною парою?
5. За якими ознаками класифікують кінематичні пари?
6. Що називається кінематичним ланцюгом? Як їх класифікують?
7. Яка різниця між механізмом та кінематичним ланцюгом?
8. Запишіть формулу Чебишева.
9. За якою формулою визначають ступінь вільності просторового механізму?
10. Наведіть приклади основних механізмів з нижчими парами та їх структурні формули.
11. Наведіть приклади основних механізмів з вищими парами
12. Сформулюйте основний принцип створення механізмів.
13. Дайте визначення групі Ассура.
14. Як визначається клас і порядок груп Ассура?
15. Який порядок структурного аналізу механізмів?
16. Який механізм називається механізмом I класу? Як визначається клас механізму?

### Лекція 3. Кінематичний аналіз важільних механізмів

1. Задачі та методи кінематичного дослідження
2. Функція положень та кінематичні передатні функції механізму
3. Плани механізму
4. Дослідження руху механізмів методом кінематичних діаграм
5. Графічне диференціювання. Метод дотичних
6. Чисельне диференціювання та інтегрування
7. Метод планів швидкостей та прискорень
8. Кінематичне дослідження механізмів аналітичними методами

#### 1. Задачі та методи кінематичного дослідження

Кінематикою називається розділ механіки, в якому вивчається рух тіл в просторі та часі без урахування їх інертності (мас) і діючих на них сил. Кінематичне дослідження механізму, тобто дослідження руху ланок з точки зору структури (будови) механізму без врахування сил, що обумовлюють цей рух, полягає, в основному, в розв'язку трьох наступних задач:

- визначення положень, переміщень ланок механізму і траєкторій окремих точок ланок;
- визначення швидкостей характерних точок і кутових швидкостей ланок;
- визначення прискорень характерних точок та кутових прискорень ланок.

Траєкторії, швидкості та прискорення точок і кутові швидкості та прискорення ланок механізму є найважливішими кінематичними характеристиками руху.

Кінематичне дослідження полягає у визначенні названих кінематичних характеристик за заданим законом руху початкової (вхідної) ланки та кінематичною схемою.

Закон руху початкової ланки, якщо вона виконує обертальний рух, в загальному випадку задають у вигляді рівняння  $\varphi = \varphi(t)$ , що виражає залежність кута її повороту (узагальненої координати) від часу. При поступальному русі початкової ланки цей закон може бути заданий у вигляді рівняння  $s = s(t)$ , що виражає залежність переміщення вхідної ланки від часу.

Функції переміщення  $\varphi = \varphi(t)$ ,  $s = s(t)$  можуть бути також задані графічно. У деяких інженерних задачах закон руху може бути заданий у вигляді функцій швидкості  $\omega = \omega(t)$ ,  $v = v(t)$ , або прискорення  $\varepsilon = \varepsilon(t)$ ,  $a = a(t)$ .

Кінематичне дослідження механізмів виконують графічними, графоаналітичними, аналітичними і експериментальними методами. В ТММ широке розповсюдження отримали графічні та графоаналітичні методи. Це зумовлено тим, що ці методи універсальні (їх можна застосовувати для механізмів будь-якої структури), досить прості і наочні; в той час, як аналітичні методи призводять до дуже громіздких формул і складних результатів. Для більшості практичних задач точність цих методів достатня. В свою чергу, графічні методи неефективні, коли необхідна висока точність і коли необхідно провести великий об'єм побудов. В даний час, завдяки широкому розповсюдженню ЕОМ, приділяють все більшу увагу аналітичним методам. З допомогою цих методів дослідження можна виконати з будь-якою ступінню точності. Крім того, суттєвим є те, що аналітичні методи дозволяють встановити взаємозв'язок кінематичних характеристик з його метричними параметрами, тобто розмірами ланок; результати аналітичного дослідження зручні для програмування та реалізації на ЕОМ, особливо з використанням сучасних систем комп'ютерної математики (Mathcad, Mathematica, Maple, MATLAB та інших).

Знання кінематичних параметрів необхідне для оцінки роботи існуючих машин, або ж для практичного використання при конструюванні нових. Наприклад, траєкторії окремих точок механізму потрібні для визначення ходу ланок, для з'ясування можливого їх зіткнення з іншими ланками, окреслення габаритів картерів і корпусів машин. Для виконання силового розрахунку механізму необхідно визначити сили інерції та опір рухові ланок, для чого повинні бути відомі їх швидкості та прискорення. За кінематичними параметрами конструктор робить висновок про те, наскільки успішно виконана одна з основних задач проектування механізму - вибрана кінематична схема.

## 2. Функція положень та кінематичні передатні функції механізму

До числа кінематичних характеристик відносяться також і ті, що не залежать від закону руху початкових ланок (часу), а визначаються лише будовою механізму, розмірами його ланок і, в загальному випадку, залежать від узагальнених координат механізму. Це функції положень та кінематичні передатні функції.

Досить часто при проектуванні механізмів дійсний закон руху початкової ланки вдається визначити лише на наступних стадіях проектування, після динамічного аналізу. У таких випадках вводять кінематичні передатні функції, що не залежать від часу. А кінематичне дослідження виконується в два етапи - спочатку встановлюються залежності кінематичних параметрів ланок від узагальненої координати, тобто визначаються відносні функції (функції положення та кінематичні передатні функції механізму). І тільки після визначення закону руху початкової ланки знаходять залежності кінематичних параметрів вихідних і проміжних ланок від часу.

**Функція положень механізму.** Функцією положень будь-якої ланки механізму називають залежність координати, що відображає положення даної ланки, від узагальненої координати і геометричних параметрів механізму. Функція положень вихідної ланки є функцією положення механізму. Тобто це залежність  $\varphi_3 = \varphi_3(\varphi_1)$  для третьої ланки механізму на рис. 2.1, або в загальному вигляді  $\varphi_n = \varphi_n(\varphi_1)$  при обертальному русі  $n$ -ої ланки; при поступальному русі ланки, наприклад, ланки 5 механізму на рис. 1.3,  $z$  – залежність  $s_F = s_F(\varphi_1)$ . Треба зазначити, що в загальному випадку механізму з декількома ступенями вільності функція положень механізму є функцією усіх узагальнених координат  $\varphi_n = \varphi_n(\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_s)$ , де  $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_s$  - узагальнені координати механізму.

Отже, функція положень є геометричною характеристикою механізму, яка не залежить від закону руху початкової ланки (часу, абсолютних значень швидкостей ланок і т.ін.) і визначається лише структурною схемою механізму та розмірами його ланок. Також відзначимо, що функція положень навіть для найпростіших важільних механізмів виражається складними рівняннями. Однак одержати її у графічній формі розміткою траєкторій неважко. Зупинимося на цій задачі нижче.

**Перша та друга кінематичні передатні функції механізму.** Диференціюючи двічі функцію положень по узагальненій координаті, отримаємо вирази

$$\frac{d\varphi_n(\varphi_1)}{d\varphi_1} = \varphi'_n, \quad \frac{ds_n(\varphi_1)}{d\varphi_1} = s'_n,$$

$$\frac{d^2\varphi_n(\varphi_1)}{d\varphi_1^2} = \varphi''_n, \quad \frac{d^2s_n(\varphi_1)}{d\varphi_1^2} = s''_n.$$

Одержані функції  $\varphi'_n$ ,  $s'_n$  і  $\varphi''_n$ ,  $s''_n$  є геометричними характеристиками  $n$ -ої ланки механізму і називаються, відповідно, *першою та другою передатними функціями механізму*. Або  $s'_n$  – кінематична передатна функція швидкості точки (аналог швидкості);  $\varphi'_n$  – кінематична передатна функція кутової швидкості ланки (аналог кутової швидкості або передатне відношення);  $s''_n$ ,  $\varphi''_n$  – відповідно передатна функція прискорення або кутового прискорення (аналог прискорення точки або аналог прискорення ланки).

Встановимо зв'язок між вказаними геометричними та кінематичними характеристиками механізму з одним ступенем вільності при обертальному русі  $n$ -ої ланки. Продиференціюємо функцію положення за часом

$$\omega_n = \frac{d\varphi_n(\varphi_1)}{dt} = \frac{d\varphi_n(\varphi_1)}{d\varphi_1} \frac{d\varphi_1}{dt} = \varphi'_n \cdot \omega_1,$$

тобто,  $\omega_n = \omega_1 \cdot \varphi'_n = \omega_1 \cdot u_{n1}$ ,

де,  $\omega_1$ ,  $\omega_n$  – кутові швидкості відповідно ланок 1 та  $n$ ;  $u_{n1} = \frac{\omega_n}{\omega_1}$ .

Як бачимо, функція  $\varphi'_n = \frac{d\varphi_n(\varphi_1)}{d\varphi_1} = \frac{d\varphi_n(\varphi_1)}{d\varphi_1} \frac{dt}{dt} = \frac{\omega_n}{\omega_1}$  є відношенням миттєвих швидкостей ланок; в

загальному випадку її називають передатною функцією. Відношення  $\frac{\omega_n}{\omega_1}$  називається *передатним*

*відношенням* і позначається  $u_{n1}$ . *Відношення кутової швидкості однієї ланки до кутової швидкості другої ланки називається передатним відношенням, позначається буквою  $u$ , як правило, з цифровими індексами, що відповідають номерам розглядуваних ланок  $u_{n1} = \frac{\omega_n}{\omega_1}$ . Передатне*

*відношення є величиною безрозмірною. Це одна з основних характеристик механізмів передач.*

З допомогою другої похідної функції положення по часу визначають кутові прискорення ланок механізму

$$\varepsilon_i = \frac{d^2\varphi_n(\varphi_1)}{dt^2} = \frac{d\omega_n}{dt} = \frac{d}{dt}(\omega_1 \cdot \varphi'_n) =$$

$$= \omega_1 \frac{d\varphi'_n}{d\varphi_1} \frac{d\varphi_1}{dt} + \varphi'_n \frac{d\omega_1}{dt} = \omega_1^2 \cdot \varphi''_n + \varphi'_n \cdot \varepsilon_1.$$

Якщо  $\omega_1 = \text{const}$ ,  $\varepsilon_1 = 0$ , то  $\varepsilon_i = \varphi''_n \cdot \omega_1^2$ .

Таким чином, дійсна кутова швидкість  $n$ -ої ланки механізму дорівнює добутку кутової швидкості  $\omega_1$  початкової ланки на першу передатну функцію (передатне відношення  $u_{n1}$ ); помноживши другу передатну функцію на  $\omega_1^2$  (при  $\omega_1 = \text{const}$ ), дістанемо, відповідно, прискорення  $n$ -ої ланки. Фізичний зміст передатних функцій такий: перша  $\varphi'_n = u_{n1}$  та друга  $\varphi''_n$  передатні функції являють собою відповідно швидкість  $\omega_n = \varphi'_n \cdot \omega_1$  та прискорення  $\varepsilon_n = \varphi''_n \cdot \omega_1^2$   $n$ -ої ланки механізму за умови, що  $\omega_1 = 1$ . Тому зазначені передатні функції називають також аналогами швидкостей та прискорень.

При поступальному русі ланки викладки аналогічні:

$$v_n = \frac{ds_n(\varphi_1)}{dt} \frac{d\varphi_1}{d\varphi_1} = s'_n \cdot \omega_1,$$

$$a_n = \frac{dv_n}{dt} = \frac{d(s'_n \omega_1)}{dt} = \omega_1 \frac{ds'_n}{dt} \frac{d\varphi_1}{d\varphi_1} + s'_n \frac{d\omega_1}{dt} = s''_n \cdot \omega_1^2 + \varepsilon_1 \cdot s'_n.$$

Якщо  $\omega_1 = \text{const}$ ,  $\varepsilon_1 = 0$ , тоді  $a_n = s_n'' \cdot \omega_1^2$ .

Передатні функції швидкості та прискорення мають розмірність довжини, кутові передатні функції є безрозмірними величинами.

Оскільки для даної кінематичної схеми механізму передатні функції залежать лише від узагальненої координати і не залежать від закону руху початкової ланки, то кінематичне дослідження можна виконувати суто геометричними методами. Передатні функції дозволяють легко порівнювати закони руху ланок, а отже і знаходити оптимальні параметри механізму за заданими умовами роботи. Кінематичне дослідження за допомогою передатних функцій досить ефективно, якщо у механізмі декілька можливих законів руху початкової ланки.

Якщо при проектуванні чи дослідженні механізму задана чи визначена функція положення, або одна з передатних функцій механізму, то інші залежності можуть бути встановлені методами диференціювання чи інтегрування, як числовими так і графічними.

### 3. Плани механізму

Визначення переміщень, положень ланок і траєкторій, що описують окремі точки ланок, тобто розв'язання першої основної задач кінематики, можна виконати графічними або аналітичними методами. Досить широко використовується графічний метод - за допомогою побудови планів механізму.

*Зображення кінематичної схеми механізму у вибраному масштабі при відповідному положенні початкової ланки називається планом механізму.*

Графічне розв'язування задач теорії механізмів потребує зображення різноманітних фізичних величин (шляху, довжин ланок, швидкостей, прискорень, сил і т. ін.) у вигляді ліній тієї чи іншої довжини. Для цього користуються масштабним коефіцієнтом.

*Масштабний коефіцієнт (масштаб) є відношення дійсного значення зображуваної величини до довжини відрізка, який цю величину зображує на кресленні. Масштаб позначається літерою  $\mu$  з індексом того параметра, який зображується графічно.*

$$\mu_x = \frac{x}{ab} \quad \text{— деяка фізична величина, яку зображають графічно}$$

ab — довжина відрізка, який зображає дану величину на кресленні

Масштаб має розмірність: у чисельнику – розмірність зображуваної величини, а у знаменнику - мм (розмірність довжини відрізка на кресленні).

Таким чином, масштаб довжини – це відношення натурального розміру ланки в метрах до довжини відрізка в міліметрах, який зображує цю ланку на кресленні (плані механізму),  $\mu_l = \frac{l_{AB}}{AB}, \frac{м}{мм}$ , де  $l_{AB}$  - справжній розмір;  $AB$ - масштабний розмір на кресленні.

При виборі масштабу рекомендують дотримуватися стандартних креслярських масштабів, а також міркувань зручності підрахунків та наочності зображення. Наприклад, масштабу  $M1:1$  відповідає масштабний коефіцієнт  $\mu_l = 0,001 м/мм$ , масштабу  $M1:2$  відповідає  $\mu_l = 0,002 м/мм$  і т.ін.

Для побудови планів механізму повинні бути задані розміри всіх його ланок, а якщо будується одне конкретне положення механізму і положення початкової ланки.

У русі більшості механізмів спостерігається періодичність, при цьому усі кінематичні параметри механізмів змінюються періодично. Тому, зазвичай, при дослідженні механізмів будують ряд послідовних положень механізму. При виконанні курсових проектів, як правило, кінематична схема механізму будується для 12 положень.

*Послідовність побудови планів механізму:*

- вибирають масштаб побудови  $\mu_l$ ;

- знаходять довжини відрізків, якими на кресленні зображатимуться ланки (рис. 2.1 -  $\mu_l = \frac{l_{AO_1}}{AO_1}$ ,

отже  $AB = \frac{l_{AB}}{\mu_l}$ ,  $BC = \frac{l_{BC}}{\mu_l}$ ,  $O_1C = \frac{l_{O_1C}}{O_1C}$ );

- перш за все, на креслення наносять положення нерухомої ланки (намічаються нерухомі точки механізму, наносяться, при наявності, нерухомі напрямні; на рис. 2.1 - т.  $O_1, C$ );

- викреслюють задане положення початкової ланки. Якщо будеться  $n$  планів механізму, то знаходять початкові ("мертві", крайні) положення механізму і, відповідно, початкової ланки;

- лише після цього викреслюють групи Ассура в порядку їх приєднання при утворенні механізму.

Наголосимо, що доцільно за початкове положення механізму (кривошипа) вибрати те, яке відповідає одному з крайніх положень вихідної ланки (ланки, до якої прикладена сила корисного опору, або рушійна сила). У кривошипно-повзунному механізмі чи шарнірному чотириланковому (або якщо вони лежать в основі розглядуваних механізмів) вихідна ланка перебуватиме у крайніх положеннях, коли кривошип накладатиметься на шатун, або витягуватиметься в одну лінію з ним. У кулісному механізмі вихідна ланка (куліса  $CD$ , рис. 1.3,  $\epsilon$ ) перебуватиме у крайніх положеннях, коли кривошип  $AB$  і куліса утворять прямий кут. Зазначимо, що з двох крайніх положень механізму за початкове вибирають те, що відповідає початку робочого ходу. Оскільки в більшості машин робочий хід здійснюється повільніше (рівномірніше) ніж холостий, то він відповідає руху кривошипа з одного крайнього положення до іншого через більший з центральних кутів. Більший з центральних кутів, що описує кривошип при русі механізму з одного крайнього положення до другого, називається *кутом робочого ходу*.

Розглянемо побудову 12 планів механізму на прикладі шарнірного чотириланковика, структурна схема якого зображена на рис. 1.3,  $a$ . Виконуємо перші три пункти наведеної вище послідовності побудови планів. Після цього, радіусом  $O_1A$  (рис. 2.1) проводимо коло з центром у т.  $O_1$ , яке є геометричним місцем миттєвих положень т.  $A$  кривошипа  $I$ . Як відомо, закон руху початкової ланки в загальному випадку задається у вигляді рівняння  $\varphi = \varphi(t)$ . В технічних задачах при кінематичному дослідженні механізмів закон руху початкової ланки беруть лінійним, тобто швидкість її руху вважають сталою ( $\omega_1 = const$ , дорівнює проєктованій середній кутовій швидкості; в дійсності кривошип може обертатися нерівномірно, навіть із зупинками). Таким чином, за рівні проміжки часу кривошип повертається на рівні кути. При побудові 12 планів механізму коло, що описує т.  $A$  кривошипа, ділиться на 12 рівних частин, починаючи з початкового положення механізму. Для його знаходження з центра обертання кривошипа  $O_1$  досить зробити засічки радіусами  $R=AB-O_1A$  і  $R=O_1A+AB$  на траєкторії руху т.  $B$  - дузі  $\alpha_3-\alpha_3$  (відповідно кривошип  $O_1A$  накладатиметься на шатун  $AB$  або витягуватиметься з ним в одну лінію). За початкове положення т.  $A$  візьмемо т.  $A_0$ , яка відповідає початку робочого ходу ( $\varphi_p > \varphi_x$ ), при заданому напрямі обертання кривошипа. Зрозуміло, що т.  $A'_0$  не завжди збігається з точками поділу траєкторії т.  $A$  на рівні частини, послідовні положення якої позначені  $A_0, A_1, A_2, \dots, A_{11}$ .

Для визначення положення ланок 2 і 3 достатньо встановити положення кінематичної пари  $B$ , що шарнірно з'єднує ці ланки між собою. Для цього роз'єднуємо шарнір у т.  $B$  і розглядаємо можливі рухи цієї точки. Оскільки нерухомий центр обертання  $C$  займає цілком певне положення, то т.  $B$ , яка знаходиться на сталій відстані  $BC$  від т.  $C$ , може описати тільки дугу  $\alpha_3-\alpha_3$  кола радіуса  $BC$ . З іншого боку, внаслідок незмінності довжини шатуна  $AB$ , точка  $B$  може описати навколо т.  $A$  тільки дугу радіуса  $AB$ . Таким чином, геометричним місцем можливих положень центра шарніра  $B$  є дві дуги кіл радіусів  $AB$  та  $BC$ . Точка перетину цих дуг і дасть дійсне положення т.  $B$  для конкретного положення кривошипа.

Отже, якщо потрібно побудувати, наприклад, 3-тє положення механізму, то з точки  $A_3$  радіусом  $R=AB$  робимо засічку на дузі  $\alpha_3-\alpha_3$ . Точка перетину дуг дає шукане положення т.  $B_3$ . Дану побудову називають способом *засічок*. Для знаходження положень ланок 2 і 3 достатньо з'єднати відповідні точки (центри кінематичних пар  $A$  та  $B$ ,  $B$  та  $C$ ) відрізками. Аналогічно будемо всі інші положення механізму.

Якщо до складу механізму входять декілька груп Ассура, то їх плани будуються аналогічно.

На планах механізму, у разі необхідності, можна побудувати траєкторії, що описують окремі точки ланок. Траєкторії різних точок шатуна мають різноманітну форму, оскільки шатун здійснює плоскопаралельний рух. Траєкторії точок, що розміщені на ланках, які здійснюють плоскопаралельний рух, називають *шатунними кривими*. Точність побудованої траєкторії залежить від вибраного числа положень механізму і масштабу  $\mu$ . На рис. 2.1 показано, наприклад, послідовні положення т.  $S$  шатуна 2. З'єднавши плавною кривою намічені точки  $S_i$  для кожного з положень

механізму, одержимо траєкторію т.  $S$ . Відмітимо, що шатунні криві можуть бути також описані аналітичними співвідношеннями, але в цьому випадку задача значно ускладнюється. Наприклад, для шарнірного чотириланковика траєкторія т.  $S$  описується кривою шостого порядку.

Зазначимо, що в залежності від вибору положення точки ( $F, E, K, H, G$ ) на шатуні отримуються різні шатунні криві (рис. 2.2). Окремі ділянки деяких кривих мало відрізняються від прямих або дуг кіл. Ці ділянки можуть бути використані для спрямляючих механізмів або механізмів із зупинками. Шатунні криві в сучасній техніці широко використовуються для виконання певних рухів робочих органів різних машин і механізмів. Наприклад, в механізмі сіноворушилки, в тістомісильній машині і т.ін.

Подібно будуються плани механізму (кінематичні схеми) інших важільних механізмів другого класу.

При побудові планів механізмів, що мають триповодкові групи, також може бути використаний метод перетину двох траєкторій відносного руху (спосіб засічок). Цей спосіб в розглядуваному випадку ще називають способом удаваних положень або геометричних місць. Оскільки даний метод побудови є досить трудомістким, часто користуються шаблоном, який має форму базисної ланки.

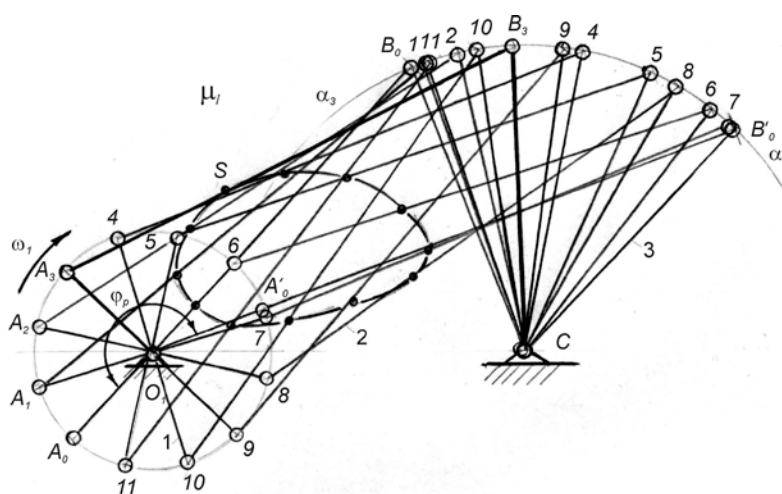


Рис. 2.1

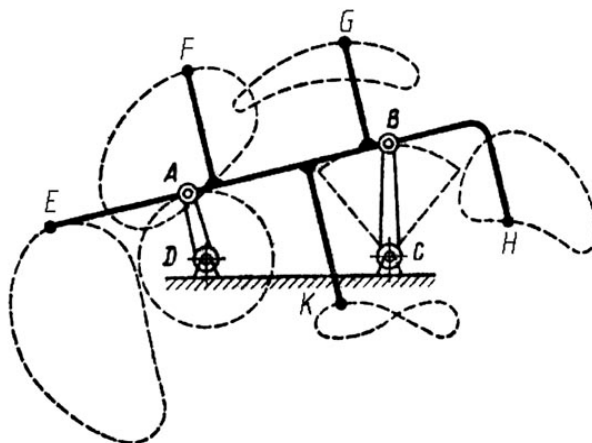


Рис. 2.2

У випадку механізмів з вищими кінематичними парами (наприклад, кулачковими) доводиться враховувати, що профілі, або один з них, мають складні контури. Викреслювання послідовно декількох складних профілів є трудомісткою процедурою. У цих випадках доцільно застосувати метод обернення руху (метод інверсії). Суть його полягає в тому, що всьому механізму (разом зі стоячком) надають обертання з кутовою швидкістю, яка дорівнює за величиною, але протилежна за напрямом кутовій швидкості ланки, що має складний профіль (кулачок). Таким чином, рухома ланка зі складним контуром умовно роблять нерухомою; це дозволяє викреслювати її лише один раз. Відносне положення усіх ланок при цьому не змінюється. Приклад використання методу обернення руху буде розглянуто при вивченні кулачкових механізмів.

При побудованих планах механізму неважко побудувати діаграми переміщення та отримати функції положень ланок механізму.

**Побудова діаграм переміщення.** При дослідженні механізмів будують діаграми лінійних або, при коливальному русі ланки, кутових переміщень. Розглянемо побудову графіка  $s_B(t)$  переміщень повзуна  $B$  кривошипно-повзунного механізму (рис. 2.3):

- викреслюють 12 рівновіддалених за кутом повороту кривошипа планів механізму в масштабі  $\mu_l, \frac{м}{мм}$ ; за початок відліку прийнято нижнє крайнє положення повзуна;

- будують прямокутну систему координат. На осі абсцис відкладають відрізок  $l$ , що в масштабі  $\mu_t$  зображає період  $T$  одного оберту кривошипа, тобто  $\mu_t = \frac{T}{l}, \frac{с}{мм}$ ;

- ділять відрізок  $l$  на 12 рівних частин. Від точок поділу 1, 2, 3, ... 11, паралельно осі ординат, відкладають відрізки 1-1', 2-2', 3-3', ... , які у вибраному масштабі  $\mu_s$  зображають переміщення повзуна від крайнього нижнього положення. Якщо переміщення відкладаються безпосередньо з планів механізму (як у прикладі на рис. 2.3), то  $\mu_s = \mu_l$ .

З'єднавши одержані точки 0, 1', 2', ... 11' плавною кривою, отримують діаграму переміщень повзуна,  $s_B(t)$ . Оскільки у задачах кінематики прийнято рух кривошипа рівномірним (за однакової проміжки часу він повертається на рівні кути), то можна вважати, що по осі абсцис відкладено і час  $t$  і кут повороту кривошипа  $\varphi_1$ . Тобто графік  $s_B(t)$  одночасно є графіком  $s_B(\varphi_1)$ , який представляє собою функцію положення механізму. Масштаб  $\mu_\varphi$  цього графіка буде:  $\mu_\varphi = \frac{2\pi}{l}, \frac{рад}{мм}$ , або

$$\mu_\varphi = \frac{360^\circ}{l}, \frac{град}{мм}.$$

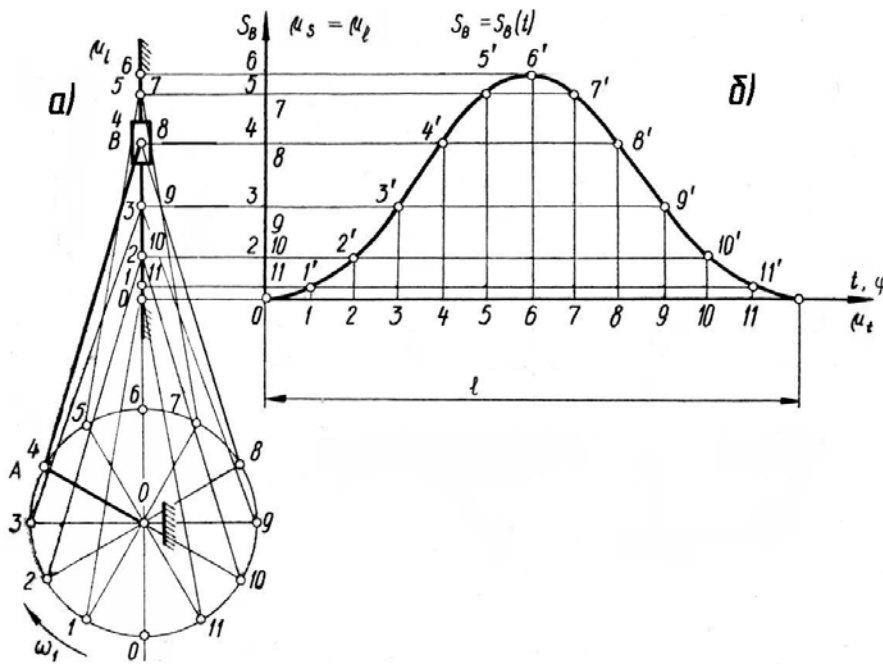


Рис. 2.3

#### 4. Дослідження руху механізмів методом кінематичних діаграм

Якщо один з кінематичних параметрів механізму заданий у вигляді графіка чи таблиці значень, то в цьому випадку ефективними є графічні або чисельні методи диференціювання та інтегрування. Зазначимо, що при експериментальному дослідженні такі графіки викреслюються за допомогою самописних приладів.

Задачі дослідження закономірності зміни переміщень, швидкостей і прискорень за повний цикл (період) руху досліджуваного механізму простіше розв'язуються за допомогою кінематичних діаграм (графіків руху).



В практичних задачах ТММ кожна *кінематична діаграма* - це графічне зображення зміни одного з кінематичних параметрів ланки: переміщення, швидкості або прискорення як функції від часу або переміщення початкової ланки механізму (як функції від узагальненої координати). Наприклад, у випадку кривошипно-повзунного механізму для т.В повзуна (рис. 2.3) це залежності  $s_B(t)$ ,  $v_B(t)$ ,  $a_B(t)$  або  $s_B(\varphi_1)$ ,  $v_B(\varphi_1)$ ,  $a_B(\varphi_1)$ . Якщо дослідженню підлягає  $i$ -та ланка механізму, яка здійснює обертальний рух, то можна побудувати діаграми  $\varphi_i(t)$ ,  $\omega_i(t)$ ,  $\varepsilon_i(t)$ , або  $\varphi_i(\varphi_1)$ ,  $\omega_i(\varphi_1)$ ,  $\varepsilon_i(\varphi_1)$ .

Розглядуваний метод дозволяє при заданій будь-якій з цих діаграм без значних зусиль отримати інші. Методом кінематичних діаграм часто користуються для наочності та виявлення можливих помилок при обчисленні. Переваги цього методу – легкість і те, що результатом є наочне графічне зображення зміни одного з кінематичних параметрів руху від часу, чи узагальненої координати. Варто мати на увазі, що методи графічного диференціювання та інтегрування не завжди можуть забезпечувати достатню точність результатів.

Зазначимо, що до графічного диференціювання та інтегрування необхідно деколи звертатись навіть у тих випадках, коли кінематична функція задана аналітично, але не має достатньо простих формул для визначення похідної чи інтеграла.

## 5. Графічне диференціювання. Метод дотичних

Графічне диференціювання використовується, коли є графік функції, а потрібно отримати графік її похідної. Так, наприклад, побудовано графік переміщення повзуна кривошипно-повзунного механізму (рис. 2.3), а необхідно побудувати графіки швидкості, прискорення.

Розглянемо теоретичні основи графічного диференціювання. Використаємо відому залежність  $v = \frac{ds(t)}{dt}$ . Геометрично, похідна функції визначається тангенсом кута нахилу дотичної до графіка функції, проведеної у точці, абсциса якої є точка диференціювання,  $f'(x) = \tan \alpha$ .

Нехай крива  $AB$  (рис. 2.4) є графік деякої функції  $y = f(x)$ . Проведемо дотичну до графіка у т.  $M_1$ , що відповідає заданій абсцисі  $x_1$ . Відкладемо на осі абсцис вліво від початку прямокутної системи координат відрізок  $OP$  (полюсну відстань), що дорівнює одиниці масштабу. З точки  $P$  (полюса) проведемо пряму, паралельну дотичній до перетину з віссю ординат. Відрізок  $O1''$  буде виражати значення похідної  $f'(x)$ , при заданому значенні  $x_1$ .

$$O1'' = OP \cdot \tan \alpha = 1 \cdot \tan \alpha = f'(x)$$

Проведемо з точки  $1''$  пряму, паралельну осі  $Ox$ , до перетину з ординатою т.  $M_1$ . Ордината точки перетину  $1'$  і дає значення похідної  $f'(x)$  при заданому значенні  $x_1$ . Тобто, точка  $1'$  буде точкою шуканої диференціальної кривої. У загальному випадку, ордината диференціальної кривої у будь-якій точці є відрізок, пропорційний до кута нахилу дотичної, що проведена у відповідній точці заданої кривої.

Таким чином, для того, щоб побудувати графік похідної за графіком функції, поділимо ділянку  $AB$ , заданої кривої, на деяке число частин. Далі, розглянутим методом, неважко знайти у точках поділу заданої кривої значення похідної - тобто точки диференціальної кривої. З'єднавши отримані точки плавною кривою, дістанемо графік функції  $y = f'(x)$ .

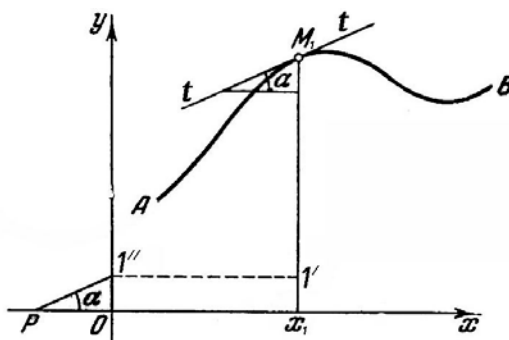


Рис. 2.4

Диференціювання методом дотичних має відносно низьку точність, оскільки досить складно проводити дотичні до кривих. Більшого поширення набув метод хорд, який є точнішим. Відмінність методу хорд полягає лише у тому, що значення похідної функції знаходять не у точках поділу кривої, а у точках, що ділять навпіл кожний з інтервалів (рис. 2.5, точки  $M_1, M_2, M_3, \dots$ ). Перевагою є те, що при цьому замість дотичних беруться, як правило, з досить великою точністю, хорди, що з'єднують кінцеві точки кожного інтервалу. Метод ґрунтується на відомій теоремі про скінчений приріст функції: якщо функція, що задана графічно, та її перша похідна неперервні, то в будь-якому інтервалі хорда, що стягує дану дугу, паралельна дотичній до кривої, принаймні, в одній точці, яка лежить у середині цього інтервалу.

Зазначимо, що графік похідної буде точнішим при більшій кількості частин поділу кривої. Інтервали не обов'язково повинні бути рівними між собою; їх розмір вибирається з урахуванням того, щоб відповідні частини кривої менше відхилялись від прямої. Особливу увагу треба звернути на ділянки, де крива, яку диференціюють, має екстремуми; ділянки, у яких лінія значно звивається, слід розбивати на більше число частинок.

**Масштаби при графічному диференціюванні.** Припустимо, що задана крива (рис. 2.5) зображає діаграму переміщень,  $s_B(t)$ . Знаючи масштаб  $\mu_s$  переміщень та масштаб  $\mu_t$  часу, для будь-якої точки  $M(x,y)$  кривої можна записати  $s = y \cdot \mu_s$ ,  $t = x \cdot \mu_t$ . Тоді

$$v = \frac{ds}{dt} = \frac{\mu_s dy}{\mu_t dx} = \frac{\mu_s}{\mu_t} \operatorname{tg} \alpha. \quad (2.1)$$

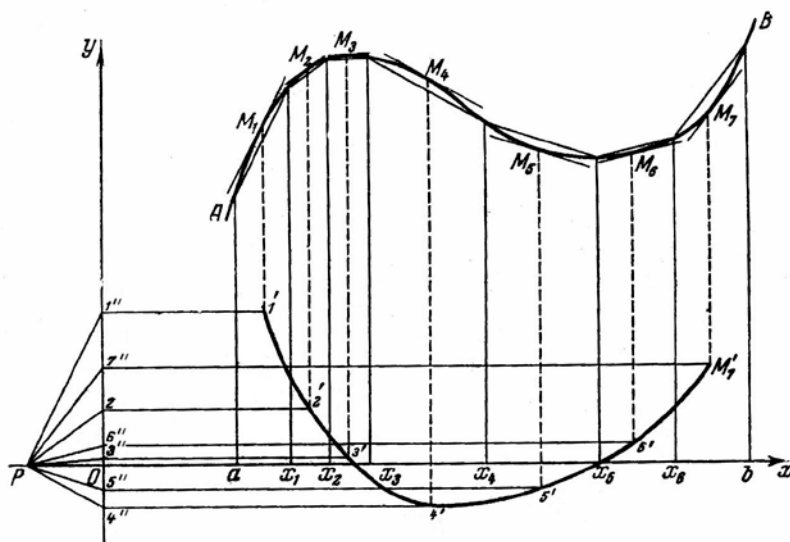


Рис. 2.5

Підставимо в (2.1)  $v = y'_i \cdot \mu_v$  та  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{y'_i}{H}$ , де  $y'_i$  - відрізки  $01''$ ,  $02''$ ,  $03''$ , ..., які зображають в масштабі  $\mu_v$  швидкості у відповідних положеннях механізму;  $H$  - полюсна відстань  $OP$ . Тоді масштаб графіка швидкості  $\mu_v$  можна визначити за формулою

$$\mu_v = \frac{\mu_s}{H \cdot \mu_t},$$

або, в загальному випадку масштаб диференціальної кривої  $\mu_{y'} = \frac{\mu_y}{H \cdot \mu_x}$ .

**Послідовність диференціювання методом хорд.** Задано діаграму переміщення кривошипно-повзунного механізму (рис. 2.6, а). Побудуємо діаграму швидкості:

- на заданій кривій відмічають ряд точок  $1', 2', 3', \dots$ , які з'єднують хордами, тобто, замінюють задану криву ламаною лінією;

- під діаграмою переміщень будуємо нову систему координат так, щоб осі абсцис були паралельними, а ординат - лежали на одній прямій (рис. 2.6, б). Ділимо вісь абсцис на такі ж інтервали, як і на попередньому графіку;

- відкладаємо по осі абсцис ліворуч від початку системи координат довільний відрізок  $OP_1$  - полюсну відстань;

- з точки  $P_1$  проводимо промені  $P_11''$ ,  $P_12''$ ,  $P_13''$ ,..., паралельні до відповідних хорд кривої переміщень. Ці промені відтинають на осі ординат відрізки  $01''$ ,  $02''$ ,  $03''$ ,..., що пропорційні середній швидкості повзуна посередині відповідних інтервалів часу;

- перенесемо точки  $01''$ ,  $02''$ ,  $03''$ ,..., на середини ординат відповідних ділянок. З'єднаємо точки  $0, 1', 2', \dots$  плавною кривою. Отримана крива і буде діаграмою швидкості.

Маючи діаграму швидкості, аналогічно методом хорд будують, при потребі, діаграму прискорень (рис. 2.6, в).

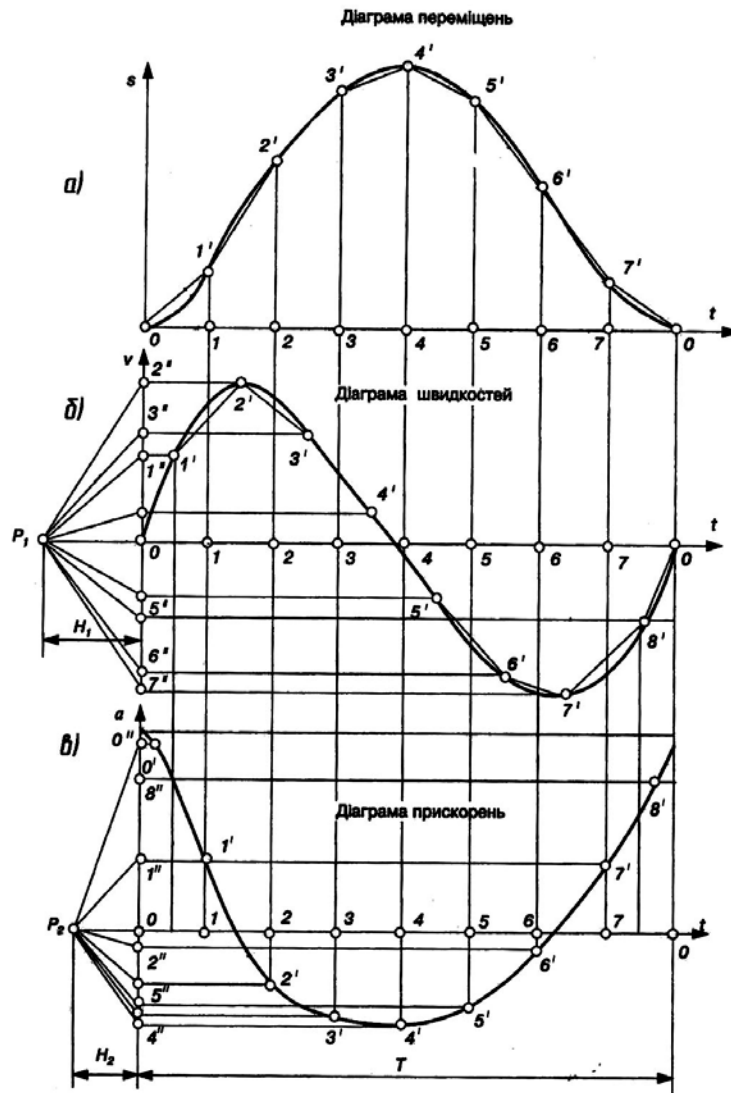


Рис. 2.6.

Значимо, якщо діаграму переміщень задано у вигляді функції  $s_B(\varphi_1)$  то в результаті графічного диференціювання отримуємо відповідно графіки кінематичних передатних функцій швидкості  $s'_B(\varphi_1)$  та прискорення  $s''_B(\varphi_1)$  (аналогів швидкості та прискорення).

Масштаби по осях ординат визначаються за формулами:

$$\text{- для діаграм швидкостей та прискорень } \mu_v = \frac{\mu_s}{H_1 \cdot \mu_t}, \quad \mu_a = \frac{\mu_v}{H_2 \cdot \mu_t},$$

$$\text{- для діаграм аналогів швидкостей та прискорень } \mu_{s'} = \frac{\mu_s}{H_1 \cdot \mu_\varphi}, \quad \mu_{s''} = \frac{\mu_{s'}}{H_2 \cdot \mu_\varphi},$$

де  $H_1, H_2$  – відрізки в мм, взято з креслення (рис. 2.6).

Масштаби по осях абсцис  $\mu_\varphi$  усіх графіків залишаються звичайно такими ж, як і на графіку переміщень.

Порівнюючи графіки (рис. 2.6), можна встановити такий зв'язок між кінематичними

діаграмами:

- зростанню ординат кривої функції, що диференціюється, відповідають додатні значення ординат диференціальної кривої, а зменшенню – від’ємні значення;

- екстремальним значенням функції (максимуми та мінімуми) відповідають нульові значення графіка похідної.

- точкам перегину графіка функції відповідають екстремальні значення диференціальної кривої.

**Графічне інтегрування.** Побудову графіків швидкості за заданим графіком прискорень та графіків переміщень - за графіком швидкостей виконують так званими прийомами графічного інтегрування.

Існує декілька способів побудови інтегральної кривої: спосіб *хорд*, *площ* та інші.

Розглянемо спосіб хорд. Інтегрування – це дія, обернена диференціюванню. Відповідно послідовність графічного інтегрування за способом хорд обернена послідовності диференціювання за цим способом. Нехай заданим є графік функції швидкості  $v(t)$ . Знайдемо графік функції переміщення  $s(t)$ .

**Послідовність графічного інтегрування.**

1. Ділимо задану криву (рис. 2.7, а) на інтервали - точки 1, 2, 3,... на осі абсцис.

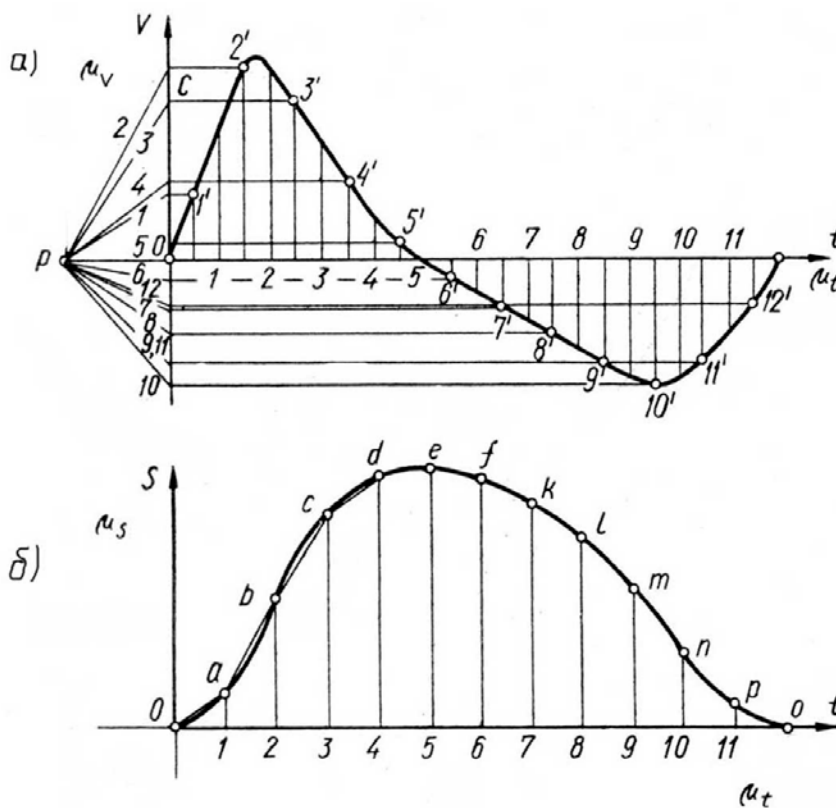


Рис. 2.7

2. Проводимо полюсну відстань  $OP$ . Ординат  $1', 2', 3', \dots$  середини кожного інтервалу проєктують на вісь ординат і отримані точки з'єднують з полюсом  $P$ .

3. Під діаграмою швидкості будуємо нову систему координат (рис. 2.7, б). Ділимо вісь абсцис на такі ж інтервали, як і на попередньому графіку.

4. З початку нової системи координат  $O$  проводять у першому інтервалі лінію  $0a$  паралельно до променя  $P1$ ; з кінця відрізка  $0a$  проводять у другому інтервалі відрізок  $ab$  паралельний променю  $P2$ , і так далі,  $bc//P3, cd//P4, \dots$ . Отриману ламану лінію замінюють плавною кривою, одержують графік переміщень

Масштаб одержаної інтегральної кривої знаходять за формулою  $\mu_s = \mu_v \mu_t H$  або, в загальному випадку,  $\mu_y = \mu_x \mu_x H$ .

## 6. Чисельне диференціювання та інтегрування

До чисельного диференціювання звертаються, перш за все, коли функція  $f(x)$ , для якої потрібно знайти похідну, задана таблично. При розробці програм для чисельного диференціювання на ЕОМ використовують інтерполяційні формули Ньютона, Стірлінга, Бесселя та ін.

Розглянемо, як приклад, формули диференціювання функції  $f(x)$ , яка задана скінченною множиною  $y_1, y_2, \dots, y_n$  її значень у  $n$  рівновіддалених точках  $x_i$  з кроком  $h = x_i - x_{i-1}$  ( $i = 2, \dots, n$ ). Шукане значення похідної  $y'_i = \frac{dy}{dx}$  обчислюється за формулами

$$y'_i = \frac{1}{2h}(-y_3 + 4y_2 - 3y_1) \quad (\text{при } i=1),$$
$$y'_i = \frac{1}{2h}(y_{i+1} - y_{i-1}) \quad (i = 2, 3, \dots, n-1),$$
$$y'_i = \frac{1}{2h}(3y_n - 4y_{n-1} + y_{n-2}) \quad (\text{при } i=n).$$

Зазначимо, що чисельне диференціювання чутливе до помилок, які викликані похибками вихідних даних.

Чисельне інтегрування функції  $y(x)$ , що задана множиною значень аргументу  $x_i$  і відповідних їм значень функції  $y_i$ , виконують за формулами трапеції, Сімпсона та інших. Приведемо, для прикладу, формулу *трапеції*. У рівновіддалених значеннях аргументу  $x_i$  значення інтегралів

$I = \int_{x_1}^{x_i} y(x) dx$  обчислюють за формулою

$$I_i = I_{i-1} + \frac{h}{2}(y_i + y_{i-1}) \quad (i = 2, 3, \dots, n).$$

## 7. Метод планів швидкостей та прискорень

Методи графічного диференціювання та інтегрування при всій їх простоті та наочності не розв'язують повністю питання кінематики. Діаграми переміщень, швидкостей та прискорень дають лише скалярні кінематичні величини, а напрями векторів цих величин невідомі. Цього недоліку позбавлений графоаналітичний метод, що ґрунтується на побудові планів швидкостей та прискорень (*векторний спосіб*); метод в достатній мірі розроблений, точний і зручний у практичному застосуванні, особливо, коли треба визначити швидкості і прискорення для конкретного положення механізму.

Теоретичні основи побудови планів швидкостей і прискорень розглядаються в курсі теоретичної механіки. За основу цього методу взята можливість розкласти складний рух точки або ланки на простіші, шляхом введення додаткової (рухомої) системи відліку. Залежності між кінематичними характеристиками абсолютного, переносного та відносного рухів точки (ланки) записуються у векторній формі та представляються у вигляді планів швидкостей та прискорень. Плани викреслюються у відповідних масштабах, що дозволяє отримати числові значення кінематичних характеристик.

*Планом швидкостей (прискорень)* механізму називають креслення, на якому зображені у вигляді напрямлених відрізків вектори, які у масштабі визначають модуль та напрям швидкостей (прискорень) різних точок ланок для даного положення механізму. План швидкостей (прискорень) механізму є сукупністю планів швидкостей (прискорень) окремих ланок, що побудовані з одного полюса, спільного для всі ланок.

Кінематичний аналіз механізму проводиться у такому порядку:

- спочатку визначаються кінематичні параметри початкової ланки;
- далі виконується кінематичне дослідження окремих структурних груп Ассура в послідовності їх приєднання до початкової ланки при утворенні механізму. При цьому, кожна ланка механізму розглядається як така, що здійснює плоский рух; необхідно визначити швидкість і прискорення щонайменше двох її точок. Цими точками є центри шарнірів обертальних пар і однойменні точки елементів поступальних кінематичних пар. Як сказано, побудова планів виконується по структурних групах в порядку їх приєднання, починаючи з початкової ланки. У цьому випадку у кожній групі

Ассура будуть відомі швидкості та прискорення зовнішніх кінематичних пар, якими приєднується дана група. Дослідження кожної групи повинно розпочинатись з визначення кінематичних параметрів внутрішньої пари, яка є спільною для ланок, що утворюють цю пару. Потім, при потребі, визначаються кінематичні параметри інших характерних точок групи та кутові швидкості і прискорення ланок.

При кінематичному аналізі механізму спочатку будується план швидкостей, а потім план прискорень.

**Плани швидкостей та прискорень початкової ланки.** Зазвичай, початкова ланка механізму здійснює обертальний рух (рис. 2.8, а). Швидкість  $v_A$  точки  $A$  перпендикулярна до кривошипа  $OA$  (напрявлена по дотичній до траєкторії  $t.A$ ) і спрямована у бік його обертання. Зобразимо швидкість точки  $A$  деяким вектором, відкладеним з довільної точки  $p_v$ , яку приймаємо за полюс плану швидкостей (рис. 2.8, б). Цей вектор перпендикулярний до прямої  $OA$  і напрямлений в бік обертання кривошипа. В кінці вектора поставимо точку  $a$ . Довжина відрізка  $p_v a$  може бути прийнята довільною.

Переважно вона вибирається при визначенні масштабу  $\mu_v = \frac{v_A}{p_v a}$ ,  $\frac{м/с}{мм}$ , з урахуванням рекомендацій з вибору масштабів; модуль швидкості  $t.A$  визначається за формулою  $v_A = \omega l_{OA}$ ,  $м/с$ , для визначення кутової швидкості користуються формулою  $\omega = \frac{\pi \cdot n}{30}$ ,  $с^{-1}$ ; де  $n$  – частота обертання. Аналогічні міркування проводять, при потребі, відносно будь-якої іншої точки кривошипа. Звичайно, швидкості та прискорення точок, що належать осі обертання, дорівнюють нулю і, відповідно, на планах вони знаходяться в полюсі ( $t.O, S$ ). Отже, вектор  $\overline{p_v a}$  представляє собою план швидкостей початкової ланки для положення, що визначається кутовою координатою  $\phi_1$ .

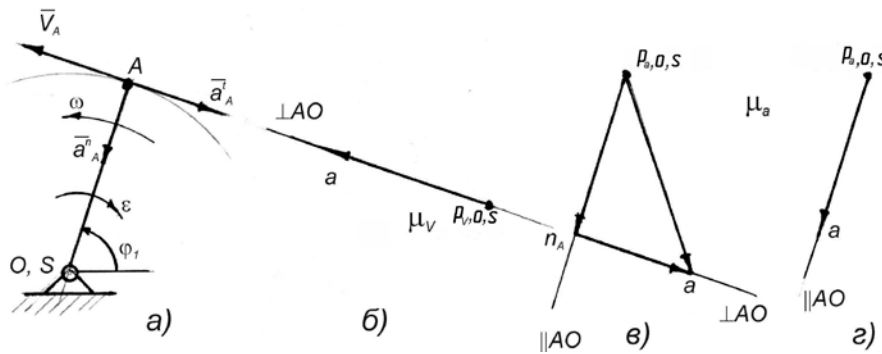


Рис. 2.8

Відмітимо, що зображення точок ланок (для розглядуваного прикладу  $O, S, A$ ) на плані швидкостей позначаються малими літерами ( $o, s, a$ ).

На рис. 2.8, в, зображений план прискорень початкової ланки. Він побудований за відомими співвідношеннями:

- повне прискорення  $t. A$  при обертальному русі ланки дорівнює геометричній сумі нормального і дотичного (тангенціального) прискорень,  $\bar{a}_A = \bar{a}_A^n + \bar{a}_A^t$ ;
- модуль нормального прискорення  $t. A$ ,  $a_A^n = \omega^2 l_{AO}$ ;
- модуль дотичного прискорення  $t. A$ ,  $a_A^t = \varepsilon l_{AO}$ .

Масштаб плану прискорень визначається за формулою  $\mu_a = \frac{a_A^n}{p_a n_A}$ ,  $\frac{м/с^2}{мм}$ , попередньо задавшись довжиною відрізка  $p_a n_A$ , що зображує  $\bar{a}_A^n$  нормальне прискорення на плані. Прийнявши довільну точку  $p_a$  за полюс плану прискорень, відкладемо вектор  $\bar{a}_A^n$  у вигляді відрізка  $p_a n_A$ . При цьому вектор нормального прискорення, яке ще називають доцентровим, направлений по радіусу обертання до центра кривини траєкторії,  $\bar{a}_A^n \parallel AO$ , має напрям від точки  $A$  до  $O$ . Далі визначають  $n_A a = \frac{a_A^t}{\mu_a}$  – довжину відрізка, що зображає  $\bar{a}_A^t$  дотичне прискорення на плані прискорень. Вектор дотичного прискорення напрямлений по дотичній до траєкторії руху (перпендикулярно радіусу обертання) в бік

напрямку кутового прискорення  $\varepsilon$ ,  $\vec{a}'_A \perp AO$ . Відкладаємо з точки  $n_A$  плану відрізок  $n_A a$  і отримуємо вектор  $\overline{p_A a}$  повного прискорення точки  $A$ .

Відзначимо, що переважно в задачах кінематики приймається, що початкова ланка обертається рівномірно ( $\omega_1 = const$ ), тобто  $\varepsilon_1 = 0$ , а отже  $a'_A = 0$ , і  $\vec{a}_A = \vec{a}_A^n$ . У цьому випадку план прискорень має вигляд, зображений на рис. 2.8, з.

**Плани швидкостей та прискорень при складному русі ланки.** Складним рухом ланки (точки) називається такий рух, при якому ланка одночасно бере участь у двох або більше рухах. Рух, що здійснює ланка (точка) по відношенню до рухомої системи відліку називається відносним рухом. Рух, що здійснює рухома система відліку по відношенню до нерухомої системи називається переносним рухом. Рух, що здійснює ланка (точка) по відношенню до нерухомої (основної) системи відліку, називається абсолютним або складним.

Нагадаємо теореми про додавання швидкостей та прискорень точки в її складному русі: абсолютна швидкість  $v_a$  точки дорівнює векторній сумі її переносної  $v_e$  і відносної  $v_r$  швидкостей, тобто

$$\vec{v}_a = \vec{v}_e + \vec{v}_r.$$

Дана теорема ще носить назву паралелограма або трикутника швидкостей. Абсолютна швидкість знаходиться шляхом побудови паралелограма швидкостей. Вектори  $\vec{v}_a$ ,  $\vec{v}_e$ ,  $\vec{v}_r$  швидкостей мають напрямки по дотичній до відповідної траєкторії. Абсолютне прискорення  $a_a$  довільної точки ланки дорівнює векторній сумі переносного  $a_e$ , відносного  $a_r$  і коріолісового  $a_c$  прискорень, тобто

$$\vec{a}_a = \vec{a}_e + \vec{a}_r + \vec{a}_c.$$

Якщо переносний рух поступальний, то абсолютне прискорення точки дорівнює геометричній сумі двох прискорень: переносного та відносного. В свою чергу, при відносному обертальному русі прискорення  $a_r$  можна розкласти на два прискорення

$$\vec{a}_r = \vec{a}_e + \vec{a}_r = \vec{a}_e + \vec{a}_r^n + \vec{a}_r^t.$$

Методика побудови планів швидкостей та прискорень для двоповодкових груп полягає у складанні аналогічних векторних рівнянь для кожної ланки та спільному їх графічному розв'язку.

Для прикладу розглянемо групу Ассур II класу II порядку першого виду (рис. 2.9). Швидкості точок  $A$  і  $C$  (якими група приєднується до механізму) відомі. Знайдемо швидкість точки  $B$ , яка є спільною для ланок 2 та 3. Для цього рух ланки 2 розкладаємо на переносний поступальний зі швидкістю  $v_A$  точки  $A$  і відносний обертальний рух навколо цієї точки зі швидкістю  $v_{BA}$ . Для ланки 3 аналогічно – на переносний поступальний зі швидкістю  $v_C$  т.С і відносний обертальний – навколо точки  $C$  зі швидкістю  $v_{BC}$ . Скориставшись теоремою про додавання швидкостей точки в її складному русі, запишемо векторні рівняння, що зв'язують швидкості точок  $B$ ,  $A$  та  $C$

$$\begin{aligned} \vec{v}_B &= \vec{v}_A + \vec{v}_{BA}, \\ \vec{v}_B &= \vec{v}_C + \vec{v}_{BC}. \end{aligned} \quad (2.2)$$

Інколи, для наочності, праві частини співвідношень (2.2) прирівнюють

$$\underline{\vec{v}_A} + \underline{\vec{v}_{BA}} = \underline{\vec{v}_C} + \underline{\vec{v}_{BC}}. \quad (2.3)$$

Зазначимо, що такі векторні рівняння розв'язуються графічно, якщо вони містять не більше двох невідомих параметрів. Розглядувана група Ассур може бути приєднана лише до початкової ланки та стояка чи до раніше приєднаних (і відповідно розглянутих) груп Ассур, кінематичні параметри яких вже відомі. Отже, параметри переносного руху будуть визначеними. Вектори

відносних швидкостей  $\bar{v}_{BA}, \bar{v}_{BC}$  в обертальному русі відомі лише за напрямком - перпендикулярні до відповідної ланки (по дотичній до траєкторії руху).

Відзначимо, що при аналізі векторних рівнянь часто прийнято підкреслювати вектор двома рисками, якщо він відомий як за величиною, так і за напрямком, і однією – якщо тільки за величиною або напрямком.

Графічний розв'язок рівняння (2.3) наведено на рис. 2.9, б у вигляді плану швидкостей. Для його побудови вибираємо довільну точку  $p_v$  - полюс плану швидкостей. Від неї відкладаємо вектор відомої швидкості  $v_A$ . Отримуємо точку  $a$  на плані швидкостей. Далі, згідно з рівнянням (2.3), до вектора швидкості  $v_A$  треба додати вектор швидкості  $v_{BA}$ . Для цього проводимо через точку  $a$  лінію, яка показує напрямок вектора відносної швидкості – перпендикуляр до ланки  $AB$  ( $v_{BA} \perp AB$ ). Такі ж міркування можна привести при розгляді правої частини рівняння (2.3). У розглядуваному прикладі точка  $C$  ланки 3 приєднана до стояка,  $v_C = 0$ . Отже, на плані швидкостей т.С знаходиться у полюсі. До вектора швидкості  $v_C$  треба додати вектор швидкості  $v_{BC}$ . Для цього проводимо через полюс  $p_v$  лінію, яка показує напрямок вектора відносної швидкості – перпендикуляр до ланки  $BC$  ( $v_{BC} \perp BC$ ). Точка перетину в цих ліній визначить величину та напрямок швидкості точки  $B$ .

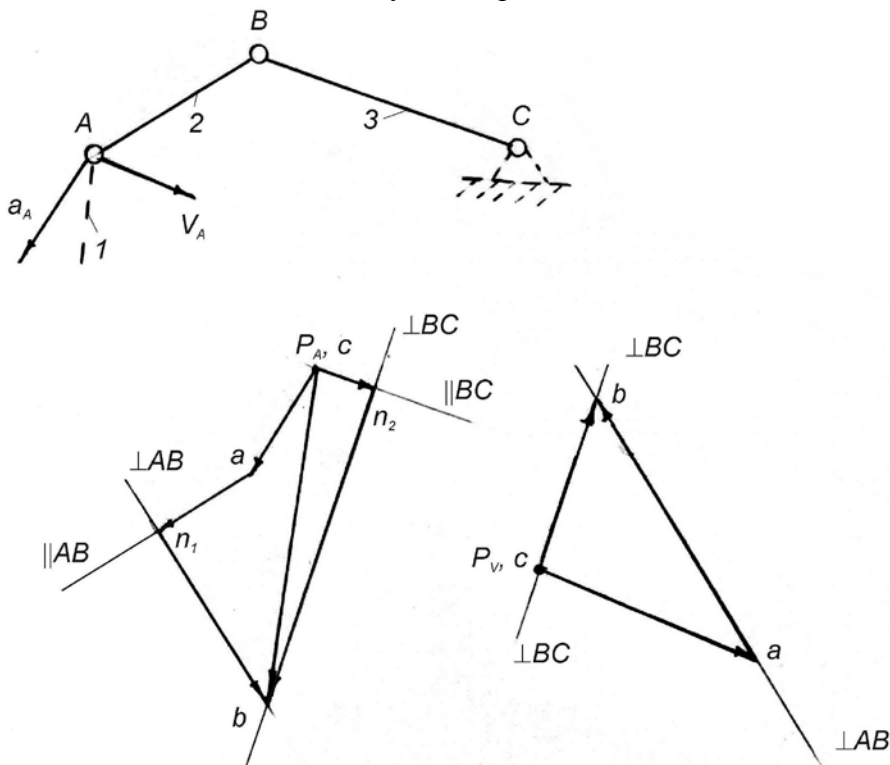


Рис. 2.9

Рівняння, які використовуються при побудові плану прискорень, відрізняються лише тим, що невідомі відносні прискорення точки у обертальному русі розкладають на складові

$$\begin{aligned} \bar{a}_B &= \bar{a}_A + \bar{a}_{BA}^n + \bar{a}_{BA}^t, \\ \bar{a}_B &= \bar{a}_C + \bar{a}_{BC}^n + \bar{a}_{BC}^t. \end{aligned} \quad (2.4)$$

Виконаємо графічне додавання векторів згідно з рівняннями (2.4). З довільної точки  $p_a$  полюса плану прискорень відкладаємо, в масштабі  $\mu_a$ , вектор відомого прискорення т.А. З кінця цього вектора, точка  $a$ , відкладемо вектор  $\bar{a}_{BA}^n$  нормального прискорення точки  $B$  навколо т.А. Нормальне прискорення напрямлене по лінії  $AB$  до центра обертання - точки  $A$ . Модуль його порахований після побудови плану швидкостей за формулою  $a_{BA}^n = \omega^2 \cdot l_{AB}$ . Довжина відрізка, який зображає  $\bar{a}_{BA}^n$  на плані прискорень, дорівнює  $an_1 = \frac{a_{BA}^n}{\mu_a}$ . Через його кінець (точку  $n_1$ ) проводимо лінію дотичного прискорення  $\bar{a}_{BA}^t$ , направленою перпендикулярно до  $AB$ .



Розглянемо друге рівняння. З полюса  $p_a$  ( $a_c = 0$ ) відкладемо вектор, який зображає  $\bar{a}_{BC}^n$ , нормальне прискорення, у вигляді відрізка  $p_a n_2 = \frac{a_{BC}^n}{\mu_a}$  ( $\bar{a}_{BC}^n \perp BC$ , має напрям від точки  $B$  до  $A$ ). Через його кінець (точку  $n_2$ ) проведемо лінію-напрямок дотичного прискорення  $a_{BC}^t \perp BC$  до перетину з лінією напрямком прискорення  $a_{BA}^t$ . Точка перетину  $v$  цих ліній визначить величину та напрямком прискорень точки  $B$  та величини дотичних прискорень (у масштабі  $\mu_a$ ).

Розглянуті положення використовуються при побудові планів швидкостей і прискорень плоских механізмів. Розглянемо методику побудови планів швидкостей та прискорень механізмів II класу.

### Основні властивості плану швидкостей та прискорень.

- 1) Усі точки механізму, швидкості (прискорення) яких дорівнюють нулю, на плані швидкостей (прискорень) знаходяться в полюсі.
- 2) Усі вектори, що виходять з полюса плану швидкостей (прискорень), є векторами абсолютних швидкостей (прискорень).
- 3) Усі вектори плану, що з'єднують кінці векторів абсолютних швидкостей (прискорень), є векторами відносних швидкостей (прискорень). Замірявши відповідні відрізки (в мм) на плані швидкостей (прискорень) та помноживши їх на масштаб  $\mu_v$  ( $\mu_a$ ), знаходимо дійсні (за модулем) значення швидкостей (прискорень).
- 4) Для плану швидкостей та прискорень дійсна теорема подібності.

## 8. Кінематичне дослідження механізмів аналітичними методами

Широке розповсюдження ЕОМ з різноманітним програмним забезпеченням сприяє все більшому застосуванню аналітичних методів кінематичного дослідження. З великої кількості праць з аналітичного розв'язку задач кінематики, якщо розглядати лише загальні методи, які можна застосувати для будь-яких механізмів, виділяють два їх різновиди: *метод замкнених векторних контурів*, розроблений В.А.Зінов'євим, та *метод перетворення координат (матричний метод)*, запропонований Ю.Ф.Морошкіним.

Аналітичне розв'язування задач кінематики просторових механізмів рекомендують виконувати *методом перетворення координат*. Застосування цього методу дає змогу визначати кінематичні параметри звичайними алгебричними методами із застосуванням матриць. Перевага матричної форми запису полягає, головним чином, у застосуванні формул множення матриць.

Аналітичне дослідження плоских механізмів зручніше виконувати методом замкнених векторних контурів.

**Метод замкнених векторних контурів.** Метод полягає у тому, що кінематичні параметри визначаються у вигляді аналітичних залежностей, що одержують, якщо представити схему механізму замкненими векторними контурами, утвореними ланками цього механізму. Вихідними даними є структурна схема механізму, розміри ланок та залежності узагальнених координат механізму від часу. Якщо останні не задано, то рівняння записують як функції узагальнених координат, тобто визначають кінематичні передатні функції.

Суть методу замкнених векторних контурів полягає в наступному:

- ланки механізму зображають у вигляді векторів, які утворюють на схемі механізму один або декілька замкнених векторних контурів (відповідно до кількості груп Ассура);
- складають векторні рівняння замкненості кожного контуру;
- вибирають прямокутну систему координат та проєктують рівняння замкнутості контурів на осі вибраної системи координат.

В результаті отримують аналітичні залежності положення ланок від узагальнених координат механізму та його розмірів, тобто функцію положень ланок механізму;

- диференціюють двічі за часом рівняння замкненості контурів у проєкціях на осі  $x$ ,  $y$  та отримують, відповідно, систему рівнянь для визначення швидкостей та прискорень ланок механізму. Якщо диференціюють по узагальненій координаті – отримують, відповідно, рівняння для визначення аналогів швидкостей та прискорень.

- визначають координати, проєкції швидкостей та прискорень характерних точок механізму. Визначають модулі швидкостей та прискорень цих точок.

Деякі рекомендації щодо застосування методу замкнених векторних контурів:

- напрямки векторів слід вибирати так, щоб вони вказували послідовність побудови схеми механізму. Спочатку у вигляді вектора зображають початкову ланку механізму. Початок цього вектора – нерухома точка (центр шарніра). Вектори, що зображають ланки в групах Ассура, рекомендують напрямляти до внутрішньої кінематичної пари. Напрямок векторів на нерухомій ланці вибирають довільно;

- записуючи умови замкненості векторних контурів, треба враховувати знаки векторів. Для цього користуються правилом обходу: обходячи кожний векторний контур схеми у довільно вибраному напрямі, векторам, напрям яких збігається з напрямом обходу, присвоюють знак плюс і, навпаки, для векторів, що мають напрям проти напрямку обходу, присвоюють знак мінус;

- прямокутну систему координат зв'язують зі стояком. За початок відліку можна прийняти центр шарніру, що з'єднує початкову ланку зі стояком. Якщо у механізмі є нерухома напрямна для повзуна, то одну з осей координат доцільно проводити паралельно до цієї напрямної.

Зазначимо, якщо механізм утворює декілька замкнених векторних контурів, то послідовність їх розгляду визначається послідовністю приєднання.

Методику одержання розрахункових залежностей розглянемо на прикладі кривошипно-повзунного механізму двоступінчастого двоциліндрового повітряного компресора, структурна схема якого зображена на рис. 2.12, а. Задані розміри всіх ланок та частота обертання  $n_1$  кривошипа 1. Необхідно визначити усі кінематичні параметри ланок та їх характерних точок (центрів мас)  $S_2, S_4$ .

Представимо схему механізму у вигляді двох замкнутих векторних контурів:  $OABO$  та  $OCDO$  (рис. 2.12, б). У кожен контур входить структурна група Ассура другого класу:  $\Pi(2, 3)$  та  $\Pi(4, 5)$ . Ланки механізму зобразимо у вигляді векторів  $\vec{l}_1, \vec{l}_1', \vec{l}_2, \vec{l}_4$ , положення повзунів 3, 5 визначатиметься векторами  $\vec{l}_3, \vec{l}_5$ .

Складемо векторні рівняння замкнутості кожного контура

$$\vec{l}_1 + \vec{l}_2 = \vec{l}_3, \quad (2.6)$$

$$\vec{l}_1' + \vec{l}_4 = \vec{l}_5. \quad (2.7)$$

Рівняння (2.6), (2.7) спроектуємо на осі вибраної прямокутної системи координат  $xOy$  (за початок відліку якої прийнято центр шарніра  $O$ , а вісь  $Oy$  направлено вздовж напрямної повзунів) та запишемо рівняння проєкцій.

$$\left. \begin{aligned} l_1 \sin \varphi_1 + l_2 \sin \varphi_2 &= 0; \\ l_1 \cos \varphi_1 + l_2 \cos \varphi_2 &= l_3, \end{aligned} \right\} \quad (2.8)$$

$$\left. \begin{aligned} l_1 \sin(\varphi_1 + \pi) + l_4 \sin \varphi_4 &= 0; \\ l_1 \cos(\varphi_1 + \pi) + l_4 \cos \varphi_4 &= l_5 \end{aligned} \right\} \quad (2.9)$$

де  $l_1, l_2, l_4$  – відповідно довжини ланок 1, 2, 4;  $l_3, l_5$  – відповідно відстані між центром шарніра  $O$  та центрами шарнірів  $B, D$  повзунів;  $\varphi_1$  - узагальнена координата механізму (кут повороту кривошипа);  $\varphi_2, \varphi_4$  – відповідно кути повороту ланок 2, 4.

Відлік кутів  $\varphi_i$ , які визначають положення ланок, проводимо від додатного напрямку осі  $Oy$  за рухом годинникової стрілки (в напрямку обертання кривошипа). Отже, для визначення величини та напрямку кута повертаємо вісь  $Oy$  за годинниковою стрілкою доти, доки стрілка осі  $Oy$  не зіллється зі стрілкою вектора. Це й буде позитивним напрямом кута.

Розв'язуючи системи (2.8), (2.9) відносно невідомих  $\varphi_2, l_3$  та  $\varphi_4, l_5$ , отримаємо аналітичні залежності положень ланок 2, 3, 4, 5 від узагальненої координати, тобто функції положень ланок. Так для першого контура, з першого рівняння системи (2.8) одержимо:

$$\varphi_2 = \arcsin\left(-\frac{l_1 \sin \varphi_1}{l_2}\right), \quad (2.10)$$

а з другого рівняння (2.8) врахувавши (2.10), отримаємо

$$l_3 = l_1 \cos \varphi_1 + l_2 \cos \left[ \arcsin \left( -\frac{l_1 \sin \varphi_1}{l_2} \right) \right].$$

Для другого контуру всі викладки аналогічні.

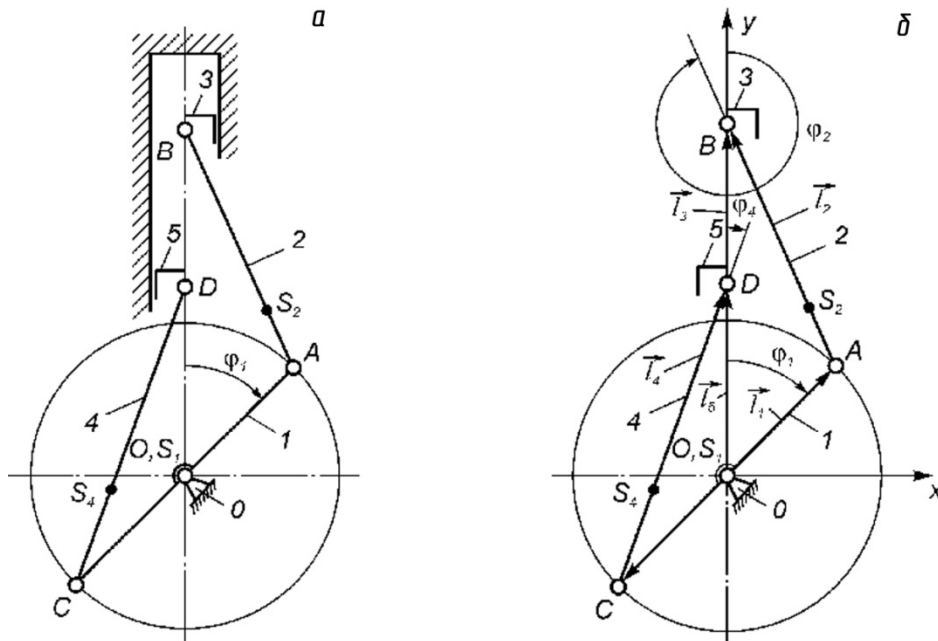


Рис. 2.12

Диференціюючи систему (2.8) за часом,

$$l_1 \omega_1 \cos \varphi_1 + l_2 \omega_2 \cos \varphi_2 = 0, \quad (2.11)$$

$$-l_1 \omega_1 \sin \varphi_1 - l_2 \omega_2 \sin \varphi_2 = v_3, \quad (2.12)$$

з (2.11) отримаємо вираз для кутової швидкості шатуна 2, а з (2.12) – лінійної швидкості повзуна 3

$$\omega_2 = -\frac{l_1 \omega_1 \cos \varphi_1}{l_2 \cos \varphi_2},$$

$$v_3 = -l_1 \omega_1 \sin \varphi_1 + l_1 \omega_1 \cos \varphi_1 \operatorname{tg} \varphi_2$$

У випадку, коли закон руху початкової ланки невідомий, визначають аналоги швидкостей та прискорень, продиференціювавши системи (2.8) і (2.9) за узагальненою координатою.

Для визначення прискорень двічі диференціюємо за часом систему (2.8), що приводить до рівнянь

$$-l_1 \omega_1^2 \sin \varphi_1 - l_2 \omega_2^2 \sin \varphi_2 + l_2 \varepsilon_2 \cos \varphi_2 = 0, \quad (2.13)$$

$$l_1 \omega_1^2 \cos \varphi_1 - l_2 \omega_2^2 \cos \varphi_2 - l_2 \varepsilon_2 \sin \varphi_2 = a_3. \quad (2.14)$$

З (2.13) визначаємо кутове прискорення шатуна 2

$$\varepsilon_2 = \frac{l_1 \omega_1^2 \sin \varphi_1 + l_2 \omega_2^2 \sin \varphi_2}{l_2 \cos \varphi_2}.$$

Підставивши значення  $\varepsilon_2$  в рівняння (2.14), можна визначити лінійне прискорення повзуна 3.

Координати будь-якої характерної точки механізму, її швидкість та прискорення визначають, використовуючи рівняння проєкцій даної точки на осі координат. Наприклад, для т.  $S_2$  будемо мати

$$x_{S2} = l_1 \sin \varphi_1 + l_{AS2} \sin \varphi_2 ,$$

$$y_{S2} = l_1 \cos \varphi_1 + l_{AS2} \cos \varphi_2 .$$

Модулі швидкостей та прискорень цієї точки знаходяться за відомими формулами

$$v_{S2} = \sqrt{\dot{x}_{S2}^2 + \dot{y}_{S2}^2} , \quad a_{S2} = \sqrt{\ddot{x}_{S2}^2 + \ddot{y}_{S2}^2} .$$

Наведені результати аналітичного дослідження зручні для програмування та реалізації на ЕОМ. Для складніших механізмів II класу з декількома групами Ассура метод замкнутих векторних контурів може призвести до громіздких математичних виразів. Реалізація відповідних алгоритмів на ЕОМ призводить до складних програм. З метою спрощення методики дослідження механізмів II класу рекомендується *погруповий метод кінематичного дослідження*. Враховуючи, що будь-який механізм отримується послідовним приєднанням до початкового механізму груп Ассура, доцільно аналітичне дослідження механізмів виконувати за структурними групами. При цьому рух ланок для кожної групи розглядається окремо, з врахуванням кінематичних характеристик її зовнішніх кінематичних пар, якими вона приєднується до механізму. Створені уніфіковані блоки (підпрограми) для початкових механізмів та груп Ассура. Такий метод зводить дослідження механізмів до розгляду окремих структурних груп, методика кінематичного дослідження яких не залежить від механізму, у який вони входять.

Для кінематичного дослідження механізмів високих класів рекомендують метод замкнутих векторних контурів.

### Питання для самоконтролю

1. Що вивчає кінематика?
2. Назвіть основні задачі кінематики.
3. Назвіть методи кінематичного дослідження механізмів.
4. Що називається планом механізму?
5. Що таке масштаб?
6. Послідовність побудови планів механізму.
7. Як визначаються початкові положення основних важільних механізмів?
8. Що таке шатунні криві?
9. Що називається кутом робочого ходу?
10. Яка сутність методу обернення рухів?
11. Дайте визначення функцій положень механізму.
12. Що таке перша та друга передатні функції механізму?
13. Запишіть формули, які відображають зв'язок між передатними функціями механізму та його кінематичними характеристиками.
14. Переваги аналітичних методів кінематичного дослідження.
15. Суть методу замкнених векторних контурів.
16. Послідовність графічного диференціювання.
17. Послідовність графічного інтегрування.
18. Масштаби при графічному диференціюванні.
19. Теорема подібності.

### Лекція 4. Силовий розрахунок важільних механізмів

1. Сили, що діють на ланки механізмів та машин
2. Загальна методика силового розрахунку
3. Силовий розрахунок шарнірно-важільного механізму
4. Теорема Жуковського

У кінематиці дослідження руху ведеться тільки з врахуванням будови механізмів та геометричних співвідношень між розмірами ланок. Передбачається, що рух вхідних ланок відомий.

Рух вихідних ланок вивчається в залежності від заданого руху вхідних ланок. За цих умов сили, які діють на ланки механізму, не враховуються.

Динаміка вивчає дійсний рух механізмів з урахуванням усіх факторів, що на нього впливають. Динамікою називається розділ механіки, у якому вивчається рух матеріальних тіл під дією сил. Розрізняють дві основні задачі динаміки:

-визначення сил, які діють на ланки механізмів за заданим законом руху, та встановлення способів зменшення динамічних навантажень, що виникають при русі механізмів;

-визначення дійсного закону руху механізмів під дією прикладених до нього сил та встановлення способів забезпечення заданих режимів руху механізму.

**Перша задача має назву силового аналізу механізмів, а друга – динаміки механізмів.**

У динаміку входять і ряд інших задач, що мають важливе технічне значення: тертя у кінематичних парах; механічний коефіцієнт корисної дії механізмів; теорія коливань в механізмах та віброзахист машин і т. ін.

Крім цього у динаміці можна виділити два класи задач – аналіз механізмів і машин та синтез механізмів і машин за заданими динамічними умовами.

## 1. Сили, що діють на ланки механізмів та машин

Сили (моменти), прикладені до ланок, можна поділити на групи.

1. *Рушійні сили.* Створюються двигунами, які здійснюють перетворення якогось виду енергії (теплової, електричної, гідравлічної) у механічну роботу. Вони здійснюють позитивну роботу за час своєї дії або за один цикл. Рушійні сили збільшують кінетичну енергію машини і прикладені до ланок механізму, що називаються ведучими; з напрямом швидкості точок прикладання утворюють гострі кути, зокрема ці кути можуть дорівнювати і нулю.

2. *Сили опору.* Здійснюють від'ємну роботу за час своєї дії, або за один цикл. Вони діляться на сили корисного (виробничого, технологічного) опору та сили шкідливого опору - опір середовища (повітря, чи якогось іншого газу, рідини), в якому рухаються ланки механізму. Сили опору середовища переважно малі у порівнянні з іншими силами і в задачах курсу ТММ не враховуються. Особливе місце посідає шкідливий опір у кінематичних парах – тертя. Тертя в механізмах розглядатимемо окремо.

Сили корисного опору – це сили, для подолання яких створено машину. Ці сили напрямлені проти переміщення точок їх прикладання – з напрямом швидкості точок прикладання утворюють тупі кути, або, зокрема, кути, що дорівнюють  $180^\circ$ ; сили опору зменшують кінетичну енергію машини.

3. *Сили тяжіння* (ваги) окремих ланок та сили пружності пружин. На деяких ділянках руху механізму ці сили можуть здійснювати як додатну, так і від'ємну роботу (у випадку сил тяжіння в залежності від того, чи піднімається, або опускається центр ваги ланки). Але за повний кінематичний цикл робота даних сил дорівнює нулю, оскільки точки їх прикладання рухаються циклічно. Сили тяжіння ланок завжди напрямлені вертикально вниз (до центра тяжіння землі); модуль цих сил обчислюється за відомою формулою  $G = mg$ , де  $g$  – прискорення вільного падіння. Врахування цих сил не викликає труднощів. Сили пружності пружин визначаються за їх характеристиками чи за коефіцієнтами жорсткості.

4. *Сили взаємодії між ланками механізму*, тобто сили, що діють у кінематичних парах. Ці сили являють собою реакції на дію активних сил. Згідно третього закону Ньютона реакції завжди взаємообернені. Їх нормальні складові роботи не виконують, в той час як дотичні складові тобто сили тертя здійснюють від'ємну роботу.

Сили перших трьох груп відносяться до категорії активних, вони переважно відомі. Ці сили прикладені до механізму ззовні, а тому є зовнішніми. Сили четвертої групи – реакції, якщо розглядати механізм в цілому, є внутрішніми силами. Реакції наперед невідомі. Вони залежать від активних сил та від прискорень ланок механізму.

Найбільший вплив на закон руху механізму чинять рушійні сили та сили корисного опору. Їх величина та характер дії визначається робочим процесом машини чи приладу, в яких використаний даний механізм. Ці сили можуть бути постійними, але в більшості випадків вони є функціями кінематичних параметрів – переміщення, швидкості або часу. Рушійні сили та сили опору звичайно визначають експериментальним шляхом за допомогою відповідних приладів (індикаторів,

динамометрів, різних давачів і т.п.) для ряду положень механізму за цикл його роботи. Вивчення робочих процесів та їх характеристик є задачею відповідних спеціальних наукових дисциплін та виходить за рамки курсу ТММ, а тому при розв'язуванні задач дані сили вважають відомими і заданими у вигляді так званих механічних характеристик. *Механічною характеристикою* машини називають функціональну залежність силового параметру від часу чи його кінематичного параметру, представлену графічно, масивом чисел або аналітично.

Розглянемо механічні характеристики деяких машин, двигунів та технологічних машин.

*Характеристики сил, що залежать від швидкості.* На рис. 3.1, а, б, показані механічні характеристики для електродвигунів постійного струму з паралельним і послідовним збудженнями; на рис. 3.2, а зображена механічна характеристика асинхронного електродвигуна трифазного струму – залежність крутного моменту від кутової швидкості ротора. Робочою частиною характеристики є ділянка *ab*. При деякому значенні кутової швидкості  $\omega$ , що відповідає номінальному моменту  $M_n$  двигуна і номінальній швидкості  $\omega_n$ , двигун розвиває максимальну потужність. Кутова швидкість  $\omega_c$ , при якій  $M_0 = 0$ , називається синхронною; з цією швидкістю ротор обертається при марноході. Наприклад, точка *O* діаграми визначає початковий пусковий момент  $M_0$  двигуна при нульовій кутовій швидкості ротора.

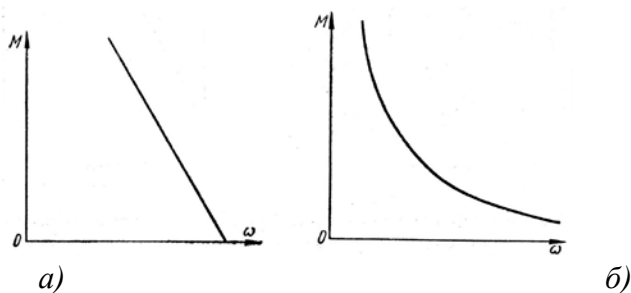


Рис. 3.1

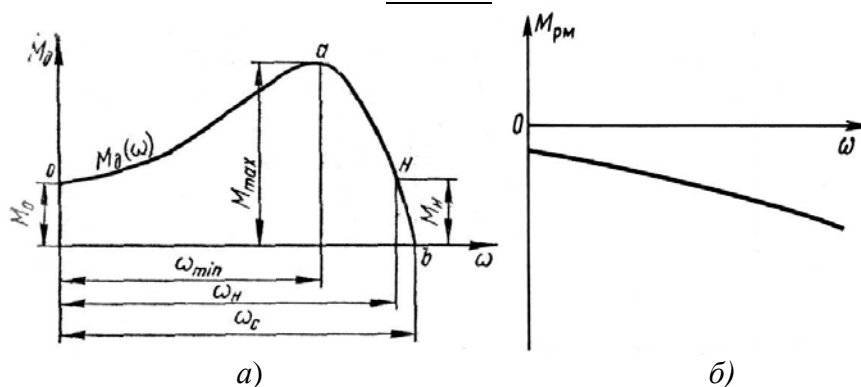


Рис. 3.2

Від швидкості залежать сили та моменти, що діють у таких робочих машинах як електрогенератори, вентилятори, відцентрові помпи і т.ін. (рис. 3.2, б). Відмітимо, що при зображенні механічних характеристик додержуються наступного правила знаків: силу і момент враховують додатними, якщо на розглядуваній ділянці шляху (лінійній чи кутовій) вони виконують додатну роботу.

*Характеристики сил, що залежать від переміщення.* На рис. 3.3 показана схема механізму двотактного двигуна внутрішнього згоряння (ДВЗ) та його механічна характеристика – залежність сили тиску газів  $F_0$  на поршень від його переміщення. Зазначимо, що для ДВЗ механічна характеристика частіше представляє собою залежність тиску газів у циліндрі від переміщення поршня і називається індикаторною діаграмою. Якщо подача палива в ДВЗ не змінюється, то при наступних обертах початкової ланки *l* механічна характеристика повторює свою форму.

Робота сили  $F_D$  графічно зображується площею, що обмежена кривою  $F_D(S_c)$ . У розглядуваному випадку додатна площа більша, ніж від'ємна. Таким чином робота сили  $F_D$  за повний цикл буде додатною. Отже, сила  $F_D$  є рушійною, хоча вона міняє знак.

Сили, що залежать тільки від переміщення, діють у багатьох інших машинах та приладах: поршневих помпах та компресорах, стругальних, фрезерних, довальних верстатах і т.п. На рис. 3.4, а подається механічна характеристика стругального верстата у вигляді прямої, що виражає залежність сили різання  $P$ , прикладеної до різця, від переміщення різця  $S$ .

У ряді машин дія активних сил робочого процесу на робочі органи машини є короткочасна і здійснюється лише на малій ділянці траєкторії робочого органу. Це має місце, наприклад, у ковальських пресах, відбійних молотках, машинах для забивання паль і т. ін. Робочі процеси такого роду називають ударними або імпульсними. Типова характеристика ударного процесу показана на рис. 3.4, б.

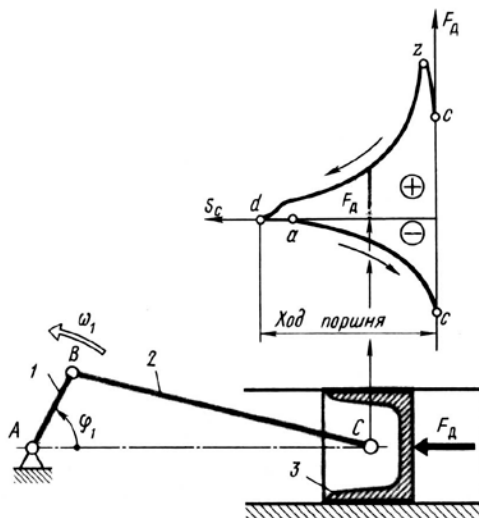


Рис. 3.3

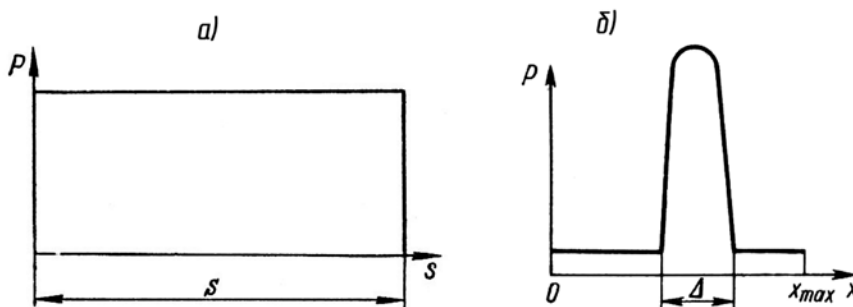


Рис. 3.4

Отже, маючи механічну характеристику машини, можна безпосередньо отримати величину сили чи моменту в конкретних положеннях механізму, або при різних швидкостях чи в заданий момент часу.

Наведені механічні характеристики машин-двигунів та робочих машин є типовими.

## 2. Загальна методика силового розрахунку

Силовий аналіз механізмів ґрунтується на розв'язанні першої задачі динаміки – за заданим законом руху визначити діючі сили. Визначення реакцій, а також – у низці задач – сил та моментів, що прикладені до механізму ззовні, складає зміст його силового розрахунку.

Під час руху механізму в кінематичних парах діють сили, що є силами взаємодії між ланками. Сили взаємодії ланок, що виникають в місцях їх дотику, називають *реакціями* в кінематичних парах. Навантаженість кінематичних пар реакціями є важливою динамічною характеристикою механізму. Знання сил в кінематичних парах має велике практичне значення для розрахунків ланок механізму на міцність, жорсткість, вібробійність, стійкість проти спрацьовування, для розрахунку вальниць на довговічність та для проведення інших подібних розрахунків, що виконуються при проектуванні механізмів. Таким чином силовий розрахунок включає, перш за все, визначення реакцій у кінематичних парах. Зовнішні сили, що прикладені до ланок механізму, як правило, задані. Визначенню підлягає лише зовнішня зрівноважувальна сила (зрівноважувальний момент), що прикладена до вхідної ланки, при якій забезпечується прийнятий закон її руху.

Силовий розрахунок механізмів може бути виконаний різними методами. В ТММ досить широке застосування отримав *метод силового розрахунку механізмів на основі звичайних рівнянь рівноваги твердих тіл*. Суть методу зводиться до застосування рівнянь рівноваги у формі

Д'Аламбера. Для цього силу інерції, яка є протидією тіла, що прискорюється, та яка прикладена до тіла, що надає це прискорення, умовно переносять на тіло, що прискорюється. Перенесена сила зрівноважується з усіма зовнішніми силами, в тому числі і з реакціями, що діють на це тіло.

Стосовно механізмів суть методу може бути сформульована так: *якщо до всіх зовнішніх сил, що діють на ланку (групу Ассура, механізм) додати сили інерції (моменти), то під дією усіх цих сил ланку (групу Ассура, механізм) можна розглядати як таку, що умовно знаходиться в рівновазі.* Цей метод дозволяє записати рівняння руху в формі рівнянь рівноваги, тим самим задачу динаміки розв'язати методами статички.

Таким чином, при застосуванні принципу Д'Аламбера до розрахунку механізмів, крім зовнішніх сил, вводяться в розрахунок сили інерції, які виникають при русі ланок і діють як додаткові (фіктивні) сили. Нагадаємо, під силою інерції розуміють кінетичну реакцію тіла на прискорення, яке надається йому ззовні. Сили інерції – це сили, обумовлені масою та рухом тіла з прискоренням. Сили інерції тіла (ланки) являють собою результат сумарної дії елементарних сил інерції кожної точкової маси тіла. Для зручності розрахунків незлічену систему елементарних сил інерції, що відповідають точковим масам, замінюють рівнодійними силами та парами. В загальному випадку, якщо тіло (ланка) здійснює плоскопаралельний рух, частіше за все елементарні сили інерції зводяться до одного головного вектора сил інерції (скорочено сили інерції)  $\bar{\Phi} = -m\bar{a}_s$ , прикладеного в центрі мас тіла, та головного момента сил інерції (скорочено момента сил інерції)  $\bar{M}_\phi = -I_s\bar{\varepsilon}$ , де  $m$  – маса тіла;  $a_s$  – прискорення центра мас тіла;  $\varepsilon$  – кутове прискорення тіла;  $I_s$  – момент інерції тіла відносно осі, що проходить через центр мас, перпендикулярно площині його руху. Головний вектор сил інерції  $\bar{\Phi}$  спрямований протилежно вектору прискорення центра мас  $\bar{a}_s$ . Головний момент сил інерції  $\bar{M}_\phi$  спрямований протилежно кутовому прискоренню  $\bar{\varepsilon}$ .

Метод силового розрахунку механізму з врахуванням сил інерції та застосуванням рівнянь динамічної рівноваги часто називають *кінетостатичним розрахунком* механізмів, на відміну від статичного розрахунку, при якому не враховуються сили інерції. У сучасних швидкохідних машинах слід обов'язково враховувати сили інерції ланок механізму, бо значення цих сил можуть значно перевищувати за величиною прикладене зовнішнє навантаження.

Таким чином, силовий розрахунок механізмів будемо виконувати методом кінетостатички, умовно приклавши до кожної рухомої ланки механізму, крім зовнішніх сил  $\bar{F}$  (моментів  $\bar{M}$ ), головний вектор  $\bar{\Phi}$  та головний момент  $\bar{M}_\phi$  сил інерції. Тоді для кожної ланки можна записати три рівняння кінетостатички. Нагадаємо, для рівноваги довільної плоскої системи тіл необхідно і достатньо, щоб сума проєкцій усіх сил на кожну з двох координатних осей і сума їх моментів відносно будь-якого центра, що лежить у площині дії сил, були рівні нулю.

$$\sum F_x + \Phi_x = 0, \quad (3.1)$$

$$\sum F_y + \Phi_y = 0, \quad (3.2)$$

$$\sum M_0(\bar{F}) + \sum M + M_0(\bar{\Phi}) + M_\phi = 0. \quad (3.3)$$

Часто в розрахунках рівняння (3.1) та (3.2) замінюють одним еквівалентним векторним рівнянням

$$\sum \bar{F} + \bar{\Phi} = 0. \quad (3.4)$$

Головний вектор  $\bar{\Phi}$  та головний момент  $\bar{M}_\phi$  сил інерції визначаються з відомих форму

$$\bar{\Phi} = -m\bar{a}_s, \bar{M}_\phi = -I_s\bar{\varepsilon}.$$

Невідомі реакції визначаються з рівнянь (3.1) – (3.4), в які вони входять у складі сум  $\sum F_x, \sum F_y, \sum M_0(\bar{F})$ , з відомими зовнішніми силами.

Зазначимо, до викладена методика – для силового розрахунку плоских механізмів. При цьому прийнято, що механізм має площину симетрії, яка паралельна площині руху і в якій діють усі прикладені сили. Вказаній умові відповідає дуже велика кількість механізмів енергетичних,



технологічних, транспортних машин та різних приладів.

При русі механізму в його кінематичній парі виникають сили тертя, що гальмують рух, знижують коефіцієнт корисної дії механізму. Силовий розрахунок може бути виконаний як з урахуванням, так і без урахування тертя. В першому наближенні проводять розрахунок без урахування сил тертя в кінематичних парах, розглядаючи механізм як систему з ідеальними в'язями. Відзначимо, у більшості випадків сили тертя малі, порівняно з іншими силами, що діють на механізм, тому уточнений розрахунок часто не робиться.

**Розглянемо дію сил в кінематичних парах.** Реакція, тобто сила взаємодії ланок, що утворюють нижчу кінематичну пару, представляє собою рівнодіючу елементарних сил (елементарних тисків однієї ланки на іншу), розподілених по поверхні дотику ланок. Як відомо, сила взаємодії між двома тілами, що дотикаються (якщо нехтувати силами тертя), напрямлена по спільній нормалі до поверхні стикання. Таким чином, у поступальній кінематичній парі всі елементарні сили, а отже і їх рівнодійна – реакція  $R_{12}$  (рис. 3.5), будуть напрямлені по нормалі до напрямної кінематичної пари  $x-x$ . Реакція, як і будь-яка сила, характеризується трьома параметрами: величиною (модулем), напрямком і точкою прикладання. Величина і точка прикладання реакції невідомі і повинні бути визначені в процесі силового розрахунку. Таким чином, поступальна пара вносить в рівняння (3.1) – (3.4) два невідомі параметри. Сказане повністю стосується і реакції  $R_{21}$ , яка прикладена до ланки 2 з боку ланки 1, оскільки сили взаємодії ланок  $R_{12}$ ,  $R_{21}$  зв'язані третім законом Ньютона:  $\bar{R}_{12} = -\bar{R}_{21}$ . Відзначимо, що реакції в кінематичних парах будемо позначати двома нижніми індексами: перший вказує номер ланки, на яку діє сила, другий – номер ланки, зі сторони якої діє сила.

Розглянемо обертальну кінематичну пару V класу (рис. 3.6). Якщо знехтувати силами тертя, то рівнодійна  $R_{12}$  елементарних тисків однієї ланки на іншу, напрямлена по нормалі до циліндричних поверхонь дотику обох ланок, пройде через центр шарніра  $O$ . Положення центра шарніра завжди відоме, але невідомі ні величина цієї реакції, ні її напрям.

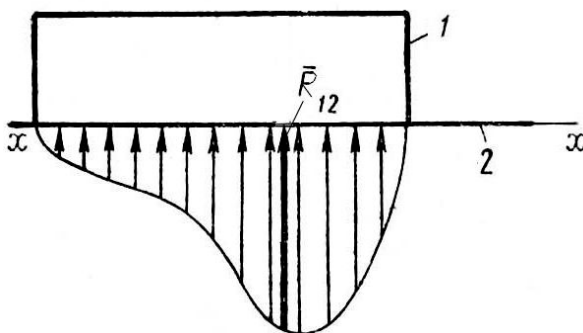


Рис. 3.5

Таким чином, від кожної реакції, що діє в нижчій кінематичній парі, в розрахункових рівняннях (3.1) – (3.4) з'являться два невідомі параметри.

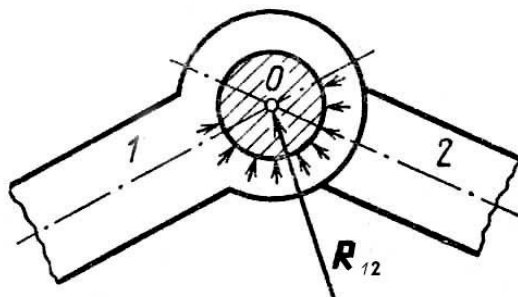


Рис. 3.6

У вищій парі IV класу (рис. 3.7) реакція  $R_{12}$  прикладена в точці  $A$  дотику ланок 1 та 2 і напрямлена вздовж спільної нормалі  $n-n$  (тертя не враховується). Таким чином, для реакції  $R_{12}$  відомі як точка прикладання, так і лінія дії; невідомим є тільки її модуль.

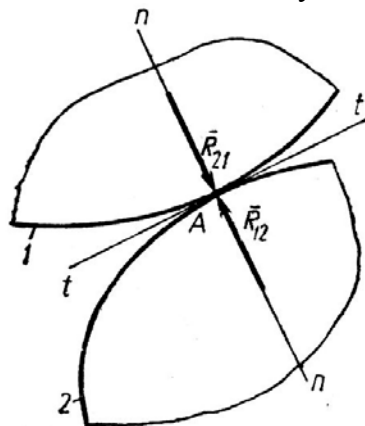


Рис. 3.7

**Умови статичної визначеності плоских механізмів, кінематичних ланцюгів.** Розглянемо плоский механізм, що складається з  $n$  рухомих ланок та  $p_5$  нижчих (V класу) і у  $p_4$  вищих (IV класу) кінематичних пар. Для цього механізму можна скласти  $3n$  рівнянь рівноваги; число невідомих параметрів під час визначення реакцій у кінематичних парах цього ланцюга становитиме  $2p_5+p_4$ . Щоб задача була статично визначеною, кількість рівнянь рівноваги повинна дорівнювати числу невідомих, що входить до них, тобто  $3n=2p_5+p_4$ . Запишемо для плоского кінематичного ланцюга формулу Чебишева у вигляді  $3n=2p_5+p_4+W$ . Порівнюючи вирази, роблять висновок: механізм без залишкових в'язей є статично визначеним.  $W$  рівнянь, що залишились, використовуються для визначення тих зовнішніх силових факторів, які не задані в силовому розрахунку і є шуканими. В багатьох підручниках невідомий зовнішній силовий фактор називається зрівноважувальною силою (моментом).

В той же час, для будь-якої структурної групи Ассура справедливе співвідношення  $3n=2p_5+p_4$ . Отже, будь-яка структурна група є статично визначеною, а тому при силовому розрахунку доцільно розглядати рівновагу окремих структурних груп.

**Послідовність силового розрахунку механізмів.** При силовому розрахунку невідомими будуть внутрішні сили в кінематичних парах, тобто реакції, та часто зрівноважувальна сила (момент). Щоб визначити їх, механізм треба розкласти на групи Ассура. Оскільки групи Ассура є статично визначеними, механізм розкладається на групи Ассура та механізм I класу. При цьому необхідно, щоб зрівноважувальна сила була прикладена до рухомої ланки механізму I класу. Підкреслимо, що при такому розкладанні механізму, в кожній групі Ассура невідомими будуть тільки реакції. Після того, як силовий розрахунок усіх груп Ассура виконано, механізм I класу також буде статично визначеним.

Підсумуємо: силовий розрахунок механізму потрібно проводити за структурними групами Ассура, починаючи з групи, яка приєднана останньою в процесі утворення механізму, і завершувати розрахунком механізму I класу. Таким чином, послідовність силового розрахунку є зворотною до послідовності кінематичного дослідження.

### 3. Силовий розрахунок шарнірно-важільного механізму

Розглянемо графічний метод силового дослідження плоских важільних механізмів шляхом складання рівнянь рівноваги та побудови плану сил. Наведемо розрахунок шестиланкового кулісного механізму поперечно-стругального верстата. Вихідними даними для розрахунку є: кінематична схема механізму в заданому положенні (рис. 3.8); маси  $m_i$  та моменти інерції  $I_{Si}$  ланок; положення їх центрів мас  $s_i$ ; кутова швидкість  $\omega_1$  кривошипа; сила корисного опору, в розглядуваному прикладі  $F_p$  - сила різання, яка прикладена до різця (ланка 5), в напрямку, протилежному руху.

Невідомими є реакції у кінематичних парах та зрівноважувальна сила  $F_{3p}$ . Оскільки у даному прикладі задано, що верстат з'єднаний з двигуном за допомогою зубчастої передачі  $z'-z''$ , то зовнішній силовий фактор, який прикладений до зубчастого колеса  $z'$  (ланка 1), являє собою силу, модуль якої треба визначити (напрямок та точка прикладання відомі).

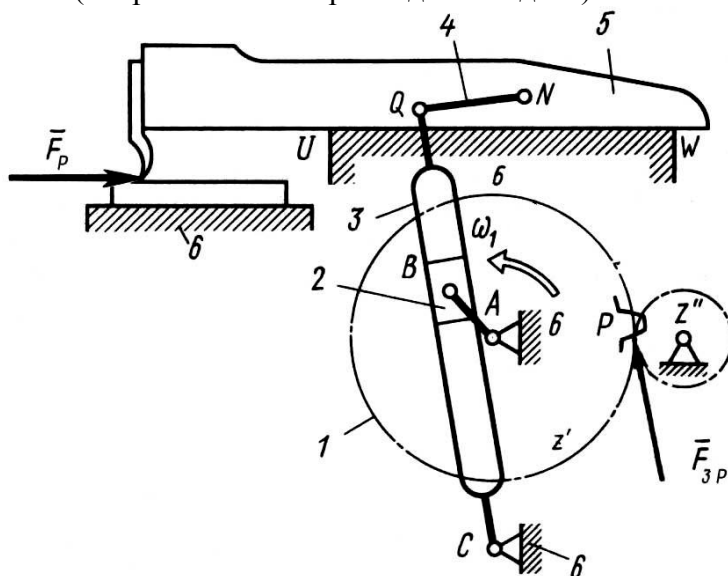


Рис. 3.8

Підкреслимо, що до силового розрахунку приступають лише після виконання кінематичного аналізу. Припустимо, що кінематичний розрахунок виконаний, і, отже, відомі повні прискорення центрів мас усіх ланок та їх кутові прискорення за величиною та напрямком. За знайденими прискореннями визначаємо модулі та напрями головних векторів та головних моментів сил інерції всіх ланок за формулами

$$\bar{\Phi}_i = -m_i \bar{a}_{Si}; \bar{M}_{\phi_i} = -I_{Si} \bar{\varepsilon}_i.$$

Вектори сил інерції  $\bar{\Phi}_i$  прикладені в центрах мас і напрямлені в протилежну сторону до напрямків векторів відповідних прискорень  $a_{Si}$ , моменти  $M_{\phi_i}$  напрямлені протилежно до кутових прискорень  $\varepsilon_i$ .

Визначимо сили ваги усіх рухомих ланок за рівністю

$$G_i = m_i g = 9,81 m_i$$

і прикладемо їх у центрах мас  $s_i$  ланок вниз по вертикалі.

Розбиваємо механізм на групи Ассур. Даний механізм утворений шляхом послідовного приєднання до механізму I класу (ланки 1,6) двох груп Ассур другого класу: групи третього виду (ланки 2,3) та другого виду (ланки 4,5).

Накреслимо в масштабі найвіддаленішу від вхідної ланки групу Ассур (ланки 4,5) і нанесемо діючі на неї сили: корисного опору  $F_p$ , ваги  $G_4, G_5$ , сили (і моменти сил) інерції  $\Phi_4, \Phi_5, M_{\phi_4}$  – усі вони відомі; а також реакції від'єднаних від групи Ассур ланок (рис. 3.9, а). Невідомими є реакції. Реакція стояка на повзун  $R_{56}$  нормальна до напрямної  $UW$ . Невідомим є її модуль, а також точка прикладання, яка визначається через плече  $b$ . Реакцію в обертальній парі  $Q$ , невідому за модулем і напрямом, розкладемо на дві складові  $\bar{R}_{43}^n, \bar{R}_{43}^t$  так, щоб момент нормальної складової відносно точки  $N$  дорівнював нулю. Невідомі модуль та напрямок внутрішньої реакції  $\bar{R}_{45} = -\bar{R}_{54}$  в шарнірі  $N$  визначаються пізніше, через план сил.

Під дією цих сил згідно з принципом Д'Аламбера група Ассур перебуватиме в стані умовної рівноваги.

Складову  $R'_{43}$  знайдемо з умови рівноваги ланки 4, за рівнянням моментів

$$\sum M_N(\bar{F}) = 0, \quad R'_{43}QN + G_4h_1 - \Phi_4h_2 - M_{\phi 4} / \mu_l = 0,$$

звідки

$$R'_{43} = \frac{\Phi_4h_2 + M_{\phi 4} / \mu_l - G_4h_1}{QN},$$

де  $QN, h_1, h_2$  - плечі сил, які вимірюємо на кресленні групи Ассюра.

Якщо права частина рівності додатна то це означає, що напрям реакції  $R'_{43}$  на схемі прийнято правильно. При від'ємному значенні – потрібно замінити напрям реакції  $R'_{43}$  на протилежний.

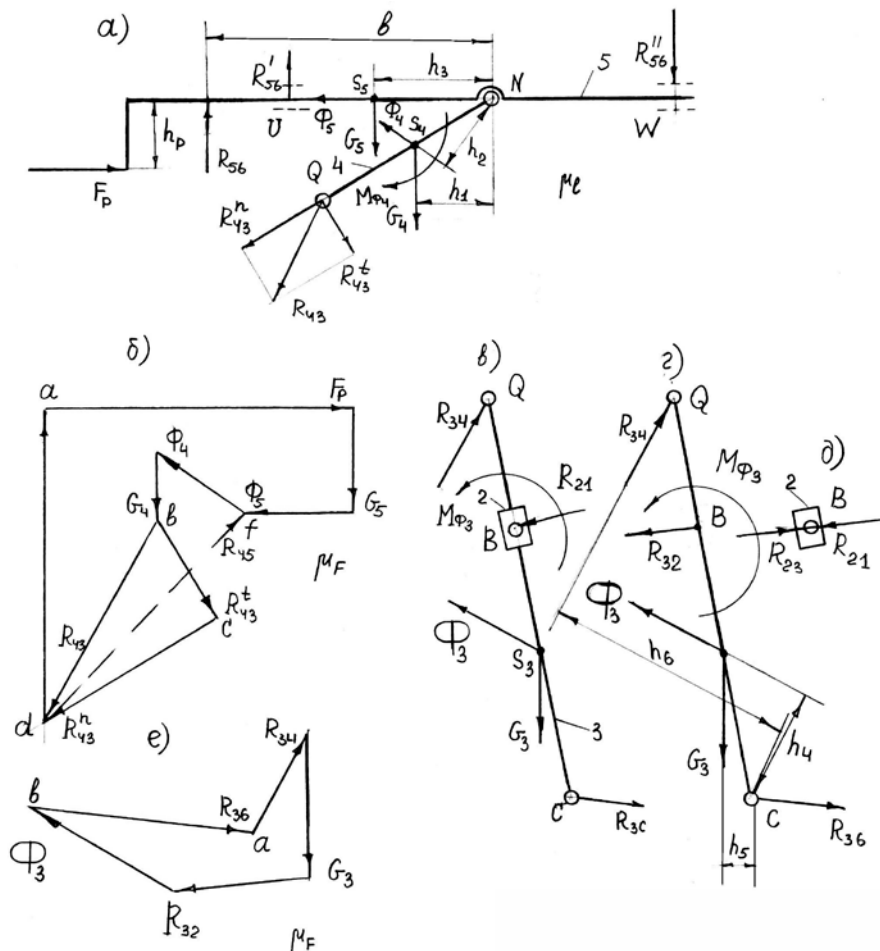


Рис. 3.9

Подальші силові розрахунки проводимо графічним методом. Складаємо векторне рівняння рівноваги сил, прикладених до всієї групи Ассюра (4,5):

$$\sum \bar{F} = 0, \quad \bar{R}'_{56} + \bar{F}_p + \bar{G}_5 + \bar{\Phi}_5 + \bar{\Phi}_4 + \bar{G}_4 + \bar{R}'_{43} + \bar{R}^n_{43} = 0, \quad (3.5)$$

пам'ятаючи, що для системи, яка перебуває в рівновазі, многокутник сил буде замкненим.

Будуємо план сил. Для цього вибираємо масштаб  $\mu_F$  та вираховуємо відповідні відомим силам довжини відрізків. Потім, починаючи від т.  $a$  (рис. 3.9, б), відкладаємо, згідно з рівнянням (3.5), вектори, що зображають ці сили  $F_p, G_5, \Phi_5, \Phi_4, G_4, R'_{43}$  у масштабі  $\mu_F$ . Після цього через початок вектора, що зображає на плані силу  $\bar{F}_p$  (т.  $a$ ), проводимо лінію, паралельну до  $\bar{R}'_{56}$  на кресленні групи Ассюра, а через кінець вектора, що зображає  $\bar{R}'_{43}$  (т.  $c$ ) – лінію, паралельну  $\bar{R}^n_{43}$ . Точка  $d$  перетину цих двох прямих визначить невідомі реакції  $R_{56}, R_{43}$ . Напрямок їх приймається таким, щоб стрілки на векторах сил були орієнтовані в напрямку обходу контуру. Повну реакцію  $R_{43}$  в шарнірі  $Q$

отримуємо графічно згідно рівняння  $\bar{R}_{43} = \bar{R}_{43}'' + \bar{R}_{43}'$ .

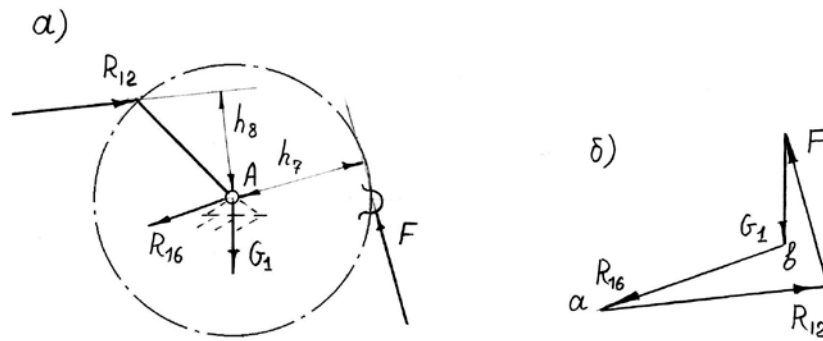


Рис. 3.10

Модулі знайдених реакцій визначаємо за відомими формулами

$$R_{56} = \mu_F ad,$$

$$R_{43} = \mu_F bd,$$

де  $ad, bd$  - відрізки на плані сил.

Для визначення реакцій  $\bar{R}_{45}$  у внутрішній кінематичній парі  $N$  розглянемо умову рівноваги сил, що діють на ланку 4,

$$\Sigma \bar{F} = 0, \quad \bar{\Phi}_4 + \bar{G}_4 + \bar{R}_{43} + \bar{R}_{45} = 0.$$

Розв'язок отримуємо, замкнувши на плані сил точки  $d$  і  $f$ . Модуль реакції дорівнює  $R_{45} = \mu_F df$ .

Визначимо координату  $b$  точки прикладання реакції  $R_{56}$ . З рівняння моментів усіх сил, що діють на ланку 5 відносно т.  $N$ ,  $\Sigma M_N(\bar{F}) = 0$ , отримаємо:

$$R_{56}b - G_5h_3 - F_P h_p = 0, \quad b = \frac{G_5h_3 + F_P h_p}{R_{56}}.$$

Якщо плече  $b$  буде мати таку довжину, що т.  $D$  виявиться поза поверхнею  $UW$ , то силова дія стояка 6 на повзун 5 зведеться до двох реакцій  $R_{56}'$ ,  $R_{56}''$ . Знайдена  $R_{56}$  є тоді лише їхньою рівнодієюю. Шукані реакції визначаються за допомогою теореми Варіньона  $R_{56}' = R_{56} \frac{l_{DW}}{l_{UW}}$ ;  $R_{56}'' = R_{56} \frac{l_{DU}}{l_{UW}}$

Перейдемо до розгляду групи Ассура 2,3. Накреслимо в масштабі групу Ассура і прикладемо діючі сили (рис. 3.9, в). Двоповодкова група Ассура третього виду частіше за інші зустрічається в сучасному машинобудуванні. При цьому, часто  $G_2=0$ ,  $\Phi_2=0$  або настільки малі, що ними нехтують

До ланок групи прикладені: відома з попереднього розрахунку реакція  $\bar{R}_{34} = -\bar{R}_{43}$ , а також відомі сили та момент  $G_3$ ,  $\Phi_3$ ,  $M_{\Phi_3}$ . Невідомими є модуль та напрям реакцій  $R_{36}$  і  $R_{21}$  в шарнірах  $C$  та  $B$ , модуль реакції взаємодії  $\bar{R}_{23} = -\bar{R}_{32}$  в поступальній парі 2-3.

Розглянемо рівновагу не групи Ассура, а окремих ланок, які входять до групи, оскільки відомо напрям реакції  $R_{32}$  повзуна на кулісу (реакції у внутрішній кінематичній парі  $B$ ). Ця реакція нормальна до напрямної  $CQ$  і прикладена в т.  $B$  (рис. 3.9, з).

За модулем реакцію  $R_{32}$  знайдемо з рівняння моментів сил, що діють на кулісу, відносно т.  $C$

$$\Sigma M_C = 0, \quad R_{32}BC + \Phi_3h_4 + G_3h_5 - R_{34}h_6 + M_{\Phi_3}/\mu_1 = 0,$$

звідки  $R_{32} = \frac{R_{34}h_6 - \Phi_3h_4 - G_3h_5 - M_{\Phi_3}/\mu_1}{BC}$ ,  $\bar{R}_{32} = -\bar{R}_{23}$ .

Із рівноваги повзуна (рис. 3.9, д) маємо  $\Sigma \bar{F} = 0$ ,  $\bar{R}_{23} + \bar{R}_{21} = 0$ ,  $\bar{R}_{23} = -\bar{R}_{21}$ .

Реакцію  $R_{36}$  знаходимо методом планів сил згідно з векторним рівнянням для ланки 3  $\Sigma \bar{F} = 0$ ,

$$\bar{R}_{34} + \bar{G}_3 + \bar{R}_{32} + \bar{\Phi}_3 + \bar{R}_{36} = 0.$$

Для цього з довільно вибраної точки (полюса  $a$ , рис. 3.9,  $e$ ) в масштабі  $\mu_{F_1}$  відкладаємо сили  $\bar{R}_{34}$ ,  $\bar{G}_3$ ,  $\bar{R}_{32}$  і  $\bar{\Phi}_3$ . Невідома реакція  $R_{36}$  замкне багатокутник сил. За модулем  $R_{36} = \mu_{F_1} ab$ .

Переходимо до силового розрахунку механізму  $I$  класу. Накреслимо його в масштабі (рис. 3.10,  $a$ ) і нанесемо діючі сили: відому силу  $\bar{R}_{12} = -\bar{R}_{21}$ , силу ваги  $G_1$ , невідому за модулем і напрямком реакцію  $R_{16}$ , та невідому лише за модулем зрівноважувальну силу  $F_{3p}$ . В даному прикладі зрівноважувальна сила являє собою рушійну силу. Лінія дії сили  $F_{3p}$  проходить через полюс зачеплення  $P$  під кутом зачеплення  $\alpha_w$ . Положення полюса  $P$  та величина кута  $\alpha_w$  визначаються з геометричного розрахунку зубчастої передачі.

Сила  $F_{3p}$  знаходиться з рівняння моментів сил відносно т.А

$$\sum M_A(F) = 0, \quad F_{3p} h_7 - R_{12} h_8 = 0,$$

звідки  $F_{3p} = \frac{R_{12} h_8}{h_7}$ .

Відмітимо, що силу  $F_{3p}$  можна також отримати і коротшим шляхом, не роблячи розбивки механізму, застосувавши теорему М.Є. Жуковського.

Реакцію  $R_{16}$  стояка  $b$  на кривошип  $I$  визначимо за допомогою побудови плану сил (рис. 3.10,  $b$ ) згідно з рівнянням

$$\sum \bar{F} = 0, \quad \bar{R}_{12} + \bar{F}_{3p} + \bar{G}_1 + \bar{R}_{16} = 0.$$

За модулем невідома реакція  $R_{16} = \mu_{F_2} \cdot ab$ .

#### 4. Теорема Жуковського

Визначення зрівноважувальної сили методом М.Є. Жуковського. У випадку задач, у яких необхідно знайти зрівноважувальну силу або зрівноважувальний момент, а визначати реакції в кінематичних парах немає потреби, використовують теорему (метод) Жуковського. Прикладом таких задач є: визначення потужності та типу двигуна, моменту інерції маховика, характеристики регулятора та інші задачі динаміки.

Співвідношення між силами, прикладеними до ланок механізму (включаючи і сили інерції), можна дістати, застосувавши теорему Жуковського про жорсткий важіль: якщо для механізму, що перебуває в русі, побудувати план швидкостей, а потім вектори усіх активних сил та сил інерції, які прикладені в різних точках механізму, повернути на  $90^\circ$  в один і той же бік та перенести в однойменні точки плану швидкостей, то сума моментів цих сил відносно полюса буде дорівнювати нулю.

Замість сил можна повертати план швидкостей на  $90^\circ$ , а сили прикладати так, як вони показані на схемі механізму. Тоді теорему Жуковського можна сформулювати таким чином: *якщо до плану швидкостей, повернутого на  $90^\circ$ , у відповідних точках прикласти всі зовнішні сили (і моменти), сили інерції (і моменти сил інерції), а також зрівноважувальну силу (момент) і розглядати план швидкостей як жорсткий важіль, закріплений у полюсі, то під дією цих сил і моментів він буде перебувати в рівновазі, а сума моментів сил відносно полюса дорівнюватиме нулю.* Таким чином, рівновазі механізму відповідає рівновага повернутого плану швидкостей, який розглядається як “жорсткий важіль”, що шарнірно закріплений в полюсі плану.

Доведення теореми ґрунтується на принципі можливих переміщень.

Моменти сил, що прикладені до ланок механізму найчастіше зображають у вигляді пар сил, які переносять на план швидкостей. Якщо моменти  $M_i$ , що діють на ланки механізму, переносяться на план швидкостей безпосередньо у вигляді моментів, їх величина визначається рівнянням

$$M_i^0 = M_i \frac{ab}{l_{AB}},$$

де  $l_{AB}$ ,  $m$  – довжина ланки, до якої прикладений момент  $M_i$ ;  $ab$ ,  $mm$  – відрізок плану швидкостей, до якого прикладається момент  $M_i^0$ .

Момент  $M_i^0$  має той же знак, що і заданий момент  $M_i$ , якщо напрям відрізка  $ab$  (порядок літер) співпадає з напрямом відрізка  $AB$  схеми механізму. Якщо напрям  $ab$  протилежний  $AB$ , то моменти  $M_i^0$  та  $M_i$  мають різні знаки.

Застосування важеля Жуковського дозволяє визначити шукану силу за допомогою тільки одного рівняння моментів. У випадку застосування методу плану сил необхідно провести повний силовий розрахунок механізму.

Відзначимо, що метод Жуковського можна застосовувати для знаходження величини будь-якої сили, якщо точка прикладання та лінія дії цієї сили задані, а також відомі лінії дії, величини та точки прикладання усіх інших сил, які діють на ланки механізму.

З наведеного випливає наступна послідовність визначення зрівноважувальної сили за способом Жуковського:

- креслять кінематичну схему механізму у заданому положенні та вибраному масштабі з прикладеними усіма зовнішніми силами. Моменти замінюють парами сил;
- будують план швидкостей, повернутий на  $90^0$ ;
- до однойменних точок повернутого плану прикладають усі зовнішні сили, сили інерції, а також зрівноважувальну силу, зберігаючи їх напрям;
- складають рівняння суми моментів усіх сил відносно полюса і визначають зрівноважувальну силу.

### Питання для самоконтролю

1. Що вивчає динаміка?
2. Сформулюйте основні задачі динаміки.
3. Назвіть сили, що діють на ланки механізму, та дайте їм коротку характеристику.
4. Дати означення механічної характеристики машини.
5. На якому принципі теоретичної механіки ґрунтується кінетостатичний розрахунок механізму?
6. Яка послідовність силового розрахунку механізмів?
7. Яка умова статичної визначеності кінематичних ланцюгів?
8. Сформулюйте теорему Жуковського.

### Лекція 5. Тертя. Види тертя

1. Загальні відомості про тертя
2. Теорії тертя і зношування
3. Тертя без мастильного матеріалу
4. Тертя за умови граничного мащення
5. Рідинне, контактне-гідродинамічне напіврідинне мащення
6. Закон Амонтона-Кулона

#### 1. Загальні відомості про тертя

По характеру відносного руху розрізняють тертя кочення і тертя ковзання. Також одночасно виділяють тертя кочення з проковзуванням (зубчаті і зубчато-гвинтові передачі; тертя в парі колесо-рельса).

Сила тертя – сила опору при відносному переміщенні одного тіла по поверхні іншого під дією зовнішньої сили, тангенціально направленої до загальної границі між цими тілами.

Залежно від наявності мастильного матеріалу розрізняють наступні режими тертя:

- тертя без мастильного матеріалу;
- тертя з мастильним матеріалом;
- тертя за умови граничного мащення.

## 2. Теорії тертя і зношування

Найбільш широко використовуються три теорії тертя.

Перша – молекулярно-механічна чи адгезійно-деформаційна. Згідно цієї теорії в поверхневих шарах тіл тертя відбувається два процеси: багатократна деформація поверхневих шарів контактуючих поверхонь та утворення і розрив сил молекулярної взаємодії в місцях фактичного контакту при їх відносному ковзанні. За молекулярно-механічною теорією, сила тертя і розсіювана енергія кількісно залежать від фізико-механічних властивостей матеріалів деталей трибопари, величини та просторової конфігурації параметрів шорсткості, активності молекулярної взаємодії на фрикційному контакті. Під шорсткістю поверхні розуміють сукупність мікронерівностей з відносно малим кроком, що утворюють рельєф поверхні і, що розглядаються у межах ділянки, довжина якої дорівнює базовій довжині  $l$ . Крок мікронерівностей змінюється в межах від 2 до 800 мкм, а висота від 0,01 до 400 мкм. Необхідна умова зовнішнього тертя в даному випадку – наявність дискретності.

Механохімічна теорія розглядає тертя як процес утворення і руйнування вторинних структур на робочих поверхнях. Вона обмежує дію молекулярно-механічної теорії областю паталогічної форми зношування. Згідно цього підходу, сила тертя являє собою суму похідних від складових енергій дисипації. Авторами показано, що кількість виникаючого тепла являє собою 70-100% від всієї механічної енергії затраченої на тертя.

Атомно-молекулярна гіпотеза тертя розглядає цей процес, як ковзання двох поверхневих шарів молекул. Через молекулярну шорсткість ковзання поверхонь в напрямку вектора відносної швидкості супроводжується коливальним рухом тіл в напрямі перпендикулярному цьому вектору.

## 3. Тертя без мастильного матеріалу

Тертя без мастильного матеріалу і при відсутності забруднень між поверхнями тертя буває в гальмах, фрикційних передачах, у вузлах тертя машин текстильної, харчової і хімічної промисловостей, де використання мастильних матеріалів через можливість пошкодження продукції чи з погляду техніки безпеки недопустимо.

Згідно молекулярно-механічної теорії на площадках фактичного контакту діють сили молекулярного притягання, які проявляються на віддальх, що в десятки разів перевищують міжатомні віддалі в кристалічній решітці і збільшуються із збільшенням температури. Молекулярні сили викликають на ділянках контакту адгезію.

Більш сильним проявом молекулярних сил є схоплювання поверхонь. Сила тертя в цьому випадку залежить від величини зон схоплювання і опору їх розриву.

Сила тертя  $F_m$  обумовлена механічними і молекулярними взаємодіями:

$$F_m = aS_\phi + bP$$

де  $a$  – середня інтенсивність молекулярної складової сили тертя;  $S_\phi$  – фактична площа контакту;  $b$  – коефіцієнт, що характеризує механічну складову сили тертя;  $P$  – сила ваги.

Коефіцієнт тертя  $f$  відношення сили тертя до сили ваги:

$$f = \frac{aS_\phi}{P} + b.$$

Тертя без мастильного матеріалу супроводжується скачкоподібним ковзанням поверхонь. Тому, наприклад, спостерігається вібрація промислового обладнання при виході на робочий режим, "дьоргання" при гальмуванні, вібрація різців при різанні.



#### 4. Тертя за умови граничного мащення

При терті за умови граничного мащення поверхні спряжених тіл розділені шаром мастильного матеріалу дуже малої товщини (від товщини одної молекули до 0,1 мкм). Наявність граничного шару чи граничної плівки знижує силу тертя порівняно з тертям без мастильного матеріалу в 2-10 разів і зменшує зношування спряжених поверхонь в сотні разів.

Всі масла здатні адсорбуватись на металічній поверхні. Міцність плівки залежить від активності молекул, їх кількості і якості. Мінеральні масла являють собою механічну суміш неактивних вуглеводів і мають в собі включення органічних кислот, смол і інших ПАР.

Майже всі ММ утворюють на металічних поверхнях граничну фазу квазікристалічної будови товщиною до 0,1 мкм, що володіє доволі міцним зв'язком з поверхнею і поздовжньою когезією.

Молекули мастильного матеріалу орієнтуються перпендикулярно до твердої поверхні, що дозволяє для наглядності уявити граничну плівку у вигляді ворсу (рис. 3.1).

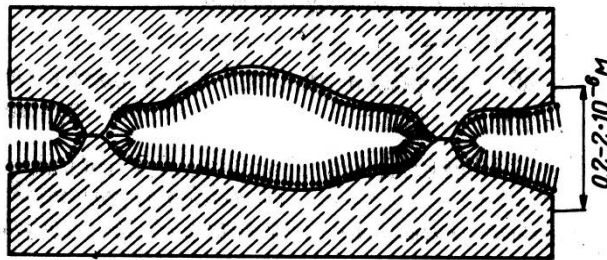


Рис.3.1. Схема граничного змащування шорстких поверхонь

ММ в граничному шарі є анізотропним (в тангенціальному напрямі молекулярні шари легко зминаються і при товщині шару більше деякої критичної величини ковзають один по одному). По нормалі до твердої поверхні плівка володіє високим опором здавлювання, а її несуча здатність рахується десятками тисяч кілограмів на 1 см<sup>2</sup>.

Розглянемо механізм тертя при граничному мащенні. Під впливом навантаження відбувається пружна і пружнопластична деформації на площинах найбільшого прилягання поверхонь, покритих граничною плівкою мастильного матеріалу. При такому контакті може відбутись взаємне впровадження поверхонь без порушення цілісності мастильної плівки. Опір руху при ковзанні складається з опору зсуву граничного шару і опору ковзання поверхонь.

Молекули ММ постійно рухаються. Завдяки їх рухомості на поверхнях тертя адсорбція протікає з більшою швидкістю, що дозволяє плівці "самозаліковуватись". Ця властивість дозволяє попередити процес безперервного схоплювання.

#### 5. Рідинне, контактнo-гiдродинамiчне напiврiдинне мащення

**Рiдинне мащення** характеризується тим, що поверхні тертя розділені шаром рідкого мастильного матеріалу, що знаходиться під тиском. Тиск ММ зрівноважує зовнішнє навантаження. Масляний шар називають несучим. При збільшенні його товщини зменшується ступінь впливу твердої поверхні на молекули масла, що знаходяться далеко від неї. При рідинному мащенні опір руху визначається в'язкістю масла. Цей режим характеризується малим коефіцієнтом тертя.

**Контактнo-гiдродинамiчне мащення** виникає при терті кочення чи при терті кочення з проковзуванням. При цьому масло втягується в зону контакту контактуючими поверхнями, що рухаються. Підвищення тиску і температури зменшує в'язкість масел. При коченні з проковзуванням умови для утворення рідинного мащення є більш сприятливі, але сила тертя в контакті є більшою, ніж при чистому коченні.

Тертя при **напiврiдкoму мащеннi** можливе при наявності одночасно рідкого і граничного мащення. Нормальне навантаження у випадку тертя при напіврідкому мащенні зрівноважується нормальною складовою сил взаємодії поверхонь на площинах контакту і силами гiдродинамiчного тиску в мастильному шарі. Відносна доля кожної реакції залежить від навантаження, швидкості

взаємного переміщення поверхонь, їх шорсткості і макрогеометрії, кількості і в'язкості ММ. Сила тертя складається з дотичної складової сил взаємодії поверхонь і опору в'язкому зсуву. Гідродинамічне тертя може виникнути в двох випадках:

- макрогеометрія контактуючих поверхонь утворює зазор, що звужується;
- нерівності між площинами контакту утворюють в напрямі відносного переміщення деталей місця, що звужуються чи розширюються по висоті.

## 6. Закон Амонтона-Кулона

Основний закон тертя у вигляді залежності сили тертя  $F$  від навантаження  $N$  в неявному вигляді було відкрито ще Леонардо да Вінчі (1508 р.), а через 200 років після цього було точно сформульовано Амонтоном:

$$F = \mu N$$

де  $\mu$  – коефіцієнт тертя.

В 1785 році Кулон підтвердив цю залежність і розширив її ввівши туди постійну складову  $A$ , що виражає адгезійне схоплювання поверхонь:

$$F = A + \mu N .$$

Вважається, що при нульовому навантаженні тертя існує і рівне  $A$ .

Б.В. Дерягіним було розвинуто молекулярну теорію і основний закон тертя (Амонтона-Кулона) приведено до вигляду:

$$F = \mu_1(N_0 + N)$$

чи

$$F = \mu_1 S(P_0 + P)$$

де  $\mu_1$  – коефіцієнт тертя по Дерягіну;  $S$  – площа дійсного контакту;  $P_0$  – питома сила молекулярної взаємодії;  $N$  – нормальне навантаження; Таким чином сила тертя залежить від молекулярного прилипання (адгезії) поверхонь  $\mu_1 S P_0$  і є функцією тиску ( $\mu_1 N$ ).

## Лекція 6. Механічні передачі

1. Призначення механічних передач та їхня класифікація
2. Основні співвідношення для кінематичних параметрів і параметрів навантаження механічних передач
3. Загальні міркування щодо вибору розрахункових навантажень механічних передач

### 1. Призначення механічних передач та їхня класифікація

Більшість сучасних машин і приладів створюється по схемі двигун – передача – робочий орган (виконавчий механізм) Необхідність введення передачі як проміжної ланки між двигуном і робочими органами машини пов'язана з рішенням ряду задач. Наприклад, в автомобілях і інших транспортних машинах вимагається змінювати величину швидкості і напрям руху, а на підйомах і при рушанні з місця необхідно у декілька разів збільшити обертаючий момент на провідних колесах. Сам автомобільний двигун не може виконувати ці вимоги, оскільки він працює стійко тільки у вузькому діапазоні зміни величини обертаючого моменту і кутової швидкості. При виході за межі цього діапазону двигун зупиняється. Подібно автомобільному двигуну слабо регулюються багато інших двигунів, у тому числі більшість електричних.

В деяких випадках регулювання двигуна можливо, але недоцільно з економічних міркувань, оскільки за межами номінального режиму роботи ККД двигунів істотно знижується.

Вага і вартість двигуна при однаковій потужності зменшуються із збільшенням кутової швидкості його валу.

Механічною передачею називають механізм, що передає енергію від двигуна до робочого органу машини з перетворенням параметрів руху.

Обертний рух найпоширеніший у машинах в порівнянні з іншими видами руху: існує можливість здійснення неперервного та рівномірного руху; невеликі втрати на тертя в спряженнях обертових деталей; порівняльна простота та компактність деталей, що забезпечують обертний рух.

Безпосередній зв'язок двигуна з робочим органом машини використовується рідко, наприклад у відцентрових насосах, де вал електродвигуна безпосередньо з'єднується з валом насоса.

Потреба впровадження механічної передачі між двигуном та робочим органом машини як складової частини привода диктується такими міркуваннями: для вибору оптимальної швидкості руху; для регулювання швидкості руху (підвищення або пониження); для перетворення виду руху: обертального в поступальне (передачі рейкові і гвинт – гайка) і навпаки; для зміни напрямку руху (реверсування); для зміни обертаючих моментів і сил руху; для передачі потужності на відстань.

Отже, основне призначення механічних передач – це узгодження параметрів руху робочих органів машини з параметрами руху вала двигуна.

Усі механічні передачі поділяють на дві основні групи (табл. 19.1):

- а) передачі, що базуються на використанні сил тертя (пасові, фрикційні);
- б) передачі, що базуються на зачепленні (зубчасті, черв'ячні, ланцюгові, гвинтові).

**Т а б л и ц я 19.1. Основні групи та види механічних передач**

Групи передач	Передачі з безпосереднім дотиканням			Передачі гнучким зв'язком
Передачі тертям	Фрикційна			Пасова
Передачі зачепленням	Зубчаста	Черв'ячна	Гвинт – гайка	Ланцюгова

У свою чергу, передачі тертям та передачі зачепленням можуть здійснюватись безпосереднім дотиканням ведучого та веденого елементів передачі (фрикційні, зубчасті, черв'ячні) і за допомогою проміжної гнучкої ланки – так звані передачі гнучким зв'язком (пасові, ланцюгові).

## 2. Основні співвідношення для кінематичних параметрів і параметрів навантаження механічних передач

Розглянемо загальні співвідношення між деякими параметрами всіх механічних передач на прикладі зубчастої передачі (рис. 19.1).

Усі параметри механічної передачі, що належать до ведучої ланки будемо позначати індексом 1, а до веденої ланки – відповідно індексом 2. Під ведучою або веденою ланкою будемо розуміти вал, зубчасте колесо, шків, зірочку тощо.

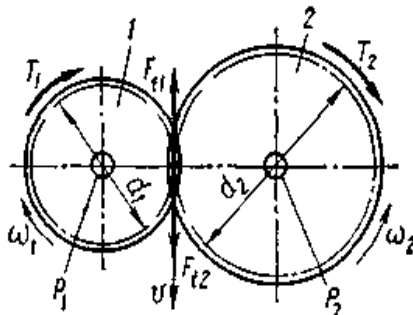


Рис. 19.1. Розрахункові параметри механічної передачі

Переважно ведучі ланки або елементи мають більшу швидкість, а ведені – меншу. Тому перші інколи називають швидкохідними, а другі – тихохідними ланками.

Основний кінематичний параметр механічної передачі – передаточне число  $U = \omega_1 / \omega_2$  (1), яке є відношенням кутової швидкості  $\omega_1$  ведучої ланки до кутової швидкості  $\omega_2$  веденої ланки передачі.

Енергетичними параметрами механічної передачі є передавані потужності на ведучій ланці  $P_1$  і на веденій ланці  $P_2$ , а також коефіцієнт корисної дії (ККД)  $\eta$ , що визначається за співвідношенням

$$\eta = P_2 / P_1. \quad (2)$$

ККД характеризує ступінь досконалості механічної передачі і за ним можна оцінити втрати потужності  $\Delta P$  у передачі:

$$\Delta P = P_1 - P_2 = P_1(1 - \eta). \quad (3)$$

Параметри  $\omega_1$  і  $\omega_2$ , а також  $P_1$  і  $P_2$  є мінімально потрібними для розрахунку будь-якої механічної передачі.

Передавані потужності, Вт, та кутові швидкості, рад/с, визначають обертові моменти, Нм, на валах передачі;

на ведучому валу

$$T_1 = P_1 / \omega_1; \quad (4)$$

на веденому валу

$$T_2 = P_2 / \omega_2. \quad (5)$$

Співвідношення між обертовими моментами на валах механічної передачі можна встановити за виразами (4) та (5) і записати у такому вигляді:

$$T_2 / T_1 = U \cdot \eta \quad \text{або} \quad T_2 = T_1 \cdot U \cdot \eta \quad (6)$$

Інколи швидкості обертання ланок механічної передачі задаються у вигляді частоти обертання  $n$ , хв<sup>-1</sup>. Зв'язок між кутовою швидкістю  $\omega$ , рад/с, та частотою обертання  $n$ , хв<sup>-1</sup>, виражається співвідношенням

$$\omega = \pi \cdot n / 30.$$

У розрахунках механічних передач зустрічаються такі параметри, як колова швидкість та колова сила. Колова швидкість  $v$  – це лінійна швидкість точок оберткової ланки передачі, розміщених на відстані  $d_1/2$  або  $d_2/2$  від осі обертання (рис. 19.1):

$$v = v_1 = v_2 = \omega_1 \cdot d_1/2 = \omega_2 \cdot d_2/2. \quad (7)$$

Колова сила  $F_t$  – це сила, що діє на ланку передачі, спричинюючи її обертання або створюючи опір обертанню, і напрямлена по дотичній до траєкторії (кола) руху точки її прикладання (рис. 19.1):

$$F_t = F_{t1} = F_{t2} = 2T_1/d_1 = 2T_2/d_2. \quad (8)$$

Потужність,  $\kappaВт$ , що затрачається на рух ланки передачі із швидкістю  $v$ ,  $м/с$ , у напрямі, протилежному дії на ланку зовнішньої сили  $F$ ,  $Н$ , визначають за формулою

$$P = F \cdot v / 10^3. \quad (9)$$

У приводах машин можуть застосовуватись кілька послідовно розміщених механічних передач 1–4 (рис. 19.2).

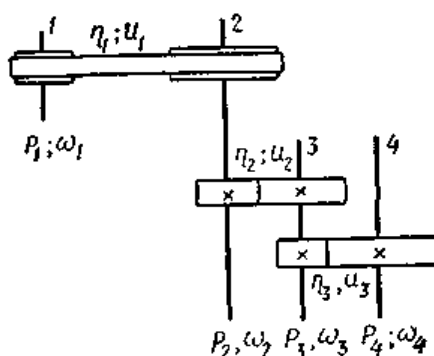


Рис. 19.2. Послідовне розміщення механічних передач

У цьому разі загальне передаточне число  $u$  привода та його ккд визначаються за наведеними нижче формулами:

$$\omega_2 = \omega_1/U_1; \quad \omega_3 = \omega_2/U_2 = \omega_1/(U_1 \cdot U_2); \quad \omega_4 = \omega_3/U_3 = \omega_1/(U_1 \cdot U_2 \cdot U_3).$$

Загальне передаточне число привода

$$U = \omega_1 / \omega_4 = U_1 \cdot U_2 \cdot U_3.$$

Отже, загальне передаточне число привода, що складається з кількох механічних передач, дорівнює добутку передаточних чисел його складових передач, тобто

$$u = U_1 \cdot U_2 \cdot \dots \cdot U_n. \quad (10)$$

Зв'язок між потужностями на окремих валах привода (рис. 19.2) запишемо у вигляді

$$P_2 = P_1 \cdot \eta_1; \quad P_3 = P_2 \cdot \eta_2 = P_1 \cdot \eta_1 \cdot \eta_2; \quad P_4 = P_3 \cdot \eta_3 = P_1 \cdot \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3.$$

Відповідно ККД всього приводного механізму

$$\eta = P_4/P_1 = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3.$$

ККД привода, що складається з кількох механічних передач, дорівнює добутку ККД всіх його складових передач, тобто

$$\eta = \eta_1 \cdot \eta_2 \dots \eta_n \quad (11)$$

### 3. Загальні міркування щодо вибору розрахункових навантажень механічних передач

Навантаження, що передають механічні передачі, можуть бути постійними або змінними в часі. Як постійні, так і змінні навантаження спричинюють у деталях механічних передач циклічнозмінні напруження, що обумовлені, наприклад, періодичним входом у зачеплення зубців зубчастих передач або зміною положення паса на шківках у пасових передачах. Рівень циклічно змінних напружень залишається постійним при постійному зовнішньому навантаженні, але змінюється у разі змінного зовнішнього навантаження.

Змінний режим навантаження можна замінити еквівалентним постійним режимом. При цьому за номінальне навантаження  $T=T_{\text{НОМ}}$  (або  $F=F_{\text{НОМ}}$ ) беруть максимальне довгочасно діюче навантаження, число циклів появи якого не менше від  $5 \cdot 10^4$  за строк служби машини чи її деталі. Максимальні навантаження  $T_{\text{max}}$  (або  $F_{\text{max}}$ ) із числом циклів появи менше від  $5 \cdot 10^4$  вважають короткочасно діючими і беруть тільки у розрахунках деталей на статичну міцність при перевантаженнях [22].

Вибір номінального навантаження залежить від призначення приводного механізму:

а) якщо привод проектують для роботи із заданим режимом навантаження то це навантаження беруть за номінальне розрахункове для передач цього привода. Приводні двигуни, що використовують в такому випадку, можуть мати потужність, яка відповідає даному номінальному навантаженню, або може бути дещо більшою від потрібної. В цьому випадку передачі приводного механізму не будуть перевантажені, це спричинить лише недовантаження двигуна;

б) якщо проектують механічну передачу без конкретних вказівок її призначення, але з відомим режимом навантаження, то треба мати на увазі, що споживач може завантажити передачу на повну потужність використаного у приводі двигуна. У цьому разі розрахунок передачі слід виконувати за номінальним обертовим моментом, що дістають із номінальної потужності двигуна;

в) у разі проектування передачі з невідомим режимом навантаження, але із заданим номінальним навантаженням (наприклад, редуктори загального призначення) у розрахунках слід брати найважчий для передачі режим – режим з постійним навантаженням.

Максимальні навантаження  $T_{\text{max}}$  у передачах, що обумовлені дією короткочасних або випадкових перевантажень, можуть у кілька разів перебільшувати номінальні розрахункові навантаження. В основному вони залежать від характеру робочого процесу в машинах. У розрахунках механічних передач максимальне навантаження беруть таким:

$$T_{\text{max}} = K_{\text{п}},$$

де  $K_{\text{п}}$  – коефіцієнт короткочасного перевантаження, що беруть за рекомендаціями на основі досвіду експлуатації конкретних машин.

Якщо рекомендації щодо вибору  $K_{\text{п}}$  відсутні, а у приводних пристроях використовують асинхронні електродвигуни, то значення коефіцієнта перевантаження можна брати рівним відношенню пускового моменту до номінального моменту двигуна, яке задається в каталогах електродвигунів.

## Лекція 7. Прямозубі зубчасті передачі

1. Проектування прямозубих циліндричних передач.
2. Сили в зачепленні.
3. Вибір модуля і числа зубів.
4. Перевірочний розрахунок міцності зубів за напруженнями згину.

### 1. Проектування прямозубих циліндричних передач

За розрахункове навантаження приймають максимальне значення питомого навантаження, розподілене по лінії контакту зубців:

$$q = \frac{F_n \cdot K}{l}, \quad (3.6)$$

де  $F_n$  – нормальна сила в зачепленні;  
 $l$  – довжина лінії контакту зубців;  
 $K$  – коефіцієнт розрахункового навантаження,

$$K = K_\beta \cdot K_v, \quad (3.7)$$

де  $K_\beta$  – коефіцієнт концентрації навантаження, який враховує нерівномірність розподілу навантаження по довжині зубця внаслідок деформації валів, корпусів, опор та самих зубчастих коліс, а також неточність виготовлення та монтажу; залежить від точності монтажу і жорсткості валів, корпусних деталей і підшипників.

При всіх рівних умовах концентрація напружень збільшується зі збільшенням ширини колеса  $b_w$ . Концентрація навантаження збільшує контактні напруження і напруження згину.

Якщо колеса виготовляються з матеріалів, що прироблюються ( $HB < 350$ ), то концентрація поступово зменшується внаслідок підвищеного місцевого зносу.  $K_\beta$  вибирається з графіків 8.15 в роботі [3] на підставі схеми редуктора в залежності від коефіцієнта ширини колеса відносно діаметра

шестерні  $\psi_{bd} = \frac{b_w}{d_1}$  і твердості матеріалу  $HB$ ;  $K_v$  – коефіцієнт динамічного навантаження,

враховує внутрішні динамічні навантаження, що виникають у передачах внаслідок помилок основного кроку  $p_b$  при нарізанні коліс. Залежить від ступеня точності виготовлення коліс (помилки кроку), колової швидкості, приєднаних мас, пружності зубців та ін. Вибирається за таблицею 8.3 в роботі [3].

Розрізняють:

$K_H$ ,  $K_{H\beta}$ ,  $K_{Hv}$  – при розрахунках по контактних напруженнях;

$K_F$ ,  $K_{F\beta}$ ,  $K_{Fv}$  – при розрахунках по напруженнях згину.

### 2. Сили в зачепленні

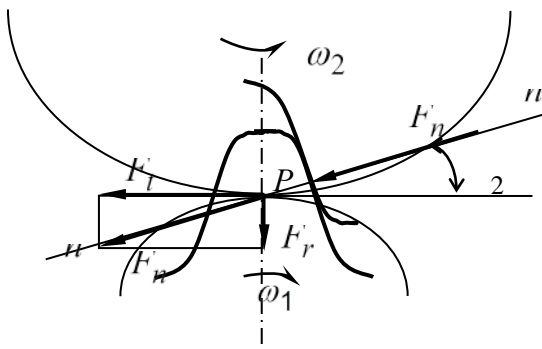


Рисунок 3.2

$F_n$  – нормальна сила, спрямована по лінії зачеплення як загальної нормалі до поверхонь зубців. При розрахунках зубчастих передач силу  $F_n$  переносять у полюс і розкладають на складові (рисунок 3.2):

$F_t$  – колова сила,

$F_r$  – радіальну силу.

$$F_t = \frac{2T_1}{d_1}, \quad (3.8)$$

$$F_r = F_t \cdot \operatorname{tg} \alpha, \quad (3.9)$$

$$F_n = \frac{F_t}{\cos \alpha}. \quad (3.10)$$

Розрахунок міцності зубців по контактних напруженнях виконується згідно з методики.

### 3. Вибір модуля і числа зубів.

Значення контактних напружень  $\sigma_H$  не залежить від модуля або числа зубців окремо, а залежить від їхнього добутку – діаметра.

Звичайно значення  $m$  вибирають, орієнтуючись на рекомендації, вироблені на практиці, а потім перевіряють зубці на згин.

**Дрібномодульні колеса** з великим числом зубців забезпечують плавність ходу передачі та її економічність.

Переваги дрібномодульних коліс:

- зменшуються втрати на тертя (зменшується ковзання);
- скорочується витрата матеріалу (зменшується  $d_a$ );
- заощаджується верстатний час нарізування зубців (зменшується обсяг матеріалу, що зрізується).

Недоліки:

- чутливість до перевантажень;
- чутливість до неоднорідності матеріалу.

**Крупномодульні колеса** з великим числом зубців довше протистоять зносу, можуть працювати тривалий час після початку викришування, менш чутливі до перевантажень і неоднорідності матеріалу.

### 4. Перевірочний розрахунок міцності зубів за напруженнями згину

Зубці мають складний напружений стан. Найбільш небезпечні напруження згину  $\sigma_F$  утворюються в корені зубця в зоні переходу евольвенти в галтель (рисунк 3.3). Тут же спостерігається концентрація напружень.

При розрахунку на міцність по напруженнях згину приймаються такі припущення:

1 Усе навантаження в зачепленні передається однією парою зубців і прикладена до вершини зубця.

2 Зубці розглядаються як консольні балки, для яких справедливий метод перетинів. Фактично зубці подібні до виступів, у яких розміри поперечного перерізу порівнянні з розмірами висоти. Точний розрахунок напружень у таких елементах виконують методами теорії пружності, результати точного розрахунку використовують для виправлення наближеного розрахунку шляхом введення коефіцієнта концентрації напружень.

За розрахункове напруження приймається напруження на розтягнутому боці зубця  $\sigma_F$  (для сталей розтягання небезпечніше за стиск).

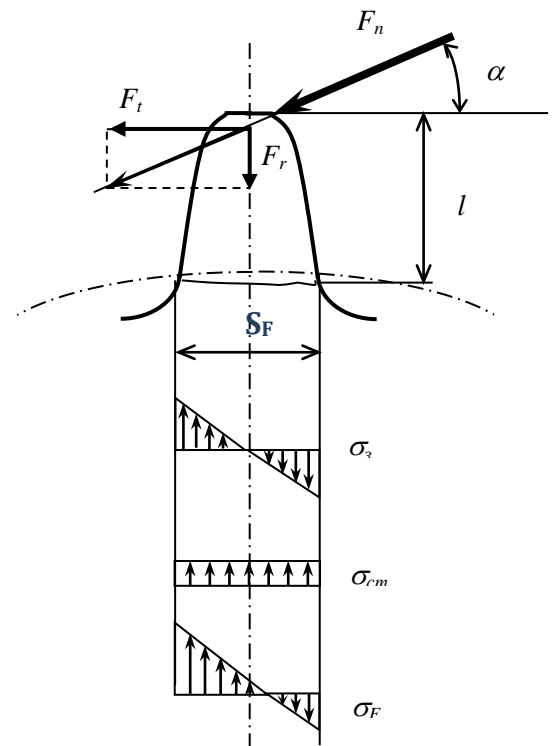


Рисунок 3.3



## Лекція 8. Косозубі зубчасті передачі

1. Особливості розрахунку косозубих циліндричних передач.
2. Багатопарність і плавність зачеплення
3. Сили в зачепленні

### 1. Особливості розрахунку косозубих циліндричних передач

Косозубі циліндричні передачі нарізуються тим самим різальним інструментом, на тих самих верстатах, за тією самою технологією, що і прямозубі. При цьому заготовлю повертають на кут  $\beta$ , тому зубці розташовуються не по утворюючій ділильного циліндра, а складають з нею кут  $\beta$ . Профіль косоного зубця в нормальному перетині  $n-n$  збігається з профілем прямого зубця. Модуль у цьому перетині повинний бути стандартним. У торцевому перетині  $t-t$  параметри косоного зуба змінюються в залежності від кута  $\beta$  (рисунок 3.4):

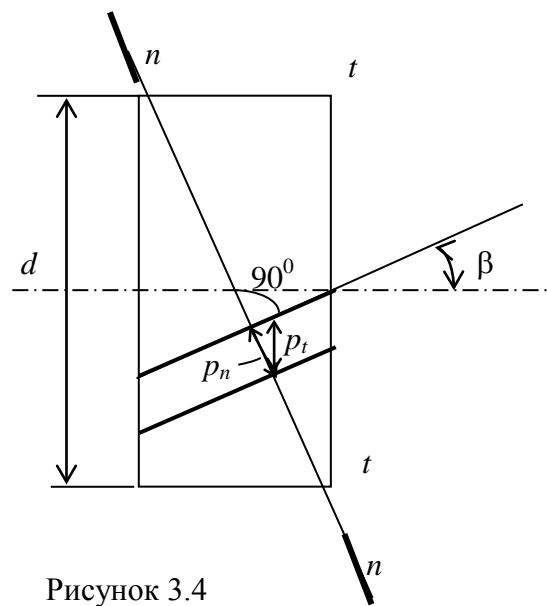


Рисунок 3.4

– коловий крок

$$p_t = \frac{p_n}{\cos \beta}, \quad (3.11)$$

– коловий модуль

$$m_t = \frac{m_n}{\cos \beta}, \quad (3.12)$$

– ділильний діаметр

$$d = m_t z = \frac{m_n z}{\cos \beta}. \quad (3.13)$$

Міцність зубців визначають його розміри і форма в нормальному перетині. Форму косоного зубця в нормальному перетині прийнято визначати через параметри еквівалентного прямозубого колеса. Ділильний діаметр еквівалентного прямозубого колеса

$$d_v = \frac{d}{\cos^2 \beta}. \quad (3.14)$$

## Число зубців еквівалентного прямозубого колеса

$$z_v = \frac{d_v}{m_n} = \frac{z}{\cos^3 \beta}. \quad (3.15)$$

Збільшення еквівалентних параметрів зі збільшенням кута  $\beta$  є однією з причин підвищення міцності косозубих передач. Унаслідок нахилу зубців виходить ніби колесо більших розмірів або при тому ж навантаженні зменшуються габарити передачі. Тому в сучасних передачах косозубі колеса одержали переважне поширення.

## 2. Багатопарність і плавність зачеплення

На відміну від прямих, косі зубці входять у зачеплення не відразу по всій довжині, а поступово. Зачеплення поширюється у напрямку від точки 1 до точки 2 (рисунок 3.5, а).

На відміну від прямозубого зачеплення, косозубе не має зони однопарного зачеплення. У прямозубій передачі навантаження на зубець прикладається миттєво. У косозубих передачах зубці навантажуються поступово в міру заходу їх у зону зачеплення  $g_a$ , і в зачепленні завжди знаходиться як мінімум дві пари (рисунок 3.5, б). Зазначене означає плавність роботи косозубого зачеплення, зниження шуму і додаткових динамічних навантажень у порівнянні з прямозубим зачепленням.

$\varepsilon_a$  – коефіцієнт торцевого перекриття,  $g_a$  – зона зачеплення однієї пари зубців.

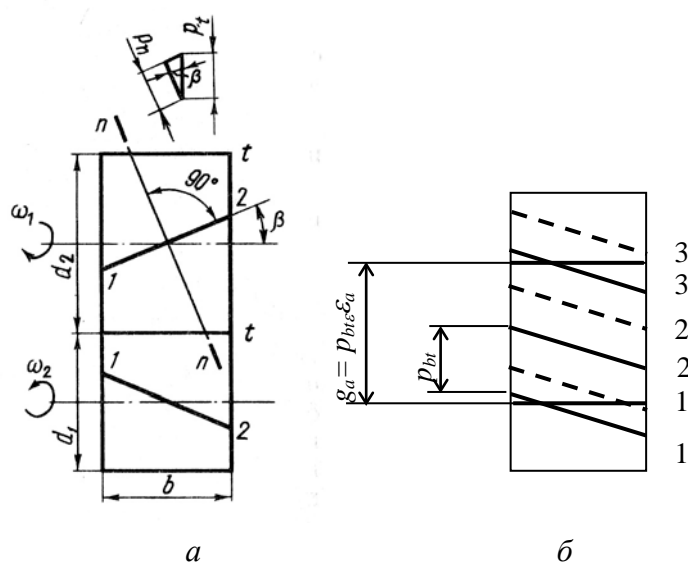


Рисунок 3.5

## 3. Сили в зачепленні

У косозубій передачі нормальну силу  $F_n$  розкладають на три складові (рисунок 3.6):  
 колову силу

$$F_t = \frac{2T_1}{d_1}; \quad (3.16)$$

осьову силу

$$F_a = F_t \cdot \operatorname{tg} \beta; \quad (3.17)$$

радіальну силу

$$F_r = F_t' \cdot \operatorname{tg} \alpha_\omega = \frac{F_t \cdot \operatorname{tg} \alpha_\omega}{\cos \beta}; \quad (3.18)$$

у свою чергу

$$F_n = \frac{F_t'}{\cos \alpha_\omega} = \frac{F_t}{\cos \alpha_\omega \cos \beta}. \quad (3.19)$$

Наявність у косозубій передачі осьових сил, що додатково навантажують опори, є недоліком. Цей недолік усунутий у шевронній передачі (рисунок 3.7)

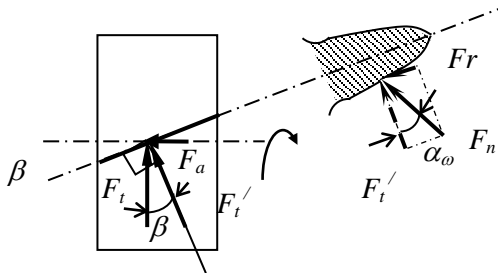


Рисунок 3.6

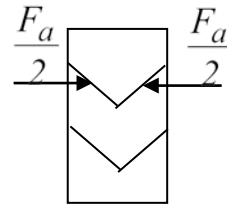


Рисунок 3.7

У високонавантажених редукторах для передачі крутного моменту з вала на вал використовують подвійний ступінь з рознесеними на валах шестернях та колесах. При збільшенні  $\beta$  зростає осьова сила  $F_a$  (додаткове навантаження на вали), тому  $\beta = 8 \dots 20^\circ$ , у шевронних –  $\beta = 30 \dots 40^\circ$ .

## Лекція 9. Конічні зубчасті передачі

1. Загальні відомості та характеристики
2. Геометричні параметри
3. Сили в зачепленні прямозубої конічної передачі
4. Приведення прямозубого конічного колеса до еквівалентного прямозубого циліндричного колеса
5. Конічні передачі з непрямыми зубцями
6. Сили в зачепленні
7. Розрахунок на міцність
8. Виготовлення конічних коліс

### 1. Загальні відомості та характеристики

Конічні зубчасті передачі застосовують у тих випадках, коли вісі валів перетинаються під деяким кутом  $\Sigma$  (як правило,  $\Sigma = 90^\circ$ ) (рисунок 3.10).

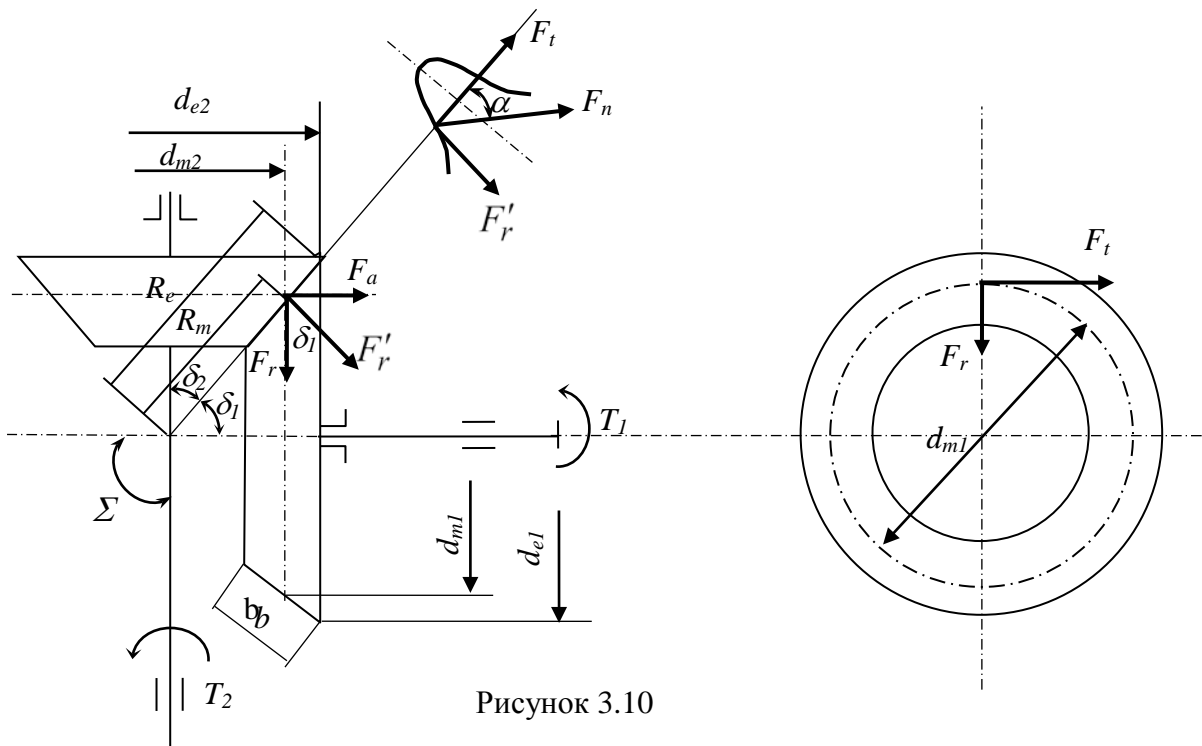


Рисунок 3.10

Конічні передачі більш складні, ніж циліндричні у виготовленні та монтажі:

1. Для нарізування конічних коліс потребуються спеціальні верстати.
2. Необхідно витримувати допуски на кути  $\delta_1$  та  $\delta_2$ .
3. При монтажі треба забезпечувати збіг вершин конусів.
4. Складніше виконувати колеса тієї самої точності, що й циліндричні.
5. Перетинання валів ускладнює розташування опор (одне з конічних коліс розташовується, як правило, консольно, при цьому збільшується нерівномірність розподілення навантаження по довжині зубця).
6. У конічному зачепленні діють осеві сили, що ускладнює конструкцію опор.

Навантажувальна спроможність конічної прямозубої передачі складає  $\approx 0,85$  циліндричної.

Конічні передачі отримали широке розповсюдження внаслідок того, що за умови компоновання необхідно розташовувати вали під кутом.

## 2. Геометричні параметри

Аналогом початкових та ділительних циліндрів є початкові та **ділительні конуси**.

Конуси, утворюючі яких перпендикулярні до утворюючих ділительних конусів, мають назву **додаткові конуси**.

Переріз зубця додатковим конусом має назву **торцевий переріз** (зовнішній –  $e$ , внутрішній, середній –  $m$ ). Розміри по зовнішньому торцю зручніші для замірів, їх вказують на кресленнях. Розміри у середньому перерізі використовують у силових розрахунках.

Залежності розмірів у середньому та торцевому перерізах (для прямозубих коліс нормальний ( $n$ ) та торцевий ( $t$ ) перерізи збігаються):

$$R_e = R_m + 0,5b, \quad (3.20)$$

$$d_e = d_m \frac{R_e}{R_m}, \quad (3.21)$$

$$m_{te} = m_{tm} \frac{R_e}{R_m}. \quad (3.22)$$

Передаточне число

$$u = \frac{d_{e2}}{d_{e1}} = \frac{z_2}{z_1}, \quad (3.23)$$

$$\Sigma = \delta_1 + \delta_2 = 90^0, \quad (3.24)$$

$$u = \frac{\sin \delta_2}{\sin \delta_1} = \operatorname{tg} \delta_2 = \operatorname{ctg} \delta_1. \quad (3.25)$$

3. Сили в зачепленні прямозубої конічної передачі

Для шестерні:

– колова сила

$$F_t = \frac{2T}{d_{m1}}; \quad (3.26)$$

– нормальна сила

$$F_n = \frac{F_t}{\cos \alpha}; \quad (3.27)$$

– радіальна сила

$$F_r = F_r' \cos \delta_1 = F_t \cdot \operatorname{tg} \alpha \cdot \cos \delta_1; \quad (3.28)$$

– осьова сила

$$F_a = F_r' \sin \delta_1 = F_t \cdot \operatorname{tg} \alpha \cdot \sin \delta_1. \quad (3.29)$$

Для колеса напрямки сил протилежні, при цьому

$$F_{r2} = -F_{a1}; \quad F_{a2} = -F_{r1}.$$

4. Приведення прямозубого конічного колеса до еквівалентного прямозубого циліндричного колеса

Еквівалентне циліндричне колесо можна отримати як розгортку додаткового конуса, яка обмежена кутом  $\varphi_2$ .

Діаметри еквівалентних коліс

$$d_{ve1} = \frac{d_{e1}}{\cos \delta_1}; \quad d_{ve2} = \frac{d_{e2}}{\cos \delta_2}. \quad (3.30)$$

Число зубців

$$z_{v1} = \frac{z_1}{\cos \delta_1}; \quad z_{v2} = \frac{z_2}{\cos \delta_2}. \quad (3.31)$$

5. Конічні передачі з непрямыми зубцями

– з **тангенціальними** (рисунок 3.11, а), які напрямлені по дотичній до деякого уявленого кола радіусом  $e$  та складають з утворюючими конуса кут  $\beta_n = 25..30^0$ ;

– з **круговими** (рисунок 3.11, б), що розташовуються по дузі кола  $a$ , по якій рухається інструмент при нарізуванні зубців (кут нахилу змінний, за розрахунковий приймають кут на колі середнього діаметра колеса, як кут між дотичною до кола та утворюючою конуса в даній точці  $\beta_n = 35^0$ ).

Переваги коліс з круговими зубцями:

1. Менш чутливі до порушення точності взаємного розташування коліс.

2. Простіші у виготовленні (виготовлення на спеціальних верстатах для нарізування та шліфування цих коліс в умовах як масового, так і дрібносерійного виробництва).

Навантажувальна спроможність коліс з непрямыми зубцями вище в 1,4...1,5 рази у порівнянні з прямими.

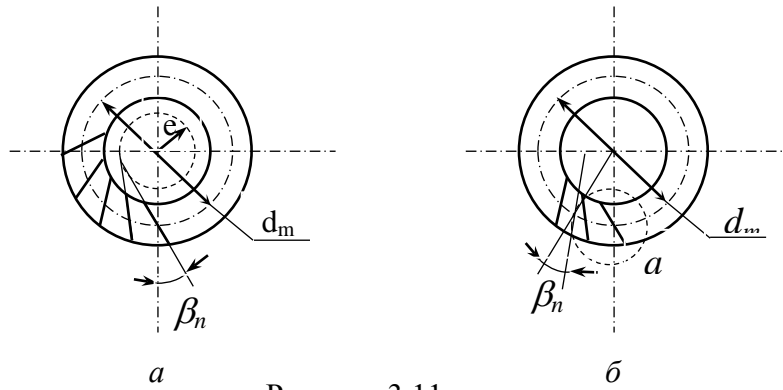


Рисунок 3.11

## 6. Сили в зачепленні

Окружна сила

$$F_t = \frac{2T}{d_{m1}}, \quad (3.32)$$

радіальна сила

$$F_r = \frac{F_t}{\cos \beta_n} (\operatorname{tg} \alpha \cdot \cos \delta_1 \mp \sin \beta_n \cdot \sin \delta_1), \quad (3.33)$$

осьова сила

$$F_a = \frac{F_t}{\cos \beta_n} (\operatorname{tg} \alpha \cdot \sin \delta_1 \pm \sin \beta_n \cdot \cos \delta_1). \quad (3.34)$$

1. „+” – збіг напрямку крутного моменту ( при спостереганні з зовнішнього торця) та гвинтової лінії зубця;
2. „-” – не збіг.

## 7. Розрахунок на міцність

Розрахунок міцності конічних коліс з непрямыми зубцями здійснюють за параметрами біеквівалентних циліндричних прямозубих коліс (подвійне приведення, як конічного та косозубого колеса).

Діаметр біеквівалентного прямозубого колеса

$$d_{v_n} = \frac{d_e}{\cos \delta \cos^2 \beta_n}. \quad (3.35)$$

Число зубців біеквівалентного прямозубого колеса

$$z_{v_n} = \frac{z}{\cos \delta \cos^2 \beta_n}. \quad (3.36)$$

Розрахунок на контактну та згинальну міцність аналогічний розрахунку конічного прямозубого колеса. Коефіцієнти  $\mathcal{J}_H$ ,  $\mathcal{J}_F$  більші у 1,4...1,5 рази, ніж у прямозубої.

## 8. Виготовлення конічних коліс

У конічних передачах з  $u > 1$  для підвищення опору заїдання рекомендують виконувати шестерню з додатним зміщенням ( $x_1 > 1$ ), а колесо з рівним по абсолютному значенню від'ємним зміщенням ( $x_2 = -x_1$ ).

Вибір  $x$  за ГОСТ 19624-74 та 19326-73 чи за формулою

$$x_1 = x_{n_1} = 2 \left( 1 - \frac{1}{u^2} \right) \sqrt{\frac{\cos^2 \beta_n}{z_1}}. \quad (3.37)$$

## Лекція 10. Черв'ячні передачі

1. Геометричні параметри та виготовлення черв'ячних передач
2. Передачі зі зміщенням
3. Точність виготовлення
4. Кінематичні параметри черв'ячної передачі
5. ККД черв'ячної передачі
6. Сили в зачепленні
7. Тепловий розрахунок черв'ячної передачі, охолодження, змащування

Черв'ячні передачі застосовують для передачі руху між осями, які перехрещуються (кут перехрещування, як правило, становить  $90^0$ ). Рух у черв'ячних передачах перетворюється за принципом гвинтової пари чи за принципом нахиленої площини.

Переваги і недоліки

Переваги:

- велике передаточне відношення;
- плавність та безшумність роботи;
- висока кінематична точність;
- самогальмування.

Недоліки:

- низький ККД;
- знос, заїдання;
- використання дорогих матеріалів;
- висока точність складання.

### 1. Геометричні параметри та виготовлення черв'ячних передач

У черв'ячній передачі (рисунок 3.12), так само як і в зубчастій, розрізняють діаметри початкових ( $d_{w1}$ ,  $d_{w2}$ ) та ділільних ( $d_1$ ,  $d_2$ ) циліндрів. У передачах без зсуву  $d_{w1} = d_1$ ,  $d_{w2} = d_2$ .

Черв'яки розрізняють:

1) за формою утворюючої:

- циліндричні;
- глобоїдні;

2) за формою профілю різьби:

- прямолінійний (трапецеїдальний, архимедов – найбільш поширений, при  $HV \leq 350$ , нешліфований, виконуються на звичайних верстатах);
- криволінійний (евольвентний –  $HRC > 45$ , шліфований, на спеціальних верстатах).

Черв'ячне колесо нарізують черв'ячними фрезами.

Геометричні параметри (рисунок 3.13):

$\alpha = 20^0$  – профільний кут;

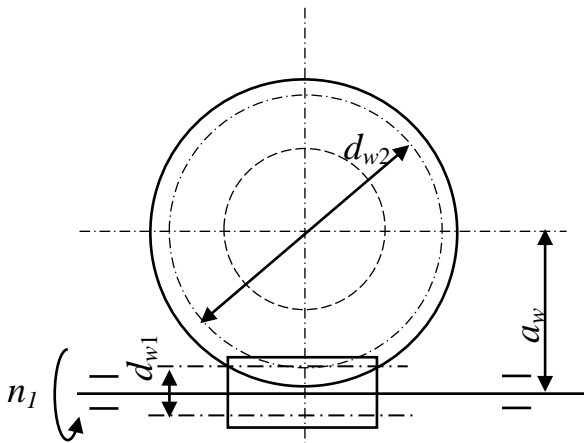


Рисунок 3.12

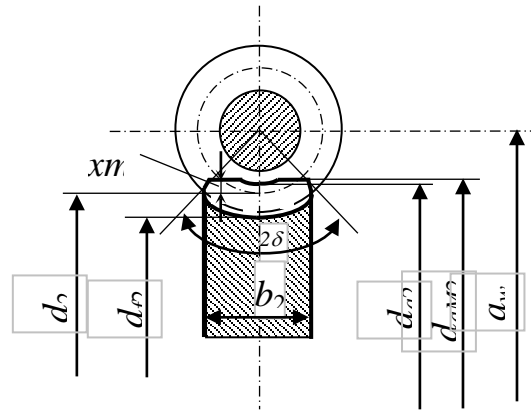


Рисунок 3.13

$$m = \frac{p}{\pi} \text{ – осьовий модуль (по стандарту);}$$

$z_1 = 1, 2, 4$  – число заходів черв'яка;

$z_2$  – число зубців колеса (за умови неперізування зубців  $z_2 \geq 28$ );

$q = \frac{d_1}{m}$  – коефіцієнт діаметра черв'яка (по стандарту);

$\gamma = \arctg \frac{z_1}{q}$  – кут підйому гвинтової лінії.

Ділильні діаметри:

черв'яка  $d_1 = qm$ ;

колеса  $d_2 = z_2 m$ .

Діаметр вершин  $d_a = d_1 + 2m$ .

Діаметр западин  $d_f = d_1 - 2,4m$ .

$a_w = 0,5(q + z_2)m$  – міжосьова відстань.

(3.38)

## 2. Передачі зі зміщенням

Для нарізування коліс із зсувом та без зсуву на практиці використовують один і той самий інструмент. Черв'як завжди нарізають без зсуву.

При заданій міжосьовій відстані коефіцієнт зсуву дорівнює

$$x = \frac{a_w}{m} - 0,5(q + z_2). \quad (3.39)$$

У черв'ячного колеса із зсувом

$$d_{a2} = (z_2 + 2 + 2x)m, \quad (3.40)$$

$$d_{f2} = (z_2 - 2,4 + 2x)m. \quad (3.41)$$



За умови непідрізування та незагострення зубців значення  $x$  на практиці допускають у межах  $\pm 0,7$  (іноді  $\pm 1$ ).

### 3. Точність виготовлення

Встановлено 12 ступенів точності:

- 3, 4, 5, 6 – високоточні кінематичні;
- 5, 6, 7, 8, 9 – силові.

Особливе значення приділяють нормам точності при монтажі, тому що черв'ячні передачі більш чутливі до зміни  $a_w$ .

### 4. Кінематичні параметри черв'ячної передачі

У черв'ячній передачі на відміну від зубчастої колісної швидкості  $V_1$  та  $V_2$  не співпадають. Вони напрямлені під кутом  $90^\circ$  та відрізняються за значенням. У відносному русі початкові циліндри ковзають. При одному обороті черв'яка колесо повернеться на кут, який охоплює число зубців колеса, що дорівнює числу заходів черв'яка.

Передаточне відношення черв'ячної передачі

$$i = \frac{n_1}{n_2} = \frac{z_2}{z_1}. \quad (3.42)$$

Основна перевага черв'ячної передачі – великі передаточні відношення:  $i = 10 \dots 80$  – у силових передачах;  $i$  до 300 – у кінематичних передачах.

При русі витки черв'яка ковзають по зубцях колеса, як у гвинтовій парі.

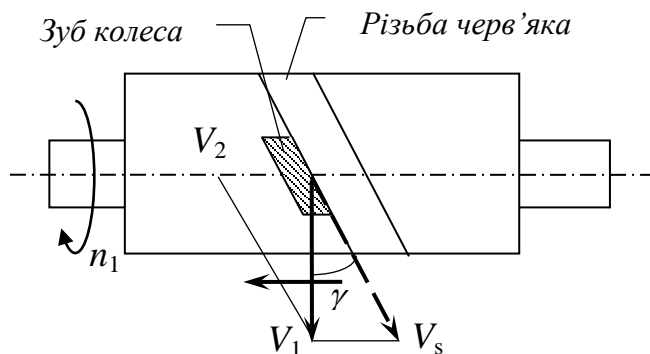


Рисунок 3.14

Швидкість ковзання  $V_s$  напрямлена по дотичній до гвинтової лінії черв'яка:

$$\begin{aligned} \vec{V}_s &= \vec{V}_1 - \vec{V}_2, \\ V_s &= \sqrt{V_1^2 + V_2^2} = \frac{V_1}{\cos \gamma}, \\ V_1 &= \frac{\pi \cdot d_1 \cdot n_1}{60}, \end{aligned} \quad (3.43)$$

$$V_2 = \frac{\pi \cdot d_2 \cdot n_1}{60},$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \operatorname{tg} \gamma.$$

Велике ковзання – причина зниженого ККД, підвищеного зносу, заїдання.

### 5. ККД черв'ячної передачі

ККД зачеплення при ведучому черв'яку

$$\eta = \frac{\operatorname{tg} \gamma}{\operatorname{tg}(\gamma + \varphi)}, \quad (3.44)$$

де  $\varphi$  – кут тертя;

$\operatorname{tg} \varphi = f$  – коефіцієнт тертя.

ККД підвищується у разі збільшення числа заходів черв'яка.

Зі збільшенням швидкості ковзання  $V_s$  знижується  $f$ . Крім того, значення коефіцієнта тертя залежить від шорсткості поверхні тертя, а також якості мастила.

### 6. Сили в зачепленні

Сили в зачепленні черв'ячної передачі показані на рисунку 3.15.

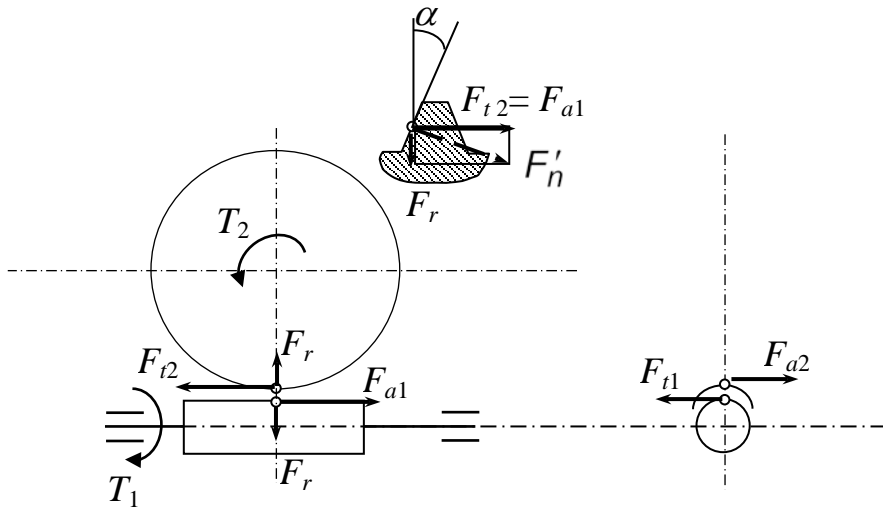


Рисунок 3.15

Колова сила черв'яка  $F_{t1} = F_{a2} = \frac{2T_1}{d_1}. \quad (3.45)$

Колова сила колеса  $F_{t2} = F_{a1} = \frac{2T_2}{d_2}. \quad (3.46)$

Радіальна сила  $F_r = F_{t2} \cdot \operatorname{tg} \alpha. \quad (3.47)$

Нормальна сила  $F_n = \frac{F_{t2}}{\cos \alpha \cdot \cos \gamma}. \quad (3.48)$

## 7. Тепловий розрахунок черв'ячної передачі, охолодження, змащування

Механічна енергія, загублена у передачі, перетворюється на теплову та нагріває передачу. Якщо відвід теплоти недостатній, передача перегрівається та виходить з ладу.

Кількість теплоти, що виділяється у передачі за секунду (теплова потужність),

$$\Phi = P_1(1 - \eta), \quad (3.49)$$

де  $P_1$  – потужність на вхідному валу, Вт;  $\eta$  – ККД передачі.

Кількість теплоти, що віддається навколишньому повітрю через стінки корпусу за секунду (потужність тепловіддачі),

$$\Phi_1 = K(t_1 - t_0)A, \quad (3.50)$$

де  $A$  – площа поверхні охолодження, м<sup>2</sup> (тільки та частина поверхні корпусу редуктора, яка з середини омивається мастилом чи його бризками, а зовні – вільно циркулюючим повітрям, якщо корпус має ребра охолодження, враховують тільки 50% площі їх поверхні);

$t_1$  – внутрішня температура редуктора чи мастила, °С (допустиме значення залежить від сорту мастила, його здатності зберігати мастильні властивості при підвищенні температури);

$t_0$  – температура навколишнього середовища, °С;

$K$  – коефіцієнт теплопередачі, Вт/(м<sup>2</sup>·°С) ( $K \approx 8..10$  – без вентиляції,  $K \approx 14..17$  – з інтенсивною вентиляцією).

Умова достатнього природного охолодження

$$\Phi \leq \Phi_1. \quad (3.51)$$

Способи штучного охолодження:

1 Обдув корпусу за допомогою вентилятора ( $K$  збільшується до 20...28 Вт/(м<sup>2</sup>·°С), поверхня, яка обдувається, забезпечується ребрами).

2 Устаткування в корпусі водяних порожнин чи змішувиків з проточною водою ( $K$  збільшується до 90...200 Вт/(м<sup>2</sup>·°С) при швидкості води до 1 м/с).

3 Застосування циркуляційних систем змащування зі спеціальними холодильниками.

У перших двох випадках, а також при природному охолодженні змащування здійснюється шляхом часткового занурення одного з коліс або черв'яка у мастильну ванну. Для запобігання великих втрат на розбризкування та змішування мастила, а також щоб мастило не спінювалось, глибина занурення коліс не повинна перевищувати висоти зубця для швидкохідних коліс або витка черв'яка на 1/3 радіуса для тихохідних коліс. Кількість мастила у ванні, що рекомендується 0,35...0,7 л на 1 кВт потужності, що передається.

## Лекція 11. Вали і осі

1. Загальні відомості
2. Проектний розрахунок валів
3. Перевірочний розрахунок валів

### 1. Загальні відомості

Обертові деталі механічних передач розміщують на валах та осях, які забезпечують постійне положення осі обертання цих деталей. Вали та осі призначені для підтримування закріплених на них

деталей і забезпечення їх постійного положення відносно інших частин машини (рисунок 4.1). **Осі** не передають крутного моменту і працюють тільки на згин. Вісь може бути рухомою і нерухомою. **Вали** передають обертовий момент і тому працюють на згин та кручення.

У залежності від форми повздовжньої осі вали поділяють на **прямі** (рисунок 4.2, а), **колінчасті** (рисунок 4.2, б), **гнуцькі** (рисунок 4.2, г).

Колінчасті і гнуцькі вали належать до спеціальних деталей.

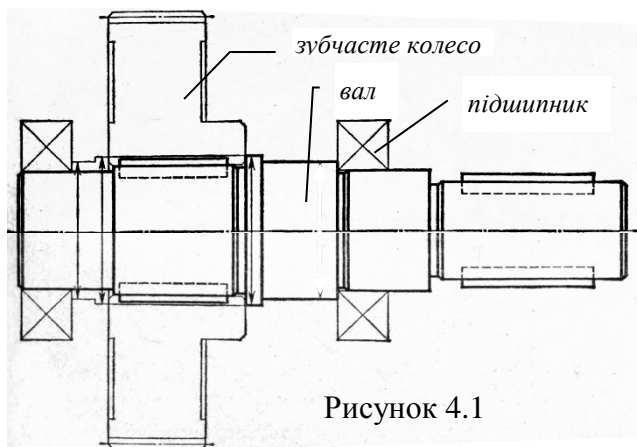


Рисунок 4.1

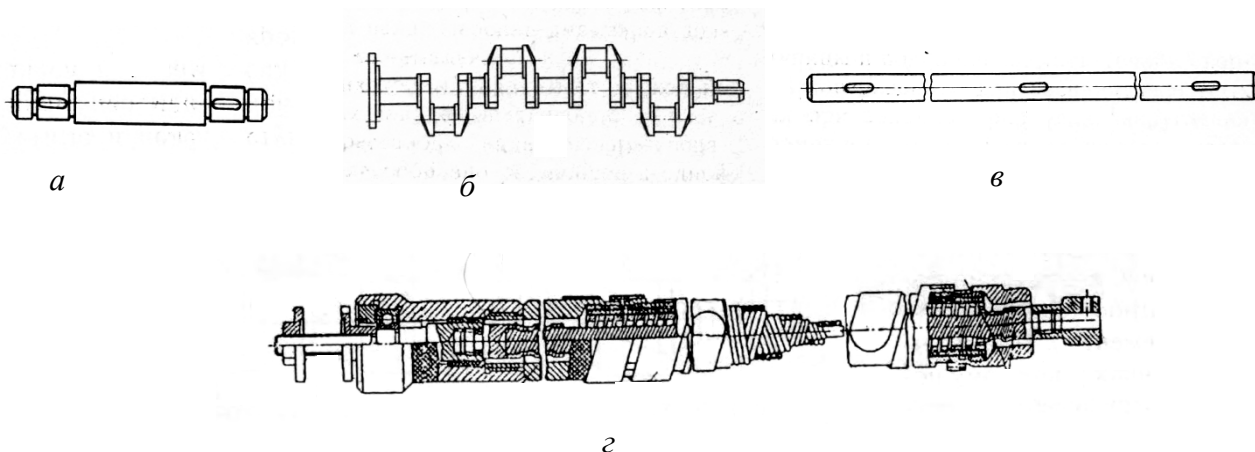


Рисунок 4.2

За конструкцією розрізняють вали й осі: **гладкі** (рисунок 4.2, в) та **ступінчасті** (рисунок 4.2, а) (фасонні). Ступінчасті вали роблять для фіксації деталей в осьовому напрямку, а також для монтажу деталей при посадці з натягом.

Для зменшення маси, а також для підведення змащення проектують порожні вали.

Вздовж вала чи осі розрізняють такі ділянки: опорні ділянки – **цапфи**, які спираються на підшипники – несучі ділянки, на яких закріплюють обертові деталі (зубчасті колеса, шківів, зірочки ланцюгових передач тощо), перехідні ділянки, які з'єднують опорні ділянки з несучими. Цапфи поділяються на **шипи**, які знаходяться на кінцях вала та сприймають радіальні сили, **шийки** – проміжні цапфи та **п'яти** – кінцеві ділянки, які сприймають осьові сили.

Вали та вісі найчастіше виконуються з таких матеріалів:

- Ст5, Ст4 та інші для валів без термообробки;
- сталь 45, 40Х та інші для валів з термообробкою (поліпшення);
- сталь 20, 20Х для швидкохідних валів на підшипниках ковзання з цементациєю цапф;
- сталь 20,30, Ст3, Ст4 та інші для осей.

Задачами розрахунку валів та осей є забезпечення усталісної міцності, обмеження деформації згину та кручення, можливих поперечних та крутильних коливань. Розрахунок і конструювання

валів – взаємозв’язані процеси, тому розрахунок валів складається з двох етапів: **проектного та перевірного розрахунку**.

При проектному розрахунку валів, як правило, відомі навантаження, розміри основних деталей, розташованих на валові. Потрібно вибрати матеріал і визначити розміри вала.

## 2. Проектний розрахунок валів

Порядок проведення проектного розрахунку.

Попередньо оцінюють середній діаметр вала з розрахунку тільки на кручення при знижених допустимих напруженнях, (згинальний момент невідомий, тому що невідомо розташування опор та місця прикладення навантаження).

Визначають напруження кручення

$$\tau = \frac{T}{W_\rho} = \frac{T}{0,2d^3} \leq [\tau],$$

звідси

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{T}{0,2[\tau]}}$$

Як правило, приймають  $\tau = 20...30$  МПа для трансмісійних валів;  $\tau = 12...15$  МПа для редукторних валів.

Діаметр вхідного кінця вала редуктора можна прийняти рівним або близьким до діаметра вихідного кінця електродвигуна.

Розробляють конструкцію вала (компонування).

Виконують перевірочний розрахунок вала.

## 3. Перевірочний розрахунок валів

Порядок проведення перевірного розрахунку валів.

Вибирають розрахункову схему і визначають розрахункові навантаження.

Знаходять небезпечні перерізи, обумовлені найбільшим згинальним моментом, ослаблені концентраторами напружень: галтель, виточка, шпонковий паз, різьблення тощо.

Проводять розрахунок на статичну міцність. Наприклад, при використанні енергетичної теорії міцності еквівалентні напруження визначаються за формулою

$$\sigma_\sigma = \sqrt{\sigma_{\max}^2 + 3\tau_k^2} \leq [\sigma]_{\max}, \quad (4.1)$$

де допустимі напруження :

$$[\sigma]_{\max} = 0,6...0,8\sigma_T, \quad (4.2)$$

$\sigma_T$  – границя плинності,

напруження згину:

$$\sigma_u = \frac{M}{W_z}, \quad (4.3)$$

напруження кручення:

$$\tau = \frac{T}{W_\rho}. \quad (4.4)$$

Проводять розрахунок на витривалість за запасом опору втоми

$$s = \frac{s_\sigma \cdot s_\tau}{\sqrt{s_\sigma^2 + s_\tau^2}} \geq [s] \approx 1,5, \quad (4.5)$$

де  $s_\sigma = \frac{\sigma_{-1}}{\frac{\sigma_a K_\sigma}{K_d K_F} + \psi_\sigma \sigma_m}$  – запас опору втоми при згині,

$s_\tau = \frac{\tau_{-1}}{\frac{\tau_a K_\tau}{K_d K_F} + \psi_\tau \tau_m}$  – запас опору втоми при крученні,

де  $\sigma_{-1} = 400 \text{ МПа}$  – границя витривалості при згині,

$\tau_{-1} = 200 \text{ МПа}$  – границя витривалості при крученні,

$\sigma_a$  – амплітуда циклів напружень при згині (внаслідок обертання вала напруження згину у різних точках його поперечного перерізу змінюються по симетричному циклу (рисунок 4.3)),

$\sigma_a = \sigma_u$  ;

$\sigma_m$  – середнє напруження циклу,  $\sigma_m = 0$ ,

$\tau_a$  – амплітуда циклів напружень при крученні (напруження кручення змінюються по

віднульовому циклу (рисунок 4.4)),  $\tau_a = \frac{\tau}{2}$ ,

$\tau_m$  – середнє напруження циклу (постійна складового циклу),  $\tau_m = \frac{\tau}{2}$ ,

$\psi_\sigma, \psi_\tau$  – коефіцієнти, що коректують вплив постійної складового циклу напружень по опору втоми (рекомендації в роботі [3]),

$K_\sigma$  – коефіцієнт концентрації напружень при згині, що залежить від концентратора напружень (рекомендації в роботі [3]),

$K_\tau$  – коефіцієнт концентрації напружень при крученні, що залежить від концентратора напружень (рекомендації в роботі [3]),

$K_d$  – масштабний фактор (рекомендації в роботі [3]),

$K_F$  – фактор шорсткості поверхні (рекомендації в роботі [3]).

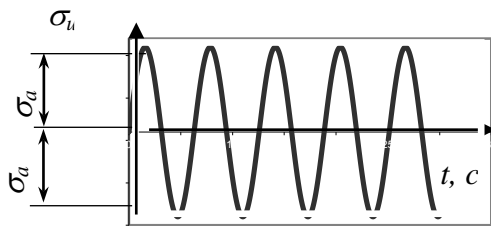


Рисунок 4.3

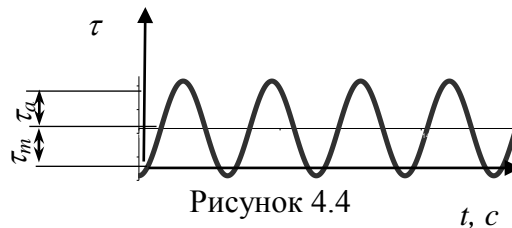


Рисунок 4.4

Концентраторами напружень є галтелі, фаски, виточки, проточки, шпонкові пази, шліці, пресові посадки, різьба тощо.

Перевіряють жорсткості вала за умовами жорсткості при згині

$$y < [y], \quad (4.6)$$

де  $y$  – прогин вала;

$[y]$  – прогин, що допускається (рекомендації в роботі [3]),

та при крученні

$$\varphi = \frac{T \cdot l}{G \cdot I_\rho} \leq [\varphi], \quad (4.7)$$

де  $G$  – модуль пружності другого роду;  $I_p$  – полярний момент інерції;  $\varphi$  – кут закручення вала;  $[\varphi]$  – допустимий кут закручення вала, значення якого залежить від вимог, що пред'являються до механізму.

Проводять розрахунок на коливання з умови попередження обертання в критичній зоні

$$n_{кр} = \frac{30}{\pi} \sqrt{\frac{g}{y_{ст}}}, \quad (4.8)$$

де  $g$  – прискорення вільного падання;  $y_{ст}$  – статичний прогин.

## Лекція 12. Опори

1. Підшипники ковзання
2. Умови роботи і види руйнування підшипників ковзання
3. Тертя і змащення підшипників ковзання
4. Підшипники кочення. Загальні відомості
5. Розрахунок підшипників кочення
6. Особливості розрахунку радіально-упорних підшипників
7. Основи розрахунку пасових передач

### 1. Підшипники ковзання

**Підшипники ковзання** – це опори обертових деталей, які працюють в умовах ковзання поверхні цапфи по поверхні підшипника.

Форма робочої поверхні підшипника ковзання (рисунок 5.1) так само, як і форма цапфи вала, може бути циліндричною (а), плоскою (б), конічною (в) або кульковою (г). Опору, що передає осьове навантаження, називають **під'ятником**.

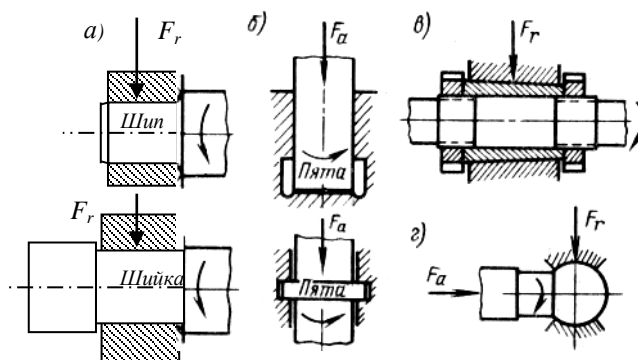


Рисунок 5.1

Під'ятники працюють, як правило, у парі з радіальними підшипниками. Більшість радіальних підшипників можуть сприймати також і невеликі осьові навантаження. Для фіксування вала в осьовому напрямку його виготовляють східчастим з галтелями, а кромки підшипника закругляють. Підшипники з конічною поверхнею (в) застосовують рідко. Їх використовують при невеликих навантаженнях у тих випадках, коли необхідно систематично усувати зазор від зносу підшипника з метою збереження точності механізму. Так само рідко застосовують і кулькові підшипники. Ці підшипники допускають перекіс осі вала, тобто мають властивість самовстановлення. Їх застосовують переважно як шарніри в підйомних механізмах з періодичним поворотом у межах обмежених кутів.

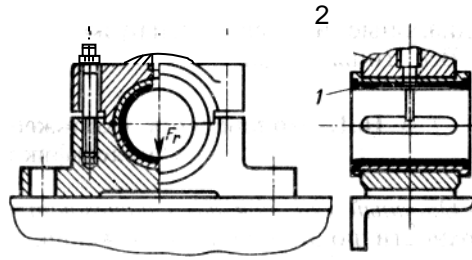


Рисунок 5.2

Основним елементом підшипника (рисунок 5.2) є вкладиш 1 з тонким шаром антифрикційного матеріалу на опорній поверхні. Вкладиш встановлюють у спеціальному корпусі підшипника 2 або безпосередньо в корпусі машини (станині, рамі і т.д.)

Область застосування підшипників ковзання в сучасному машинобудуванні скоротилася у зв'язку з поширенням підшипників кочення. Однак значення підшипників ковзання в сучасній техніці не знизилася. Їх застосовують дуже широко, і в цілому ряді конструкцій вони незамінні. До таких підшипників належать:

- 1) роз'ємні підшипники, необхідні за умовами зборки, наприклад для колінчастих валів;
- 2) високошвидкісні підшипники ( $V > 30$  м/с), в умовах роботи яких довговічність підшипників кочення різко скорочується (вібрації, шум, великі інерційні навантаження на тіла кочення);
- 3) підшипники прецизійних машин, від яких потрібний особливо точний напрямок валів і можливість регулювання зазорів;
- 4) підшипники, що працюють в особливих умовах (вода, агресивне середовище і т.п.), у яких підшипники кочення непрацездатні через корозію;
- 5) підшипники дешевих тихохідних механізмів і деякі інші.

## 2. Умови роботи і види руйнування підшипників ковзання

Обертання цапфи в підшипнику протидіє момент сил тертя. Робота тертя нагріває підшипник і цапфу. Від поверхні тертя теплота виділяється через корпус підшипника і вал, а також несеться рідиною, що змазує. З підвищенням температури знижується в'язкість мастила і збільшується імовірність заїдання цапфи в підшипнику. У кінцевому результаті заїдання призводить до виплавлення вкладиша. Перегрів підшипника є основною причиною його руйнування.

Робота підшипника супроводжується зносом вкладиша і цапфи, що порушує правильну роботу механізму і самого підшипника. Інтенсивність зносу, зв'язана також з роботою тертя, визначає довговічність підшипника.

При дії змінних навантажень (наприклад, у поршневих двигунах) поверхня вкладиша може викришуватись внаслідок втоми. Викришування від втоми властиве підшипникам з малим зносом і спостерігається порівняно рідко.

У випадку дії великих короткочасних перевантажень ударного характеру вкладиші підшипників можуть крихко руйнуватись. Крихкому руйнуванню піддаються маломіцні антифрикційні матеріали, такі як бабіти і деякі пластмаси.

## 3. Тертя і змащення підшипників ковзання

Робота тертя є основним показником працездатності підшипника. Тертя визначає знос і нагрів підшипника, а також його ККД. Для зменшення тертя підшипники ковзання змазують. У залежності від режиму роботи підшипника в ньому може бути **напіврідинне** або **рідинне** тертя.

При рідинному терті робочі поверхні вала і вкладиша розділені шаром мастила, товщина  $h$  якого більше суми висот  $R_z$  жорсткостей поверхонь (рисунок 5.3):



$$h > R_{z1} + R_{z2}.$$

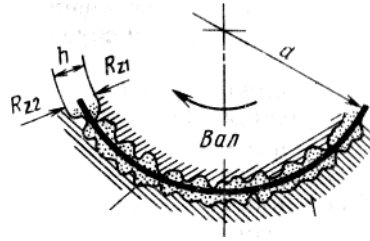


Рисунок 5.3

При цій умові мастило сприймає зовнішнє навантаження, запобігаючи безпосередньому стиканню робочих поверхонь, тобто зносу. Опір руху в цьому випадку визначається тільки внутрішнім тертям у масляній рідині. Значення коефіцієнта рідинного тертя знаходиться в межах 0,001. ..0,005 (що може бути менше коефіцієнта тертя кочення).

При напіврідинному терті умова не дотримується, у підшипнику буде змішане тертя — одночасно рідинне і граничне. **Граничним** називають тертя, при якому поверхні покриті найтоншою плівкою змащення, що утворилася в результаті дії молекулярних сил і хімічних реакцій активних молекул змащення і матеріалу вкладиша. Спроможність змащення до утворення граничних плівок (адсорбції) називають **маслянистістю**. Граничні плівки стійкі і витримують великі тиски. Однак у місцях зосередженого тиску вони руйнуються, відбувається стикання чистих поверхонь металів, їхнє схоплювання і відрив часток матеріалу при відносному русі. Напіврідинне тертя супроводжується зносом тертьових поверхонь навіть без влучення зовнішніх абразивних часток. Значення коефіцієнта напіврідинного тертя залежить не тільки від якості мастила, але також і від матеріалу тертьових поверхонь. Для розповсюджених антифрикційних матеріалів коефіцієнт напіврідинного тертя дорівнює 0,008. ..0,1.

Для роботи підшипника найсприятливішим режимом є режим рідинного тертя. Утворення режиму рідинного тертя є основним критерієм розрахунку більшості підшипників ковзання. При цьому одночасно забезпечується працездатність за критеріями зносу і заїдання.

Для утворення режиму рідинного тертя необхідно дотримуватись таких основних умов:

- 1) між поверхнями, що ковзають, повинен бути зазор клинової форми;
- 2) мастило відповідної в'язкості повинно безперервно заповнювати зазор;
- 3) швидкість відносного руху поверхонь повинна бути достатньою для того, щоб у мастильному шарі утворився тиск, який може врівноважити зовнішнє навантаження.

До матеріалу вкладиша пред'являються такі умови:

- 1) малий коефіцієнт тертя і високий опір заїданню в періоди відсутності режиму рідинного тертя (пуски, гальмування і т.п.);
- 2) достатня зносостійкість поряд зі спроможністю до приробляння; зносостійкість вкладиша повинна бути нижче зносостійкості цапфи, тому що заміна вала обходиться значно дорожче, ніж заміна вкладиша;
- 3) досить високі механічні характеристики й особливо високий опір крихкому руйнуванню при дії ударних навантажень.

Вкладиші виготовляють з найрізноманітніших матеріалів: бронзи, чавуну, бабіту, пластмаси, металокераміки тощо. З метою підвищення міцності підшипників, особливо при змінних і ударних навантаженнях, застосовують так називані біметалічні вкладиші, у яких на сталеву основу наплавляють тонкий шар антифрикційного матеріалу — бронзи, срібла, сплаву алюмінію тощо. Біметалічні підшипники мають високу навантажувальну спроможність.

#### 4. Підшипники кочення. Загальні відомості

Застосування підшипників кочення дозволяє замінити тертя ковзання на тертя кочення, яке менш суттєво залежить від змащування (умовний коефіцієнт тертя близький до коефіцієнту рідинного тертя  $f \approx 0,0015 \dots 0,006$ ), При цьому спрощується система змащування та обслуговування підшипника.

Конструкція підшипників кочення дозволяє виготовляти їх у масових кількостях як стандартну продукцію, що значно зменшує вартість виробництва.

Підшипники кочення складаються з внутрішнього (рис. 5.4, 1) та зовнішнього (рис. 5.4, 2) кілець з доріжками кочення, тіл кочення (рис. 5.4, 3) (шариків чи роликів), сепараторів (рис. 5.4, 4), які розділяють та направляють тіла кочення.

До недоліків підшипників кочення відносяться: відсутність роз'ємних конструкцій, порівняно великі радіальні габарити, обмежена швидкохідність, низка працездатність при вібраційних та ударних вантаженнях та в агресивних середовищах.

По формі тіл кочення підшипники поділяються на шарикові та роликіві.

По напрямку навантаження, яке сприймається – радіальні, упорні, радіально-упорні, упорно-радіальні.

**Радіальні шарикові підшипники** (рис. 5.4, а) – найбільш прості та дешеві. Допускають невеликі перекося вала (до  $1/4^\circ$ ) і можуть сприймати осьові навантаження, але менші радіальних. Ці підшипники широко поширені в машинобудуванні. **Радіальні роликіві підшипники**

(рис. 5.4, з) завдяки збільшеній контактній поверхні допускають значно більші навантаження, ніж шарикові. Однак вони не сприймають осьові навантаження і погано працюють при перекосах вала. У роликівих циліндричних і конічних підшипниках з комбінованими (бочкоподібними) роликами концентрація навантаження від неминучого перекошу вала істотно знижується. Аналогічне порівняння можна провести і між *радіально-упорними шариковими* (рис. 5.4, в) і *роликівими* (рис. 5.4, д) підшипниками.

*Самоустановлювальні шарикові* (рис. 5.4, б) і *роликіві* (рис. 5.4. е) підшипники застосовують і тих випадках, коли допускають значний перекош вала (до  $2...3^{\circ}$ ). Вони мають сферичну поверхню зовнішнього кільця і ролики бочкоподібної форми. Ці підшипники допускають невеликі осьові навантаження,

Застосування *голчастих підшипників* (рис. 5.4, ж) дозволяє зменшити габарити (діаметр) при значних навантаженнях.

Упорний підшипник (рис. 5.4, з) сприймає тільки осьові навантаження і погано працює при перекосі осі.

По навантажувальній здатності (або по габаритах) підшипники розділяють на сім серій діаметрів і ширини: надлегку, особливо легку, легку, легку широку, середню, середню широку, важку.

По класах точності: 0 (нормальний клас), 6 (підвищений), 5 (високий), 4 (особливо високий), 2 (надвисокий). Від точності виготовлення в значній мірі залежить працездатність підшипника, але одночасно зростає його вартість.

Усі підшипники кочення виготовляють з високоміцних підшипникових сталей з термічною обробкою, що забезпечує високу твердість.

Великий вплив на працездатність підшипника має якість сепаратора. Установка сепаратора значно зменшує втрати на тертя. Більшість сепараторів виконують штампованими зі сталеві стрічки. При підвищених окружних швидкостях (більш  $10...15$  м/с) застосовують масивні сепаратори з латуні, бронзи, дюралюмінію або пластмаси.

Основні причини втрати працездатності підшипників кочення:

- **викришування від втоми**, яке спостерігається в підшипників після тривалого часу їхньої роботи в нормальних умовах;
- **знос**, що спостерігається при недостатньому захисті від абразивних часток (пилу і бруду);
- **руйнування сепараторів**, яке дає значний відсоток виходу з ладу підшипників кочення, особливо швидкохідних;
- **розколювання кілець і тіл кочення**, яке зв'язано з ударними і вібраційними перевантаженнями, неправильним монтажем, що викликає перекоси кілець, заклинювання тощо;
- **залишкові деформації** на бігових доріжках і виді лунок та вм'ятин, які спостерігаються в важконавантажених тихохідних підшипників.

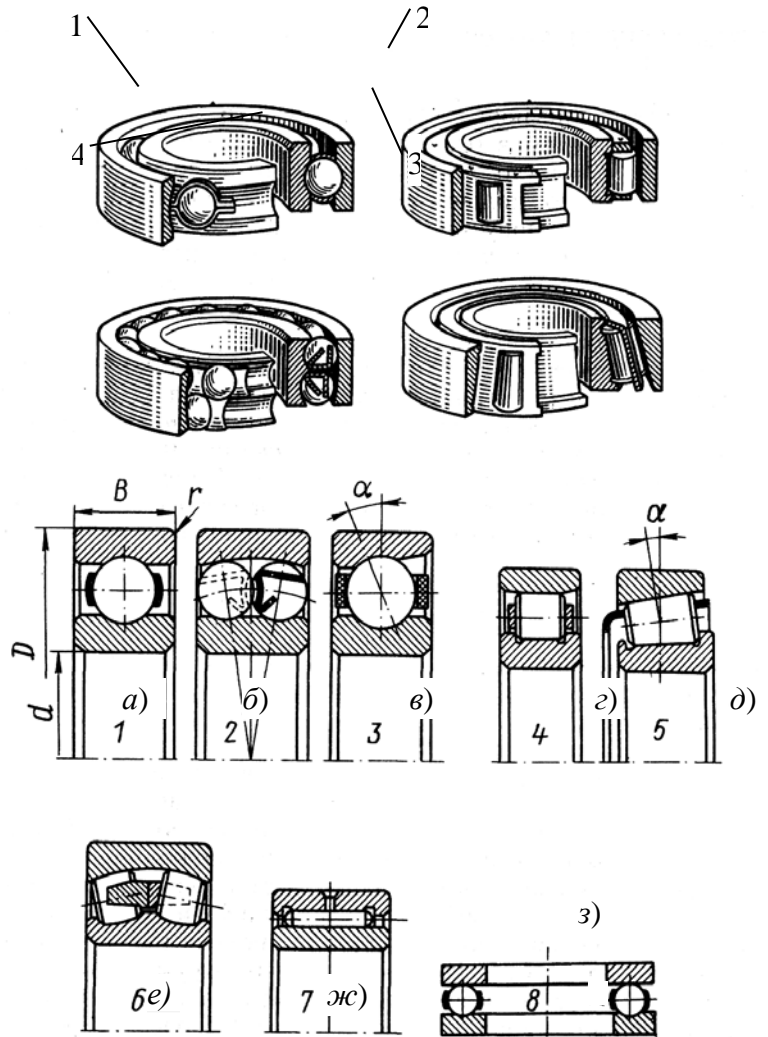


Рис. 5.4

## 5. Розрахунок підшипників кочення

Розрахунок підшипників кочення базується на двох критеріях:

1. Розрахунок на ресурс (довготривалість) по викришуванню від втоми.
2. Розрахунок на статичну вантажопідйомність по остаточним деформаціям.

При проектуванні підшипники підбирають з числа стандартних. Розрізняють підбір підшипників по динамічній вантажопідйомності для запобігання руйнування від втоми (викришування) (при  $n \geq 10 \text{ мин}^{-1}$ ) та по статичній вантажопідйомності для запобігання остаточним деформаціям.

Умова підбора по динамічній вантажопідйомності:

$$C_{\text{потреба}} \leq C_{\text{паспорт}} \quad (5.1)$$

**Паспортна динамічна вантажопідйомність** – це таке постійне навантаження, яке підшипник може витримати протягом 1 млн. оборотів без виявлення ознак втоми не менш, ніж у 90% із визначеної кількості підшипників (приведена в каталозі).

Під навантаженням приймають радіальне для радіальних та радіально-упорних підшипників (нерухоме зовнішнє кільце), осьову – для упорних та упорно-радіальних (при обертанні одного з кілець).

Динамічна вантажопідйомність:

$$C = P p \sqrt{\frac{L}{a_1 a_2}}, \quad (5.2)$$

де  $L$  – ресурс підшипника, млн. оборотів;  $P$  – еквівалентне навантаження;  $p = 3$  (для шарикових),  $p \approx 3,33$  (для роликових);  $a_1$  – коефіцієнт надійності;  $a_2$  – узагальнений коефіцієнт сумісного впливу якості металу та умов експлуатації.

**Еквівалентне навантаження** для радіальних на радіально упорних підшипників – це таке умовне постійне навантаження, яке при прикладенні його до підшипника, в якому обертається внутрішнє кільце, забезпечує ту ж саму довговічність, яку підшипник має при дійсних умовах навантаження та обертання:

$$P_r = (X V F_r + Y F_a) K_\sigma K_T, \quad (5.3)$$

де  $F_r, F_a$  – радіальне та осьове навантаження,

$X, Y$  – коефіцієнти радіального та осьового навантаження,

$V$  – коефіцієнт обертання, залежить від того, яке кільце обертається (при обертанні внутрішнього  $V=1$ , зовнішнього  $V=1,2$ ),

$K_\sigma$  – коефіцієнт безпеки, який враховує характер навантажень: при спокійному навантаженні  $K_\sigma = 1$ , при помірних поштовхах  $K_\sigma = 1,3 \dots 1,5$ , при сильних ударах  $K_\sigma = 2,5 \dots 3$ ,

$K_T$  – температурний коефіцієнт (при  $t$  до  $100^\circ\text{C}$   $K_T = 1$ , при  $t = 125 \dots 250^\circ\text{C}$   $K_T = 1,05 \dots 1,4$ ).

Для упорних і радіально-упорних підшипників відповідно – постійне центральне осьове навантаження при обертанні одного з кілець:

$$P_a = (X F_r + Y F_a) K_\sigma K_T. \quad (5.4)$$

Значення  $X$  та  $Y$  залежить від відношення  $\frac{F_a}{V F_r}$ , що пояснюється тим, що в деяких межах ( $\leq e$ )

додаткове осьове навантаження не погіршує умови роботи підшипника, воно зменшує радіальний зазор у підшипниках та вирівнює розподілення навантаження по тілам кочення.

При змінних навантаження враховують еквівалентну довговічність:

$$L_{hE} = K_{HE} L_h, \quad (5.5)$$

де  $L_h$  – сумарний час роботи підшипника, год,

$K_{HE}$  – коефіцієнт режиму навантаження.

Умова перевірки чи підбору по статичній вантажопідйомності:

$$P_0 \leq C_0, \quad (5.6)$$

де  $P_0$  – еквівалентне статичне навантаження,

$C_0$  – статична вантажопідйомність.

**Статична вантажопідйомність** – таке статичне навантаження, якому відповідає загальна остаточна деформація тіл кочення та кілець в найбільш навантаженій точці контакту (0,0001 діаметра тіл кочення).

Еквівалентне статичне навантаження:

$$P_0 = X_0 F_r + Y_0 F_a, \quad (5.7)$$

де  $X_0, Y_0$  – коефіцієнти радіального та осьового навантаження:

$X_0 = 0,6, Y_0 = 0,5$  – радіальні шарикопідшипники однорядні і дворядні,

$X_0 = 0,5, Y_0 = 0,47 \dots 0,28$  (при  $\alpha = 12 \dots 36^\circ$  відповідно) – радіально-упорні шарикопідшипники,

$X_0 = 0,5, Y_0 = 0,22 \text{ctg} \alpha$  – конічні та самоустановлювальні шарикопідшипники та роликотпідшипники.

## 6. Особливості розрахунку радіально-упорних підшипників

Радіальні навантаження підшипників  $F_{r1}$  і  $F_{r2}$  (рис. 5.5) визначають по двох рівняннях рівноваги:  $\Sigma Y = 0$  і  $\Sigma M = 0$ , при цьому  $F_{r1}$  і  $F_{r2}$  прикладені в точках перетину контактних нормалей з віссю вала. Відстань між цими точками залежить від схеми розташування підшипників і значення кута  $\alpha$ .

Для визначення двох осьових навантажень  $F_{a1}$  і  $F_{a2}$  маємо тільки одне рівняння  $\Sigma X = 0$ , або  $F_a - F_{a1} + F_{a2} = 0$ .

Тіла кочення переміщуються по біговим доріжкам, які нахилені під деяким кутом до осі вала. Реакція у підшипнику розкладається на дві складові  $F_r$  та  $S_i$ .

$S_i$  – додаткове внутрішнє осьове навантаження, яке намагається розсунути кільця в осьовому напрямку. Якщо не ставити упорні кришки, на верхні кільця утворюється зазор, який приводить до руйнування підшипника. Цьому перешкоджають упорні буртики вала та корпусу з відповідними реакціями  $F_{a1}$  та  $F_{a2}$ . Щоб запобігти розсуненню кілець, повинна виконуватись умова:

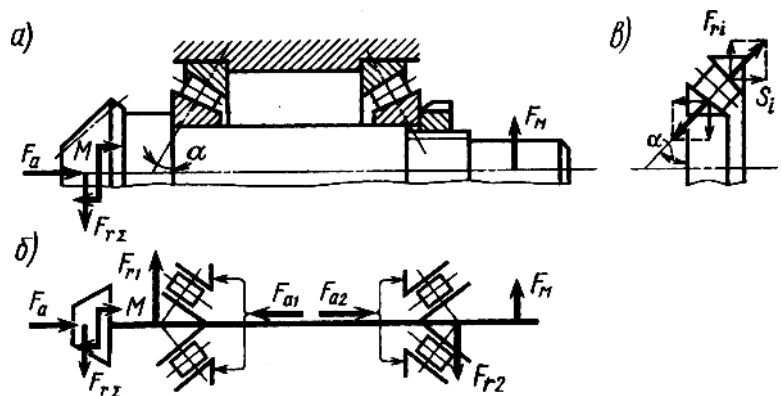


Рис. 5.5

$$F_{a1} \geq S_1, F_{a2} \geq S_2.$$

(5.8)

Крім цього приймають, що в одному з підшипників осьова сила дорівнює мінімально можливій по умові не розсунення кілець, тобто  $F_a = S$ .

Так як невідомо, в якому з підшипників виконується ця умова, вивішують методом спроб. Спочатку приймають, що  $F_{a1} = S_1$ , тоді  $F_{a1} = S_1 - F_a$  і якщо при цьому виконується умова  $F_{a2} \geq S_2$ , то осьові сили вибрані вірно. Якщо умова не виконується, тобто  $F_{a2} < S_2$ , то приймають  $F_{a2} = S_2$  і знаходять  $F_{a1} = S_2 + F_a$ .

Приймають:

$S_i = eF_{ri}$  – для радіально-упорних шарикових,

$S_i = 0,83eF_{ri}$  – для конічних роликкових.

### Лекція 13. Пасові та ланцюгові передачі. Муфти

1. Пасові передачі. Принцип дії і класифікація
2. Основи розрахунку пасових передач
3. Клинопасова передача
4. Ланцюгові передачі
5. Кінематика та динаміка ланцюгових передач
6. Критерії працездатності ланцюгової передачі
7. Муфти

#### 1. Пасові передачі. Принцип дії і класифікація

Схема пасової передачі зображена на рисунку 3.16.

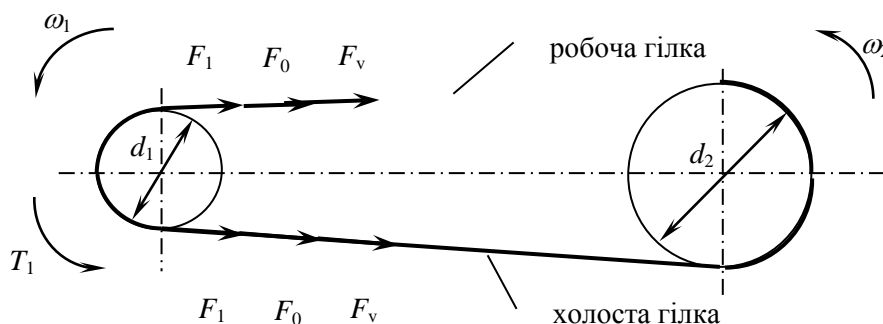


Рисунок 3.16

Передача складається з двох шківів, закріплених на валах, і паса, що охоплює шківви. Навантаження передається силами тертя, що виникають між шківвами і пасом унаслідок натягу останнього.

У залежності від форми поперечного переріза паса розрізняють передачі:

- плоскопасову;
- клинопасову;
- круглопасову.

Переваги:

- можливість передачі руху на значні відстані (до 15 м і більше);
- плавність і безшумність роботи;
- захист механізмів від коливань навантаження внаслідок пружності ремня;

- захист механізмів від перевантаження за рахунок можливого прослизання паса;
- простота конструкції й експлуатації (передача не вимагає змащення).

Недоліки:

- підвищені габарити (при рівних умовах діаметри шківів у 5 разів більше діаметрів зубчастих коліс);
- мінливість передатного відношення через прослизання паса;
- підвишене навантаження на вали та їхні опори, пов'язане з великим попереднім натягом паса (у 2-3 рази більше ніж у зубчастих передачах);
- низька довговічність пасів (1000-5000 год.).

Пасові передачі застосовують переважно в тих випадках, коли за умовами конструкції вали розташовані на значних відстанях. Передача передає потужність до 50 кВт. У комбінації з зубчастою передачею пасову передачу встановлюють на швидкохідну ступінь, як менш навантажену.

У сучасному машинобудуванні найбільше поширення мають клинові паси. Застосування плоских пасів старої конструкції скоротилося. Плоскі паси нової конструкції (клепкові з пластмас) одержують поширення у високошвидкісних передачах. Круглі паси застосовуються тільки для малих потужностей: у приладах, побутових машинах і т.п.

## 2. Основи розрахунку пасових передач

Критерії працездатності та їхнього розрахунку:

- 1) тягова спроможність, обумовлена силою тертя між пасом і шківом;
- 2) довговічність ремня, що обмежується руйнуванням паса від втоми.

Кінематичні параметри

Колові швидкості на шківах

$$V = \frac{\pi \cdot d_1 \cdot n_1}{60}. \quad (3.52)$$

У разі відсутності пристрою автоматичного натягу пас витягується, виникає прослизання. З урахуванням пружного ковзання  $V_2 < V_1$ :

$$V_2 = V_1(1 - \varepsilon), \quad (3.53)$$

де  $\varepsilon$  – коефіцієнт ковзання,  $\varepsilon = 0,01..0,2$ .

Дослідження М.Є. Жуковського показали, що в пасових передачах два види ковзання паса по шківу:

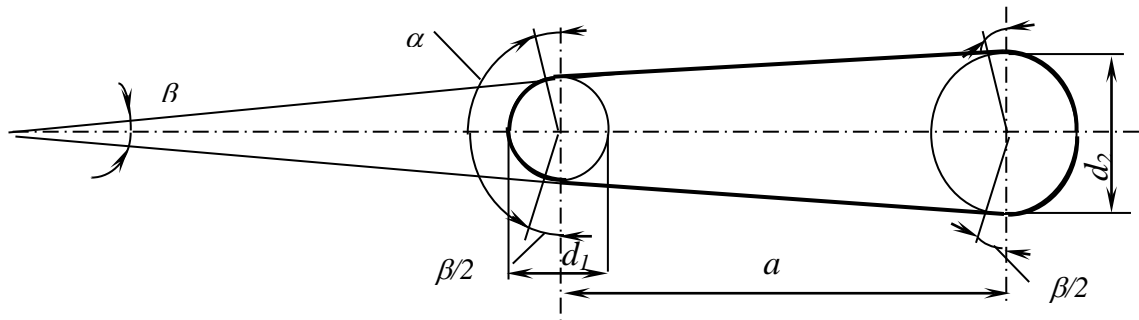
- пружне ковзання (при будь-якому навантаженні);
- буксування (при перевантаженнях).

Передатне відношення

$$u = \frac{n_1}{n_2} = \frac{d_2}{d_1(1 - \varepsilon)} - \text{var}. \quad (3.54)$$

Геометричні параметри пасової передачі

Геометричні параметри пасової передачі показані на рисунку 3.17.



- $\alpha$  – кут обхвату ременем меншого шківa;
- $\beta$  – кут нахилу гілок пасової передачі;
- $a$  – міжосьова відстань;
- $d_1, d_2$  – діаметри шківів;
- $l$  – довжина паса.

Рис. 3.17

$$\alpha = 180^\circ - \beta,$$

$$\sin \frac{\beta}{2} = \frac{d_2 - d_1}{2a},$$

оскільки  $\beta < 15^\circ$ , то  $\frac{\beta}{2} = \frac{d_2 - d_1}{2a}$ , де  $\beta$  у радіанах, тоді

$$\alpha = 180^\circ - 57 \frac{d_2 - d_1}{a} \geq 120^\circ.$$

Сили в зачепленні

У пасовій передачі діють (рисунок 3.16):

$F_1$  – сила натягу робочої гілки;

$F_2$  – сила натягу холостої гілки;

$F_t$  – колова сила;

$F_0$  – сила попереднього натягу;

$F_v$  – відцентрова сила;

$F_u$  – сила від згину паса.

Щоб створити зачеплення тертям, пас попередньо натягають (створюють силу  $F_0$ ).

Формула Ейлера для пасових передач

$$F_{0 \min} = 0,5 F_t \frac{e^{f\alpha} + 1}{e^{f\alpha} - 1}, \quad (3.55)$$

де  $f$  – коефіцієнт тертя між ременем і шківом. Якщо  $F_0 < F_{0 \min}$ , починається буксування.

Унаслідок руху по колу шківa виникають відцентрові прискорення і як наслідок – відцентрові сили  $F_v$ , що відтягають пас від шківів. Впливають при  $V > 20$  м/с

$$F_v = qv^2, \quad (3.56)$$

де  $q$  – маса 1 пог. м паса.

Сила від згину паса  $F_u$  враховується при розрахунку напружень у пасі, виникає в точці набігання його на шків, де виникають найбільші напруження.



$$F_u = E \frac{\delta}{d}, \quad (3.57)$$

де  $\delta$  – товщина ременя.

Напруження в пасі

Найбільші напруження створюються у ведучій гілці:

$$\sigma_{\max} = \sigma_1 + \sigma_v + \sigma_u, \quad (3.58)$$

де  $\sigma_1$  – напруження від натягу ведучої гілки,

$$\sigma_1 = \frac{F_1}{A} = \frac{F_0}{A} + 0,5 \frac{F_t}{A} = \sigma_0 + 0,5 \sigma_t, \quad (3.59)$$

де  $\sigma_t$  – корисне напруження,

$$\sigma_t = \sigma_1 - \sigma_2;$$

$\sigma_0$  – напруження від попереднього натягу,  $\sigma_0 = 1,2..1,8$  МПа, для клинопасових  $\sigma_0 \leq 1,5$  МПа;

$\sigma_v$  – напруження від відцентрової сили

$$\sigma_v = \frac{F_v}{A} = \rho v^2; \quad (3.60)$$

$\sigma_u$  – напруження згину (у частині паса, яка обгинає шків),

$$\sigma_u = \varepsilon E = \frac{E \delta}{d}, \quad (3.61)$$

де  $\varepsilon$  – відносне подовження;

$E$  – модуль пружності;

$\delta$  – товщина паса.

Сумарне максимальне напруження у ведучій гілці в місці набігання паса на шків

$$\sigma_{\max} = \sigma_0 + 0,5 \sigma_t + \sigma_v + \sigma_u. \quad (3.62)$$

Епюра напружень по довжині паса зображена на рисунку 3.18.

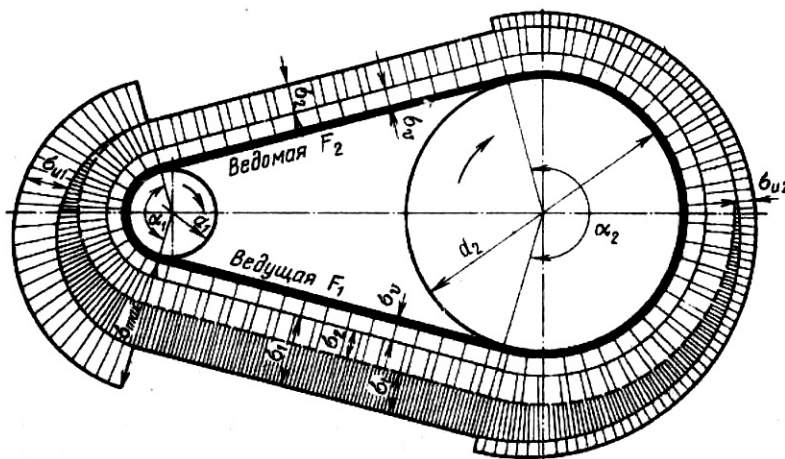


Рисунок 3.18

Допустиме напруження

$$[\sigma] = a - \omega \frac{\delta}{d}, \quad (3.63)$$

де  $a = 2,0..3,0$  МПа;

$$\omega = 9..17 \text{ МПа}.$$

Довговічність паса

Тягова спроможність передачі характеризується значенням максимально допустимої колової сили  $F_t$  чи корисного напруження  $\sigma_t$ . Допустиме за умови відсутності буксування напруження  $\sigma_t$  збільшується зі збільшенням напруження попереднього натягу  $\sigma_0$ , однак на практиці це призводить до зниження довговічності паса.

Вплив напруження від відцентрових сил  $\sigma_v$  для найбільш розповсюджених на практиці середньошвидкісних ( $V < 20$  м/с) та тихохідних ( $V < 10$  м/с) передач незначний.

Збільшення  $\sigma_u$  не сприяє підвищенню тягової спроможності передачі, більш того,  $\sigma_u$  періодично змінюється, що є головною причиною руйнування пасів від втоми. Тому на практиці обмежуються мінімально допустимими значеннями відношення  $\frac{d}{\delta}$ .

Довговічність паса залежить також від характеру та частоти циклу зміни напружень.  
Частота циклу напружень дорівнює частоті пробігів паса

$$U = \frac{V}{l}, \quad (3.64)$$

де  $V$  – колова швидкість;  
 $l$  – довжина паса.

Чим більше  $U$ , тим менша довговічність, тому введені обмеження:

- для плоских пасів  $U \leq 3..5 \text{ с}^{-1}$ ;
- для клинових  $U \leq 10..20 \text{ с}^{-1}$ .

Зниження довговічності при збільшенні частоти пробігів пов'язане не тільки з втомою, але й з термостійкістю паса. У результаті гістерезисних втрат при деформації пас нагрівається тим більше, чим більша частота пробігів. Перегрів паса призводить до зниження міцності.

Практика експлуатації установлює, що при дотриманні рекомендацій по вибору основних параметрів передачі середня довговічність пасів становить 2000...3000 годин.

Ковзання у пасовій передачі

Дослідження М.Є. Жуковського показали, що у пасових передачах два види ковзання:

- пружне ковзання (при будь-якому навантаженні);
- буксування (при перевантаженні).

Якщо до кінців паса на загальмованому шківі підвісити рівні ваги  $G$  (рисунок 3.19), то під дією них між шківом та пасом виникне деякий тиск та відповідні йому сили тертя. Якщо до однієї з гілок додати вагу  $G_1$ , більшу за сили тертя, то рівновага порушиться і пас зісковзне зі шківів. Якщо  $G_1$  менше за сили тертя – рівновага збережеться. Однак при будь-якій малій вазі  $G_1$  гілка, на яку додана ця вага, отримає деяке

Сили тертя, що зрівноважують вагу  $G_1$

Дуга пружного ковзання

Дуга спокою

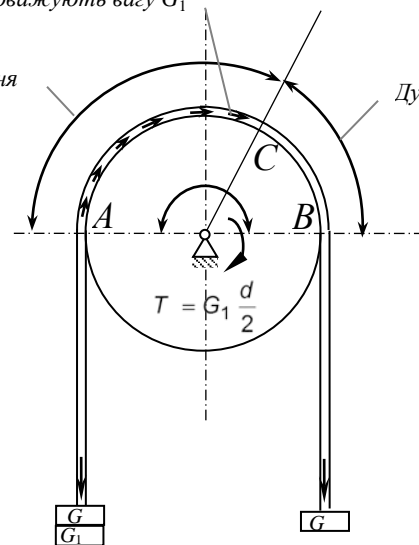


Рисунок 3.19

додаткове подовження. Значення відносного подовження, постійне для вільної гілки, буде поступово зменшуватись по дузі обхвату та стане дорівнювати нулю в деякій точці  $C$ . Положення точки  $C$  визначається з умови рівності ваги  $G_1$  та сумарної сили тертя, яка прикладена до паса по дузі  $AC$ .  
 Додаткове пружне подовження паса супроводжується його ковзанням по шківу – **пружним ковзанням**. Дуга  $AC$  – дуга пружного ковзання. Дуга  $BC$  – дуга спокою.

$$\widehat{AC} + \widehat{BC} = \alpha.$$

Чим більше  $G_1$ , тим більше  $AC$  і менш  $BC$ . При збільшенні  $G_1$  до значення, яке дорівнює запасу сил тертя, дуга  $BC$  дорівнюватиме нулю, а дуга пружного ковзання розповсюдиться на весь кут обхвату  $\alpha$  – рівновага порушиться (**буксування**).

На працюючій пасовій передачі роль ваги  $G$  виконує сила натягу веденої гілки  $F_2$ , а роль додаткової ваги  $G_1$  – колова сила  $F_t$ . Різниця натягу веденої та ведучої гілок, яке утворюється навантаженням, викликає пружне ковзання. При цьому дуги пружного ковзання розташовуються з боку гілок, що збігають.

При проходженні ведучою гілкою ділянка  $\lambda$  збільшиться на  $\lambda + \Delta$ , а веденою зменшиться на  $\lambda - \Delta$  (рисунок 3.20). Визначаючи колкові швидкості шківів по сумісному переміщенню з пасом на ділянках дуг спокою, отримуємо:

- для ведучого шківів  $V_1 = \frac{\lambda + \Delta}{t}$ ;
- для веденого шківів  $V_2 = \frac{\lambda - \Delta}{t}$ , тобто  $V_2 < V_1$ .

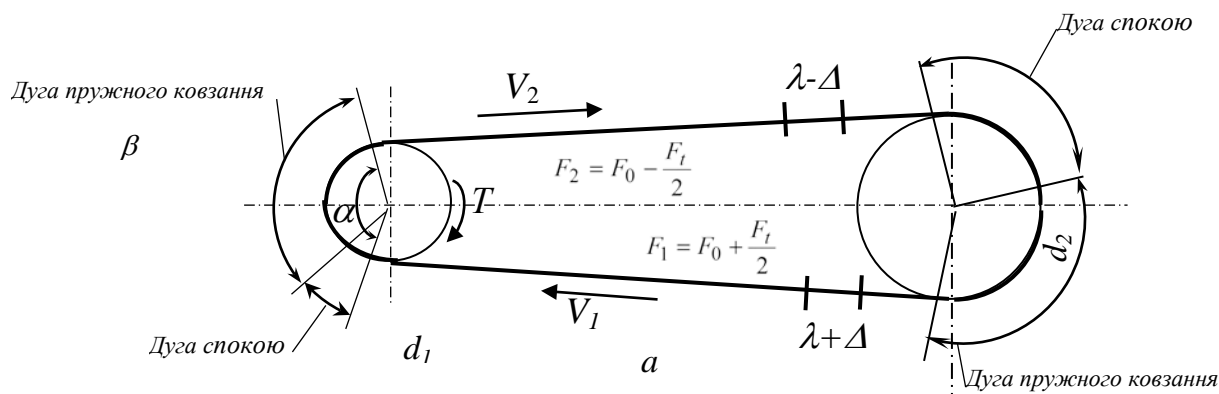


Рисунок 3.20

Зі збільшенням навантаження збільшується  $\Delta$ , збільшується різниця швидкостей, тобто передаточне відношення змінюється.

Пружне ковзання є причиною мінливості передаточного відношення та збільшує витрати на тертя.

### 3. Клинопасова передача

Ця передача має переважне застосування через збільшення тягової спроможності внаслідок підвищення тертя, зачеплення зі шківом збільшується приблизно в 3 рази. Пас має клинову форму поперечного перерізу та розташовується у відповідних канавках (рисунок 3.21). Для зменшення напружень згину застосовують декілька пасів. Клинові паси виготовляють у вигляді замкнутої нескінченної стрічки. Конструкція паса показана на рисунку 3.22.

Робочі поверхні бокові. Пас не повинен виступати за межу зовнішнього діаметра  $d_n$ , інакше пас швидко виходить з ладу. Кут  $\varphi = 40^\circ$  (зі зменшенням  $\varphi$  збільшується тертя).

Приведений коефіцієнт тертя

$$f' = \frac{f}{\sin 20^\circ} \approx 3f.$$

Конструкція паса повинна бути достатньо гнучкою для зменшення напружень згину, мати значну подовжню та поперечну жорсткість.

Практичний розрахунок пасової передачі наведений в роботі [7].

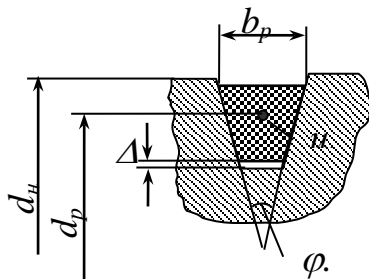


Рисунок 3.21

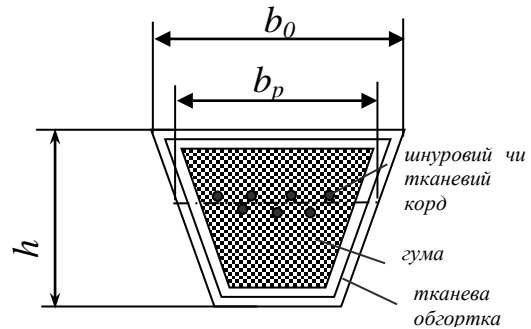


Рисунок 3.22

#### 4. Ланцюгові передачі

Ланцюгова передача заснована на зачепленні ланцюга і зірочок.

Переваги

У порівнянні з пасовою передачею:

- велика навантажувальна спроможність;
- відсутність ковзання і буксування, що забезпечує сталість передаточного відношення (середнього за оборот);
- можливість роботи при короткочасних перевантаженнях.

Принцип зачеплення не вимагає попереднього натягу ланцюга. Ланцюгові передачі можуть працювати при менших міжосьових відстанях і при великих передатних відносинах.

Недоліки

Ланки розташовуються на зірочці не по колу, а по багатокутнику. Звідси:

- знос шарнірів ланцюга;
- шум і додаткові динамічні навантаження;
- необхідність організації системи змащення.

Область застосування:

– при значних міжосьових відстанях, при швидкостях менше 15-20 м/с, до 25 м/с, застосовують пластинчасті ланцюги (набір пластин із двома зубоподібними виступами, принцип внутрішнього зачеплення);

- при передачі від одного ведучого вала декільком веденим;
- коли зубчасті передачі незастосовні і пасові ненадійні.

У порівнянні з пасовими ланцюгові передачі більш гучні, а в редукторах їх застосовують на тихохідних ступенях.

Типи ланцюгових передач

За типом застосовуваних ланцюгів:

- втулкова (легка, але великий знос);
- роликотвтулкова (тяжка, менший знос);
- зубчасті пластинчасті (плавність роботи).

Основні характеристики ланцюгової передачі

Потужність (до 100кВт)

Колова швидкість

$$P = F_t V . \quad (3.65)$$

$$v = \frac{n \cdot z \cdot p_u}{60} , \quad (3.66)$$

де  $z$  – число зубців зірочки;

$p_u$  – шаг ланцюга.

Ділильний діаметр зірочки

$$d = \frac{p_u}{\sin\left(\frac{z}{\pi}\right)} . \quad (3.67)$$

Передаточне число (до б):=

$$u = \frac{n_1}{n_2} = \frac{z_2}{z_1} .$$

ККД передачі  $\eta = 0,96 \dots 0,98$  (втрати у передачі складаються з втрат на тертя у шарнірах ланцюга, на зубцях зірочки та в опорах валів, при змащуванні зануренням у мастильну ванну враховують втрати на перемішування мастила).

Конструкція ланцюгових передач

Приводні ланцюги

Ролико-втулкова (до 20 м/с), одно -, двох -, три -, чотирьохрядні (рисунок 3.23).

Валик 3 запресований в отвір зовнішньої ланки 2, а втулка 4 – в отвір внутрішньої ланки 1. Втулка на валику та ролик 5 на втулці можуть спокійно провертатися. Зачеплення ланцюга з зубцем здійснюється через ролик (втулка розподіляє навантаження по усій довжині валика, чим зменшує знос шарнірів), ролик перекочується по зубцю (тертя ковзання замінюється на тертя кочення, що знижує знос зубців), ролик вирівнює зосереджений тиск зубця на втулку чим зменшує її знос.

**Втулкова** аналогічна роликовій, але не має ролика, внаслідок знос ланцюга та зірочок збільшується, але знижується маса та вартість ланцюга.

**Зубчасті** ланцюги (до 35 м/с, можуть бути широкими та передавати більші навантаження) складаються з набору пластин з двома зубоподібними виступами (рисунок 3.24). Пластини зачіплюються з зубцями зірочки своїми торцевими поверхнями (кут вклинювання  $\beta = 60^\circ$ ). Розрізняються за

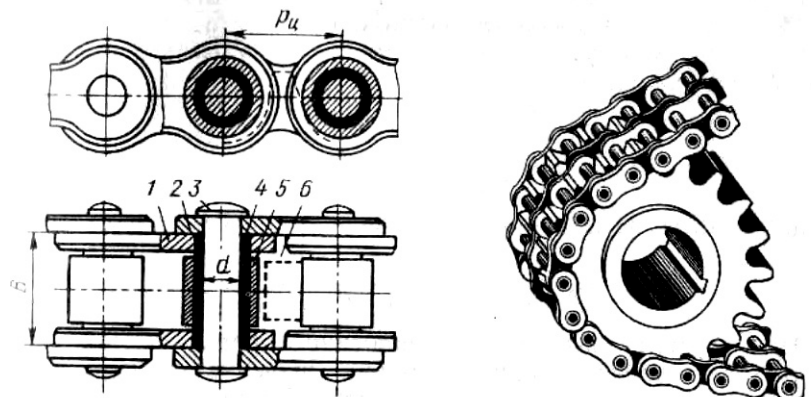


Рисунок 3.23

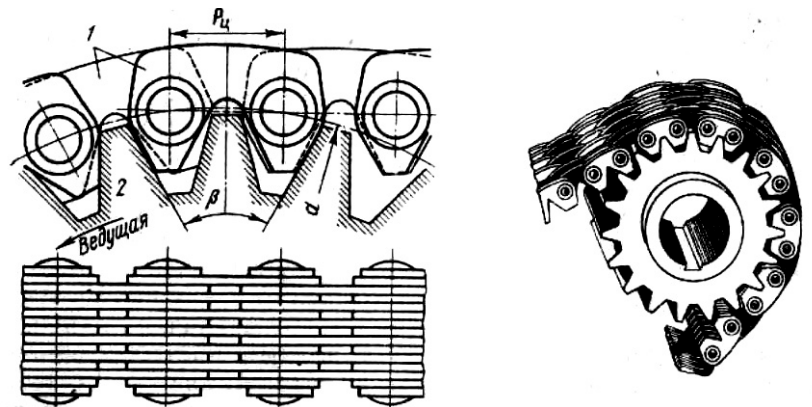


Рисунок 3.24

конструкцією шарнірів:

–шарніри ковзання (рисунок 3.25). Вкладиші 1 та 2 пронизують пластину по всій ширині (1 у Б, 2 у А). Шарнір дозволяє поворот пластини на кут  $\varphi_{max}$  (як правило,  $30^0$ ), який обмежує число зубців зірочки за умови  $z_{min} = \frac{360}{\varphi_{max}} = 12$ ;

–шарніри кочення (рисунок 3.26) не мають валика, їх виготовляють з двома сегментними вкладишами 1 та 2. При повороті ланки не ковзають, а перекочуються, що дозволяє підвищити ККД передачі та довговічність ланцюга.

**Зірочки** подібні до зубчастих коліс (рисунок 3.27).  
Діаметр ділильної окружності зірочки

$$d = \frac{P_{\psi}}{\sin\left(\frac{\pi}{z}\right)} \quad (3.68)$$

Профіль зубців роликових та втулкових ланцюгів:

- випуклий;
- прямолінійний;

–увігнутий (тільки основна нижня ділянка профілю, у вершини – округлена випукла форма, у середній частині невелика прямолінійна перехідна ділянка) – найбільш поширений.

Якість профілю визначається кутом профілю  $\gamma$  (зі збільшенням  $\gamma$  зменшується знос зубців та шарнірів, однак це призводить до посилення ударів шарнірів при вході в зачеплення, а також до збільшення натягу холостої гілки ланцюга).

Матеріали

Ланцюги та зірочки повинні бути стійкими проти зносу та ударних навантажень. Виготовляють з вуглецевих та легованих сталей з подальшою термообробкою (поліпшення, загартування).

Зірочки – сталь 45, 40Х тощо.

Пластини – сталь 45, 50 тощо.

Валики та ролики – сталь 15, 20, 20Х тощо.

Деталі шарнірів цементують для підвищення зносостійкості при зберіганні ударної міцності.

Перспектива – виготовлення з пластмас, які дозволяють зменшити динамічні навантаження та шум передачі.

### 5. Кінематика та динаміка ланцюгових передач

Рух веденої зірочки визначається швидкістю  $V_2$  (рисунок 3.28), періодичні зміни якої супроводжуються мінливістю передаточного відношення та додатковими динамічними навантаженнями. Зі швидкістю  $V_1$  пов'язані поперечні коливання гілок ланцюга та удари шарнірів ланцюга по зубцях зірочки, які викликають додаткові динамічні навантаження.

$$V_2 = V \cos \theta, \quad V_1 = V \sin \theta.$$

Зі зменшенням числа зубців  $z_1$  погіршуються динамічні властивості передачі.

Удари викликають шум при роботі передачі та є однією з причин виходу з ладу ланцюга. Для обмеження шкідливого впливу ударів розроблені рекомендації з вибору

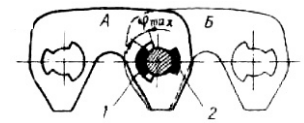


Рисунок 3.25

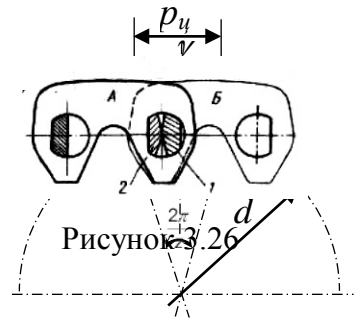


Рисунок 3.26

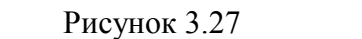


Рисунок 3.27

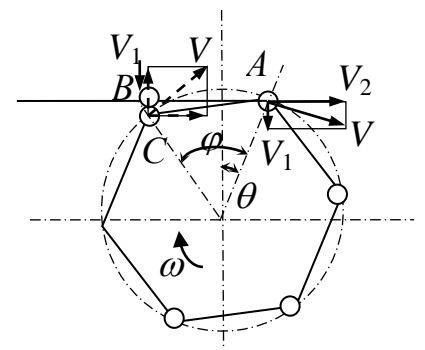


Рисунок 3.28

кроку ланцюга в залежності від швидкохідності передачі [3]. При деякій  $n_k$  може виникнути явище резонансу коливань ланцюга. Умова відсутності резонансу

$$n < n_k = \frac{30}{z_1 a} \sqrt{\frac{F_1}{q}}, \quad (3.69)$$

де  $a$  – міжосьова відстань;  
 $F_1$  – натяг ведучої гілки;  
 $q$  – маса 1 м довжини ланцюга.

У ході роботи виникає знос шарнірів ланцюга за рахунок збільшення зазорів між валиком і втулкою, у результаті ланцюг витягується.

Термін служби ланцюга по зносу залежить від міжосьової відстані, числа зубців малої зірочки  $z_1$ , тиску в шарнірі  $p$ , умов змащування, зносостійкості матеріалу ланцюга, допустимого відносного зносу  $\Delta = \frac{\Delta p}{p}$ .

$$\Delta = \frac{\Delta p}{p}.$$

Зі збільшенням  $L_u$  збільшується термін служби. При меншому числі зубців зірочки динаміка погіршується. Збільшення числа зубців веде до збільшення габаритів, зменшується допустимий відносний зазор, який обмежується можливістю втрати зачеплення ланцюга з зірочкою, а також зменшенням міцності ланцюга.

Шаг зношеного ланцюга (рисунок 3.29)

$$p'_u = p_u + \Delta p_u. \quad (3.70)$$

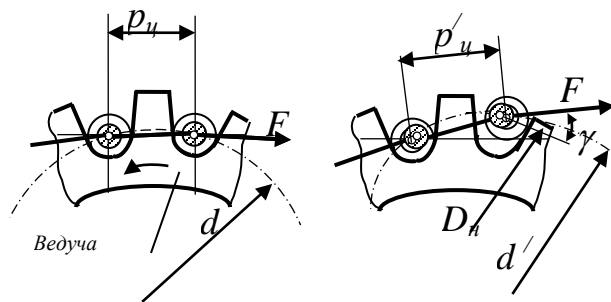


Рисунок 3.29

Зношений ланцюг розташовується на новому діаметрі зірочки

$$d' = \frac{p'_u}{\sin \frac{\pi}{z}} = \frac{p_u}{\sin \frac{\pi}{z}} + \frac{\Delta p_u}{\sin \frac{\pi}{z}} \approx d + \frac{\Delta p_u \cdot z}{\pi}. \quad (3.71)$$

Зачеплення можливе тільки за умови

$$d' \leq D_n + d_p \sin \gamma = const. \quad (3.72)$$

Можливо помітити, що при зносі  $\Delta p_u$  діаметр  $d'$ , і як наслідок – можливість спадання ланцюга з зірочки збільшується зі збільшення  $z$  (у першу чергу з великою зірочкою).

Існує оптимальне число зубців зірочки, при якому ланцюг має максимальний термін служби з урахуванням міцності та спроможності до зачеплення [3].

Сили в зачепленні

$$\text{Колова сила } F_t = \frac{P}{v}, F_t = F_1 - F_2. \quad (3.73)$$

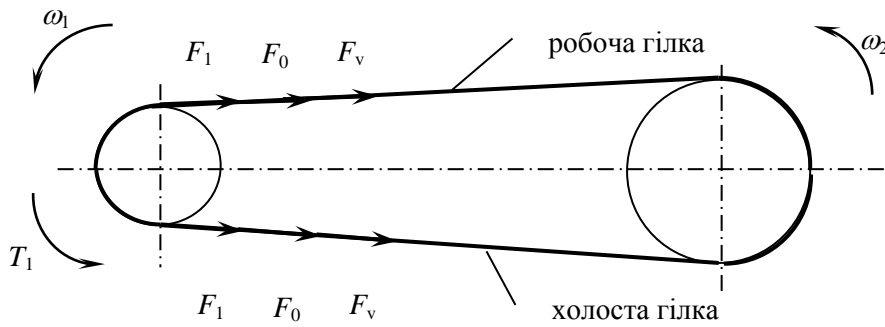


Рисунок 3.30

Сила попереднього натягу

$$F_0 = K_f \cdot a \cdot q \cdot g, \quad (3.74)$$

де  $K_f$  – коефіцієнт, що враховує нахил ланцюга до обрїю.

Якщо в пасовій передачі натяг є необхідною умовою роботи передачі, то ланцюгові передачі при малих швидкостях можна не натягати.

Відцентрова сила

$$F_v = qv^2. \quad (3.75)$$

У ланцюговій передачі  $F_2 + F_0 + F_v < 4\%$  від  $F_1$ , отже, можна приймати  $F_t = F_1$ .

## 6. Критерії працездатності ланцюгової передачі

Основною причиною втрати працездатності є знос шарнірів ланцюга. Основний розрахунковий критерій зносостійкості шарнірів:

$$p = \frac{F_t}{Bd} \leq [p], \quad (3.76)$$

де  $p$  – тиск у шарнірі;

$d$  – діаметр валика;

$B$  – ширина ланцюга, що дорівнює довжині втулки.

Допустимий тиск у шарнірах ланцюга

$$[p] = \frac{[p_0]}{K_e}, \quad (3.77)$$

де  $K_e$  – коефіцієнт експлуатації,

$$K_e = K_d \cdot K_a \cdot K_H \cdot K_{per} \cdot K_c \cdot K_{реж}, \quad (3.78)$$

де  $K_d$  – коефіцієнт динамічного навантаження;

$K_a$  – коефіцієнт міжосьової відстані або довжини ланцюга;

$K_H$  – коефіцієнт нахилу ланцюга до обрїю;

$K_{per}$  – коефіцієнт способу регулювання натягу ланцюга;

$K_c$  – коефіцієнт змащення і забруднення передачі;

$K_{реж}$  – коефіцієнт режиму або тривалості роботи протягом доби.



Термін служби ланцюга за зносом залежить:

- від міжосьової відстані (збільшується довжина ланцюга і зменшується число пробігів ланцюга в одиницю часу, тобто зменшується число поворотів у кожному шарнірі ланцюга);
- від числа зубців малої зірочки (зі збільшенням  $z_1$  зменшується кут повороту в шарнірах).

## 7. Муфти

Муфти служать для з'єднання кінців валів. Також муфти використовують для включення та виключення виконавчого органу при безперервній роботі двигуна (куровані муфти), запобігання машини від перевантажень (запобіжні муфти), компенсації шкідливого впливу неспіввісності валва (компенсуючі муфти), зменшення динамічних коливань (пружні муфти) тощо.

Широко застосовувані муфти стандартизовані. Основною паспортною характеристикою муфти є значення обертового моменту, на передачу якого вона розрахована.

Класифікація муфт:

1) **некеровані** (постійної дії):

- глухі,
- компенсуючі пружні,
- компенсуючі жорсткі;

2) керовані:

- кулачкові,
- зубчасті;
- фрикційні;

3) самокеровані автоматичні:

- відцентрові (самокеруються по частоті обертання),
- запобіжні (самокеруються по моменту)
- вільного ходу (самокеруються по напрямку обертання).

**Глухі муфти** утворюють тверде і нерухоме з'єднання валів (глухе з'єднання). Вони не компенсують помилки виготовлення і монтажу, вимагають точного центрування валів. До глухих муфт належать **втулкова муфта** (рис. 6.1), яка відрізняється простотою конструкції і малими габаритами та застосовується у легких машинах при діаметрах валів до 60...70 мм та **фланцева муфта** (рис. 6.2), яка широко поширена в машинобудуванні та застосовується для з'єднання валів діаметром до 200 мм і більш.

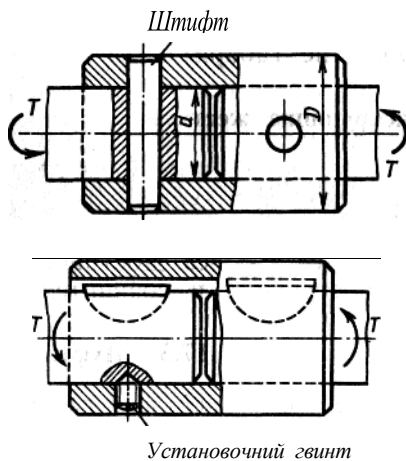


Рис. 6.1

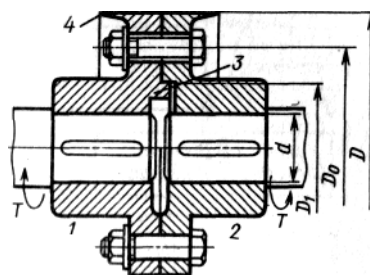


Рис. 6.2

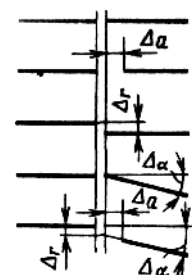


Рис. 6.3

При з'єднанні глухими муфтами неспіввісні вали в місці установки муфти приводять до однієї загальної осі шляхом деформування валів і опор. Опори і вали додатково навантажуються. Тому при з'єднанні глухими муфтами потрібна висока точність розташування валів. Для зниження цих вимог і зменшення шкідливих навантажень на вали й опори застосовують компенсуючі муфти. Розрізняють три види відхилень від номінального розташування валів (рис. 6.3) *подовжній зсув*  $\Delta a$  (може бути

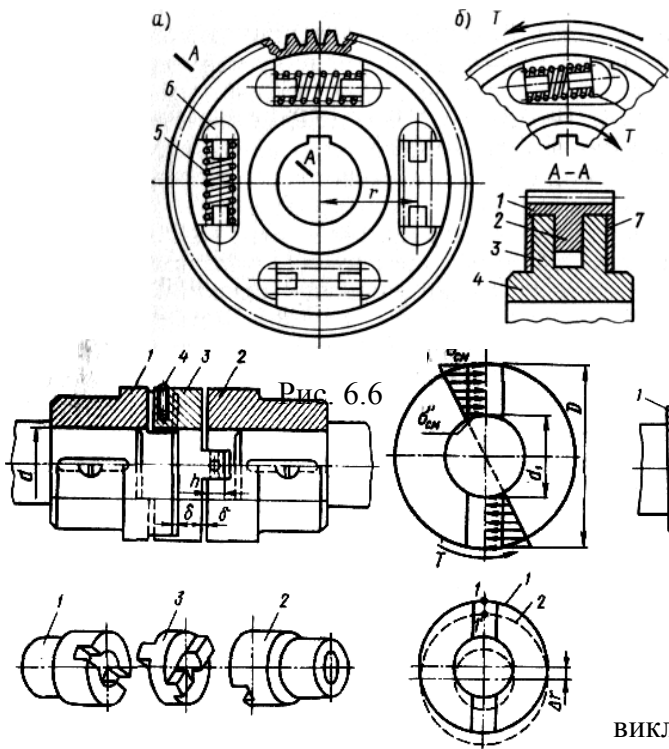


Рис. 6.4

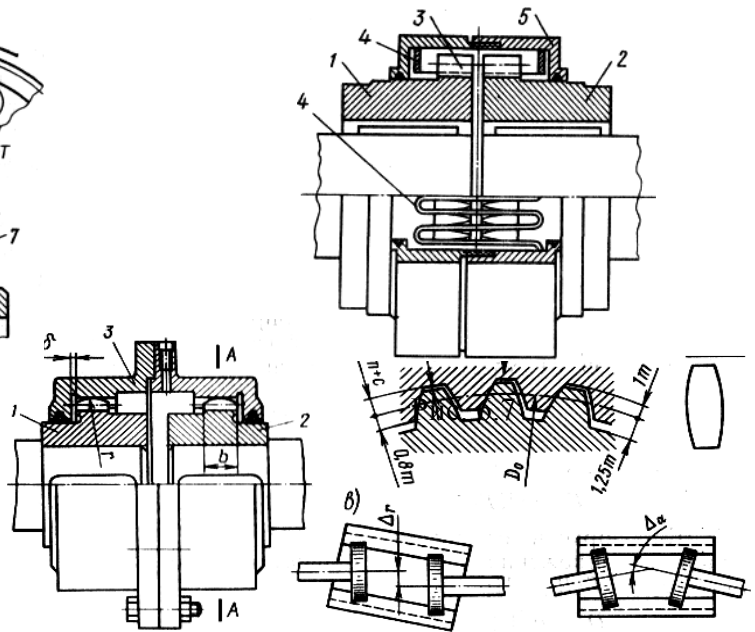


Рис. 6.5

викликане також температурним подовженням валів); *радіальний зсув  $\Delta_r$* , або *ексцентриситет*; *кутовий зсув  $\Delta_\alpha$* , або *перекіс*. На практиці найчастіше зустрічається комбінація зазначених відхилень, що надалі будемо

називати загальним терміном «неспіввісність валів».

Компенсація шкідливого впливу неспіввісності валів досягається: унаслідок рухливості практично жорстких деталей — *в жорстких компенсуючих муфтах*; за рахунок деформації пружних деталей — *в пружних муфтах*.

Найбільше поширення з груп **жорстких компенсуючих муфт** одержали **кулачково-дискова** (рис 6.4), яку рекомендують застосовувати в основному для компенсації ексцентриситету:  $\Delta_r$  до  $0,04d$ ;  $\Delta_\alpha$  до  $0^\circ 30'$ , і **зубчаста** (рис. 6.5), яка компенсує усі види неспіввісності валів.

Широке поширення мають також малогабаритні шарнірні муфти (шарнір Гуку). На відміну від муфт, що компенсують помилки монтажу, хрестово-шарнірні муфти використовують для з'єднання валів з великою кутною неспіввісністю (до  $35...40^\circ$ ), передбаченою конструкцією машини.

**В пружній муфті** півмуфти зв'язані пружним елементом (наприклад, склесні або привулканізовані). Пружний зв'язок півмуфт дозволяє компенсувати неспіввісність валів; змінити жорсткість системи в цілях усунення резонансних коливань; знизити ударні навантаження.

Однією з основних характеристик пружної муфти є її жорсткість. Змінну жорсткість мають муфти з неметалевими пружними елементами, матеріали яких ( гума, шкіра тощо) не підкоряються закономі Гук, а також муфти з металевими пружними елементами, умови деформування яких задаються конструкцією. Від характеристики жорсткості пружної муфти в значній мірі залежить здатність машини переносити різкі зміни навантаження (удари) і працювати без резонансу та коливань. Важливою властивістю пружної муфти є її демпферна здатність яка характеризується енергією, що незворотно поглинається муфтою, за один цикл. Енергія в муфтах витрачається на внутрішнє і зовнішнє тертя при деформуванні пружних елементів. Демпфіруюча спроможність пружних муфт сприяє зниженню динамічних навантажень та затуханню коливань.

До пружних муфт належать: **муфта з циліндричними пружинами** (рис. 6.6), яку доцільно застосовувати як пружну ланку в системі з'єднання валів із зубчастими колесами або ланцюговими

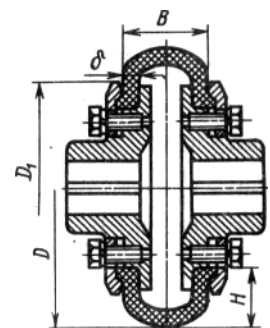


Рис. 6.10

зірочками, у цьому випадку обід є зубцюватим вінцем, а муфта як би вбудовується в конструкцію зубчастого колеса; **зубчасто-пружинна (зі змієподібними пружинами)** (рис. 6.7), яка може компенсувати неспіввісність валів  $\Delta_a$  до 4...20 мм,  $\Delta_r$  до 0,5...3 мм,  $\Delta_\alpha$  до  $1^\circ 15'$  та застосовується у важкому машинобудуванні (прокатні стани, турбіни, поршневі двигуни і т.п.); з **гумовою зірочкою** (рис. 6.8), яка компактна і надійна в експлуатації, широко використовуються для з'єднання швидкохідних валів (до 3000..6000 хв<sup>-1</sup> при крутному моменті до 3...120 Н·м і діаметрах валів до 12...45 мм відповідно), допускає радіальний зсув осей до 0,2 мм; перекіс осей до  $1^\circ 30'$ ; **втулково-пальцева МУВП** (рис. 6.9), яка завдяки легкості виготовлення і заміни гумових елементів ця муфта отримала поширення, особливо в приводах від електродвигунів з малими і середніми крутними моментами і застосовуються в основному для компенсації неспіввісності валів у невеликих межах ( $\Delta_a \approx 1...5$  мм;  $\Delta_m \approx 0,3...0,6$  мм;  $\Delta_\alpha$  до  $1^\circ$ ); **муфта з тороподібною гумово-кордовою оболонкою** (рис. 6.10), яка має велику енергоємність, високі пружні і компенсуючі властивості  $\Delta_r \approx 2...6$  мм,  $\Delta_\alpha \approx 2...6^\circ$ , кут закручування до 5...30°.

Основним матеріалом неметалічних пружних елементів є гума, яка має наступні позитивні якості:

- 1) високу еластичність;
- 2) високу демпфуючу здатність;
- 3) електроізоляційну здатність.
- 4) простоту і дешевизну.

Недоліками гумових елементів є:

- 1) менша довговічність, ніж у сталевих;
- 2) менша міцність.

Муфти з гумовими пружними елементами застосовують при передачі малих та середніх крутних моментів.

**Керовані або зчіпні муфти** дозволяють з'єднувати або роз'єднувати вали за допомогою механізму керування. За принципом роботи всі ці муфти можна розділити на двох груп: муфти, які засновані на зачепленні (кулачкові або зубчасті) та муфти, які засновані на терті (фрикційні).

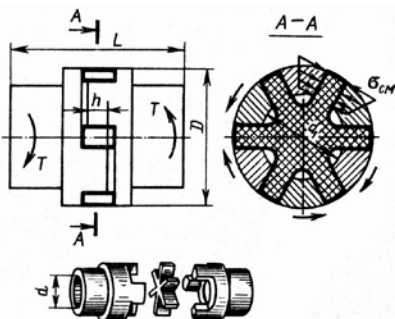


Рис. 6.8

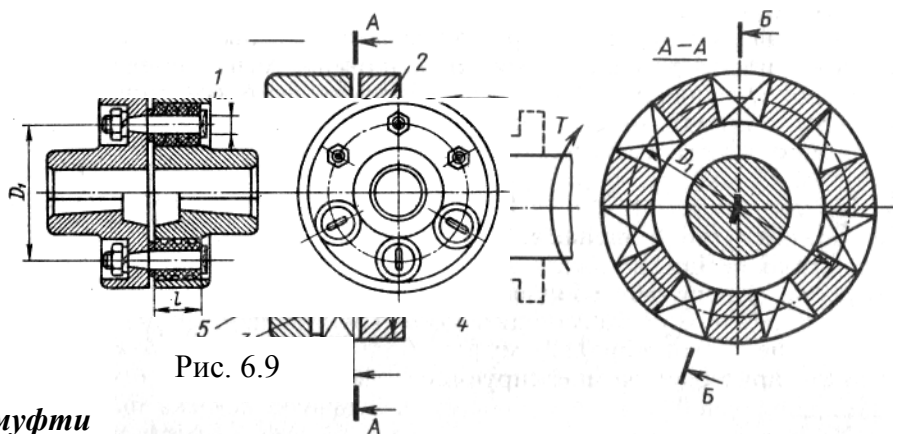


Рис. 6.9

Рис. 6.11

На торцях півмуфт **кулачкової муфти** (рис. 6.11) маються виступи (кулачки). У робочому положенні виступи однієї півмуфти входять у западини іншої. Для включення і вимикання муфти одну з півмуфт встановлюють на валові рухливо в осьовому напрямку. Рухливу півмуфту переміщують за допомогою спеціального пристрою — відведення. Вилку відведення розташовують у пазу.

**Зубчаста зчіпна муфта** (рис. 6.12) подібна зубцюватій компенсуючій муфті, з тією різницею, що тут обойма виготовляється рухливою відведення. Застосовують також зубцюваті муфти без обойми, у яких одна півмуфта має внутрішні, а інша — зовнішні зубці.

Найчастіше кулачкові і зубчасті зчіпні муфти розташовують на одному валові і використовують для переключення швидкостей

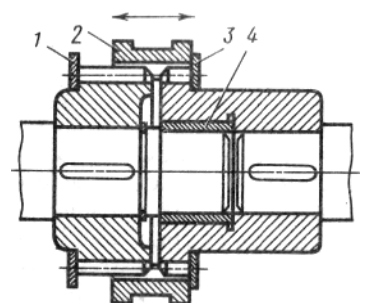


Рис. 6.12

Переваги зубчастої муфти в порівнянні з кулачкової— можливість виготовлення на широко розповсюдженому зуборізному устаткуванні одержуючи при цьому більш високу точність.

При включенні **фрикційних муфт** крутний момент зростає поступово в міру збільшення сили натискання на поверхні тертя. Це дозволяє з'єднувати вали під навантаженням і з великою різницею початкових кутових швидкостей. У процесі включення муфта пробуксовує, а розгін відомого вала відбувається плавно, без удару. Відрегульована на передачу безпечного для міцності машини граничного крутного моменту, фрикційна муфта виконує одночасно функції запобіжного пристрою. Усі фрикційні муфти в залежності від форми робочої поверхні можна розділити на три групи: муфти **дискові** (рис. 6.13); муфти **конічні** (рис. 6.14); муфти **колодкові, стрічкові** тощо. Муфти фрикційні, так само як і кулачкові, не допускають неспіввісності. Центрування півмуфт досягається розташуванням їх на одному валові або за допомогою спеціальних centruючих кілець

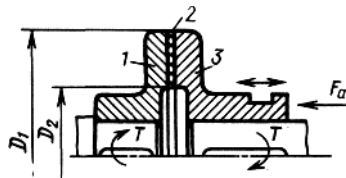


Рис.6.13

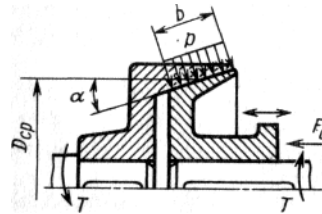


Рис. 6.14

**Автоматичні, або самокеровані муфти** призначаються для автоматичного роз'єднання валів у тих випадках, коли параметри роботи машини стають неприпустимими по тим або інших показниках. До автоматичних муфт належать **запобіжні муфти**, які служать для захисту машин від перевантаження (на рис. 6.15 зображена запобіжна муфта спеціальним елементом, що руйнується);

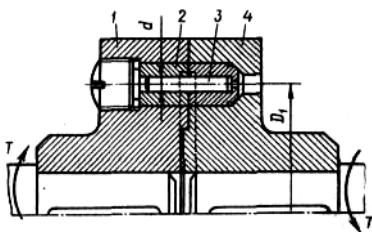


Рис.6.15

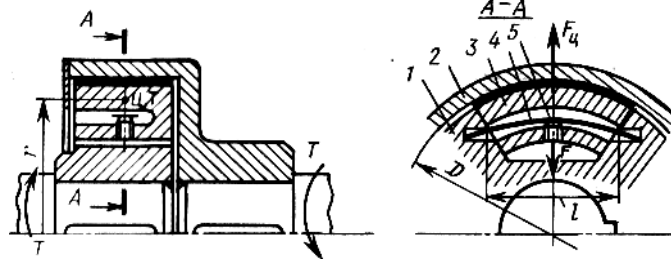


Рис.6.16

**відцентрові муфти** (рис. 6.16), які є самокерованими по кутовій швидкості та використовуються для автоматичного включення і вимикання виконавчого механізму за допомогою регулювання кутової швидкості двигуна; **муфти вільного ходу** (рис. 6.17), які передають крутний момент тільки в одному заданому напрямку та застосовуються у верстатах, автомобілях, мотоциклах, велосипедах тощо.

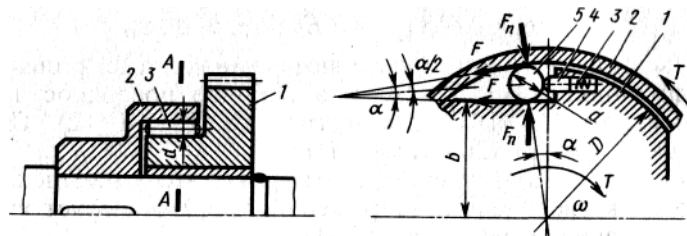


Рис.6.17

Вибір муфти проводиться по моменту, який діє на муфту:

$$T = KT_H, \tag{6.1}$$

де  $T_H$  – номінальний момент тривалої дії,

$K$  – коефіцієнт режиму роботи (при спокійній роботі та невеликих масах  $K=1,1\dots1,4$ , при змінному навантаженні та середніх масах  $K=1,5\dots2,0$ , при ударних навантаженнях та великих масах  $K=2,5\dots3,0$ ).

#### Лекція 14. Шпонкові та шліцьові з'єднання

1. Шпонкові з'єднання
2. Шліцьові з'єднання

##### 1. Шпонкові з'єднання

Шпонкове з'єднання (рисунки 2.1, 2.2) здійснюється за допомогою спеціальної деталі – шпонки, яка закладається у відповідні пази, що виконані на сполучених поверхнях деталей, що з'єднуються. Воно забезпечує нерухоме скріплення деталей для передачі крутного моменту.

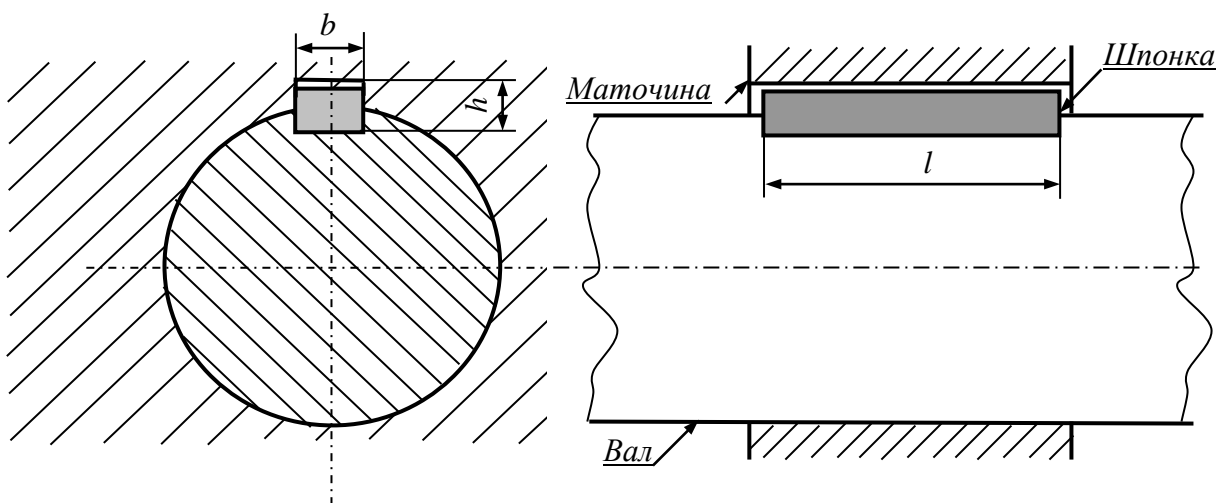


Рисунок 2.2

До **переваг** шпонкових з'єднань слід віднести простоту і надійність конструкції, зручність складання і розбирання, невисоку вартість. **Недоліки** з'єднання визначаються ослабленням суцільних перерізів сполучених деталей і наявністю концентраторів напружень.

Найбільш поширені в машинобудівних конструкціях такі типи шпонок (рисунки 2.3):

- клинова врізна (ГОСТ 8791-68), створює напружений стан за верхньою та нижньою гранями шпонки і передає крутний момент за рахунок сил тертя на них (рисунки 2.3, а);
- призматична звичайна з округленими кінцями (ГОСТ 8789-68), сприймає навантаження бічними гранями (рисунки 2.3, б);
- призматична напрямна врізна із закріпленням на валу (ГОСТ 8790-68), допускає переміщення маточини вздовж осі валу (рисунки 2.3, в);
- сегментна (ГОСТ 8794-68) (рисунки 2.3, г);
- кругла (не стандартизована) (рисунки 2.3, д).

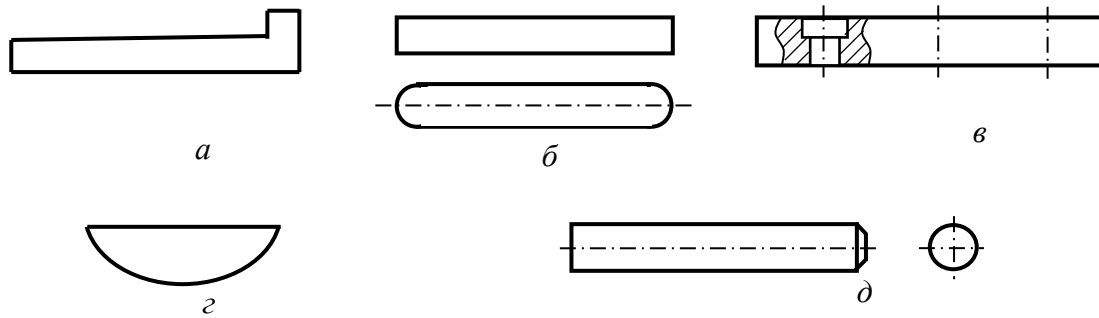


Рисунок 2.3

Призматичні звичайні шпонки (рисунок 2.2) працюють на зминання бокових граней та зрізання. При заданому крутному моменті  $T$ , що передається з'єднанням, потрібна довжина шпонки  $l$  визначається за поданими нижче формулами:

$$l = \frac{4T}{h \cdot d \cdot [\sigma_{3M}]} - \text{за умови попередження зминання}, \quad (2.5)$$

$$l = \frac{2T}{b \cdot d \cdot [\tau_{3P}]} - \text{за умови попередження зрізання}, \quad (2.6)$$

де  $[\sigma_{3M}]$ ,  $[\tau_{3P}]$  – допустимі напруження зминання і зрізання.

З двох значень довжини шпонки потрібно задати більше. Якщо розміри поперечного перерізу шпонки ( $b \times h$ ) вибираються з таблиць стандарту залежно від діаметра вала  $d$ , то довжина шпонки визначаються з умов попередження тільки зминання.

Для виготовлення шпонок застосовується чистотягнутий прокат для шпонок зі сталей за ГОСТ 380-71 та ГОСТ 1050-74 з границею міцності не нижче 500 МПа. При сталій маточині приймається  $[\sigma_{3M}] = 80 \dots 100$  МПа, при чавунній маточині приймається  $[\sigma_{3M}] = 45 \dots 55$  МПа. Значення  $[\tau_{3P}]$  приймається в залежності від характеру навантаження – для спокійного навантаження  $[\tau_{3P}] = 120$  МПа, для помірних поштовхів  $[\tau_{3P}] = 85$  МПа, для ударного навантаження  $[\tau_{3P}] = 50$  МПа.

## 2. Шліцьові з'єднання

Шліцьове з'єднання (рисунок 2.4) можна умовно уявити як багатощпонкове, у якого шпонки виготовлені безпосередньо на валу. Призначається для передачі значних крутних моментів. За допомогою шліцьового з'єднання забезпечується як нерухоме, так і рухоме (з відносним осьовим переміщенням сполучених поверхонь) скріплення деталей.

До **переваг** шліцьових з'єднань слід віднести більшу міцність шліцьових валів у порівнянні зі шпонковими, а також краще центрування деталей. **Недоліком** слід вважати складність виготовлення шліцьових валів і збільшення концентраторів напружень.

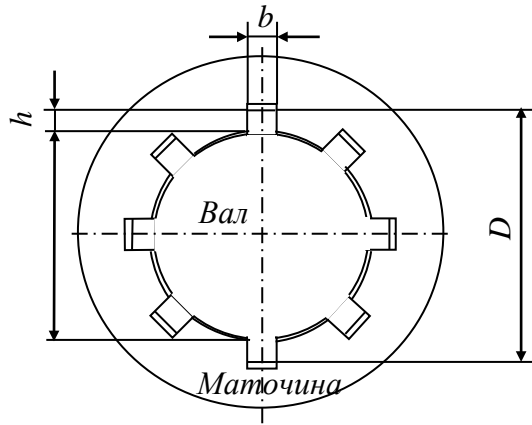


Рисунок 2.4

Основними типами шліцьових з'єднань є прямобічні (ГОСТ 1139-58), евольвентні (ГОСТ 6033-51) і трикутні (регламентовані відповідними нормальми) з'єднання.

Шліцьове з'єднання розраховується на зминання бокових граней шліців. Нерівномірність розподілу навантаження між шліцами урахується через коефіцієнт  $\psi=1,2\dots1,3$ . Максимальний крутний момент визначається за формулою

$$T_{\max} = z \cdot h \cdot l \frac{D+d}{\psi} [\sigma_{3M}], \quad (2.7)$$

де  $z$  – число шліців;  $h$  – висота поверхні контакту;  $l$  – робоча довжина шліца, яка дорівнює довжині маточини деталі, що з'єднується з валом;  $[\sigma_{3M}]$  – допустиме напруження зминання, для термообробленої сталі, для якої границя міцності не нижче 500 МПа, приймається для нерухомих з'єднань  $[\sigma_{3M}] = 100\dots140$  МПа, а для рухомих під навантаженням –  $[\sigma_{3M}] = 5\dots15$  МПа.

## Лекція 15. Різьбові з'єднання

Різьба (рисунок 2.1) – це виступи, утворені на основній поверхні гвинтів або гайок і розташовані за гвинтовою лінією.

Різьбові з'єднання є одними з найбільш поширених роз'ємних з'єднань, які здійснюються за допомогою деталей, що мають зовнішню (болти, гвинти, шпильки та ін.) і внутрішню (гайки, різьбові отвори в корпусних деталях) різьбу.

До переваг різьбових з'єднань слід віднести високу надійність, зручність складання та розбирання, можливість утворення великих осьових навантажень, відносно невелику вартість, що обумовлюється стандартизацією та масовим виробництвом кріпильних різьбових деталей. Недоліком слід вважати концентратори напружень у западинах різьби, що знижує втомлену міцність різьбового з'єднання, а також необхідність застосування в багатьох випадках засобів стопоріння (для запобігання саморозгвинчування з'єднання).

За формою основної поверхні розрізняють циліндричні та конічні різьби. У машинобудуванні найбільш поширені циліндричні різьби. Конічну різьбу застосовують для щільних з'єднань труб, пробок тощо.

За формою профілю різьби розрізняють трикутну (відповідний контур  $abc$  на рисунок 2.1,  $a$ ), прямокутну, трапецеїдальну, круглу та інші різьби.

За напрямком гвинтової лінії розрізняють праву (найбільш поширену) і ліву різьби.

За числом заходів відрізняють однозахідну (найбільш поширену), двозахідну та інші різьби. Багатозахідні різьби застосовуються в гвинтових механізмах.

До основних геометричних параметрів різьби (рисунок 2.1, б) належать  $d$  – зовнішній діаметр;  $d_1$  – внутрішній діаметр;  $d_2$  – середній діаметр;  $h$  – робоча висота профілю;  $p$  – крок різьби;  $p_1$  – хід різьби ( $p_1 = pn$ , де  $n$  – число заходів);  $\alpha$  – кут профілю;  $\psi$  – кут підйому гвинтової лінії за середнім діаметром,

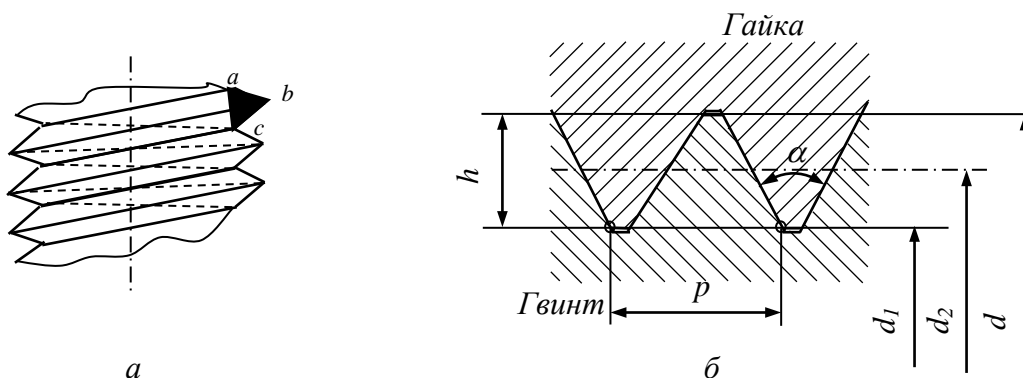


Рисунок 2.1

$$\operatorname{tg} \psi = n \cdot p / (\pi \cdot d_2). \quad (2.1)$$

Усі геометричні параметри різьб і допуски на їх розміри регламентуються відповідними стандартами.

За призначенням розрізняють різьби кріпильні і різьби ходові (для гвинтових механізмів). До кріпильних різьб належать різьба метрична з трикутним профілем ( $\alpha=60^\circ$ ) – основна кріпильна різьба; трубна ( $\alpha=55^\circ$ ) – із округленими вершинами і западинами (ГОСТ 6357-73); кругла (ГОСТ 6042-71) та ін. До ходових різьб належать трапецеїдальна симетрична (ГОСТ 9484-73) і упорна (ГОСТ 10177-62), прямокутна різьби.

Різьбові з'єднання здійснюються з застосуванням кріпильних деталей, до яких належать болти та шпильки з гайками, гвинти. При необхідності різьба нарізується на сполучених поверхнях деталей, що з'єднуються.

Механічні властивості кріпильних деталей нормуються. Відповідно до ГОСТ 1759-70 на болти, гвинти і шпильки встановлено 12 класів міцності, кожний з яких позначається двома числами. При цьому перше число, помножене на 100, означає границю міцності необхідного матеріалу  $\sigma_B$  (МПа), а друге, помножене на 10 (у відсотках), – відношення границі текучості до границі міцності ( $\sigma_T / \sigma_B$ ). На гайки встановлено 7 класів міцності при позначенні кожного одним числом, яке помножене на 100 дає значення механічних напружень від дослідного навантаження  $F$ .

Під дією сил тертя між витками різьби та на опорній поверхні гвинта або гайки, зовнішніх осьових сил  $Q$ , зусилля попереднього затягування з'єднання  $Q_{II}$  (приймається  $Q_{II} = 1,3Q$ ) стержень гвинта підлягає деформаціям кручення та розтягування, а витки різьби – деформаціям зсуву та згинання.

При статичному навантаженні характерними є два типи руйнування різьбових з'єднань – обрив стержня гвинта (частіше) та зрізання витків різьби.

З урахуванням зусилля попереднього затягування діаметр стержня (внутрішній діаметр різьби) визначається за формулою

$$d_1 = \sqrt{\frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot [\sigma]}}, \quad (2.2)$$

де  $[\sigma]$  – допустиме напруження, яке визначається за формулою

$$[\sigma] = \frac{\sigma_T}{n}, \quad (2.3)$$



де  $n$  – коефіцієнт запасу міцності (для гвинтів середніх діаметрів  $n = 1,5 \dots 3$ , для гвинтів малих діаметрів  $n = 4 \dots 5$ ).

Перевірка міцності різьби на зрізання виконується за формулою

$$\tau = \frac{Q}{\pi \cdot d_1 \cdot H \cdot k \cdot m} \leq [\tau_{зр}], \quad (2.4)$$

де  $H$  – висота гайки;

$k$  – коефіцієнт повноти різьби, який залежить від типу різьби (наприклад, для трикутної різьби  $k = 0,75$ );

$m$  – коефіцієнт нерівномірності розподілу навантаження;

$[\tau_{зр}]$  – допустиме напруження зрізання,  $[\tau_{зр}] = (0,2 \dots 0,3) \sigma_T$ .

## Лекція 16. Зварні з'єднання

**З'єднання деталей при зварюванні супроводжується місцевим нагріванням поверхонь, що з'єднуються, до розплавленого або пластичного стану. Зварюванням можна з'єднувати як металічні, так і неметалічні деталі.**

**Зварне з'єднання вважається найбільш досконалим нероз'ємним з'єднанням. До його переваг належать рівномірність щодо сполучених поверхонь, економія матеріалів і зменшення маси у порівнянні з заклепковими з'єднаннями, висока продуктивність і технологічність процесу зварювання. Недоліками з'єднання вважаються появлення температурних напружень і їх концентрація, а також жолоблення тонкостінних деталей.**

**Найбільш поширеними способами зварювання є електродугове, електроконтактне та газове (хімічне). Також застосовують нові способи зварювання – тертям, вибухом, ультразвуком та ін.**

**При електродуговому зварюванні під дією тепла електричної дуги оплавляються сполучені поверхні і їх метал разом з металом електрода, який обмазується захисним покриттям або під шаром флюсу, утворюють міцний шов. Таким способом зварюються конструкційні сталі будь-яких марок. Електродугове зварювання високолегованих сталей, а також сплавів на основі алюмінію, міді, молібдену проводиться в середовищі захисного газу – аргону або гелію. Метал практично необмеженої товщини дозволяє зварювати електрошлакове зварювання.**

**При газовому зварюванні розігрівання поверхонь, що з'єднуються, і прутка присаджувального матеріалу забезпечується згорянням газу (ацетилену) в струмені кисню. Таке зварювання застосовується для герметичного з'єднання деталей відносно малої товщини.**

**При електродуговому зварюванні залежно від взаємного розташування деталей відрізняються з'єднання встик (рисунки 2.7, а), внапустку (рисунки 2.7, б), таврові (рисунки 2.7, в) та кутові (рисунки 2.7, г). При цьому збільшення товщини деталей потребує додаткового розділування поверхонь.**

**При розрахунках для з'єднань встик, які навантажуються стискаючою (розтягуючою) силою  $P$ , контролюється умова міцності.**

**При розрахунках для з'єднань внапустку, навантажених силою  $P$ , контролюється умова міцності**

$$\tau = \frac{P}{1,4K \cdot l} \leq [\tau'], \quad (2.12)$$

де  $K$  – катет зварювального шва,

$[\tau']$  – допустиме дотичне напруження зварювального шва, приймається  $[\tau'] \approx 0,65 [\sigma]$ .

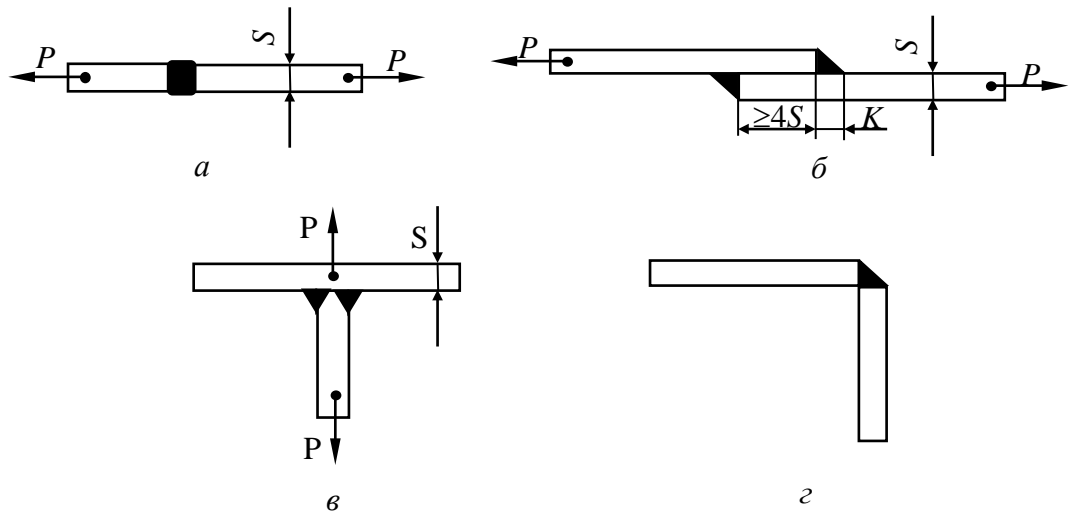


Рисунок 2.7

### Лекція 17. Заклепкові з'єднання

Заклепкове з'єднання здійснюється з використанням додаткової деталі – заклепки (рисунок 2.8, а). Форма та розміри заклепок стандартизовані. У деяких випадках при формуванні з'єднання на одній з деталей виконується суцільна або пустотіла (пістон) цапфа (рисунок 2.8, б). Заклепкові з'єднання розповсюджені в машинобудуванні, будівельних конструкціях і приладах. Для їх виготовлення застосовуються сталі марок 2, 3, 10, а також алюмінієві і мідні сплави.

У зрівнянні зі зварними з'єднаннями переваги заклепкових полягають у можливості з'єднання незварюваних деталей, менших руйнуваннях деталей при розбиранні, а також меншій концентрації напружень. Недоліки їх визначаються малою продуктивністю технологічного процесу, великими витратами металу, значною вартістю, підвищеним рівнем негативного впливу вібрацій на робітників.

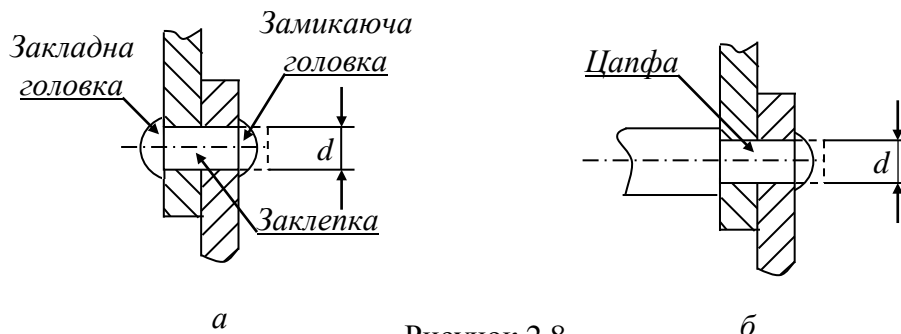


Рисунок 2.8

До основних типів заклепкових з'єднань належать з'єднання внапустку (рисунок 2.9, а), з одною (рисунок 2.9, б) та двома накладками. Також застосовуються однорядні, дворядні та ін. типи заклепкових з'єднань.

До основних типів заклепкових з'єднань належать з'єднання внапустку (рисунок 2.9, а), з одною (рисунок 2.9, б) та двома накладками. Також застосовуються однорядні, дворядні та ін. типи заклепкових з'єднань.

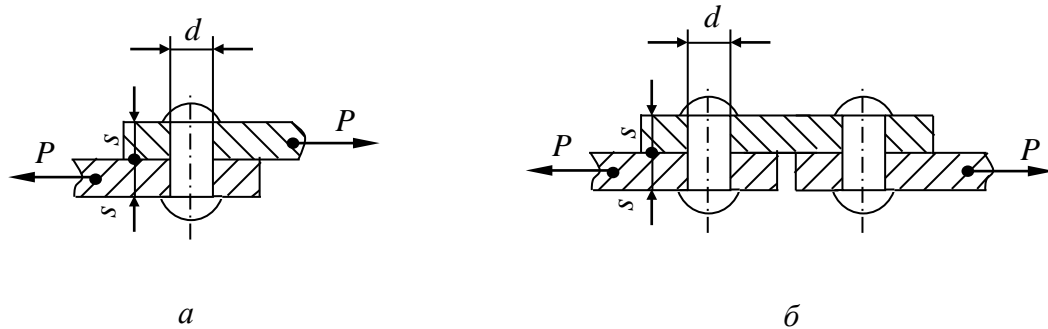


Рисунок 2.9

З'єднання в з'єднаннях, що підлягають осьовому навантаженню, розраховуються на зрізання і перевіряються на зминання.

Умова міцності при розрахунках на зрізання перевіряється за формулою

$$\tau = \frac{4P_1}{i \cdot \pi \cdot d^2} \leq [\tau_{зр}], \quad (2.13)$$

де  $P_1$  – навантаження на одну заклепку;

$i$  - кількість площин зрізання.

Умова міцності при розрахунках на зминання перевіряється за формулою

$$\sigma = \frac{P_1}{S \cdot d} \leq [\sigma_{зм}], \quad (2.14)$$

де  $S$  – товщина деталей, що з'єднуються.

Величини допустимих напружень призначаються залежно від матеріалу заклепок і способу обробки отворів під них. Наприклад, для сталевих заклепок (сталі марок 2, 3) при отворах, що отримують свердлінням, приймаються  $[\tau_{зр}] = 140 \text{ МПа}$  і  $[\sigma_{зм}] = 300 \text{ МПа}$ .