

УДК 624.012.045

К расчету ширины раскрытия наклонных трещин третьего типа в составных железобетонных конструкциях

Наталья Витальевна КЛЮЕВА, доктор технических наук, профессор, e-mail: klynavit@yandex.ru
ФГБОУ ВПО «Юго-Западный государственный университет», 305040 Курск, ул. 50 лет Октября, 94

Игорь Анатольевич ЯКОВЕНКО, кандидат технических наук, e-mail: i2103@ukr.net

Н. В. УСЕНКО, инженер, e-mail:

Национальный авиационный университет, Украина, 03058 Киев, просп. Космонавта Комарова, 1

Аннотация. На основании анализа приопорных трещин и трещин, прилегающих к сосредоточенному грузу, рассмотрены расчетные схемы (в виде железобетонных составных элементов, вырезанных двумя поперечными сечениями, которые расположены на расстоянии, равном шагу хомутов) для определения деформаций удлинения бетона вдоль оси поперечных стержней в верхней и нижней зонах железобетонных составных конструкций в пролете «среза». Записаны разрешающие уравнения, замыкающиеся на рассмотренные расчетные схемы, что позволяет уточнить действительное напряженно-деформированное состояние данных конструкций в процессе нагружения. Предложен новый прием определения касательных напряжений.

Ключевые слова: наклонные трещины, деформации удлинения бетона, железобетонные составные конструкции, расчетные схемы, разрешающие уравнения.

CALCULATION THE WIDTH OF THIRD TYPE INCLINED CRACKS OF COMPOSITE REINFORCED CONCRETE CONSTRUCTIONS

Klueva N. V., e-mail: klynavit@yandex.ru, Southwestern State University, Kursk, Russia

Yakovenko I. A., e-mail: i2103@ukr.net, **Usenko N. V.**, e-mail:

National Aviation University, Kiev, Ukraine

Abstract. The article analysis cracks near the reliance, cracks adjacent to the concentrated load calculation schemes considered (as a concrete constituent elements cut by two transverse sections, spaced at equal clamps step) for determining the elongation deformations of concrete along the axis of the cross bars at the top and bottom of zone of concrete composite constructions in the shear "span". Resolving equations, that close to the considered design scheme, have written, that allows to specify the actual stress-strain state of reinforced concrete composite constructions in the loading process. It is proposed a new method of determining the shear stresses.

Keywords: inclined cracks, elongation deformations of concrete, reinforced concrete composite constructions, design models, resolving equations.

Определение ширины раскрытия трещин железобетонных конструкций остается одним из сложных вопросов [1–4]. Это связано с тем, что ее значение в экспериментальных исследованиях измеряют с помощью микроскопа, а при расчете используют достаточно грубый вычислительный аппарат, поэтому ожидать совпадения опытных и теоретических значений ширины раскрытия трещин не приходится.

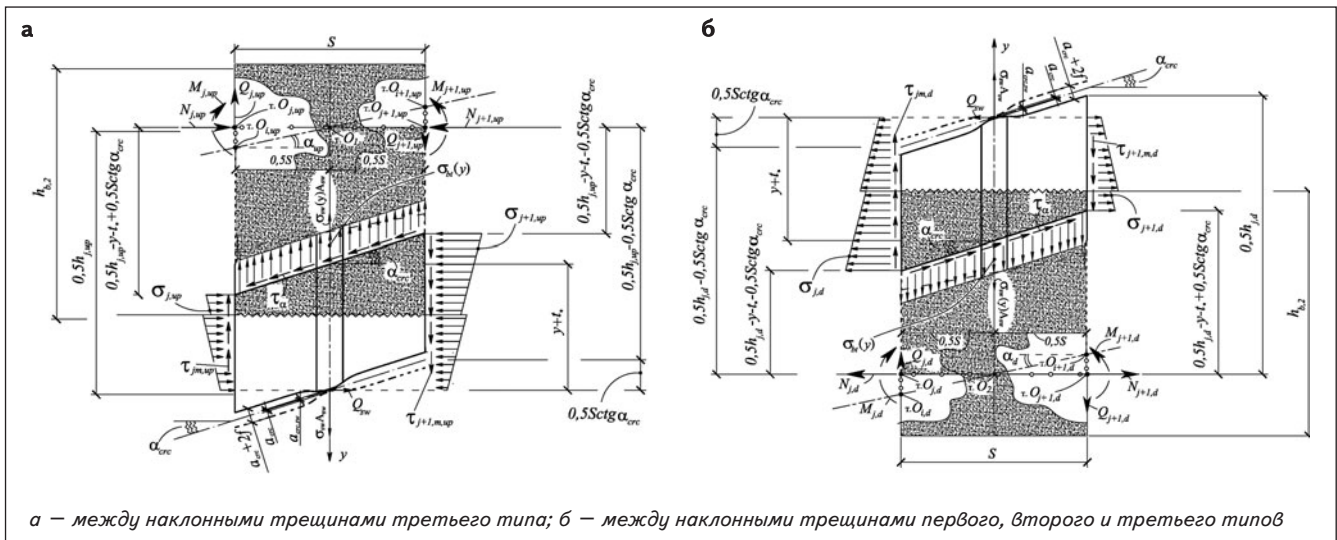
В работе [5] расчетные параметры для установления ширины раскрытия трещин приведены достаточно точно, однако образование трещин, которые появляются за первым уровнем, рассмотрено только в верхней арочной части расчетной модели. Продолжая эти исследования, авторы данной статьи выбрали случай, когда образование наклонных трещин возможно (в зависимости от геометрических и других параметров) и в нижней части расчетной модели, представленной в виде балки переменного сечения.

Для определения деформаций удлинения бетона, которые приводят к образованию следующей трещины третьего типа [6, 7], расположенной ниже первой обра-

зовавшейся трещины, в качестве расчетной схемы взрывается элемент двумя поперечными сечениями, которые находятся на расстоянии, равном шагу хомутов S.

Рассмотрим расчетные схемы для вычисления деформаций растянутого бетона $\varepsilon_{bt}(y)$ между наклонными трещинами в железобетонных составных конструкциях: случай 1 — расчетная схема между наклонными трещинами третьего типа (рисунки а); случай 2 — расчетная схема между наклонными трещинами первого, второго или третьего типов (рисунки б).

Напряженно-деформированное состояние (НДС) в выбранных сечениях можно рассчитать упрощенно [6, 8], используя формулы сопротивления материалов для балки переменного сечения в том случае, когда угол наклона верхней грани мал. При его увеличении целесообразно использовать более точный подход, рассматривая в качестве расчетной схемы фигуру внецентренно растянутого клина (рис. 2, 3 [7]). Для удобства вычислений вместо полярной системы координат можно по известным формулам теории упругости и пластичности перейти к прямоугольной системе координат для определения



а – между наклонными трещинами третьего типа; б – между наклонными трещинами первого, второго и третьего типов

Расчетная схема к определению деформаций растянутого бетона в железобетонной составной конструкции

НДС в точках, расположенных в геометрических центрах O_1 и O_2 выбранных сечений (см. рисунок). Характер распределения НДС по рассматриваемым поперечным сечениям уточняется с помощью коэффициентов ω .

Анализ приопорных трещин и трещин, прилегающих к сосредоточенной нагрузке с выявлением веера наклонных трещин около сосредоточенной нагрузки и веера возможных наклонных трещин, прилегающих к опоре, позволяет вывить расчетную схему [1, 2] для определения $\varepsilon_{bt}(y)$ в верхней и нижней зонах железобетонной конструкции (см. рисунок).

Главные растягивающие напряжения определяют из зависимости

$$\sigma_3 = \frac{\sigma_{bt}(y)}{\cos \alpha_{crc}} = \frac{E_b \nu_b}{1 - \mu_b} (\varepsilon_3 + \mu_b \varepsilon_1), \quad (1)$$

$$\text{где } \varepsilon_3 = \frac{\varepsilon_{bt}(y)}{\cos \alpha_{crc}}; \quad (2)$$

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{E_b \nu_b} (\sigma_1 - \mu_b \sigma_1). \quad (3)$$

С другой стороны:

$$\sigma_1 = \sigma_x \cos^2 \alpha_{crc} + \sigma_y \sin^2 \alpha_{crc} + \tau_{xy} \sin 2\alpha_{crc}; \quad (4)$$

$$\sigma_3 = \frac{\sigma_{bt}(y)}{\cos \alpha_{crc}} = \sigma_x \sin^2 \alpha_{crc} + \sigma_y \cos^2 \alpha_{crc} - \tau_{xy} \sin 2\alpha_{crc}. \quad (5)$$

Используя формулу механики твердого деформируемого тела для рассматриваемой зоны, можно записать

$$\sigma_1 = \sigma_x \cos^2 \alpha_{crc} + \sigma_y \sin^2 \alpha_{crc} + \tau_{xy} \sin 2\alpha_{crc} = \quad (6)$$

$$= \frac{\sigma_{bt}(y)}{\cos \alpha_{crc}} \operatorname{tg}^2 \alpha_{crc} + \sigma_x (\cos^2 \alpha_{crc} - \sin^2 \alpha_{crc} \operatorname{tg}^2 \alpha_{crc}) + \tau_{xy} (\sin 2\alpha_{crc} \operatorname{tg}^2 \alpha_{crc} + \sin 2\alpha_{crc}).$$

Из формулы (1) с учетом формулы (2) получим:

$$\sigma_3 = \frac{\sigma_{bt}(y)}{\cos \alpha_{crc}} = \frac{E_b \nu_b}{1 - \mu_b} \left(\frac{\varepsilon_{bt}(y)}{\cos \alpha_{crc}} + \mu_b \varepsilon_1 \right); \quad (7)$$

$$\sigma_{bt}(y) = \frac{E_b \nu_b}{1 - \mu_b} (\varepsilon_{bt}(y) + \mu_b \varepsilon_1 \cos \alpha_{crc}), \quad (8)$$

где $\sigma_{bt}(y)$ может быть как напряжением растяжения, так и сжатия (подставляется в формулу с обратным знаком).

В то же время $\varepsilon_{bt}(y)$ является деформацией только растяжения. Например, в условиях двухосного сжатия (с небольшим значением одного из сжимающих напряжений) $\sigma_{bt}(y)$ вычисляются с помощью коэффициента поперечных деформаций μ_b . Анализ показывает, что применительно к рассматриваемой зоне, как правило, имеет место напряженное состояние «сжатие – растяжение».

Наклонные площадки, расположенные под углом α_{crc} , практически перпендикулярны главным деформациям удлинения бетона, по направлению которых и возникают наклонные трещины третьего типа. Применительно к принятой расчетной схеме (см. рисунок) угол α_{crc} усредняет направление таких площадок в пределах проекции наклонной трещины. Поэтому для практических расчетов значения сдвигающих напряжений τ_{α} , лежащих на площадках, которые приближаются к главным площадкам, могут быть приняты равными нулю.

Рассматривая $\sigma_{bt}(y)$ (а также напряжения в середине наклонной площадки σ_x, σ_y и τ_{xy}), применительно к рассматриваемой расчетной схеме коэффициент наполнения этих эпюр ω может быть принят равным единице как среднее значение таких эпюр, приближающихся к трапециевидным.

Составляя уравнения равновесия проекций всех сил на ось $O_j y$ ($\Sigma Y = 0$), запишем:

$$\sigma_{sw} A_{sw} - \sigma_{sw}(y) A_{sw} - \sigma_{bt}(y) A_{bt,w} - \quad (9)$$

$$- \tau_{j,up} b(y + t_* - 0,5Stg\alpha_{crc}) + \tau_{j+1,up} b(y + t_* + 0,5Stg\alpha_{crc}) = 0.$$

Подставляя формулу (8) в уравнение (9) и усредняя касательные напряжения в сечениях, расположенных на расстояниях $0,5S$ слева и справа от хомута (см. рисунок), имеем

$$\sigma_{sw} A_{sw} - \sigma_{sw}(y) A_{sw} - \frac{E_b \nu_b S b \varepsilon_{bt}(y)}{(1 - \mu_b^2) \cos \alpha_{crc}} + \frac{E_b \nu_b S b}{(1 - \mu_b^2) \mu_b \varepsilon_1} - \quad (10)$$

$$- \frac{Q_{j,up} y}{h_{j,up}} - \frac{Q_{j,up}}{h_{j,up}} (t_* - 0,5 \text{Stg} \alpha_{crc}) + \frac{Q_{j+1,up} y}{h_{j+1,up}} + \frac{Q_{j+1,up}}{h_{j+1,up}} (t_* - 0,5 \text{Stg} \alpha_{crc}) = 0,$$

где t_* – размер местной зоны, прилегающей к трещине.

Обозначим:

$$\frac{Q_{j+1,up}}{h_{j+1,up}} - \frac{Q_{j,up}}{h_{j,up}} = D_1; \quad (11)$$

$$\left(\frac{Q_{j+1,up}}{h_{j+1,up}} - \frac{Q_{j,up}}{h_{j,up}} \right) t_* + \left(\frac{Q_{j+1,up}}{h_{j+1,up}} + \frac{Q_{j,up}}{h_{j,up}} \right) 0,5 \text{Stg} \alpha_{crc} = D_2. \quad (12)$$

Тогда

$$\sigma_{sw} A_{sw} - \sigma_{sw}(y) A_{sw} - \frac{E_b \nu_b S b}{(1 - \mu_b^2) \cos \alpha_{crc}} \varepsilon_{bt}(y) + \quad (13)$$

$$+ \frac{\mu_b}{(1 - \mu_b^2)} E_b \nu_b S b \varepsilon_1 + D_1 y + D_2 = 0.$$

Располагая формулами (1) – (7), получим

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{E_b \nu_b} \left[\frac{\sigma_{bt}(y)}{\cos \alpha_{crc}} \text{tg}^2 \alpha_{crc} + \sigma_x (\cos^2 \alpha_{crc} - \sin^2 \alpha_{crc} \text{tg}^2 \alpha_{crc}) + \tau_{xy} (\sin 2\alpha_{crc} \text{tg}^2 \alpha_{crc} + \sin 2\alpha_{crc}) - \mu_b \frac{\sigma_{bt}(y)}{\cos \alpha_{crc}} \right]. \quad (14)$$

Перед тем как выражение (14) подставить в формулу (13) необходимо отыскать значения $\sigma_x(y)$ и τ_{xy} , от которых зависит ε_1 . Как уже было отмечено, σ_x и τ_{xy} усредняются в середине наклонной площадки применительно к расчетной схеме, приведенной на рисунке б.

Тогда

$$\sigma_x(y) = \frac{M_{j,up} + M_{j+1,up}}{2I_{m,up}} (0,5h_{m,up} - y - t_*) + \frac{N_{j,up} + N_{j+1,up}}{2bh_{m,up}}, \quad (15)$$

где $I_{m,up} = \frac{bh_{m,up}^3}{12}$; $N_{j,up}$ и $M_{j,up}$ – осевая сила и внутренний момент в каждом составляющем стержне с учетом сдвигающих усилий в шве.

Высоту $h_{m,up}$ в первом приближении находят на основании геометрических характеристик приопорного блока. При этом положение геометрической оси приопорной арки над наклонной трещиной определяют из следующих соображений [6].

Положение точки K (рис. 1 [6]) вычисляют по параметру $h_k = (h - 2a_s)/2$. Высота расположения точки K над нижней гранью железобетонной конструкции будет равна $h_k + 2a_s$. Расположение точки L (рис. 2 [6]) устанавливают по размерам второго основания клина, тогда как размеры первого основания клина принимают равными x_b из решения задачи прочности для веера трещин B_1 или близко к $0,2h_0$. Угол наклона клина – около 15° .

Обозначим:

$$\frac{M_{j,up} + M_{j+1,up}}{2I_{m,up}} = D_3; \quad (16)$$

$$\frac{M_{j,up} + M_{j+1,up}}{2I_{m,up}} (0,5h_{m,up} - t_*) + \frac{N_{j,up} + N_{j+1,up}}{2bh_{m,up}} = D_4. \quad (17)$$

Тогда:

$$\sigma_x(y) = -D_3 y + D_4; \quad (18)$$

$$\tau_{xy,m,up} = \frac{Q_{j,up} + Q_{j+1,up}}{2bh_{m,up}} = D_5. \quad (19)$$

Следует отметить, что для расчетного случая 2 (см. рисунок б) в формулах (10)–(19) вместо индекса up необходимо использовать индекс d .

Примем:

$$\frac{\text{tg} \alpha_{crc} - \mu_b}{\cos \alpha_{crc} E_b \nu_b} = D_6; \quad (20)$$

$$\frac{\cos^2 \alpha_{crc} - \sin^2 \alpha_{crc} \text{tg}^2 \alpha_{crc}}{E_b \nu_b} = D_7; \quad (21)$$

$$\frac{\sin 2\alpha_{crc} \text{tg}^2 \alpha_{crc} + \sin 2\alpha_{crc}}{E_b \nu_b} = D_8. \quad (22)$$

С учетом изложенного подставим формулы (18) – (22) в уравнение (14):

$$\varepsilon_1 = \sigma_{bt}(y) D_6 - D_3 D_7 y + D_4 D_7 + D_5 D_8. \quad (23)$$

Используем формулу (9) в уравнении (23):

$$\varepsilon_1 = \frac{E_b \nu_b \varepsilon_{bt}(y)}{1 - \mu_b^2} D_6 + \frac{\mu_b}{1 - \mu_b^2} E_b \nu_b \varepsilon_1 \cos \alpha_{crc} D_6 - \quad (24)$$

$$- D_3 D_7 y + D_4 D_7 + D_5 D_8;$$

$$\varepsilon_1 \left(1 - \frac{\mu_b}{1 - \mu_b^2} E_b \nu_b \cos \alpha_{crc} D_6 \right) = \frac{E_b \nu_b D_6 \varepsilon_{bt}(y)}{1 - \mu_b^2} - \quad (25)$$

$$- D_3 D_7 y + D_4 D_7 + D_5 D_8.$$

Обозначим:

$$1 - \frac{\mu_b}{1 - \mu_b^2} E_b \nu_b \cos \alpha_{crc} D_6 = D_9; \quad (26)$$

$$\frac{E_b \nu_b D_6}{1 - \mu_b^2} = D_{10}; \quad (27)$$

$$D_3 D_7 \frac{1}{D_9} = D_{11}; \quad (28)$$

$$(D_4 D_7 + D_5 D_8) \frac{1}{D_9} = D_{12}. \quad (29)$$

Подставим выражения (26) – (29) в формулу (25)

$$\varepsilon_1 = D_{10} \varepsilon_{bt}(y) - D_{11} y + D_{12}. \quad (30)$$

Приведем уравнение (30) в формуле (15)

$$\sigma_{sw} A_{sw} - \sigma_{sw}(y) A_{sw} - \frac{E_b \nu_b S b}{1 - \mu_b^2} \frac{S b}{\cos \alpha_{crc}} \varepsilon_{bt}(y) + \quad (31)$$

$$+ \frac{\mu_b}{1 - \mu_b^2} E_b \nu_b S b (D_{10} \varepsilon_{bt}(y) - D_{11} y + D_{12}) + D_1 y + D_2 = 0.$$

Примем:

$$\frac{E_b \nu_b S b}{1 - \mu_b^2} \frac{S b}{\cos \alpha_{crc}} - \frac{\mu_b}{1 - \mu_b^2} E_b \nu_b S b D_{10} = D_{13}; \quad (32)$$

$$D_{11} - \frac{\mu_b}{1 - \mu_b^2} E_b \nu_b S b D_{11} = D_{14}; \quad (33)$$

$$\frac{\mu_b}{1 - \mu_b^2} E_b \nu_b S b D_{12} + D_2 = D_{15}. \quad (34)$$

Введем выражения (32)–(34) в уравнение (31)

$$\begin{aligned} \varepsilon_{bt}(y) &= \sigma_{sw} A_{sw} \frac{1}{D_{13}} - \sigma_{sw}(y) A_{sw} \frac{1}{D_{13}} + \frac{D_{14}}{D_{13}} y + \frac{D_{15}}{D_{13}} = \quad (35) \\ &= \varepsilon_{sw} E_{sw} A_{sw} \frac{1}{D_{13}} - \varepsilon_{sw}(y) E_{sw} A_{sw} \frac{1}{D_{13}} + \frac{D_{14}}{D_{13}} y + \frac{D_{15}}{D_{13}}. \end{aligned}$$

Продолжая эти исследования, последовательно переходим к определению других параметров НДС железобетонных составных конструкций при раскрытии наклонных трещин.

Вывод

Предложены новые расчетные схемы для вычисления

деформаций растянутого бетона между наклонными трещинами третьего типа $\varepsilon_{bt}(y)$ в железобетонных составных конструкциях. Их анализ показывает, что деформации на участках, примыкающих к трещинам, начинают уменьшаться и даже меняют знак, деформации же в середине участка между трещинами продолжают увеличиваться до тех пор, пока в этом месте не появляется новая трещина.

Получены разрешающие уравнения, позволяющие сохранить физический смысл и инженерную обозримость вычисляемых параметров напряженно-деформированного состояния железобетонных составных конструкций и исключить трудоемкую алгебраизацию формул, как правило, приводящую к множеству ошибок.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бондаренко В. М., Колчунов В. И. Расчетные модели силового сопротивления железобетона: монография. М.: АСВ, 2004. 472 с.
2. Голышев А. Б., Колчунов В. И. Сопротивление железобетона. Киев: Основа, 2009. 432 с.
3. Колчунов В. И., Яковенко И. А., Ключева Н. В. Метод физических моделей сопротивления железобетона // Промышленное и гражданское строительство. 2013. № 12. С. 51–56.
4. Колчунов В. И., Яковенко И. А. Разработка двухконсольного элемента механики разрушения для расчета ширины раскрытия трещин железобетонных конструкций // Вестник гражданских инженеров. 2009. № 4 (21). С. 160–163.
5. К определению деформаций растянутого бетона для расчета трещиностойкости железобетонных конструкций по наклонным сечениям / Х. З. Баширов, А. А. Дородных,

Вл. И. Колчунов, И. А. Яковенко, Н. В. Усенко // Строительная механика и расчет сооружений. 2012. № 6(245). С. 2–7.

6. Баширов Х. З., Дородных А. А. Определение параметров напряженно-деформированного состояния железобетонных составных конструкций при раскрытии наклонных трещин третьего типа // Строительство и реконструкция. 2012. № 4. С. 17–24.
7. Усенко Н. В., Яковенко И. А., Колчунов В. И. Образование наклонных трещин третьего типа в железобетонных составных конструкциях // Будівництво України. 2013. Вип. 2. С. 24–28.
8. Сопротивление растянутого бетона между трещинами составных железобетонных конструкций с учетом новых эффектов / Х. З. Баширов, Вл. И. Колчунов, И. А. Яковенко, Г. К. Биджосян // Строительство и реконструкция. 2011. № 6. С. 3–11.

REFERENCES

1. Bondarenko V. M., Kolchunov V. I. *Raschetnye modeli silovogo soprotivleniya zhelezobetona*. Moscow, ASV Publ., 2004. 472 p. (In Russian).
2. Golyshev A. B., Kolchunov V. I. *Soprotivlenie zhelezobetona*. Kiev, Osнова, 2009. 432 p. (In Russian).
3. Kolchunov V. I., Yakovenko I. A., Klyueva N. V. Metod fizicheskikh modeley soprotivleniya zhelezobetona. *Promyshlennoe i grazhdanskoe stroitel'stvo*, 2013, no. 12, pp. 51–56. (In Russian).
4. Kolchunov V. I., Yakovenko I. A. Razrabotka dvukhkonsol'nogo elementa mekhaniki razrusheniya dlya rascheta shiriny raskrytiya treshchin zhelezobetonnnykh konstruktсий. *Vestnik grazhdanskikh inzhenerov*, 2009, no. 4 (21), pp. 160–163. (In Russian).
5. Bashirov Kh. Z., Dorodnykh A. A., Kolchunov V. I., Yakovenko I. A., Usenko N. V. K opredeleniyu deformatsiy rastyanutogo betona dlya rascheta treshchinostoykosti

zhelezobetonnnykh konstruktсий po naklonnym secheniyam. *Stroitel'naya mekhanika i raschet sooruzheniy*, 2012, no. 6 (245), pp. 2–7. (In Russian).

6. Bashirov Kh. Z., Dorodnykh A. A. Opredelenie parametrov napryazhenno-deformirovannogo sostoyaniya zhelezobetonnnykh sostavnykh konstruktсий pri raskrytii naklonnykh treshchin tret'ego tipa. *Stroitel'stvo i rekonstruktsiya*, 2012, no. 4, pp. 17–24. (In Russian).
7. Usenko N. V., Yakovenko I. A., Kolchunov V. I. Obrazovanie naklonnykh treshchin tret'ego tipa v zhelezobetonnnykh sostavnykh konstruktсийakh. *Budivnitsvo Ukraini*, 2013, Vip. 2, pp. 24–28. (In Russian).
8. Bashirov Kh. Z., Kolchunov V. I., Yakovenko I. A., Bidzhosyan G. K. Soprotivlenie rastyanutogo betona mezhdru treshchinami sostavnykh zhelezobetonnnykh konstruktсий s uchetom novykh effektov. *Stroitel'stvo i rekonstruktsiya*, 2011, no. 6, pp. 3–11. (In Russian). ■