

УДК 519.21

## Можливості застосування фрактальних моделей для ідентифікації мікрокліматичних параметрів музейних приміщень

В. Б. Довгалюк<sup>1</sup>, Ю. В. Човнюк<sup>2</sup>, Є. О. Іванов<sup>3</sup>, А. К. Ситницька<sup>4</sup>

<sup>1</sup>к.т.н., проф. Київський національний університет будівництва і архітектури, м. Київ, Україна, 2280170@ukr.net, ORCID: 0000-0002-4836-5354

<sup>2</sup>к.т.н., доц. Національний університет біоресурсів і природокористування України, м. Київ, Україна, uchovnyuk@ukr.net, ORCID: 0000-0002-0608-0203

<sup>3</sup>старший викладач Національний авіаційний університет України, м. Київ, Україна

<sup>4</sup>асп. Київський національний університет будівництва і архітектури, м. Київ, Україна, sit\_ann@ukr.net, ORCID: 0000-0003-1074-5762

*Анотація. Для ідентифікації кліматичних параметрів музейних приміщень використовуються моделі різного типу залежно від поставлених цілей дослідження. Труднощі у виборі моделі зумовлена складністю поведінки систем формування мікроклімату у різні моменти часу, при зміні інтенсивності процесів тепломасообміну в музейних приміщеннях. На прикладі повітряної каруселі Е. Лоренца показано застосування фрактального моделювання для опису поведінки вказаних вище систем як чисельно незвідних систем. Наведено алгоритм визначення області самоподібності для досліджуваного об'єкта, що, на думку авторів, дозволяє знизити ймовірність порушення штатного режиму його роботи. Розглянуті можливості застосування фрактальних моделей для ідентифікації параметрів систем забезпечення мікроклімату музейних приміщень. Запропоновані шляхи ідентифікації складних систем із застосування фрактального формалізму, котрі можуть бути в подальшому використані для вдосконалення існуючих систем створення штучного мікроклімату в музейних приміщеннях на основі функціонування мікроконтролерів з нечіткою логікою.*

*Ключові слова: фрактал; ідентифікація; мікроклімат; музейне приміщення; карусель Лоренца; область самоподібності.*

**Постановка проблеми.** Сьогодні доволі складно уявити ідентифікацію параметрів систем забезпечення мікроклімату музейних приміщень, як складних систем, без застосування методів математичного моделювання. Тут у подальшому складною системою будемо називати систему з відносно великим числом змінних, частина з котрих змінюється непередбачуваним чином. Серед усіх видів математичних моделей складних систем особливе місце займає модель, при застосуванні якої необхідно здійснювати обґрунтування її належності до фрактального типу. При цьому слід звернути особливу увагу на те, що в окремих об'єктів ідентифікації в деякі моменти часу спостерігаються ситуації, при яких окремі складові системи (або окремі її параметри) змінюються миттєво і несподівано.

**Останні дослідження та публікації.** Математичні моделі складних систем, котрі належать до фрактального типу, розглянуті в [1-5]. Глобальна нестійкість об'єкту ідентифікації досліджена в [6]. Слід зазначити, що про глобальну нестійкість, котра призводить до обчислюваних незвідних задач ідентифікації нібито детермінованих об'єктів [7], стали говорити саме після відкриття Е. Лоренцем так званої «атмосферної каруселі», котра, наприклад, призводить до не прогнозованості погоди [6].

Е. Лоренц математично описав зміну атмосфери, на котру діють два фактори: нагрівання повітря від землі й охолодження його в її верхніх прошарках. У результаті нагрівання повітря розширюється й піднімається вгору з витісненням холодного повітря, котре спускається. Створюється своєрідна «карусель». Після кількох обертів у одному напрямку, у якийсь момент ця карусель починає обертатися в іншому напрямку, потім знову його змінює і т. д.

Зміна напрямку циркуляції пояснюється таким чином. При великих перепадах температури швидкість руху повітряної маси буде достатньо великою, щоб вона не встигла охолдитися у верхніх шарах атмосфери задля початку спуску. Вона почне «спливати», що загальмує обертання цієї «каруселі». У результаті обертання починається в іншому напрямку. Подібне явище виникає через глобальну нестійкість об'єкта ідентифікації.

У зв'язку з наведеним, дослідження каруселі Е. Лоренца як об'єкта ідентифікації наводять задля демонстрації можливості застосування фрактального формалізму ідентифікації об'єктів і систем з частковим індетермінізмом.

З метою часткового усунення неповноти формальної аксіоматики С. Бір рекомендував використати принцип «зовнішнього доповнен-

ня» [8]. Нові обрані рішення проблеми, котрі виражені мовою більш високого рівня, повинні усувати недоліки первісно використаної мови. Для того, щоб вийти за межі первісно обраної мови, але у той же час не відірватися від реальної ситуації, слід прив'язатися до такої властивості системи, котра нерозривно пов'язана з її реальним існуванням [8].

**Формулювання цілей статті.** Мета даної роботи полягає в застосуванні фрактального формалізму до створення математичної моделі формування мікроклімату музейного приміщення як об'єкта ідентифікації, котра частково ліквідує невизначеність у результаті неповноти формальної аксіоматики [7].

**Основна частина.** Системи формування мікроклімату з точки зору методів математичного моделювання є складною системою з відносно великим числом змінних, частина яких змінюється непередбачуваним чином. Для ідентифікації параметрів мікроклімату музейних приміщень використовують моделі різного типу залежно від поставлених цілей досліджень. Серед усіх видів математичних моделей складних систем особливе місце займає модель, при застосуванні якої необхідно здійснювати обґрунтування її належності до фрактального типу [1, 2, 3, 4, 5].

Термін «фрактал» уведений Бену Мадельбротом [1, 2] для позначення множини точок в евклідовому просторі, які мають дробову метричну розмірність, або метричну розмірність, відмінну від топологічної.

Звичайна топологічна розмірність  $d_T$ , з якою ми у основному звикли мати справу, приписує зліченній множині розмірність нуль, кривим – розмірність  $d_T=1$ , поверхням – розмірність  $d_T=2$  тощо. Однак, існують криві, які важко відрізнити від площини. Простим прикладом може слугувати траєкторія броунівської частинки. Вона має  $d_T=1$ . Однак чим тривалішим є час спостереження, тим щільніше траєкторія заповнює площину. Відома така властивість траєкторії броунівської частинки: для довільного малого  $\varepsilon$ , яке характеризує точність визначення положення броунівської частинки на площині, можна вказати такий скінчений час  $t(\varepsilon)$  що траєкторія буде нічим не відрізнитися від площини, більш того,

$$t(\varepsilon) \sim 1/\varepsilon^\alpha, \quad (1)$$

де  $\alpha$  – число порядку одиниці, залежне від характеру блукання частинки. Можна заповнювати площину траєкторією деяким регулярним

чином, як це має місце при енергодичному русі.

Хаусдорфом була введена розмірність, котра дозволяє розрізняти (до певних меж) ступінь складності й заплутаності траєкторій. Вона вводиться наступним чином. Розглянемо деяку множину, точки котрої занурені в простір деякої розмірності  $d_T$ . Будемо покривати цю множину  $d_T$  – вимірними кубами з щільним пакуванням їх. Кубів треба взяти стільки, щоб покрити ними всю розглядувану множину. Позначимо сторону куба через  $r$  й число кубів, у які попадає хоча б одна точка множини, через  $N(r)$ . Тоді Хаусдорфова розмірність множини дорівнює:

$$d_H = \lim_{r \rightarrow 0} \left[ \frac{\ln \{N(r)\}}{\ln (1/r)} \right]. \quad (2)$$

Легко впевнитись у тому, що, наприклад, для відрізка прямої чи гладкої кривої  $d_H = d_T = 1$ , а для елемента площини  $d_H = d_T = 2$  тощо. Це означає, що у звичних простих випадках Хаусдорфова й топологічна розмірності збігаються. Різницю або суттєві відмінності слід очікувати для незвичних випадків.

Б. Мандельброт [1] запропонував назвати фракталом множину, для якої її Хаусдорфова розмірність суворо більше топологічної розмірності:

$$d_H > d_T. \quad (3)$$

В окремих об'єктах ідентифікації в деякі моменти часу спостерігаються ситуації, при яких окремі складові системи (або окремі її параметри) миттєво й несподівано змінюють знак своєї дії на протилежний. Прикладом є розглянута вище «атмосферна карусель» Лоренца. Якщо фіксувати моменти часу, у які відбувається зміна напрямку обертання цієї «каруселі», будемо мати випадкову послідовність чисел. Із урахуванням непередбачуваності моменту зміни напрямку обертання каруселі Е. Лоренца даний об'єкт ідентифікації є чисельно незвідним [7].

У межах фрактального формалізму з метою формування моделі для ідентифікації параметрів мікроклімату музейних приміщень вважаємо за доцільне встановлювати області самоподібності визначального параметра, а для доведення справедливості твердження «момент зміни напрямку обертання каруселі Е. Лоренца прогнозований» застосувати принцип зовнішнього доповнення С. Біра.

Складовими визначального параметра мо-

жуть бути обрані швидкість повітря  $v$ , м/с, температура  $t$ , °С, відносна вологість  $\phi$ , %, після чого область самоподібності визначиться як постійність співвідношення цих складових.

Самоподібність області визначального параметра будемо описувати мовою більш високого рівня, ніж мова, яка застосовувалася до цього, – мовою фрактального формалізму. Покажемо, як застосування цієї мови сприяє визначенню моменту зміни напрямку обертання каруселі Е. Лоренца. Для цього приймаємо, що межі обертання системи, як каруселі Е. Лоренца, з припустимою похибкою визначаються постійністю співвідношення:

$$K = \frac{(\phi_1 \cdot T_1) / v_1}{(\phi_2 \cdot T_2) / v_2} \approx const, \quad (4)$$

де  $v_1$  – швидкість у зоні з мінімальними значеннями (біля поверхні підлоги приміщення), м/с;  $v_2$  – швидкість у зоні обслуговування (максимально допустима за умови збереження експоната) м/с;  $T_1, T_2$  – температура повітря у вказаних областях, К;  $\phi_1, \phi_2$  – відносна вологість повітря у вказаних областях.

Відстань між зонами може дорівнювати відстані від підлоги до верхньої частини музейного експонату. Зміни напрямку обертання повітряної маси на зворотній відбувається не миттєво, а протягом певного відрізка часу, при наближенні визначального параметра до однієї з границь області самоподібності, зі змінною обертання повітряних потоків у приміщенні. Час, який необхідний для зміни знаку обертання – час запізнення – може змінюватись у широкому діапазоні – від нуля до нескінченності.

Реальне визначення фрактальної розмірності за допомогою, наприклад, чисельних методів у дійсності ніколи не здійснюється на нескінченній множині, і число точок, які покриваються, обмежене деякою величиною  $N_0$ . Тому для скінченного числа точок завжди існує мінімальна відстань між ними  $r_{min}$ . При зменшенні  $r$ , коли починає виконуватися нерівність  $r_n < r_{min}$ , величина  $N(r_n)$  припиняє змінюватись і досягає значення  $N_0$ . Тому для визначення  $d_H$  згодиться лише деяка прямолінійна ділянка, що лежить між дуже великими й дуже малими значеннями  $1/r$ , якщо така існує.

Використання фрактальної розмірності (у подальшому позначатимемо  $d_H = D$ ) дає можливість отримати ще одну важливу характеристику складних об'єктів. Широке коло застосувань цього поняття описане у книзі Б. Мандельброта [1]. Неважко виявити, що формула (2)

встановлює деяке співвідношення подібності (а саме, коефіцієнт самоподібності  $K$ ) між об'єктами, що буде доведено далі.

З використанням роботи [2], встановлюємо зв'язок  $D$  з ренормалізаційною групою. Розглянемо деяку фігуру  $A_0$  та її послідовні перетворення:

$$A_1 = T \cdot A_0, \quad A_n = T \cdot A_{n-1} = \dots = T^n \cdot A_0. \quad (5)$$

Одночасно з отриманою  $T$ , яка полягає, наприклад, у збільшенні деталізації фігури  $A_i$ , розглянемо зміну масштабу  $r$  на фактор  $a$ :

$$S A_i(r) = A_i(r/a). \quad (6)$$

Будемо тепер цікавитися деякою величиною  $V$ , що характеризує об'єм чи поверхню фігури  $A_i$ . Розглянемо величину

$$V(S A_{n+1}) = V(S T A_n). \quad (7)$$

Якщо існує подібність при дії оператора

$$R = S \cdot T, \quad (8)$$

тоді можна записати зв'язок між об'єктами  $V(A_n)$  та  $V(\hat{R} A_n)$  у вигляді:

$$V(\hat{R} A_n) = a^d \cdot V(A_n), \quad (9)$$

де  $d$  – деяка степінь.

У загальному випадку співвідношення подібності (9) може виконуватись тільки в граничному випадку  $n \rightarrow \infty$ :

$$d = K = \lim_{n \rightarrow \infty} \left\{ \frac{\ln [V(S A_{n+1}) / V(A_n)]}{\ln a} \right\}. \quad (10)$$

Розглянемо послідовність (5) фігур  $A_i$  та припустимо, що вона має нерухому точку  $A^*$ . Тоді вираз (10) перетворюється у наступний:

$$d = K = \frac{\ln [V(S A^*) / V(A^*)]}{\ln a} \quad (11)$$

або еквівалентне співвідношення:

$$V(S A^*) = a^d \cdot V(A^*). \quad (12)$$

Неважко помітити, що визначення (11), для  $d = K$ , збігається з визначенням  $d_n = D$  при  $a \rightarrow \infty$ . Дійсно, згідно з (6) тільки величина  $V(SA^*) = V(A^*(r/a))$  залежить у чисельнику формули (11) від  $a$  тому:

$$d = K \xrightarrow{a \rightarrow \infty} \frac{\ln V(SA^*)}{\ln a} = d_n = D. \quad (13)$$

З іншого боку, можна вважати оператор  $\hat{R}$  відповідним операторові ренормалізаційної групи, котра за припущенням має нерухому точку  $A^*$ . Співвідношення (11) виникло внаслідок існування нерухомої точки. (Зв'язок фрактальної розмірності з наближенням ренормалізаційної групи обговорювався у [3]).

Отже, описані вище міркування дозволяють поглянути на фрактальну розмірність ( $d_n = D$ ) як на розмірність подібності об'єму фігури ( $D \equiv K$ ), що відповідає нерухомій точці (12). Слід зазначити, що ренормалізаційною властивістю можна описати й таку характеристику системи, котра, взагалі кажучи, не пов'язана з розмірністю множини [2].

Для подібних технологій спосіб визначення області самоподібності, наведений вище, може слугувати аналогом індикатора, котрий постійно ресеструє наближення визначального параметра до однієї з границь системи. Це сигналізує ймовірність виникнення позаштатної

ситуації. Під границею системи у даному випадку розуміємо область самоподібності з її межами, що визначаються ключовим (визначальним) параметром цієї системи.

**Висновки.** При управлінні мікрокліматом музейних приміщень необхідно передбачити систему, яка своєчасно подає сигнал про збільшення ймовірності виникнення позаштатної ситуації (надмірна вологість, підвищена температура в зоні, де знаходяться картини). Для цього необхідно визначити одну з границь області самоподібності параметрів повітряного середовища при вході повітряного потоку в зону обслуговування (зона розміщення експонатів), а другу границю області самоподібності на виході повітряного потоку з зони обслуговування. Якщо, по мірі наближення визначального параметра ( $D$  чи  $K$ ), до однієї з меж області самоподібності буде фіксуватись ймовірність виникнення нештатної ситуації, то, система управління мікрокліматом змінює згідно з алгоритмом продуктивність кондиціонерів, параметри припливного повітря або тип струмин у системі повітророзподілення. Запропоновані в роботі шляхи ідентифікації складних систем із застосуванням фрактального формалізму, котрі базуються на визначенні області самоподібності визначального параметра, можуть бути в подальшому використані для вдосконалення існуючих систем створення штучного мікроклімату у музейних приміщеннях на основі функціонування мікроконтролерів з нечіткою логікою.

### Література

1. Mandelbrot B. V. The Fractal Geometry of Nature / B. V. Mandelbrot. – New York, San Francisco: Basic Books, 2004 – 328 p.
2. Bolshakov V. Fractals and properties of materials / V. Bol'shakov, V. Volchuk, Yu. Dubrov. – Saarbrücken: Lambert Academic Publishing, 2016. – 140 p.
3. Method of material quality estimation with usage of multifractal formalism / V. Volchuk, I. Klymenko, S. Kroviakov, M. Orešković // Technical Journal. – 2018. – Vol.12. – №.2. – pp. 93-97. DOI: 10.31803/tg-20180302115027
4. Большаков В. И. Основы организации фрактального моделирования / В. И. Большаков, В. Н. Волчук, Ю. И. Дубров. – Киев: Академперіодика, 2017. – 170 с.
5. Волчук В. Н. К применению фрактального формализма при ранжировании критериев качества многопараметрических технологий / В. Н. Волчук // Металлофизика и новейшие технологии. – 2017. – Т. 39. – вып. 7. – С. 949-957.
6. Журавель І. М. Вибір налаштувань під час обчислення поля фрактальних розмірностей зображення / І. М. Журавель // Науковий вісник НЛТУ України: зб. наук. пр. / Нац. лісотехн. ун-т України. – 2018. – Т. 28. – №2. – С.159-163. DOI: 10.15421/40280230
7. Lorenz E. N. Deterministic nonperiodic flow / E. N. Lorenz // Journal of the atmospheric Sciences. – 1963. – Vol. 20. – Iss. 20. – pp. 140-148.
8. Дубров Ю. Вычислительно неприводимые системы и пути их идентификации / Ю. Дубров. – Saarbrücken: Palmarium Academic Publishing, 2016. – 188 с.
9. Бир С. Кибернетика и управление производством / С. Бир. – Москва: Физматгиз, 1963. – 276 с.
10. Godel K. Uber formal unentscheidbare Satze der Principia Mathematica und verwandter Systeme I / K.



Godel // Monatshefte fur Mathematik und Physik. – 1931. – Vol. 38. – pp. 173-198.

#### References

1. Mandelbrot B. B. *The Fractal Geometry of Nature*. Basic Books, 2004.
2. Bolshakov V., Volchuk V., Dubrov Yu. *Fractals and properties of materials*. Lambert Academic Publishing, 2016.
3. Volchuk V., Klymenko I., Kroviakov S., Orešković M. “Method of material quality estimation with usage of multifractal formalism.” *Technical Journal*. 2018. Vol.12. №2. P. 93-97. DOI: 10.31803/tg-20180302115027
4. Bolshakov V. I., Volchuk V. N., Dubrov Yu. I. *Osnovy orhanyzatsyy fraktalnoho modelyrovanyia*. Akadempriodika, 2017.
5. Volchuk V. N. “K primeneniiu fraktalnogo formalizma pri ranzhirovanii kriteriev kachestva mnogoparametricheskikh tekhnologii.” *Metallofizika i noveishie tekhnologii*. 2017. – Vol. 39. Iss. 7. P. 949-957.
6. Zhuravel I. M. “Vybir nalashtuvan pid chas obchyslennia polia fraktalnykh rozmirnostei zobrazhennia.” *Naukovyi visnyk NLTU Ukrainy: zb. nauk. pr. Nats. lisotekhn. un-t Ukrainy*. 2018. Vol. 28. №2. P. 159-163. DOI: 10.15421/40280230
7. Lorenz E. N. “Deterministic nonperiodic flow.” *Journal of the atmospheric Sciences*. 1963. Vol. 20. Iss. 20. P. 140-148.
8. Dubrov Yu. *Vychislitelno neprivodimye sistemy i puti ikh identifikatsii*. Palmarium Academic Publishing, 2016.
9. Bir S. *Kibernetika i upravlenie proizvodstvom*. Fizmatgiz, 1963.
10. Godel K. “Uber formal unentscheidbare Satze der Principia Mathematica und verwandter Systeme I.” *Monatshefte fur Mathematik und Physik*. 1931. Vol. 38. P. 173-198.

#### УДК 519.21

### Возможности применения фрактальной модели для идентификации климатических параметров музейных помещений

В. Б. Довгалюк<sup>1</sup>, Ю. В. Човнюк<sup>2</sup>, Е. А. Иванов<sup>3</sup>, А. К. Ситницкая<sup>4</sup>

<sup>1</sup>к.т.н., проф. Киевский национальный университет строительства и архитектуры, г. Киев, Украина, 2280170@ukr.net, ORCID: 0000-0002-4836-5354

<sup>2</sup>к.т.н., проф. Национальный университет биоресурсов и природопользования Украины, г. Киев, Украина, ychovnyuk@ukr.net

<sup>3</sup>старший преподаватель. Национальный авиационный университет Украины, г. Киев, Украина

<sup>4</sup>асп. Киевский национальный университет строительства и архитектуры, г. Киев, Украина, sit\_ann@ukr.net, ORCID: 0000-0003-1074-5762

*Аннотация. Для идентификации климатических параметров музейных помещений используются модели различного типа в зависимости от поставленных целей исследования. Трудности в выборе модели обусловлена сложностью поведения систем формирования микроклимата в разные моменты времени, при изменении интенсивности процессов теплообмена в музейных помещениях. На примере воздушной карусели Е. Лоренца показано применение фрактального моделирования для описания поведения указанных выше систем как численно несводимых систем. Приведён алгоритм определения области самоподобия для исследуемого объекта, что, по мнению авторов, позволяет снизить вероятность нарушения штатного режима его работы. Рассмотрены возможности применения фрактальных моделей для идентификации параметров систем обеспечения микроклимата музейных помещений. Предложены пути идентификации сложных систем по применению фрактального формализма, которые могут быть в дальнейшем использованы для совершенствования существующих систем создания искусственного микроклимата в музейных помещениях на основе функционирования микроконтроллеров с нечёткой логикой.*

*Ключевые слова: фрактал; идентификация; микроклимат; музейное помещение; карусель Лоренца; область самоподобия.*

UDC 519.21

## The Possibility of Using a Fractal Model to Identify Climatic Parameters of Museum Premises

V. Dovhaliuk<sup>1</sup>, Y. Chovniuk<sup>2</sup>, M. Shyshyna<sup>3</sup>

<sup>1</sup>PhD, professor. Kyiv National University of Construction and Architecture, Kyiv, Ukraine, 2280170@ukr.net, ORCID: 0000-0002-4836-5354

<sup>2</sup>PhD, professor. National University of Life and Environmental Sciences of Ukraine, Kyiv, Ukraine, ychovnyuk@ukr.net

<sup>3</sup> senior teacher. National Aviation University of Ukraine, Kiev, Ukraine

<sup>4</sup>Post-graduate student. Kyiv National University of Construction and Architecture, Kyiv, Ukraine, sit\_ann@ukr.net, ORCID: 0000-0003-1074-5762

*Abstract. To identify climatic parameters of museum premises there are models of different types depending on the goals of the research: modification of the algorithm of the microclimate control, the performance of air conditioners, the parameters of the inflow air or selection of air distribution system. The difficulty in choosing a model is due to the complexity of the behaviour of microclimate formation systems at different moments of time, with the change in the intensity of heat-mass transfer processes in museum premises. Using the example of the air merry-go-round of E. Lorenz, the use of fractal modelling is shown to describe the behaviour of the above systems as numerically invariant systems. Here is given an algorithm for determination of the region of self-similarity for the investigated object, which, according to the authors, may reduce the probability of a violation of the regular conditions of its operation. In the article there are possibilities of using fractal models for identifying the parameters of the systems of providing the microclimate in museum premises. The ways of identifying complex systems using fractal formalism are suggested, which can be further used to improve the existing systems of formation the artificial microclimate in museum premises on the basis of the operation of microcontrollers with fuzzy logic. It is established that there is a need to provide a system that promptly sends a signal about an increase in the probability of an unusual situation (excessive humidity, high temperature in the area where the paintings are located). To do this, it is necessary to determine one of the boundaries of the region of self-similarity of the air parameters when entering the air flow into the service area (the location of the exhibit), and the second boundary of the region of self-similarity at the outflow of air flow from the service area.*

*Keywords: fractal; identification; microclimate; museum room; Lorenz Merry-Go-Round; area of self-similarity.*

Надійшла до редакції / Received 11.03.2019