

НАЦІОНАЛЬНИЙ АВІАЦІЙНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ФАКУЛЬТЕТ ТРАНСПОРТУ, МЕНЕДЖМЕНТУ І ЛОГІСТИКИ

КАФЕДРА ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ

Методичні рекомендації з організації самостійної роботи студентів
з дисципліни «Теорія ймовірностей і математична статистика»

Галузь знань: 29 «Міжнародні відносини»
Спеціальність: 292 «Міжнародні економічні відносини»
Освітньо-професійні програми: «Міжнародні економічні відносини»
«Міжнародний бізнес»

Укладач: к.е.н., доц. Шевченко І.В.

Методичні рекомендації розглянуто та
схвалено на засіданні кафедри вищої
математики

Протокол № ____ від « ____ » _____ 2022 р.

Завідувач кафедри _____ І. Ластівка

МЕТОДИЧНЕ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ САМОСТІЙНОГО ОПРАЦЮВАННЯ НАВЧАЛЬНОГО МАТЕРІАЛУ СТУДЕНТАМИ

Модуль 1 «Теорія ймовірностей»

Тема 1. Множини та операції над ними. Основні принципи і формули комбінаторики. Випадкові події. Означення ймовірностей

Завдання для самостійної роботи

1. Множини й операції над ними.
2. Елементи комбінаторики.
3. Події. Види подій. Алгебра подій.
4. Класичне, геометричне, статистичне означення ймовірності.

Література

1. Ластівка І.О., Мартиненко В.П., Паламарчук Ю.А., Шевченко І.В. Вища математика. Модуль 8. Теорія ймовірностей. Випадкові події: Навч. посібник. – К.: Книжкове вид-во НАУ, 2006. – 108 с.
2. Ластівка І.О., Паламарчук Ю.А., Теорія ймовірностей та математична статистика: Практикум для студентів економічних спеціальностей.– К.:Книжкове вид-во НАУ, 2009. – 236 с.
3. Жлуктенко В.І., Наконечний С.І. Теорія ймовірностей і математична статистика. – Ч. 1 Теорія ймовірностей. – К.: КНЕУ, 2000. – 304 с.
4. Гмурман В.Е. Введение в теорию вероятностей и математическую статистику. – М.: Высш. шк. 1966.
5. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике. – М.: Высш. шк., 1979.
6. Михайленко В.В., Ластівка І.О. Теорія ймовірностей і математична статистика. – К.: Книжкове вид-во НАУ, 2013. – 562 с.

Методичні рекомендації

1. Опрацювання матеріалу лекцій
2. Підготовка до практичних занять
3. Виконання домашніх завдань до практичних занять
4. Виконання індивідуального домашнього завдання
5. Опрацювання літератури.

Питання для самоконтролю

1. Сформулюйте основні принципи комбінаторики (суми і добутку).
2. Які сполуки називаються розміщеннями із n елементів по k ($k \leq n$) Наведіть формулу для обчислення їх числа і дайте приклади розміщень.
3. Які сполуки називаються перестановками? Наведіть формулу їх числа n елементів і дайте приклади перестановок.
4. Які сполуки називаються сполученнями (комбінаціями) із n елементів по k ($k \leq n$). Наведіть формулу їх числа і дайте приклади сполучень.

5. Що таке випадкова подія? достовірна? неможлива? простір елементарних подій? Дайте означення і наведіть приклади.
6. Які події називаються несумісними? сумісними? протилежними? Наведіть приклади.
7. Які події утворюють повну групу? Наведіть приклади.
8. Що називається сумою подій? добутком? Назвіть властивості і дайте геометричну інтерпретацію операцій над подіями.
9. Дайте означення ймовірності події: а) класичне; б) геометричне; в) статистичне. Назвіть властивості ймовірності та наведіть приклади обчислення ймовірностей.

Тема 2. Теорема додавання та множення ймовірностей. Формула повної ймовірності. Формули Байєса

Завдання для самостійної роботи

1. Теорема додавання і множення ймовірностей.
2. Повна ймовірність. Формули Байєса.

Література

1. Ластівка І.О., Мартиненко В.П., Паламарчук Ю.А., Шевченко І.В. Вища математика. Модуль 8. Теорія ймовірностей. Випадкові події: Навч. посібник. – К.: Книжкове вид-во НАУ, 2006. – 108 с.
2. Ластівка І.О., Паламарчук Ю.А., Теорія ймовірностей та математична статистика: Практикум для студентів економічних спеціальностей.– К.:Книжкове вид-во НАУ, 2009. – 236 с.
3. Жлуктенко В.І., Наконечний С.І. Теорія ймовірностей і математична статистика. – Ч. 1 Теорія ймовірностей. – К.: КНЕУ, 2000. – 304 с.
4. Гмурман В.Е. Введение в теорию вероятностей и математическую статистику. – М.: Высш. шк. 1966.
5. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике. – М.: Высш. шк., 1979.
6. Михайленко В.В., Ластівка І.О. Теорія ймовірностей і математична статистика. – К.: Книжкове вид-во НАУ, 2013. – 562 с.

Методичні рекомендації

1. Опрацювання матеріалу лекцій
2. Підготовка до практичних занять
3. Виконання домашніх завдань до практичних занять
4. Виконання індивідуального домашнього завдання
5. Опрацювання літератури.

Питання для самоконтролю

1. Сформулюйте теорему додавання для несумісних подій та її наслідки.
2. Які події називаються незалежними? залежними? Наведіть приклади.
3. Дайте означення умовної ймовірності. Наведіть приклади її обчислення.
4. Сформулюйте теорему ймовірностей залежних подій; незалежних. Наведіть наслідки з цих теорем.
5. Сформулюйте теорему додавання для сумісних подій. Який вигляд вона має для незалежних подій? для залежних?

6. Сформулюйте і доведіть формулу повної ймовірності.
7. Які події називають гіпотезами? Чому дорівнює сума ймовірностей гіпотез?
8. Сформулюйте формули Байєса для ймовірностей гіпотез.

Тема 3. Повторні незалежні випробування. Формула Бернуллі. Граничні теореми схеми Бернуллі

Завдання для самостійної роботи

1. Повторні незалежні випробування. Формула Бернуллі. Найвірогідніше число успіхів появи деякої події у n випробуваннях Бернуллі.
2. Локальна теорема Муавра-Лапласа. Основні властивості функції Гаусса.
3. Інтегральна теорема Муавра-Лапласа. Основні властивості функції Лапласа.
4. Теорема Пуассона.

Література

1. Ластівка І.О., Мартиненко В.П., Паламарчук Ю.А., Шевченко І.В. Вища математика. Модуль 8. Теорія ймовірностей. Випадкові події: Навч. посібник. – К.: Книжкове вид-во НАУ, 2006. – 108 с.
2. Ластівка І.О., Мартиненко В.П., Паламарчук Ю.А., Шевченко І.В. Вища математика. Модуль 9. Теорія ймовірностей. Випадкові величини: Навч. посібник. – К.: Книжкове вид-во НАУ, 2007. – 164 с.
3. Ластівка І.О., Паламарчук Ю.А., Теорія ймовірностей та математична статистика: Практикум для студентів економічних спеціальностей.– К.:Книжкове вид-во НАУ, 2009. – 236 с.
4. Жлуктенко В.І., Наконечний С.І. Теорія ймовірностей і математична статистика. – Ч. 1 Теорія ймовірностей. – К.: КНЕУ, 2000. – 304 с.
5. Гмурман В.Е. Введение в теорию вероятностей и математическую статистику. – М.: Высш. шк. 1966.
6. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике. – М.: Высш. шк., 1979.

Методичні рекомендації

1. Опрацювання матеріалу лекцій
2. Підготовка до практичних занять
3. Виконання домашніх завдань до практичних занять
4. Виконання індивідуального домашнього завдання.
5. Опрацювання літератури.

Питання для самоконтролю

1. Які випробування називаються незалежними? випробуваннями Бернуллі?
2. Назвіть формулу Бернуллі для ймовірності появи k разів деякої події у n випробуваннях Бернуллі. В чому полягає наслідок з теореми Бернуллі?
3. Наведіть формулу найвірогіднішого числа появи деякої події у n випробуваннях Бернуллі.
4. Сформулюйте теорему Пуассона про ймовірність появи деякої події k разів у n випробуваннях Бернуллі.
5. Сформулюйте локальну теорему Муавра-Лапласа.
6. Яка функція називається функцією Гаусса? Назвіть її основні властивості і дайте геометричну інтерпретацію.

7. Сформулюйте інтегральну теорему Муавра-Лапласа.
8. Яка функція називається функцією Лапласа? Назвіть її основні властивості і дайте геометричну інтерпретацію.
9. Сформулюйте теорему Бернуллі про ймовірність відхилення відносної частоти від сталої ймовірності.

Тема 4. Дискретні випадкові величини (ДВВ), числові характеристики та закони розподілу. Системи двох ДВВ

Тема 5. Неперервні випадкові величини (НВВ). Функція та щільність розподілу ймовірностей. Закони розподілу НВВ

Завдання для самостійної роботи

1. Означення та види випадкових величин.
2. Ряд розподілу дискретної випадкової величини.
3. Функція розподілу випадкової величини та її властивості.
4. Щільність розподілу випадкової величини та її властивості.
5. Числові характеристики випадкових величин та їхні властивості.
6. Імовірнісна твірна функція та її застосування для знаходження числових характеристик дискретних розподілів.
7. Розподіли цілочисельної дискретної випадкової величини.
8. Розподіли неперервних випадкових величин.
9. Закон великих чисел.
10. Поняття системи двох випадкових величин. Матриця розподілу системи дискретних випадкових величин та ряди розподілу її складових.
11. Функція розподілу системи двох випадкових величин та її властивості.

Література

1. Ластівка І.О., Мартиненко В.П., Паламарчук Ю.А., Шевченко І.В. Вища математика. Модуль 8. Теорія ймовірностей. Випадкові події: Навч. посібник. – К.: Книжкове вид-во НАУ, 2006. – 108 с.
2. Ластівка І.О., Мартиненко В.П., Паламарчук Ю.А., Шевченко І.В. Вища математика. Модуль 9. Теорія ймовірностей. Випадкові величини: Навч. посібник. – К.: Книжкове вид-во НАУ, 2007. – 164 с.
3. Ластівка І.О., Паламарчук Ю.А., Теорія ймовірностей та математична статистика: Практикум для студентів економічних спеціальностей.– К.:Книжкове вид-во НАУ, 2009. – 236 с.
4. Жлуктенко В.І., Наконечний С.І. Теорія ймовірностей і математична статистика. – Ч. 1 Теорія ймовірностей. – К.: КНЕУ, 2000. – 304 с.
5. Гмурман В.Е. Введение в теорию вероятностей и математическую статистику. – М.: Высш. шк. 1966.
6. Гмурман В.Е. Руководство к решению задачи по теории вероятностей и математической статистике. – М.: Высш. шк., 1979.

Методичні рекомендації

1. Опрацювання матеріалу лекцій
2. Підготовка до практичних занять
3. Виконання домашніх завдань до практичних занять
4. Виконання індивідуального домашнього завдання.

5. Опрацювання літератури.

Питання для самоконтролю

1. Що таке випадкова величина?
2. Яка величина називається дискретною?
3. Що таке ряд розподілу? многокутник розподілу?
4. Чому дорівнює сума ймовірностей у ряді розподілу?
5. Що таке інтегральна функція розподілу.
6. Який графік має функція розподілу для дискретних випадкових величин?
7. Що таке закон розподілу дискретної випадкової величини? Назвіть способи задання закону розподілу. Наведіть приклади.
8. В чому полягає біномний закон розподілу ДВВ? Наведіть приклад.
9. Поясніть, в чому полягає розподіл Пуассона ДВВ? Наведіть приклад.
10. В чому полягає геометричний та гіпергеометричний розподіли ДВВ? Наведіть приклади.
11. Що таке математичне сподівання ДВВ? Який ймовірнісний зміст математичного сподівання?
12. Назвіть основні властивості математичного сподівання ДВВ.
13. Що таке дисперсія ДВВ?
14. Назвіть та доведіть основні властивості дисперсії ДВВ. Як обчислити дисперсію?
15. Що таке відхилення ДВВ від її математичного сподівання? Чому дорівнює його математичне сподівання?
16. Що таке середнє квадратичне відхилення ДВВ?
17. Як обчислити числові характеристики однаково розподілених незалежних випадкових величин?
18. Яка функція називається інтегральною функцією розподілу випадкових величин? Що є графіком функції розподілу ДВВ?
19. За якою формулою знаходять диференціальну функцію розподілу? Назвіть її властивості.
20. Для яких випадкових величин існує інтегральна функція розподілу?
21. Для яких випадкових величин існує диференціальна функція розподілу?
22. Яка величина називається випадковою? дискретною випадковою? неперервною випадковою величиною?
23. Назвіть основні властивості функції розподілу випадкової величини. Що є графіком функції розподілу неперервної випадкової величини (НВВ)?
24. Що називається диференціальною функцією розподілу (щільністю розподілу)? Який зв'язок між інтегральною і диференціальною функціями розподілу?
25. Назвіть основні властивості щільності розподілу.
26. Як обчислюються числові характеристики НВВ?

Модуль 2 «Елементи математичної статистики»

Тема 6. Статистичний розподіл вибірки. Числові характеристики генеральної та вибіркової сукупностей

Література

1. Михайленко В.В., І. О. Ластівка. Теорія ймовірностей і математична статистика : підручник. – К. : НАУ-друк, 2013. – 564 с.
2. Ластівка І.О., Коновалюк В.С., Паламарчук Ю.А., Трофименко В.І. Вища математика. Модуль 10. Математична статистика: Навч. посібник. – К.: Книжкове вид-во НАУ, 2007. – 100 с.
3. Ластівка І.О., Паламарчук Ю.А., Теорія ймовірностей та математична статистика: Практикум для студентів економічних спеціальностей.– К.:Книжкове вид-во НАУ, 2009. – 236 с.
4. Жлуктенко В.І., Наконечний С.І., Савіна С.С. Теорія ймовірностей і математична статистика. – Ч. 2. Математична статистика . – К.: КНЕУ, 2001. – 336 с.
5. Гмурман В.Е. Введение в теорию вероятностей и математическую статистику. – М.: Высш. шк. 1966.
6. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике. – М.: Высш. шк., 1979.

Методичні рекомендації

1. Опрацювання матеріалу лекцій.
2. Підготовка до практичних занять.
3. Виконання домашніх завдань до практичних занять.
4. Виконання індивідуального домашнього завдання .

Питання для самоконтролю

1. Дати визначення генеральної та вибіркової сукупності.
2. Що називається варіантою, варіаційним рядом?
3. Що таке частота, відносна частота варіант?
4. Дати визначення дискретного статистичного розподілу вибірки.
5. \bar{x}_B, D_B, σ_B для дискретного статистичного розподілу вибірки.
6. Що таке медіана, мода дискретного статистичного розподілу?
7. Що називається емпіричною функцією (комулятою)?
8. Властивість $F^*(x)$.
9. Що називається інтервальним статистичним розподілом вибірки?
10. \bar{x}_B, D_B, σ_B для інтервального статистичного розподілу.
11. Що являє собою полігон частот і відносних частот?
12. Що називається гістограмою частот і відносних частот?
13. Що таке початковий момент k -го порядку?
14. Що таке центральний момент k -го порядку?
15. Асиметрія і ексцес статистичного розподілу вибірки.
16. Що називається розмахом, коефіцієнтом варіації?
17. $F^*(x)$ для інтервального статистичного розподілу вибірки.

Тема 7. Точкові та інтервальні статистичні оцінки параметрів розподілу

Література

1. Михайленко В.В., І. О. Ластівка. Теорія ймовірностей і математична статистика : підручник. – К. : НАУ-друк, 2013. – 564 с.

2. Ластівка І.О., Коновалюк В.С., Паламарчук Ю.А., Трофименко В.І. Вища математика. Модуль 10. Математична статистика: Навч. посібник. – К.: Книжкове вид-во НАУ, 2007. – 100 с.
3. Ластівка І.О., Паламарчук Ю.А., Теорія ймовірностей та математична статистика: Практикум для студентів економічних спеціальностей.– К.:Книжкове вид-во НАУ, 2009. – 236 с.
4. Жлуктенко В.І., Наконечний С.І., Савіна С.С. Теорія ймовірностей і математична статистика. – Ч. 2. Математична статистика . – К.: КНЕУ, 2001. – 336 с.
5. Гмурман В.Е. Введение в теорию вероятностей и математическую статистику. – М.: Высш. шк. 1966.
6. Гмурман В.Е. Руководство к решению задача по теории вероятностей и математической статистике. – М.: Высш. шк., 1979.

Методичні рекомендації

1. Опрацювання матеріалу лекцій.
2. Підготовка до практичних занять.
3. Виконання домашніх завдань до практичних занять.
4. Виконання індивідуального домашнього завдання .

Питання для самоконтролю

1. Що називається точковою статистичною оцінкою?
2. Що таке незміщена точкова статистична оцінка?
3. Що таке зміщена точкова статистична оцінка?
4. Що називають ефективною точковою статистичною оцінкою?
5. Що називають ґрунтовною точковою статистичною оцінкою?
6. У чому сутність методу найменших квадратів?
7. У чому сутність методу максимальної правдоподібності?
8. Що є точковою незміщеною статистичною оцінкою для \bar{X}_T ?
9. Що означає точкова незміщена статистична оцінка для D_T ?
10. Що називається виправленою дисперсією, виправленим середнім квадратичним відхиленням?
11. Визначення інтервальної статистичної оцінки для параметрів генеральної сукупності.
12. Що називають точністю і надійністю оцінки?
13. Що називають довірчим інтервалом?
14. Як побудувати довірчий інтервал із заданою надійністю γ при відомому значенні σ_T ?
15. Як побудувати довірчий інтервал для \bar{X}_T із заданою надійністю γ при невідомому значенні σ_T ?
16. Як побудувати довірчий інтервал для \bar{X}_T із заданою надійністю γ при невідомому значенні σ_T і при обсягах вибірки $n > 30$?
17. Як побудувати довірчий інтервал із заданою надійністю γ для D_T, σ_T при обсягах вибірки $n < 30$?
18. Як побудувати довірчий інтервал із надійністю γ для σ_T , використовуючи розподіл χ ?

Тема 8. Статистичні гіпотези. Статистичний критерій. Побудова критичної області. Параметричні статистичні гіпотези

Тема 9. Перевірка гіпотези про нормальний розподіл генеральної сукупності. Критерій узгодженості Пірсона

Література

1. Михайленко В.В., І. О. Ластівка. Теорія ймовірностей і математична статистика : підручник. – К. : НАУ-друк, 2013. – 564 с.
2. Ластівка І.О., Коновалюк В.С., Паламарчук Ю.А., Трофименко В.І. Вища математика. Модуль 10. Математична статистика: Навч. посібник. – К.: Книжкове вид-во НАУ, 2007. – 100 с.
3. Ластівка І.О., Паламарчук Ю.А., Теорія ймовірностей та математична статистика: Практикум для студентів економічних спеціальностей.– К.:Книжкове вид-во НАУ, 2009. – 236 с.
4. Жлуктенко В.І., Наконечний С.І., Савіна С.С. Теорія ймовірностей і математична статистика. – Ч. 2. Математична статистика . – К.: КНЕУ, 2001. – 336 с.
5. Гмурман В.Е. Введение в теорию вероятностей и математическую статистику. – М.: Высш. шк. 1966.
6. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике. – М.: Высш. шк., 1979.

Методичні рекомендації

1. Опрацювання матеріалу лекцій.
2. Підготовка до практичних занять.
3. Виконання домашніх завдань до практичних занять.
4. Виконання індивідуального домашнього завдання .

Питання для самоконтролю

1. Дати визначення нульової та альтернативної гіпотез.
 1. Які гіпотези називають параметричними?
 2. Які гіпотези називають непараметричними?
 3. Що називають простою та складною статистичними гіпотезами?
 4. Що називається статистичним критерієм?
 5. Що називається емпіричним значенням критерію?
 6. Область прийняття нульової гіпотези, критична область, критична точка.
 7. Які Ви знаєте критичні області?
 8. Загальна методика перевірки правильності нульової гіпотези.
 9. Що таке рівень значущості α ?
 10. Помилки першого та другого роду.
 11. Що таке потужність критерію?
 12. Перевірка правильності $H_0 : \bar{x}_T = a$, при альтернативних гіпотезах $H_\alpha : \bar{x}_T < a; \bar{x}_T > a; \bar{x}_T \neq a$.
 13. Який закон розподілу має випадкова величина $z = \frac{\bar{x}_B - a}{\sigma(\bar{x}_B)}$?

14. Знаходження критичних точок для статистичного критерію $z = \frac{\bar{x}_B - a}{\sigma(\bar{x}_B)}$.
15. Коли застосовується статистичний критерій $z = \frac{\bar{x}_B - a}{\frac{S}{\sqrt{n}}}$?
16. Який закон розподілу ймовірностей має статистичний критерій $z = \frac{\bar{x}_B - a}{\frac{S}{\sqrt{n}}}$?
17. Перевірка правильності $H_0 : M(X) = M(Y)$ при $n > 40$.
18. Який закон розподілу ймовірностей має статистичний критерій $z = \frac{\bar{x}_B - \bar{y}_B}{\sigma(\bar{x}_B - \bar{y}_B)}$?
19. Який статистичний критерій застосовується для перевірки правдивості $H_0 : M(X) = M(Y)$, якщо $n < 40$?
20. Який закон розподілу ймовірностей має статистичний критерій $z = \frac{\bar{x}_B - \bar{y}_B}{\sqrt{\frac{(n'-1)S_x^2 + (n''-1)S_y^2}{n'+n''-2}} \sqrt{\frac{1}{n'} + \frac{1}{n''}}}$?
21. Перевірка правильності $H_0 : D_x = D_y$.
22. Який статистичний критерій вибирається для перевірки правильності $H_0 : D_x = D_y$?
23. Який закон розподілу ймовірностей має статистичний критерій $F = \frac{S_\delta^2}{S_M^2}$?
24. Які існують підстави для висунення гіпотези про закон розподілу ознаки генеральної сукупності?
25. Що називають емпіричними частотами?
26. Що називають теоретичними частотами?
27. Записати формулу для теоретичної частоти, якщо припускається, що ознака X має пуассонівський закон розподілу ймовірностей.
28. Записати формулу для обчислення теоретичних частот, якщо припускається, що ознака X генеральної сукупності має експоненціальний закон розподілу.
29. Записати формули для обчислення теоретичних частот, якщо припускається, що ознака X генеральної сукупності має нормальний закон розподілу.
30. Критерій узгодженості Пірсона.
31. Загальна методика перевірки правильності H_0 про закон розподілу ознаки генеральної сукупності.