**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ**

**НАЦІОНАЛЬНИЙ АВІАЦІЙНИЙ УНІВЕРСИТЕТ**

**Аерокосмічний факультет**

**Кафедра комп’ютеризованих електротехнічних систем та технологій**

**КОНСПЕКТ ЛЕКЦІЙ**

**З ДИСЦИПЛІНИ «ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ЕЛЕКТРОТЕХНІКИ»**

**за спеціальністю 141 «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка»**

**Укладач: к.т.н., с.н.с., доцент Сірий Д.Т.**

Конспект лекцій розглянутий та схвалений

на засіданні кафедри комп’ютеризованих

електротехнічних систем та технологій.

Протокол № 13 від 22.08.2023 р.

**Завідувач кафедри Квасніков В.П.**

**ЛЕКЦІЇ №1**

**Модуль №1 "Традиційні методи аналізу електричних кіл"**

**Тема 1. Вступ. Елементи та параметри електричних кіл**

**План лекції №1**

1.1. Електричне коло та його елементи

1.2. Позитивний напрямок електричного струму та напруги

1.3. Пасивні елементи електричного кола

1.3.1. Резистори

1.3.2. Індуктивна котушка

1.3.3. Конденсатори

1.4. Активні елементи електричного кола та їх параметри

1.4.1. Джерело електрорушійної сили

1.4.2. Джерела струму

1.4.3. Еквівалентні перетворення джерел

**Література:** 1. Зеленков О.А., Шахов В.П., Бунчук О.О. Лінійні електричні кола постійного та змінного струму: Конспект лекцій.: НАУ, 2003. – 156 с.

2. Сірий Д.Т. Теоретичні основи електротехніки. Курс лекцій. Електрон. варіант.   
2019 р., 211 с.

**ЗМІСТ ЛЕКЦІЇ**

* 1. **Електричне коло та його елементи**

Електричне коло – це сукупність пристроїв та об’єктів, що утворюють шлях для електричного струму, електромагнітні процеси в яких можуть бути описані за допомогою понять про електрорушійну силу, струм та напругу.

Основними складовими частинами електричного коло (рис. 1.1) є джерела електричної енергії (1), приймачі (споживачі) електричної енергії (2) та пристрої для захисту, передачі і розподілу електричної енергії (3).

В джерелах електричної енергії (гальванічні елементи, акумулятори, термоелементи, генератори тощо) відбувається перетворення хімічної, теплової, механічної чи інших сторонніх енергій в електричну.

В споживачах електричної енергії (електролампи, нагріваючи пристрої, електродвигуни тощо) відбувається перетворення електричної енергії в світлову, теплову, механічну чи інші види енергії.

До пристроїв захисту, передачі і розподілу електричної енергії відносяться провід, приладдя комутації, управління, розподілу та захисту а також контрольно-вимірювальна апаратура.

*І*

*S*

1

3

А

V

Рис. 1.1

2

На рис.1.1 приведене найпростіше електричне коло. Якщо в цьому колі замкнути вимикач *S*, то утвориться замкнутий шлях (коло), по якому під дією ЕРС джерела енергії буде протікати електричний струм *І*. Визначення величини струму і є метою розрахунку любого електричного кола.

З метою спрощення процесу аналізу та розрахунку електричних кіл використовують ряд ідеалізацій. Однією з таких ідеалізацій є введення поняття елемента електричного кола. Це дозволяє всі реальні електротехнічні пристрої та об’єкти і все електричне коло в цілому подати як сукупність цих елементів.

Елементом електричного кола називається окремий пристрій, що входить до складу електричного кола і виконує в ньому певну функцію.

Розрізняють пасивні і активні елементи електричного кола.

**1.2. Позитивний напрямок електричного струму та напруги**

Електричним струмом називається упорядкований рух заряджених частинок під дією електричного поля.

Термін «електричний струм» і поняття про напрямок струму були введені французьким фізиком А.Ампером.

За позитивний напрямок струму вважають напрямок руху позитивних зарядів, тобто від позитивного полюсу джерела електричної енергії до негативного в колах постійного струму, або від більшого потенціалу до меншого в колах змінного струму.

При розрахунку електричних кіл позитивний напрям струму вибирається довільно і позначається стрілкою на лінії проводу. Якщо при розрахунку струм вийшов з від’ємним знаком, то це вказує на те, що його дійсний напрям протилежний вибраному. При вказаному напряму струму на рис. 1.2 означає, що *V1 > V2*.

2

R

*V1*

1

*U12*

*V2*

Рис. 1.2

Позитивний напрям напруги співпадає з позитивним напрямом струму.

*U12 = I R = V1 – V2.*

**1.3. Пасивні елементи електричного кола**

До пасивних елементів електричного кола відносяться резистори, індуктивні котушки та конденсатори.

**1.3.1. Резистори**

Резистор – це елемент електричного кола, призначений для використання його електричного опору.

Якщо в резисторі враховується тільки його опір, то він називається ідеалізованим. В ідеалізованому резисторі проходить тільки незворотний процес перетворення електричної енергії в теплову. Умовне графічне зображення резисторів приведено на рис. 1.3.

Параметром резистора на постійному струмі є електричний опір постійному струму.

Електричний опір – це скалярна величина, що дорівнює відношенню постійної напруги на ділянці електричного кола до постійного струму в ньому, при відсутності на ділянці ЕРС

*R* = [*,* Ом].



Одиницею вимірювання електричного опору являється *Ом* (за ім’ям німецького вченого Г.Ома). *Ом* – це опір провідника, між кінцями якого при силі струму 1*А* виникає напруга 1*В*.

або

а) резистор постійний б) резистор змінний

Рис. 1.3

Опір резистора при заданій величині струму *І* характеризує інтенсивність перетворення електричної енергії в теплову.

Перетворення електричної енергії в теплову широко застосовується на ЛА. Це пристрої від обмерзання, обігрів приладів, системи управління тощо. Але наявність опору в пристроях і об’єктах в багатьох випадках являється причиною небажаних теплових втрат. Це має місце в генераторах, двигунах, електричних вимірювальних пристроях тощо. В таких пристроях стараються їх електричний опір зробити як можна меншим.

Потужність, яка виділяється на резисторі, дорівнює *P = I2**R* [Вт].

Енергія, яка виділяється на резисторі за час *t*, дорівнює

*W = P t = I2 R t* [Дж].

Опір циліндричного дроту визначається за формулою

*R = ρ l/S*,

де: *l* – довжина дроту [м];

*S* – площа поперечного перерізу [м2];

*ρ* – питомий електричний опір [Ом м].

Величина ρ, яка приведена в довідниках, відповідає температурі 20º*С*. При іншій температурі опір визначається за формулою

*Rt = R [1+ α (tº - 20º С)],*

де: *α* – температурний коефіцієнт опору матеріалу дроту.

Часто користуються замість опору зворотною величиною, яка називається електричною провідністю

,



де – питома електрична провідність [Cм/м].



Одиницею вимірювання провідності являється Сіменс [S, См].

Залежність напруги на резисторі від струму в ньому *U(I)* називається вольт-амперною характеристикою (ВАХ).

Якщо електричний опір резистора завжди постійний і не залежить від величини і напряму струму чи напруги, то такий резистор називається лінійним, а його ВАХ має вигляд прямої лінії (рис. 1.4).

Рис. 1.4

α1

α2

0

U2

U1

U

I1

I

R2

R1

R(I)

Резистор називається нелінійним, якщо його опір залежить від величини та напряму струму чи напруги. ВАХ таких резисторів має нелінійний характер.

*R1 = U1 /I1 = tg α1,*

*R2 = U2 /I1 = tg α2,*

*α2 > α1* і *R2 > R1.*

**1.3.2. Індуктивна котушка**

Індуктивна котушка – це елемент електричного кола, призначений для використання його індуктивності.

Якщо в індуктивній котушці враховується тільки індуктивність, то вона називається ідеалізованою. Струм, який протікає в ідеалізованій котушці, утворює тільки магнітний потік *Ф* [Вб].

Магнітний потік, обумовлений струмом в індуктивній котушці і зчеплений з усіма її витками *w*, називається потокозчепленням самоіндукції

*Ψ = Ф w* [Вб].

Параметром індуктивної котушки є індуктивність.

Індуктивність – це скалярна величина, що дорівнює відношенню потокозчеплення самоіндукції елемента до струму в ньому

*L = Ψ/I* [Н,Гн].

Одиницею індуктивності є Генрі [Н, Гн].

Індуктивність характеризує здатність елемента збуджувати магнітне поле (потокозчеплення). Чим більша індуктивність, тим більше потокозчеплення буде збуджувати елемент при протіканні по ньому одного і того ж струму.

L=const

І

0

L(І)

Ψ

Рис. 1.5

Залежність потокозчеплення самоіндукції *Ψ* від струму *І* елемента називається вебер-амперною характеристикою. Ця залежність може буті лінійною або нелінійною, відповідно індуктивність теж може бути лінійною або нелінійною. Якщо потокозчеплення самоіндукції елемента змінюється за часом, то в ньому виникає ЕРС самоіндукції

.



Знак “**–**”, згідно закону Ленца, відображає принцип електромагнітної інерції, за яким ЕРС самоіндукції визиває струм, який створює перепону зміні потокозчеплення.

Якщо індуктивність елемента постійна, то

.



Умовне графічне зображення індуктивної котушки, у відповідності до ГОСТ 2.723-68 (СЕ СЭВ 869-78), приведене на рис. 1.6.

Енергія, запасена в магнітному полі індуктивної котушки, дорівнює:

L

Рис. 1.6

.



**1.3.3. Конденсатори**

Конденсатор – це елемент електричного кола, призначений для використання його ємності.

Якщо в конденсаторі враховується тільки ємність, то він називається ідеалізованим. Ідеалізований конденсатор збуджує тільки електричне поле. В теорії електричних кіл будемо розглядати тільки ідеалізовані конденсатори.

Параметром конденсатора є електрична ємність.

Електрична ємність – це скалярна величина, яка дорівнює відношенню заряду конденсатора до напруги між його електродами (пластинами):

C=Q/U.

Одиницею електричної ємності є фарада [F, Ф], назву одиниці дано за ім’ям англійського вченого М.Фарада.

Чим більше ємність конденсатора, тим більше буде його заряд при одній і тій же напрузі між електродами.

Залежність заряду від напруги на обкладинках конденсатора називається кулон-вольтною характеристикою.

Якщо ємність конденсатора постійна, то такий елемент називається лінійним, а його кулон-вольтна характеристика – пряма лінія. Якщо ємність конденсатора змінюється в залежності від напруги, то він називається нелінійним, його кулон-вольтна характеристика нелінійна.

При зарядці і розрядці конденсатора через нього протікає електричний струм, величина якого може бути визначена за формулою: *i*=.



Якщо величина ємності конденсатора постійна, то струм через конденсатор буде дорівнювати: *i=C.*

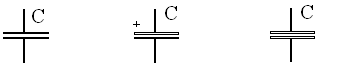


Енергія, яка накопичується в електричному полі конденсатора, дорівнює:

We=



Умовне графічне зображення конденсатора, у відповідності до ГОСТ 2.728-74 (СТ СЭВ 864-78), приведене на рис. 1.7).



|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| а) загальне | б) електролітичний | в) електролітичний |
| позначення; | поляризований | неполяризований |
|  | Рис. 1.7 |  |

**1.4. Активні елементи електричного кола та їх параметри**

До активних елементів електричного кола відносяться джерела електричної енергії.

Принципи роботи джерел електричної енергії різні:

- електроме3ханічні генератори, які перетворюють механічну енергію в електромагнітну;

- електрохімічні джерела (акумуляторні батареї);

- термогенератори, які перетворюють теплову енергію в електромагнітну;

- фотогенератори (фотоелементи), які перетворюють світлову енергію в електромагнітну.

Основною характеристикою джерел електричної енергії є залежність напруги на їх затискачах від струму, який віддається в навантаження, тобто вольт-амперна характеристика (ВАХ) джерела. В загальному випадку ВАХ джерела можуть бути лінійними і нелінійними.

В залежності від області застосування і властивостей джерел, їх прийнято умовно розділяти на джерела електрорушійної сили (ЕРС) і джерела струму.

ЕРС – це скалярна величина, яка характеризує здатність стороннього поля визивати електричний струм.

**1.4.1. Джерело електрорушійної сили**

Джерелом ЕРС називається джерело електричної енергії, яке характеризується ЕРС і внутрішнім електричним опором (*Е* і *Rвт*), при цьому *Rвт* << *Rн.*

Напрямок ЕРС вказується стрілкою в середині кружка, що вказує на напрямок зростання потенціалу в середині джерела за рахунок сторонніх сил (рис. 1.8).

Під дією ЕРС джерела *Е* в колі буде протікати електричний струм *І*, який визве падіння напруги на внутрішньому опорі *Rвт*:

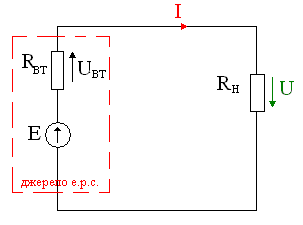


Рис. 1.8

*Uвт= IRвт.*

Тоді напруга на затискачах джерела буде дорівнювати:

*U=E - IRвт* (1.1)

Це і є зовнішня характеристика джерела ЕРС.

Звідси: *IRн=E - IRвт,*

або *I=* – закон Ома для замкнутого нерозгалуженого кола.



Величина струму прямо пропорційна ЕРС джерела і обернено пропорційна повному опору кола.

Повний опір кола *R* – це сума внутрішнього опору джерела і опору приймача, тобто:

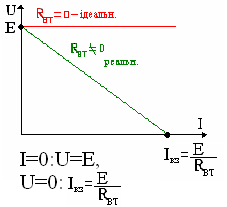


Рис. 1.9

Рис. 1.9

*R= Rвт + Rн.*

При постійних *Е* і *Rв* зовнішня характеристика джерела – це пряма лінія, яка проходить через точку *Е* на осі ординат і точку *Ікз* на осі абсцис*,* де

*Ікз=* – струм короткого замикання, коли *U* = 0 (*R*=0).



Зобразимо зовнішню характеристику реального джерела ЕРС (рис. 1.9).

Струм короткого замикання, звичайно, в багато разів перевищує дозволений струм джерела, тому такий режим є аварійним

Із виразу (1.1) слідує, що падіння напруги на *Rвт* приводить до зменшення напруги на приймачі.

При *Rвт=*0 напруга на затискачах джерела ЕРС буде постійною і дорівнюватиме ЕРС, тобто не залежить від струму навантаження. Таке джерело ЕРС називається ідеальним.

В режимі, близькому до режиму ідеального джерела ЕРС, працюють джерела енергії, в яких внутрішній опір в багато разів менший опору навантаження, тобто коли *Rвт* << *Rн.*

Приклад: – авіаційний акумулятор.

**1.4.2. Джерела струму**

Джерелом струму називається джерело електричної енергії, яке характеризується струмом в ньому і внутрішньою провідністю (*I* і *Gвт*), при

цьому *Rвт* >> *Rн* (рис. 1.10).

*J* – струм джерела струму;

Джерело струму

I

J

U

Gвт

Rн

Iвт

Рис. 1.10

*Gвт* –внутрішня провідність;

*І* – стум навантаження;

*Івт* – струм, що проходить через *Gвт*.

За І законом Кірхгофа:

*J= Івт + І.*

Враховуючи, що *Івт =U Gвт,*

звідки: *U=,*



отримаємо: – це зовнішня характеристика джерела струму.



Із даного виразу слідує, що при постійних *J* та *Gвт*зовнішня характеристика джерела струму – це пряма лінія, яка проходить через точку

*J/Gвт* на осі ординат і точку *J* на осі абсцис.

Зобразимо зовнішню характеристику реального джерела струму   
(рис. 1.11).

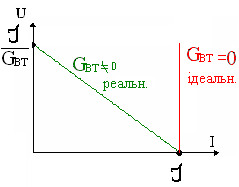


Рис. 1.11

J

0



Таким чином, в режимі короткого замикання при *U* = 0 i *Rн* = 0, весь струм джерела струму *J* проходить через споживач.

В режимі холостого ходу, при *Rн*= ∞ і *І=0*, весь струм *J* проходить через внутрішню провідність *Gвт*, а напруга на затискачах джерела струму буде дорівнювати *J/Gвт.*

При *Gвт*= 0 струм джерела *J* буде постійним незалежно від величини опору навантаження *Rн*Напруга на навантаженні в цьому випадку буде дорівнювати *U=J Rн.*

Такі джерела називаються ідеальними джерелами струму. Його зовнішня характеристика – це пряма, паралельна осі ординат *U*.

Ідеальне джерело струму – це джерело струму, внутрішня провідність *Gвт* якого дорівнює нулю.

В режимі, близькому до режиму ідеального джерела струму, працюють джерела енергії, в яких внутрішній опір в багато разів більше опору навантаження, тобто *Rвт >>Rн* .

Приклад:– електронне (лампове) джерело, у якого струм навантаження залишається практично постійним.

**1.4.3. Еквівалентні перетворення джерел**

Для спрощення розрахунку електричних кіл джерело ЕРС. може бути замінене джерелом струму або навпаки (рис. 1.12). Така заміна повинна бути еквівалентною. Формули еквівалентної взаємної заміни джерел приведені на рис. 1.12.

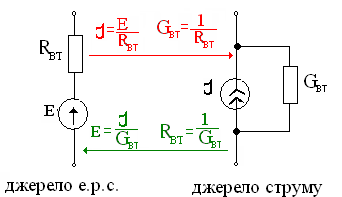


Рис. 1.12

J

J

J

Таким чином, джерело струму, еквівалентне джерелу ЕРС, повинне генерувати струм, рівний струму КЗ джерела ЕРС, і мати паралельну провідність

.

**Контрольні запитання до лекції №1**

Відпрацювати матеріал лекції та відповісти на запитання.

Відповіді давати найкоротші ПИСЬМОВО. Варіант запитань вибирати за порядковим номером в списку класу.

1. 5. – студент перший за списком класу відповідає на перше та п’яте питання і т. д.)
2. 5. Важливість введення поняття елемента електричного кола?
3. 6. Елемент електричного кола? Які розрізняють елементи електричного кола?
4. 7. Позитивний напрямок електричного струму та напруги?
5. 8. Пасивні ідеалізовані елементи електричного кола та іх параметри?
6. 1. Активні елементи електричного кола? Чому дорівнює внутрішній опір ідеального джерела ЕРС та ідеального джерела струму?
7. 2. Схема електричного кола, її основні елементи?
8. 3. Еквівалентні взаємні перетворення джерел ЕРС та струму?
9. 4. Визначення вузла, вітки (гілки), контуру та незалежного контуру?

**ЛЕКЦІЇ №2**

**Модуль №1 "Традиційні методи аналізу електричних кіл"**

**Тема 2. Теорія та розрахунок лінійних електричних кіл постійного струму**

**План лекції №2**

1. Лінійні електричні кола та геометрія електричного кола

2. Основні закони електричних кіл

3. Закон Ома для активної ділянки кола

4. Перший закон Кірхгофа

5. Другий закон Кірхгофа

**Література:** 1. Зеленков О.А., Шахов В.П., Бунчук О.О. Лінійні електричні кола постійного та змінного струму: Конспект лекцій.: НАУ, 2003. – 156 с.

2. Сірий Д.Т. Теоретичні основи електротехніки. Курс лекцій. Електрон. варіант.   
2019 р., 211 с.

**ЗМІСТ ЛЕКЦІЇ**

**2.1. Лінійні електричні кола та геометрія електричного кола**

Електричне коло називається лінійним, якщо всі елементи, які входять в нього (активні і пасивні), являються лінійними, тобто електричні опори, індуктивності і ємності ділянок цього кола не залежать від величин та напрямків струмів і напруг.

Процеси в лінійних електричних колах описуються лінійними диференціальними або алгебраїчними рівняннями. Усталені процеси в лінійних електричних колах постійного струму описуються лінійними алгебраїчними рівняннями.

Лінійні кола являються ідеалізацією реальних кіл.

В реальних колах електричний опір елементів, звичайно, змінюється за рахунок нагріву їх струмом, що протікає в них.

Крім того, зовнішні характеристики джерел електричної енергії неможна вважати лінійними.

Але в багатьох задачах електричне коло можна вважати лінійним. Це пояснюється тим, що в робочому діапазоні змін струмів і напруг кола, нелінійність ВАХ його елементів незначна і не впливає на точність результатів розрахунку.

Для полегшення розрахунку електричних кіл складається їх електрична схема.

Схемою електричного кола називається графічне зображення електричного кола, яке має умовне позначення його елементів і показує послідовність їх з’єднання.

При зображенні схеми електричного кола користуються умовними графічними позначеннями, які встановлені Держстандартами.

Основними елементами схем електричних кіл являються: гілка, вузол, контур, а також двополюсник та чотириполюсник.

Розглянемо ці поняття на прикладі конкретного електричного кола   
(рис. 1.13).

Гілка – це ділянка електричного кола, вздовж якої протікає один і той же струм.

Рис. 1.13

4

I6

I5

I4

I3

I2

I7

R6

R5

Е7

2

R2

J1

R4

1

1

3

Е3

Е4

Число гілок позначається буквою *р*. Для приведеного кола *р=7*.

Гілки бувають активними (з джерелом електричної енергії) і пасивними (без джерела енергії). Гілка може складатися із одного пасивного або активного елемента, а також представляти собою послідовне з`єднання декількох елементів.

Вузол – це місце з`єднання трьох і більше гілок.

Розрізняють поняття геометричного і потенціального вузлів. Геометричні вузли можуть бути об`єднані в один потенціальний вузол.

Число вузлів кола позначається буквою *q*, для приведеного кола *q=4.*

Контур – це замкнутий шлях, який проходить через декілька гілок і вузлів розгалуженого електричного кола. Число контурів позначається буквою *n*.

Двополюсник – це частина електричного кола з двома відокремленими затискачами, котрі називаються полюсами. На електричних схемах двополюсник зображається у вигляді прямокутника (рис.1.14).

b

b

а

а

E

R

П

А

Рис. 1.14

В середині прямокутника вказуються позначення двополюсника: П – пасивний, в якому відсутні активні елементи; А – активний, в якому присутні активні елементи.

Чотириполюсник – це частина електричного кола, яка має дві пари клем (полюсів), які можуть бути вхідними (*а* і *b*), або вихідними (*c* i *d*) (рис. 1.15).

d

c

R3

b

а

E1

R1

П

Рис. 1.15

d

с

b

а

А

Чотириполюсники можуть бути пасивними (П) і активними (А).

**2.1. Основні закони електричних кіл**

До основних законів електричних кіл відносяться закони Ома, перший і другий закони Кірхгофа та закон Джоуля.

**2.1.1. Закон Ома для активної ділянки кола**

Як відомо, закон Ома для простого кола має наступний вигляд:

.



Простим електричним колом називається одноконтурне коло, або коло, яке в результаті простих перетворень може бути зведене до одноконтурного.

Закон Ома може бути застосований не тільки до простого електричного кола, але й до окремої її ділянки.

Розглянемо активну ділянку кола (рис. 2.1):

E1

R2

І

R1

1

2

3

4

5

Рис. 2.1

E2

Va

Вважаємо, що потенціали точок 1 і 5 відомі і дорівнюють відповідно *Vа*та *Vб*. Задамося напрямком струму *І* і визначимо потенціали решти точок.

Для вибраного напряму струму потенціал *V2 < V1*на величину падіння напруги на *R1* і дорівнює *V2 = V1 – R1 І*.

Потенціал *V3 > V2*, так як на цій ділянці включене джерело ЕРС і напрямок переходу від точки 2 до точки 3 співпадає з напрямом ЕРС, тому

*V3 = V2 + E1.*

Потенціал *V4 < V3* і дорівнює *V4 = V3 – R2 І*.

Потенціал *V5 < V4* і дорівнює *V5 = V4 – E2*, так як напрямок переходу від точки 4 до точки 5 не співпадає з напрямком ЕРС.

Просумуємо окремо ліву і праву частини отриманих рівнянь:

*V2 + V3 + V4 + V5 = V1 - R1 І+ V2 + E1 + V3 - R2 І + V4 - E2.*

Вирішимо останнє рівняння відносно струму *І*:

– це є закон Ома для активної ділянки кола.



В загальному випадку закон Ома для ділянки кола записується так:

.



де *Vа – Vб* = *Uаб* – різниця потенціалів між крайніми точками *а* і *б* при позитивному напрямку струму від точки *а* до точки *б*;

*∑Ек* – алгебраїчна сума ЕРС, діючих на ділянці електричного кола (ЕРС записується з позитивним знаком, якщо її напрямок співпадає з вибраним напрямком струму, і навпаки);

*∑ Rк* – повний опір ділянки кола.

Закон Ома для пасивної ділянки кола:



Частковим випадком є відома формула:

.



Якщо в результаті розрахунку струм *І* вийшов з від’ємним знаком, то це означає, що дійсний напрямок струму протилежний вибраному.

**2.1.2. Перший закон Кірхгофа**

Дійсний для вузла електричного кола і читається так:

«Алгебраїчна сума струмів у вузлі електричного кола дорівнює нулю»

.



Перший закон Кірхгофа є наслідком неперервності струму і не накопичення зарядів у вузлах електричного кола.

I3

I4

I1

I5

I2

Рис. 2.2

Струми, які течуть до вузла, будемо вважати додатними, а які витікають – від’ємними.

Для вузла електричного кола рис. 2.2 маємо:

.



Для електричного кола, яке має *q* вузлів, за першим законом Кірхгофа можна скласти (*q* - 1) незалежних рівнянь.

**2.1.3. Другий закон Кірхгофа**

Дійсний для контуру електричного кола і читається так:

«Алгебраїчна сума ЕРС в довільному контурі електричного кола дорівнює алгебраїчній сумі падінь напруг на пасивних елементах цього контуру»:

,



де: *m* – число джерел ЕРС в даному контурі;

*n* – число пасивних елементів в цьому контурі.

Для складання рівнянь за ІІ законом Кірхгофа необхідно:

– вибрати позитивні напрями струмів у гілках;

– довільно задатися напрямом обходу контуру;

– зі знаком "+" беруться ЕРС і спади напруг від тих струмів, напрям яких співпадає з напрямом обходу контуру і навпаки.

Для прикладу запишемо рівняння за ІІ законом Кірхгофа для зовнішнього контуру 1-2-3-4 електричного кола рис. 2.3.

R4

E2

E3

R2

R1

1

4

2

3

I4

I3

I2

I1

E1

Рис. 2.3

J

UJ

a

б

Задамося напрямками обходу контуру і струмів у гілках. Рівняння за ІІ законом Кірхгофа буде таким:

.



Якщо в контурі є джерела струму з напругою *UJk* на їх затискачах, то   
ІІ закон Кірхгофа приймає такий вигляд:

,



де *р* – число джерел струму.

Наприклад, рівняння за ІІ законом Кірхгофа для внутрішнього контуру 1-а-б-4 електричного кола рис. 2.3 запишеться так:

.



Якщо в цьому контурі і всі ЕРС замінити напругами, напрям яких протилежний напряму ЕРС, то другий закон Кірхгофа прийме такий вигляд:

,



де *m* – число активних та пасивних елементів кола.

**Контрольні запитання до лекції №2**

Відпрацювати матеріал лекції та відповісти на запитання.

Відповіді давати найкоротші ПИСЬМОВО. Варіант запитань вибирати за порядковим номером в списку класу.

1. 5. Схема електричного кола, її основні елементи?

2. 4. Визначення вузла, вітки (гілки), контуру та незалежного контуру?

3. 1.Назвати основні закони електричних кіл. Сформулюйте закон Ома для активної ділянки кола (узагальнений закон Ома).

4. 2. Перший закон Кірхгофа, для якого елемента схеми електричного кола він діє.

5. 2. Другий закон Кірхгофа, для якого елемента схеми електричного кола він діє.

**ЛЕКЦІЇ №3**

**Модуль №1 "Традиційні методи аналізу електричних кіл"**

**Тема 2. Теорія та розрахунок лінійних електричних кіл постійного струму**

**План лекції №3**

1. Закон Джоуля-Ленца

2. Потенціальна діаграма

3 Приклади застосування законів Ома і Кірхгофа для розрахунку електричних кіл постійного струму

**Література:** 1. Зеленков О.А., Шахов В.П., Бунчук О.О. Лінійні електричні кола постійного та змінного струму: Конспект лекцій.: НАУ, 2003. – 156 с.

2. Сірий Д.Т. Теоретичні основи електротехніки. Курс лекцій. Електрон. варіант.   
2019 р., 211 с.

**ЗМІСТ ЛЕКЦІЇ**

**1. Закон Джоуля-Ленца**

При протіканні електричного струму по проводу відбувається його нагрів. Це говорить про те, що електрична енергія джерела *W* перетворюється в теплову *Q*.

Російський академік Е. Х. Ленц і англійський вчений Джоуль незалежно один від одного дослідним шляхом встановили, що кількість тепла *Q*, яке виділяється струмом в проводі, пропорційне квадрату струму, опору провідника і часу протікання струму, тобто витраченій джерелом електричній енергії:

.



В міжнародній системі одиниць *СІ* одиницею енергії і тепла є джоуль.

Цей закон представляє собою частковий випадок закону збереження і перетворення енергії.

Електрична енергія за одиницю часу називається потужністю:

.



Враховуючи, що *IR = U*, отримаємо:

.



**2. Потенціальна діаграма**

Потенціальною діаграмою називається графічне зображення розподілу потенціалів вздовж контуру в залежності від опорів елементів цього контуру.

Розглянемо замкнутий контур (рис. 2.4).

За відомими *Ек; Rк; Ік* визначимо потенціали точок *Vк*.

Задамося напрямками струмів у гілках і напрямком обходу.

При побудові потенціальної діаграми будемо враховувати такі правила:

1. Якщо струм в резисторі співпадає з напрямком обходу, то потенціал наступної точки зменшується, і навпаки.

2. Якщо напрямок ЕРС співпадає з напрямком обходу контуру, то потенціал наступної точки збільшується, і навпаки.

3. Потенціал однієї із точок приймаємо рівним нулю.

Нехай *V1*=0, тоді:

.

Рис 2.5

V

1

α1

R

5

4

2

3

1

U42

U43

R3

R1

R2

α3

R3

E2

E3

R2

5

R1

1

4

2

3

I3

I2

I1

E1

Рис. 2.4

При побудові потенціальної діаграми (рис. 2.5) по осі абсцис відкладаються в масштабі опори ділянок (елементів) контуру в порядку їх слідування при обході контуру.

По осі ординат відкладаються значення потенціалів.

На потенціальній діаграмі тангенси кутів нахилу відрізків прямих ліній пропорційні величині струмів, які протікають у відповідних гілках:

.

Потенціальна діаграма дозволяє визначити різницю потенціалів між будь-якими точками контуру і струми в гілках.

**3. Приклади застосування законів Ома і Кірхгофа для розрахунку електричних кіл постійного струму**

**Задача №1**

Визначити струми в гілках електричного кола, схема якого зображена на рис. Р2.1,а, якщо: *U =* 130 В, *R1 =* 10 Ом, *R2 =* 15 Ом,   
*R3 =* 8 Ом, *R4 =* 12 Ом, *R5* = 24 Ом.

*U*

*I*

*I3*

*I1*

*I4*

*I5*

*R3*

*I2*

*R5*

*R4*

*R2*

*R1*

Рис. Р2.1,а

*I*

*2*

*1*

*3*

Розв’язання

1. Замінимо кожне паралельне з’єднання резисторів одним еквівалентним резистором (рис. Р2,б) та знайдемо їх опори.

,

*U345*

*U12*

*R345*

*U*

*I*

*R12*

Рис. Р2.1,б

;

Тому .

2. Визначимо струм в електричному колі (рис. Р2.1,б)

3. Знайдемо струми кожної гілки.

За правилом «чужої гілки»:

За допомогою напруги на паралельних гілках:

;

**Задача №2**

Визначити струми в гілках електричного кола, схема якого зображена на рис. Р2.2,а, за допомогою еквівалентних перетворень та закону Ома. Перевірити розрахунок за балансом потужностей.

Параметри електричного кола: *E1 =* 75 В; *J2 =* 9 А; *R1 =* 3,5 Ом; *R3 =* 10 Ом;

*R4 =* 3 Ом; *R5 =* 5 Ом, *R6 =* 7,5 Ом.

Розв’язання

*R1*

1. Перетворимо «зірку» резисторів *R4, R5, R6*, в еквівалентний «трикутник» резисторів *R7, R8, R9*, і підрахуємо їх опори.

*R1*

Замінимо (рис. Р2.2,б):

*1*

*R3*

*I3*

*R7*

*R9*

*2*

*R3*

*J2*

*R8*

*E1*

*I4*

*I1*

*R4*

*I5*

*R6*

*3*

*1*

*I6*

*E1*

J2

*2*

*R5*

Рис. P2.2,a

Рис. P2.2,б

*3*

а) паралельно з’єднані резистори *R3* та *R9* одним еквівалентним *R39*:

б) джерело струму *J2* джерелом ЕРС:

E28 = J2∙R8 = 9∙25 = 225 В;

в) дві паралельні гілки – з джерелом Е.Р.С. E1 та резисторами R1, R7 –одною гілкою з джерелом Е.Р.С. *E17* і еквівалентним резисторoм *R17* (дивись табл.2.1, стор. 21):

;

1. Визначимо струм простого кола (рис. Р2.2,в).

Два джерела ЕРС, діючих зустрічно, замінимо одним еквівалентним:

*Eе. = E28 – E17 =* 225 – 60 *=* 165 В

Три послідовно з’єднаних резистори замінимо одним еквівалентним:

*R17*

*Rе. = R17 + R39 + R8* = 2 + 6 + 25 = 33 Ом

Тоді за законом Ома:

*І*

*R17*

*2*

*E28*

*3*

*R39*

*1*

*E17*

*R8*

Рис. Р2.2,в

1. Приймаємо потенціал точки 3 в схемі (рис. Р2.2,в) рівним нулю *V =* 0 і визначаємо відносно цієї точки потенціали точок 1 та 2:

*V1 = R39∙I =* 6∙5 = 30 В;

*V2 = - R8∙I + E28* = -25∙5 + 225 = 100 В.

Внаслідок еквівалентності перетворень вузлові точки 1,2,3 початкової схеми (рис. Р2.2,a) мають такі ж потенціали.

1. Задаємося позитивними напрямками струмів в гілках (рис. Р2.2,а) і визначимо їх значення:

а) за законом Ома:

; *I2 = J2;* .



б) За І законом Кірхгофа:

для вузла 1: *І4 = І1 + І3* = 2 + 3 = 5 А;

для вузла 2: *І5 = І1 + І2* = 2 + 9 = 11 А;

для вузла 3: *І6 = І2 - І3* = 9 - 3 = 6 А;

6. Перевіряємо за балансом потужностей:

∑Pдж. = ∑Pсп.

∑Pдж. = E1∙I1 + (V2 – V3)∙J2 = 75∙2 + 100∙9 = 1050 Вт

∑Pсп. = ∑Rк∙Iк2 = 2,5∙22 + 10∙32 + 3∙52 + 5∙112 +7,5∙62 = 1050 Вт

Баланс виконується, отже, задача розв’язана правильно.

**Контрольні запитання до лекції №3**

Відпрацювати матеріал лекції та відповісти на запитання.

Відповіді давати найкоротші ПИСЬМОВО. Варіант запитань вибирати за порядковим номером в списку класу.

1. Закон Джоуля-Ленца.
2. Одиниці вимірювання енергії і тепла?
3. Потенціальна діаграма.
4. Як за потенціальною діаграмою визначити різницю потенціалів між будь-якими точками контуру?
5. Як за потенціальною діаграмою визначити струми в гілках?
6. Складне електричне коло, які методи використовують для їх розрахунку. Сутність методу еквівалентних перетворень.
7. Послідовне та паралельне з’єднання резисторів, визначення їх еквівалентних опорів.
8. Еквівалентний опір двох паралельно з’єднаних резисторів.
9. З’єднання резисторів "зіркою" та "трикутником".

**ЛЕКЦІЇ №4**

**Модуль №1 "Традиційні методи аналізу електричних кіл"**

**Тема 2. Теорія та розрахунок лінійних електричних кіл постійного струму**

**План лекції №4**

1. Еквівалентні перетворення електричних кіл

1.1. Послідовне з’єднання резисторів

1.2. Паралельне з’єднання резисторів

1.3. Змішане з’єднання резисторів

1.4. З’єднання резисторів "зіркою та "трикутником"

2. Складне електричне коло

3. Розрахунок складних електричних кіл методом рівнянь Кірхгофа

**Література:** 1. Зеленков О.А., Шахов В.П., Бунчук О.О. Лінійні електричні кола постійного та змінного струму: Конспект лекцій.: НАУ, 2003. – 156 с.

2. Сірий Д.Т. Теоретичні основи електротехніки. Курс лекцій. Електрон. варіант.   
2019 р., 211 с.

**ЗМІСТ ЛЕКЦІЇ**

**1. Еквівалентні перетворення електричних кіл**

Перетворення лінійних електричних кіл застосовується для спрощення конфігурації початкового кола і зменшення числа його гілок.

При цьому повинні виконуватись наступні умови еквівалентності перетворень:

– потужність, яку споживає коло до і після перетворень, повинна бути однаковою;

– струми і напруги на тих ділянках, котрі не підлягали перетворенню, повинні залишитися незмінними.

Розглянемо основні види перетворення пасивних електричних кіл.

**1.1. Послідовне з’єднання резисторів**

Це таке з’єднання, при якому через всі елементи протікає один і той же струм.

Зобразимо електричну. схему послідовного з’єднання *n* резисторів   
(рис 2.6).

За ІІ законом Кірхгофа для даної схеми маємо:



*U*

*Un*

*U1*

*R2*

*I*

*U2*

*U*

*Re*

*I*

Рис. 2.6

*R1*

*Rn*

Таким чином, при послідовному з’єднанні резисторів еквівалентний (загальний) опір кола дорівнює сумі опорів окремих резисторів.

Послідовне з’єднання елементів застосовують часто для ділення напруги.

**1.2. Паралельне з’єднання резисторів**

Це таке з’єднання, при якому всі ділянки кола приєднуються до одної пари вузлів, тобто знаходяться під дією однієї і тієї ж напруги.

Зобразимо електричну схему паралельного з’єднання *n* резисторів   
(рис. 2.7).

*I*

За І законом Кірхгофа маємо:

*Re*

*In*

*Rn*

*U*

*R1*

*I*

*U*

Рис 2.7

*R2*

*I1*

*I2*

1

2

*I*



Таким чином, при паралельному з’єднанні резисторів еквівалентна провідність кола дорівнює сумі провідностей окремих гілок.

Розглянемо частковий випадок, коли два резистори з’єднані паралельно (рис 2.8).

В цьому випадку:

*U*

*R1*

*I*

Рис 2.8

*R2*

*I1*

*I2*



Визначимо струми в гілках:

і , після підстановки *U* маємо:



і – це правило "чужої гілки".



Струм в одній із двох паралельних гілок дорівнює струмові в нерозгалуженій частині кола, помноженому на опір "чужої" гілки і поділеному на суму опорів обох гілок.

**1.3. Змішане з’єднання резисторів**

Змішаним з’єднанням резисторів називається поєднання послідовного і паралельного з’єднань (рис. 2.9):

*U*

*R1*

*I3*

Рис 2.9

*I1*

*I2*

*R2*

*R3*

Еквівалентний опір такого кола дорівнює:

.



Порядок розрахунку кола:

- визначаємо еквівалентний опір *Re*;

- визначаємо струм в нерозгалуженій ділянці кола: ;



- визначаємо напругу на паралельній ділянці:



- визначаємо струми в гілках: і .



**1.4. З’єднання резисторів "зіркою та "трикутником"**

З’єднанням "трикутником" називається з’єднання трьох елементів кола в замкнутий контур з трьома вершинами (рис. 2.10,а).

З’єднанням "зіркою" називається з’єднання трьох елементів кола у вигляді трьох променів, які розходяться із одного вузла (рис. 2.10,б).

Часто при розрахунку електричних кіл необхідно перейти від з’єднання "зіркою" до "трикутника" і навпаки. При цьому перетворення повинні бути еквівалентними.

В

RСА

Рис. 2.10,а

С

RАВ

RВС

А

Рис. 2.10,б

С

В

RА

RС

RВ

А

Формули еквівалентного переходу від "трикутника" до "зірки":



Формули еквівалентного переходу від "зірки " до "трикутника":



Приклади інших еквівалентних перетворень приведені в таблиці 2.1.

**2. Складне електричне коло**

Складне електричне коло – це розгалужене електричне коло, що має дві і більше активних гілок.

Рис. 1.11

4

I6

I5

I4

I3

I2

I7

R6

R5

Е7

2

R2

J1

R4

1

1

3

Е3

Е4

Розглянемо складне електричне коло (рис.2.11).

Коло має: гілок *р*=7; вузлів *q*=4; незалежних контурів *n=p-(q-1)*=4.

Розрахувати електричне коло – це значить за заданими параметрами джерел електричної енергії та опорами пасивних елементів визначити струми у всіх гілках кола.

За відомими струмами потім розраховуються напруги на окремих ділянках кола, потужності, що віддаються джерелами та споживаються приймачами.

Задачі, в яких за відомою конфігурацією електричного кола та параметрами його елементів визначаються струми, напруги та потужності на всіх ділянках кола, відносяться до задач аналізу електричних кіл.

Задачі, в яких за заданими функціями електричних кіл необхідно визначити їх структуру та параметри, відносяться до задач синтезу електричних кіл.

В подальшому ми будемо розглядати лише задачі аналізу електричних кіл.

Для розрахунку складних електричних кіл використовують методи:

еквівалентних перетворень; рівнянь Кірхгофа; контурних струмів;

накладання; вузлових потенціалів; еквівалентного генератора та інші.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Таблиця 2.1 | | | |
| Еквівалентні перетворення | | | |
| № п/п | Схема | Еквівалентна схема | Формули перетворення |
| 1 |  |  |  |
| 2 |  |  |  |
| 3 |  |  |  |
| 4 |  |  |  |
| 5 |  |  |  |
| 6 |  |  |  |
| 7 |  |  |  |
| 8 |  |  |  |
| 9 |  |  |  |
| 10 |  |  |  |
| 11 |  |  |  |
| 12 |  |  |  |
| 13 |  |  |  |
| 14 |  |  |  |
| 15 |  |  |  |
| 16 |  |  |  |
| 17 |  |  |  |
| 18 |  |  |  |
| 19 |  |  |  |

**3. Розрахунок складних електричних кіл методом рівнянь Кірхгофа**

Розрахунок складних електричних кіл даним методом полягає в складанні рівнянь за І-м та ІІ-м законами Кірхгофа для вузлів та контурів електричного кола.

Загальне число рівнянь повинно бути рівним числу невідомих струмів, тобто числу гілок електричного кола *p*. При цьому рівняння повинні бути алгебраїчно незалежними.

За І-м законом Кірхгофа складається *q-1* рівнянь (*q*-е рівняння є наслідком попередніх *q-1* рівнянь і, отже, являється залежним).

Вузли, відносно яких складаються незалежні рівняння за І-м законом Кірхгофа, називаються незалежними. В електричному колі, що має *q* вузлів, будь-які *q-1* вузли являються незалежними, а останній, що залишився – залежним.

За ІІ-м законом Кірхгофа складаються решта рівнянь для незалежних контурів, кількість яких можна визначити за формулою: *n=p-(q-1)*,

де *p* – число гілок;

*q* – число вузлів;

*n* – число незалежних контурів.

Незалежним контуром називається контур електричного кола, що відрізняється від інших контурів хоча б однією гілкою.

Для забезпечення незалежності рівнянь, складених за ІІ законом Кірхгофа, необхідно, щоб вони відповідали незалежним контурам, якими є елементарні контури.

Рис. 1.12

*І2*

R3

*І1*

E1

R1

*І3*

E2

R2

ІІ

І

Елементарним називається контур, що не містить внутрішніх гілок. На рис. 1.12 контури І та ІІ ‑ елементарні контури.

Розглянемо послідовність розрахунку складного кола методом рівнянь Кірхгофа на конкретному прикладі (рис.1.13).

Виконаємо аналіз схеми: *p=6; q=4.*

ІІІ

3

2

1

І5

І5

І6

І3

І4

І1

E3

R3

E2

R2

E4

R4

R6

R5

E1

R1

ІІ

І

Рис. 1.13

Отже, за І-м законом Кірхгофа необхідно скласти *q-1*=*3* рівнянь, а за   
ІІ-м – решту *n=p-(q-1)=3* рівнянь.

Складемо рівняння за І-м законом Кірхгофа, для цього довільно задамося напрямами струмів в гілках:

1 вузол: *І1+І2+І6*=0;

2 вузол: *-І1-І3-І4*=0;

3 вузол: *І3-І5-І2*=0.

Якщо скласти рівняння для четвертого вузла, то воно виявиться наслідком трьох попередніх і може бути одержане складанням записаних трьох рівнянь.

Складемо рівняння за ІІ-м законом Кірхгофа, для цього виберемо три незалежних контури і довільно задамося напрямом обходу:

І контур: *R1 I1-R6 I6-R4 I4=E1-E4;*

ІІ контур: *R4 I4-R5 I5-R3 I3=E4-E3;*

ІІІ контур: *R6 I6-R2 I2+R5 I5=-E2.*

Якщо скласти рівняння для четвертого (зовнішнього) контуру, то воно буде залежним, так як в четвертому контурі немає нових гілок.

Розв’язавши систему з 6-ти рівнянь визначимо 6 невідомих струмів. Якщо при розрахунку виявиться, що струм має від’ємне значення, то це означає, що його дійсний напрям протилежний вибраному.

Знаючи струми в гілках можна за законом Ома визначити спади напруг на елементах кола.

Якщо електричне коло окрім джерел ЕРС містить ще й джерела струму, струми яких являються заданими величинами, то в цьому випадку число незалежних рівнянь для визначення невідомих струмів дорівнює *p - nJ*, де *nJ* – число гілок з ідеальними джерелами струму.

Тоді за ІІ законом Кірхгофа необхідно скласти *n=p-(q-1)-nJ* незалежних рівнянь. При цьому необхідно враховувати, що незалежні контури, для яких складаються рівняння за ІІ законом Кірхгофа не повинні містити гілки з ідеальними джерелами струму.

Розглянемо електричне коло (рис. 1.14).

4

3

2

1

І1

І4

І5

І2

R4

J6

J7

R1

R5

ІІІ

ІІ

Рис. 1.14

R3

І3

E3

E2

І

ІVVV

Проведемо аналіз кола: *p=7; q=4; nJ =2.*

За І-м законом Кірхгофа складемо *q-1*=*3* рівнянь:

1 вузол: *-J7+І1-І4+J6*=0;

2 вузол: *J7-І1-І2+І3*=0;

3 вузол: *І2+І4-І5*=0.

За ІІ-м законом Кірхгофа складемо *n=p-(q-1)-nJ*=7-3-2=2 рівнянь для ІІ та ІІІ контурів, в які не входять ідеальні джерела струму:

ІІ контур: *I1 R1+I4 R4=E2;*

ІІІ контур: *I3 R3+I5 R5=E3-E2.*

Недоліком методу рівнянь Кірхгофа є його складність, так як необхідно розв’язувати систему *р* рівнянь.

Правильність розрахунку електричних кіл перевіряється за допомогою рівняння балансу потужностей.

**Контрольні запитання до лекції №4**

Відпрацювати матеріал лекції та відповісти на запитання.

Відповіді давати найкоротші ПИСЬМОВО. Варіант запитань вибирати за порядковим номером в списку класу.

1. Сутність методу еквівалентних перетворень. Основні умови еквівалентності перетворень.
2. Складне електричне коло, які методи використовують для їх розрахунку.
3. Послідовне та паралельне з’єднання резисторів, визначення їх еквівалентних опорів.
4. Еквівалентний опір двох паралельно з’єднаних резисторів.
5. Правило «чужої гілки»?
6. З’єднання резисторів "зіркою" та "трикутником".
7. Формули еквівалентного переходу від "трикутника" до "зірки"?
8. Формули еквівалентного переходу від "зірки " до "трикутника?
9. Метод рівнянь Кірхгофа. Скільки рівнянь необхідно скласти?

**ЛЕКЦІЇ №5**

**Модуль №1 "Традиційні методи аналізу електричних кіл"**

**Тема 2. Теорія та розрахунок лінійних електричних кіл постійного струму**

**План лекції №5**

1. Баланс потужностей

2. Розрахунок складних електричних кіл методом контурних струмів

3. Розрахунок складних електричних кіл методом вузлових потенціалів. Коло з двома вузлами

**Література:** 1. Зеленков О.А., Шахов В.П., Бунчук О.О. Лінійні електричні кола постійного та змінного струму: Конспект лекцій.: НАУ, 2003. – 156 с.

2. Сірий Д.Т. Теоретичні основи електротехніки. Курс лекцій. Електрон. варіант.   
2019 р., 211 с.

**ЗМІСТ ЛЕКЦІЇ**

**1. Баланс потужностей**

Правильність розрахунку електричних кіл перевіряється за допомогою рівняння балансу потужностей: «Алгебраїчна сума потужностей, що віддаються джерелами електричної енергії, дорівнює арифметичній сумі потужностей, що споживаються приймачами»

*ΣРд=ΣРп* , або *ΣЕк Ік=ΣІк2 Rк.*

Добуток *Ек Ік*береться з додатнім знаком,якщо напрямки ЕРС та струму в гілці співпадають, тобто джерело віддає енергію в коло. Добуток *ЕкІк* береться з від’ємним знаком, якщо напрямки ЕРС та струму в гілці протилежні, тобто джерело споживає енергію.

Якщо в електричному колі крім джерел ЕРС є ще й джерела струму, то рівняння балансу потужностей запишеться в такому вигляді:

*Σ(Ек Ік+UJk Jк)=ΣІк2 Rк,*

де *UJk Jк=РJk* – потужність *к*-го джерела струму.

Добуток *UJk Jк* береться з додатнім знаком, якщо напрямки струму та напруги джерела струму протилежні.

Добуток *UJk Jк* береться з від’ємним знаком, якщо напрямки струму та напруги джерела струму співпадають.

**2. Розрахунок складних електричних кіл методом**

**контурних струмів**

Метод контурних струмів є одним з основних методів розрахунку лінійних кіл постійного струму.

Метод оснований на застосуванні ІІ закону Кірхгофа і дозволяє скоротити число розв’язуваних рівнянь.

В цьому випадку необхідно скласти стільки рівнянь, скільки незалежних контурів є в розглянутому колі, тобто *n=p-(q-1)* рівнянь.

При цьому рівняння складається для контурних струмів.

Контурним струмом називається умовний розрахунковий струм, що протікає через всі елементи тільки даного контуру.

Контурні струми позначаються на схемах вигнутими стрілками, а індекси позначаються римськими цифрами.

Розглянемо розрахунок складного електричного кола методом контурних струмів на конкретному прикладі.(рис. 2.15).

Проведемо аналіз схеми: *p*=6; *q*=4; *n=p-(q-1)*=3.

IIІ

IІ

ІIII

І5

R4

І4

І3

R3

R5

E5

E3

E4

R6

E2

Рис. 2.15

І1

E1

R1

І2

R2

І6

Отже, необхідно скласти 3 контурних рівнянь.

Виберемо незалежні контури, задамо напрямки контурних струмів *ІІ, ІІІ* та *ІІІІ*, а також напрямки струмів в гілках *І1,...,І6*.

Складемо за ІІ законом Кірхгофа систему рівнянь для контурних струмів, так звані контурні рівняння. При цьому напрямки обходу контурів визначаються напрямком контурних струмів:

*I1(R1+R4+R6)-III R6-IIII R4=E1+E4;*

*-I1 R6+III (R2+R5+R6)-IIII R5=E5-E2;*

*-II R4-III R5+IIII (R3+R4+R5)=E3-E5-E4.*

Введемо наступні поняття.

Власний опір контуру – це сума опорів всіх елементів, що входять до даного контуру. Будемо позначати його *Rmm*:

*R11=R1+R4+R6* – власний опір контуру І;

*R22=R2+R5+R6* – власний опір контуру ІІ;

*R33=R3+R4+R5* ‑ власний опір контуру ІІІ.

Взаємний опір контуру – це опір, що належить двом суміжним контурам. Будемо позначати його *Rmn:*

*R12=R21=R6* – взаємний опір І та ІІ контурів;

*R13=R31=R4* – взаємний опір І та ІІІ контурів;

*R23=R32=R5* – взаємний опір ІІ та ІІІ контурів.

Контурна ЕРС – це алгебраїчна сума ЕРС, що входять в даний контур.

*EI=E1+E4 –* контурна ЕРС контуру І;

*EII=E5-E2 –* контурна ЕРС контуру ІІ;

*EIII=E3-E5-E4* – контурна ЕРС контуру ІІІ.

Тоді контурні рівняння можна переписати в такому вигляді:

*II R11-III R12-IIII R13=EI;*

*-II R21+III R22-IIII R23=EII;*

*II R31-III R32+IIII R33=EIII.*

Розв’язавши дану систему трьох рівнянь з трьома невідомими, визначимо контурні струми *II, III, IIII*.

На основі контурних струмів визначаємо дійсні струми в гілках електричного кола. При цьому необхідно врахувати наступні правила.

1. В гілці, яка входить лише в один контур, дійсний струм дорівнює контурному струму.

*I1=II; I2= -III; I3=IIII.*

2. В гілці, що належить двом суміжним контурам, дійсний струм дорівнює алгебраїчній сумі контурних струмів:

*I4=II -IIII; I5=III -IIII; I6=III -II.*

Правильність розрахунку електричного кола перевіряється за допомогою рівнянь балансу потужностей:

*ΣEкIк=ΣIк2Rк.*

Для нашого випадку одержимо:

*E1 I1+E2 I2+E3 I3+E4 I4+E5 I5=I12R1+I22R2+I32R3+I42R4+I52R5+I62R6.*

*Якщо в колі є вітки (гілки) з джерелами струму, то число контурних рівнянь можна зменшити на число таких віток. При цьому незалежні контури вибираються так, щоб кожне джерело струму входило тільки в один контур. Тоді контурний струм в них буде дорівнювати струму відповідного джерела струму.*

**3. Розрахунок складних електричних кіл методом вузлових потенціалів. Коло з двома вузлами**

Метод вузлових потенціалів заснований на застосуванні першого закону Кірхгофа і є одним з основних методів розрахунку лінійних кіл постійного струму.

Розглянемо застосування методу на прикладі конкретного електричного кола (рис. 2.16).

Довільно задамо додатні напрями струмів в гілках. Скористаємося законом Ома для ділянки кола:



Знаючи потенціали вузлів *V1, V2, V3, V4* можна записати вирази для струмів в гілках:

*I1=(V1-V4+E1) G1;*

*I2=(V1-V4) G2;*

*I3=(V1-V2) G3;*

*I4=(V4-V2+E4) G4*; де *G1=1/R1; G2=1/R2*;… – провідності гілок.

*I5=(V2-V3+E5) G5;*

*I6=(V2-V3) G6;*

*I7=(V4-V3+E7) G7.*

Як видно з виразів для струмів, їх значення залежать не від абсолютних величин потенціалів, а від їх різниці. Тому можна збільшити, або зменшити значення всіх потенціалів вузлів на одну і ту ж величину. При цьому різниця потенціалів між вузлами електричного кола буде залишатися сталою.

І5

І6

І3

І4

І7

І2

І1

4

3

2

1

R4

R3

R2

R1

R7

R5

R6

E5

E7

E4

E1

Рис. 2.16

Змінимо потенціали всіх вузлів на таку величину, щоб потенціал одного з вузлів став рівним нулю.

Вузол, потенціал якого дорівнює нулю, називається базисним.

Нехай *V4*=0, тоді потенціали решти *q-1* вузлів визначаються відносно потенціалу базисного вузла.

Визначимо потенціали *V1, V2* та *V3*, для цього складемо рівняння за І-м законом Кірхгофа для цих вузлів:

1 вузол: *-І1-І2-І3*=0;

2 вузол: *І3+І4-І5-І6*=0;

3 вузол: *І5+І6+І7*=0.

Підставимо в ці рівняння вирази для струмів, враховуючи, що *V4*=0:

*-(V1+E1)G1-V1G2-(V1-V2)G3=0;*

*(V1-V2)G3+(-V2+E4)G4 - (V2-V3 +E5)G5 -(V2-V3)G6 =0;*

*(V2-V3+E5)G5 + (V2-V3)G6 +(-V3+E7)G7 =0.*

Перетворимо одержану систему рівнянь:

*-V1G1-E1G1- V1G2 - V1G3 + V2G3 =0;*

*V1G3 – V2G3 – V2G4 + E4G4 – V2G5 + V3G5 – E5G5 – V2G6 + V3G6 =0;*

*V2G5 – V3G5 + E5G5 + V2G6 – V3G6 – V3G7 + E7G7 =0.*

або:

*V1(G1+G2+G3)-V2G3=-E1G1;*

*-V1G3 +V2(G3+G4+G5+G6)-V3(G5+G6) =E4G4- E5G5 ;*

*-V2(G5+G6)+ V3(G5+G6 +G7) = E5G5+ E7G7.*

Таким чином, одержали систему трьох рівнянь з трьома невідомими. Визначимо значення потенціалів *V1, V2, V3* , а потім за законом Ома для ділянки кола визначимо струми в гілках.

Одержану систему вузлових рівнянь можна записати відразу за схемою електричного кола, заданих напрямків ЕРС та джерел струму в гілках. Для цього введемо допоміжні поняття та позначення.

Власна провідність вузла – це сума провідностей гілок, що з’єднуються з цим вузлом. Позначається *Gkk*:

*G11=G1+G2+G3* – власна провідність 1 вузла;

*G22=G3+G4+G5+G6*– власна провідність 2 вузла;

*G33=G5+G6+G7* – власна провідність 3 вузла.

Взаємна провідність двох вузлів – це сума провідностей гілок, що з’єднують ці два вузли. Позначається *Gkm*:

*G12=G21=G3* – взаємна провідність 1 та 2 вузлів;

*G23=G32=G5+G6*– взаємна провідність 2 та 3 вузлів.

Вузловий струм – це алгебраїчна сума добутків джерел ЕРС кожної гілки, що з’єднуються з цим вузлом, на її провідність. Позначається



Якщо електричне коло має ще джерела струму, то вузловий струм визначається так:



де *Jk* – струми джерел струму.

При цьому з додатнім знаком беруться ЕРС та струми, що направлені до вузла та навпаки.

Таким чином, вузлове рівняння, тобто рівняння, складене для вузла електричного кола, має наступну структуру:

– ліва частина – це алгебраїчна сума, взята зі знаком «плюс», добутку потенціалу вузла та власної провідності вузла, а також взятих із знаком «мінус» добутків потенціалів сусідніх вузлів та взаємних провідностей даного вузла з рештою сусідніх вузлів;

– права частина – вузловий струм даного вузла.

Наприклад, вузлове рівняння для *k*-го вузла:

*Vk Gkk -V1 Gk1 - V2 Gk2 -…- Vm Gkm* =



*Число вузлових рівнянь можна зменшити, якщо в колі є вітка тільки з джерелом ЕРС. Для цього потенціал одного із вузлів цієї вітки приймається рівним нулю, тоді потенціал іншого вузла буде дорівнювати цій ЕРС з позитивним знаком, якщо ЕРС направлена до цього вузла, чи з від’ємним знаком – в протилежному випадку.*

Метод вузлових потенціалів найбільш доцільно застосовувати, коли кількість вузлів набагато менша кількості незалежних контурів, тобто   
*(q-1)<n.*

1

2

J6

I2

R5

E4

R4

E1

R1

I1

I4

I5

R2

J3

Рис. 2.17

Особливо ефективний цей метод для розрахунку електричних кіл з двома вузлами. В цьому випадку складається лише одне вузлове рівняння.

Розглянемо електричне коло (рис. 2.17).

Виконаємо аналіз кола: *p*=6, *q*=2, *n=p-(q-1)*=5, *q < n*.

Приймемо *V2*=0, тоді вузлове рівняння для вузла 1 запишеться в вигляді:

*V1 (G1+G2+G4+ G5)= - E1 G1+J3+E4 G4- J6.*

Звідси:



За законом Ома для ділянки кола визначаємо струми в гілках:

; .



В загальному випадку потенціал одного з вузлів електричного кола з двома вузлами визначається за формулою:

.



**Контрольні запитання до лекції №5**

Дати відповіді на приведені запитання. Використовувати тільки позначення приведені на схемі.

Варіант запитання вибирти за порядковим номером в списку класу.

1. 11. – студент перший в списку класу відповідає на 1 та 11 запитання і т.д.)

IIV

V1

V4

V3

V2

U13

ІІІІ=J

I5

I4

I2

I1

I3

R5

Е2

2

E1

J

R1

R3

R2

R4

1

3

ІІІ

ІІ

4

Для приведеної схеми:

1. 11. Для вузла 1 скласти рівняння за І законом Кірхгофа.
2. 12. Для вузла 2 скласти рівняння за І законом Кірхгофа.
3. 13. Для вузла 3 скласти рівняння за І законом Кірхгофа.
4. 14. Для вузла 4 скласти рівняння за І законом Кірхгофа
5. 15. Для контуру ІІ скласти рівняння за ІІ законом Кірхгофа.
6. 16. Для контуру ІІІ скласти рівняння за ІІ законом Кірхгофа.
7. 17. Для контуру ІІІІ скласти рівняння за ІІ законом Кірхгофа.
8. 18. Для зовнішнього контуру ІІV скласти рівняння за ІІ законом Кірхгофа.
9. 19. За узагальненим законом Ома визначити струм І1 .
10. 20. За узагальненим законом Ома визначити струм І2 .
11. За узагальненим законом Ома визначити струм І3 .
12. За узагальненим законом Ома визначити струм І4 .
13. За узагальненим законом Ома визначити струм І5 .
14. Скласти рівняння балансу потужності.
15. Записати контурне рівняння для контуру ІІ.
16. Записати контурне рівняння для контуру ІІІ.
17. Записати вузлове рівняння для вузла 1.
18. Записати вузлове рівняння для вузла 2.
19. Записати вузлове рівняння для вузла 3.
20. Записати вузлове рівняння для вузла 4.

**ЛЕКЦІЇ №6**

**Модуль №1 "Традиційні методи аналізу електричних кіл"**

**Тема 2. Теорія та розрахунок лінійних електричних кіл постійного струму**

**План лекції №6**

1. Метод еквівалентного генератора

2. Принцип та метод накладання

3. Принцип компенсації та взаємності

**Література:** 1. Зеленков О.А., Шахов В.П., Бунчук О.О. Лінійні електричні кола постійного та змінного струму: Конспект лекцій.: НАУ, 2003. – 156 с.

2. Сірий Д.Т. Теоретичні основи електротехніки. Курс лекцій. Електрон. варіант.   
2019 р., 211 с.

**ЗМІСТ ЛЕКЦІЇ**

**1. Метод еквівалентного генератора**

Даний метод застосовується дл9я розрахунку струму в одній гілці складного електричного кола, а також для визначення залежності струму від опору гілки.

Розглянемо електричне коло (рис. 2.18).

Визначимо струм *I4* та встановимо залежність.



Для цього розіб’ємо складне коло на дві частини:

І частина – гілка, в якій визначається струм, тобто виділена гілка;

ІІ частина – вся решта кола, тобто двополюсник.

2

1

E3

R3

Рис. 2.18

E1

R1

R2

I4

R4

І частина

ІІ частина

2

1

E=Uxx

Rвт

I4

R4

Еквівалентний генератор

Рис. 2.19

Двополюсники бувають активні (що мають джерела електричної енергії) та пасивні (що не містять джерел електричної енергії).

Метод еквівалентного генератора оснований на теоремі про активний двополюсник, яка визначається так:

«Будь-який активний двополюсник по відношенню до виділеної гілки можна розглядати як еквівалентний генератор з внутрішнім опором *Rвт* та ЕРС, що дорівнює напрузі холостого ходу *UXX* між вхідними затискачами двополюсника при розімкненій виділеній гілці».

Тоді вихідна схема прийме вигляд, зображений на (рис. 2.19). Тут струм *І4* можна визначити за законом Ома:

.



В загальному випадку

.



Розглянемо послідовність розрахунку струму в виділеній гілці.

1. Визначаємо напругу холостого ходу *Uxx*, для чого зобразимо розрахункову схему, в якій розімкнемо виділену гілку (рис. 2.20).

Вкажемо напругу холостого ходу на затискачах виділеної гілки (вона, звичайно, співпадає з напрямом струму).

2

1

E3

R3

E1

R1

R2

Uxx

I1

I2

I3

Рис. 2.20

Задамося додатнім напрямом струмів в гілках.

Складаємо рівняння за другим законом Кірхгофа для контуру, в який входить *Uxx*:

*I3`R3+Uxx=E3*,

звідси *Uxx= E3- I3`R3*.

Визначимо струм *I3*, для цього використаємо метод вузлових потенціалів, так як маємо схему з двома вузлами.

Нехай *V2*= 0, тоді *V1 (G1+G2+G3)=E1 G1+E 3G3.*

Звідси: а струм дорівнює: *I3` =(V2 – V1+ E3) G3*.



Одержимо кінцевий вираз для напруги *Uxx:*

*Uxx= E3 – V2+ V1 - E3= V1 –V2.*

2. Визначимо внутрішній опір *Rвт* відносно затискачів 1 та 2. Для цього на розрахунковій схемі (рис. 2.21) видалимо всі джерела електричної енергії. При цьому точки підключення ідеальних джерел ЕРС замикаються накоротко, а гілки з ідеальними джерелами струму видаляються.

2

1

R3

R1

R2

Рис. 2.21

R4

0

І4

Рис. 2.22

Тоді:

*.*



3. Визначимо струм в виділеній гілці:

.



4. Зміняючи *R4* від 0 до ∞, побудуємо залежність (рис. 2.22).



**2. Принцип та метод накладання**

Принцип накладання (суперпозиції) полягає в тому , що струм в будь-якій гілці електричного кола, викликаний дією декількох джерел , дорівнює сумі струмів в цій гілці, що викликані кожним джерелом окремо (при рівності нулю решти ЕРС або струмів джерел):



де – струм в *і*-тій гілці, викликаний дією *k*-го джерела.



Принцип суперпозиції можна застосовувати лише до лінійних електричних кіл.

Для доказу методу накладання скористаємось системою контурних рівнянь, що визначають контурні струми в електричному колі рис. 2.15, яка була одержана в методі контурних струмів.

Згідно з теорією визначників, контурні струми можуть бути одержані за формулами:



; де



ΔІ, ΔІІ, ΔІІІ – часткові визначники системи, що дорівнюють:

ΔІІІ=.

Δ= – головний визначник системи,

ΔІ =;

ΔІІ =;

Якщо розкласти визначники ΔІ, ΔІІ, ΔІІІ  по елементах стовпців, то

вирази для контурних струмів приймуть такий вигляд:



де – алгебраїчні доповнення (*k*=1,2,3; *m*=1,2,3), одержані з головного визначника шляхом викреслювання у ньому *k-*го рядка та *m*-го стовпця та множенням одержаного визначника на .



Вирази для контурних струмів можна записати в наступному вигляді:

*;*



*;*



*;*



де – частина контурного струму першого контуру, що викликана першим джерелом ЕРС і т.д.



Таким чином , одержані вирази для контурних струмів представляють собою аналітичний вираз метода накладання для контурних струмів. Але контурний струм дорівнює дійсному струму, якщо гілка входить лише в один контур. Ця умова завжди може бути забезпечена відповідним вибором незалежних контурів.

Отже, метод накладання справедливий і для дійсних струмів гілок кола.

Розглянемо розрахунок складного електричного кола методом накладання на конкретному приладі (рис. 2.23).

Порядок розрахунку:

1. Визначимо струм в гілках кола при наявності лише ЕРС *Е1*, при цьому вважаємо, що *Е2* = 0.

Зобразимо відповідну електричну схему (рис. 2.23,б).

Порядок розрахунку:

Рис. 2.23

*І2*

R3

*І1*

E1

R1

*І3*

E2

R2



R3



E1

R1



R2

а)

б)



R3



R1



E2

R2

в)

Зобразимо відповідну електричну схему (рис. 2.23,б).

Струми в електричному колі в цьому випадку будуть дорівнювати



2. Визначимо струми в гілках кола при наявності лише ЕРС *Е2*, при цьому вважаємо, що *Е1* = 0.

Зобразимо відповідну електричну схему (рис. 2.23,в).

Струми в електричному колі в цьому випадку дорівнюватимуть:



3. На основі принципу накладання визначимо дійсні величини струмів в вихідній схемі:

; ; .

Метод накладання трохи громіздкий та не зручний для розрахунку. Разом з тим в ряді випадків застосування цього методу дозволяє швидко визначити струм в одній гілці, дослідити вплив зміни однієї з ЕРС. на зміну струмів в гілках, а також вирішити деякі інші задачі.

**3. Принцип компенсації та взаємності**

**3.1. Принцип компенсації**

Будь-яка частинка електричного кола з напругою *U* еквівалентна джерелу ЕРС *E* з тією ж наругою, тобто *E=U*, або будь-яка електрична гілка з струмом *I*

І

E=U

б

а

R

U

б

а

V

R

J=I

R

R

А

Рис .2.24

еквівалентна джерелу струму того ж значення, тобто *J=I*   
(рис. 2.24).

Для будь-якого резистора електричного кола можна стверджувати , що він може бути замінений ЕРС, чисельно рівною падінню напруги на цьому резисторі і направленою назустріч струму в цьому резисторі (рис. 2.25).

Докажемо це твердження, для чого добавимо в гілку з резистором *R* дві

Рис. 2.25

*I*

б

а

R

U

A

*I*

*E=U=IR*

а

б

U

A



ЕРС, що дорівнюють за величиною напрузі на резисторі *R* та направлені назустріч одна одній: *Е1=Е2 =U=RI=Е* (рис. 2.26). При цьому струм *I* не зміниться.

Складемо рівняння за II-м законом Кірхгофа для контуру *агва*:

*RI+Uва=Е1*,

Рис. 2.26

*R*

*E2*

*Uва*

*I*

*E1*

*а*

*б*

A

*в*

г

звідси *Uва=Е1 -IR=IR-IR*=0.

Це означає, що потенціали точок *а* та *в* рівні і їх можна об’єднати, закоротивши елементи *R* та *Е1*. Залишається лише ЕРС *Е2=U=IR=Е*, направлене назустріч струму.

Принцип компенсації застосовується до лінійних та нелінійних кіл.

**3.2. Принцип взаємності**

Струм в гілці *k*, що створюється джерелом ЕРС в гілці *m*, дорівнює струму в гілці *m*, що створюється тим самим джерелом, переміщеним в   
гілку *k.*

E

IK

IMM

Рис. 2.27

Rk

Rm

П

*Im*

*Ik*

E

IK

IMM

Rk

Rm

П

*Im*

*Ik*

Для доказу цього принципу використаємо метод контурних струмів. Розглянемо електричне коло (рис. 2.27).

Якщо скористатися методом визначників, то струм *Ik* в контурі *k*, викликаний ЕРС в контурі *m* буде дорівнювати:

.



А струм *Im* в контурі *m*, викликаний ЕРС в контурі *k* буде дорівнювати:

,



де – головний визначник системи контурних рівнянь;



Δmk, Δkm – часткові визначники системи контурних рівнянь.

Так як головний визначник симетричний відносно головної діагоналі, то часткові визначники



Δmk=Δkm, тоді струми *Ik=Im.*

При цьому напрямок ЕРС, що переноситься в гілку *k,* по відношенню до напрямку струму *Ik* повинен бути таким самим, як і напрямок цієї ЕРС до переносу по відношенню до напрямку струму *Im*.

Принцип взаємності виконується не для всіх лінійних кіл.

**ЛЕКЦІЇ №7**

**Модуль №1 "Традиційні методи аналізу електричних кіл"**

**Тема 2. Теорія та розрахунок лінійних електричних кіл постійного струму**

**План лекції №7**

1. Енергія і потужність кола постійного струму

2. Передача енергії від активного двополюсника приймачу.

Умови передачі максимальної потужності

**Література:** 1. Зеленков О.А., Шахов В.П., Бунчук О.О. Лінійні електричні кола постійного та змінного струму: Конспект лекцій.: НАУ, 2003. – 156 с.

2. Сірий Д.Т. Теоретичні основи електротехніки. Курс лекцій. Електрон. варіант.   
2019 р., 211 с.

**ЗМІСТ ЛЕКЦІЇ**

**1. Енергія і потужність кола постійного струму**

Розглянемо одноконтурне електричне коло постійного струму   
(рис. 2.28), де

R

E

Rвт

U

Рис. 2.28

Uвт

І

*E* – ЕРС джерело електричної енергії;

*Rвт* – внутрішній опір;

*R* – опір приймача.

Складемо рівняння за II-м законом Кірхгофа: *E= Uвт+ U.*

Помножимо обидві частини рівняння на *I t,* тоді

*E I t*=*Uвт I t +U I t,*

де *Wд* =*E I t* – електрична енергія, що виробляється джерелом;

*Wвт*=*UвтIt=I2Rвт t* – електрична енергія, що перетворюється в середині самого джерела в теплову енергію;

*W*=*UIt=I2Rt* – електрична енергія, що передається приймачу і перетворюється в ньому в інші види енергії.

Щоб оцінити працездатність джерел електричної енергії, необхідно порівнювати їх за кількістю електричної енергії, що виробляється ними за одиницю часу, тобто за потужністю

.



Одиниці вимірювання:

– енергія: джоуль [J, Дж];

– потужність: ватт [W, Bт].

**2. Передача енергії від активного двополюсника приймачу.**

**Умови передачі максимальної потужності**

Розглянемо активний двополюсник, до якого підключено приймач електричної енергії *Rп*(рис. 2.29).

Струм в приймачі дорівнює:

І

б

а



Rп

Rвт

E=Uхх

Uхх

Рис. 2.29

.



Потужність, що споживається приймачем дорівнює:

.



Одержаний вираз характеризує залежність потужності приймача від його опору *Рп(Rп).*

Залежність потужності приймача від струму в ньому визначимо із рівняння балансу потужностей

,



звідки

.



Бачимо, що потужність залежить від струму за параболічним законом. Для побудови залежності *Рп(I)* знайдемо значення *Рп* для струмів:

1. *І* = 0, *Rп* = – режим холостого ходу, *Рп =* 0.



1. *I=Imax, Rп*=0 – режим короткого замикання, , *Рп =* 0.



1. Струм, для якого *Рп = Рп.max,* знайдемо із умови максимуму



Маємо



Звідси , при цьому *Rп = Rвт.*



Таким чином, для струму *І = Ікз* /2, коли *Rп = Rвт.* (цей режим роботи електричного кола називається узгодженим режимом)*,* потужність досягає максимального значення:

.



Графік залежності *Рп(I)* приведено на рис. 2.30.

Коефіцієнт корисної дії джерела дорівнює:

, *Рп =.*



Тоді .



Цей вираз виражає залежність коефіцієнту корисної дії (ККД) від опору навантаження *Rп.*

Рп

Рп,η

0,5

1

І

0

Ікз/2

Рис. 2.30

Знайдемо залежність коефіцієнту корисної дії від струму приймача *І:*

.



Побудуємо залежність *η*=*f(I)*   
(рис. 2.30).

Якщо *Rп = Rвт*, то *η*=0,5, це низький коефіцієнт корисної дії. Для того, щоб одержати високий ККД, необхідно щоб *Rп* >> *Rвт* (для *Rп →*, *η→*1). Вибір співвідношення величин *Rп* та *Rвт* називається узгодженням навантаження. При *Rп = Rвт* маємо узгоджений режим роботи електричного кола.



**ЛЕКЦІЇ №8**

**Модуль №1 "Традиційні методи аналізу електричних кіл"**

**Тема 3. Теорія та розрахунок лінійний електричних кіл однофазного синусоїдного струму**

**План лекції №8**

1. Основні визначення

2. Одержання синусоїдної ЕРС

3. Синусоїдна напруга і струм. Часова діаграма. Зсув фаз

4. Векторні діаграми

5. Діючі та середні значення змінних струмів, ЕРС, напруг

6. Заміна реальних кіл змінного струму колами з зосередженими параметрами

**Література:** 1. Зеленков О.А., Шахов В.П., Бунчук О.О. Лінійні електричні кола постійного та змінного струму: Конспект лекцій.: НАУ, 2003. – 156 с.

2. Сірий Д.Т. Теоретичні основи електротехніки. Курс лекцій. Електрон. варіант.   
2019 р., 211 с.

**ЗМІСТ ЛЕКЦІЇ**

**1. Основні визначення**

Змінним струмом *і* (ЕРС – *е*, напругою – *u*) називається струм (ЕРС, напруга), який змінюється за часом.

Таким чином *і, е, u =ƒ(t).*

Змінний струм може змінювати не тільки величину, але і напрямок   
(рис. 3.1).

Значення електричного струму в довільний момент часу називається миттєвим струмом.

i1 = ƒ1(t)

i2 = ƒ2(t)

i3 = ƒ3(t)

*i*

Рис. 3.1

*i = ƒ1 (t)* – миттєвий струм,

*u = ƒ2 (t)* – миттєва напруга,

*e = ƒ3 (t)* – миттєва ЕРС.

Електричний струм, миттєве значення якого повторюється через рівні проміжки часу, називається періодичним

*t*

0

*i = ƒ(t) = ƒ(t + kT), Т* – період.

Періодом електричного струму називається найменший інтервал часу, по скінченні якого миттєві значення періодичного електричного струму повторюється (рис. 3.2).

Величина, обернена періоду електричного струму, називається, частотою електричного струму

*ƒ = * [Н, Гц]

В техніці найбільшого використання набув синусоїдний періодичний електричний струм.

i

T

t

0

Рис. 3.2

Періодичний електричний струм, який є синусоїдною функцією часу, називається синусоїдним струмом.

Промислова частота синусоїдного струму – 50Гц, в авіації використовується синусоїдний струм змінної частоти 400…900Гц та стабільної частоти 400Гц.

**2. Одержання синусоїдної ЕРС**

Хай в однорідному магнітному полі постійного магніту з постійною кутовою швидкістю *ω* в напрямку проти годинникової стрілки обертається незамкнутий виток АС (рис. 3.3).

АС – початкове положення витка (рамки).

N

A1

A2

В

С2

С

ω

α

A

С1

S

Рис. 3.3

При обертанні витка магнітний потік *Ф=BS* , що пронизує площу витка, буде змінюватись за законом косинуса:

- положення АС: *t=*0, *α*=0, *ф=Фm*;

- положення А1С1: *t=t1, α*=*ωt, ф=Фm cos α <Фm*;

- положення А2С2: *t=t2, α*=90о, *ф=*0;

- положення СА: *t=t3*, *α*=180о, *ф = - Фm*;

де *α*=*ωt* – кут між напрямком вектора магнітної індукції *В* і площиною витка *S*.

Таким чином

*ф* = *Фm cos α* = *Фm cos ωt,*

тут *ф* – миттєве значення магнітного потоку,

*Фm –* максимальне значення магнітного потоку.

За законом електромагнітної індукції у витку буде наводитись ЕРС самоіндукції

*е* = - - (*Фm cos α*) = *Фm* sin *α* = *ω* *Фm* sin *α* = *Em sin ωt*,

де *Em = ω Фm* - амплітуда ЕРС в одному витку; якщо в магнітному полі обертається не один виток, а *w*, то :

*Em =w ω Фm.*

= *ω* – кутова частота (швидкість зміни кута *α*).

Так як за період *Т* рамка робить повний оберт в 2 радіан, то

*ω*= = 2ƒ [].

Отже, у витку наводиться синусоїдна ЕРC *e* =.*Em sin ωt.*

Якщо при *t* = 0 виток вже був повернутий від вертикалі на кут *ψе*, то весь кут дорівнює *α= ωt+ψе ,* а ЕРС буде:

*e* =.*Em sin(ωt+ψе)* – це аналітичний вираз миттєвої ЕРC.

На такому принципі працюють генератори синусоїдного струму.

**3. Синусоїдна напруга і струм. Часова діаграма. Зсув фаз**

Якщо до обмотки (котушки) генератора (або до витку на рис. 3.3) приєднати споживач, то потече синусоїдний струм *і*, який на ньому створить синусоїдну напругу *u*:

*i* =.*Im sin(ωt+ψi), u* = *Um sin(ωt+ψu),*

де: *Im, Um,* *Em –* амплітуди синусоїдних *і, u, e* – це максимальні їх значення;

*ωt+ψi(е,u)* – фаза струму *і (e, u)* – це аргумент синусоїдної функції;

*ψi*, *ψu* , *ψе* – початкові фази – це значення фази при *t* = 0.

Початкові фази відраховуються від початку синусоїди при її переході від від’ємних до додатних значень до початку координат. Додатна початкова фаза відкладається вліво від початку координат, а від`ємна – вправо.

i,

u

i

0

ψi

ϕ

ψu

ωt

Рис. 3.4

*ψi* >0, *ψu<*0

Побудуємо часові діаграми *u* та *i* (рис. 3.4).

Різниця початкових фаз напруги і струму називається зсувом фаз між напругою і струмом: *φ* = *ψu - ψi.*

**4. Векторні діаграми**

Синусоїдну величину можна графічно зобразити не тільки в вигляді синусоїди, але і вектором, що обертається. Це можливо тому, що проекція вектора, який обертається навколо початку координат, на вісь ординат змінюється в часі за законом синуса.

Покажемо це для ЕРС *e* =.*Em sin(ωt+ψе).*

Зобразимо систему координат і відкладемо під кутом *ψе* до осі абсцис вектор =*Em* (рис. 3.5). Домовимося додатні початкові фази відкладати від осі абсцис проти годинникової стрілки, а від`ємні – за годинниковою стрілкою.

Далі, починаючи з моменту часу *t*=0, будемо обертати вектор  навколо початку координат проти годинникової стрілки. Частота обертання *ω* дорівнює кутовій частоті синусоїдної ЕРС. На момент часу *t* вектор  повернеться на кут *ωt* і буде розташований під кутом *α*=*ωt+ψе* до осі абсцис. Його проекція на вісь ординат

0

*ω*

x

y

A

A'

a

α

*ψе*

*ωt*

Рис. 3.5

*Оа = ОА sinα,* але , *α*=*ωt+ψе*,

тоді *Оа= e* =.*Em sin(ωt+ψе).*– це миттєве значення синусоїдної ЕРС.

Векторна діаграма – це сукупність векторів, які зображають синусоїдні ЕРС, струми та напруги однакової частоти.

Векторні діаграми використовують для додавання або віднімання кількох синусоїдних величин. Наприклад, потрібно скласти дві ЕРС   
(рис. 3.6):

*e1* =.*E1m sin(ωt+ψ1е),*

Em

ψe

y

E1m

E2m

ψ1е

ψ2е

x

0

Рис. 3.6

*e2* =.*E2m sin(ωt+ψ2е)*.

Будуємо векторну діаграму

,

з якої находимо *Em* і *ψе.*

Тоді .

**5. Діючі та середні значення змінних струмів, ЕРС, напруг**

Для виміру змінного струму користуються методом його порівняння з постійним струмом.

При протіканні через провідник змінного або постійного струму спостерігаються такі загальні явища:

виділяється певна кількість тепла;

діє електромагнітна сила;

через поперечний переріз провідника за одиницю часу проходить визначена кількість електрики.

На основі цих загальних дій для характеристики змінного струму вводяться ще два значення (крім миттєвого значення і амплітуди):

діюче – *I(E, U);*

середнє – *Iс(Eс , Uс*).

Діючий змінний струм визначеної величини створює таку ж механічну і теплову дію, як і постійний струм тієї ж величини.

**5.1. Діючі значення**

За діючий змінний струм приймають такий постійний струм, котрий за один і той же час *Т* виділяє в тому ж резисторі *R*, таку ж кількість тепла *Q*, що і даний змінний струм.

Кількість тепла, що виділяється в резисторі *R* за час *T* (один період) постійним та змінним струмами дорівнює:

 .

Прирівняємо ці значення: *Q-=Q*, або

*2RT=i2Rdt,* звідси *I= i2 dt–* діючий струм .

Діючим струмом називається середнє квадратичне значення змінного електричного струму за період.

Аналогічно: *U=u2dt; E=e2dt.*

Нехай змінний струм змінюється за синусоїдним законом

*i* =.*Im sin(ωt+ψi),*

Визначимо зв'язок між діючим струмом *I* та амплітудою *Im.*

*I=i2dt*=  
-= .

Аналогічно знаходимо

*U*= *E*=.

Електровимірювальні прилади реагують на діючі значення *І, U, Е*, і їх шкали відградуйовані в діючих величинах.

При розрахунках електричних кіл змінного струму задаються напрямками діючих *І, U, Е.*

**5.2. Середні значення**

Середнім значенням змінного струму називається величина такого постійного струму, при якому за період через поперечний перетин проводу проходить така ж кількість електричного заряду, як і при даному змінному струмі.

Кількість електричного заряду від постійного та змінного струмів відповідно визначається за формулами

*Q-=ІТ=ІсТ; Q=.*

Прирівнюючи ці значення одержимо

*Іс=,* аналогічно *Uс=; Eс=.*

Якщо період *Т* виразити через 2, то формули приймуть такий вигляд:

*Іс=, Uс =, Eс=.*

Для синусоїдних струмів, напруг та ЕРС середнє значення за повний період дорівнює нулю, так як площі від`ємних та додатних напівхвиль синусоїд рівні і різні за знаком. Тому для періодичних величин, симетричних відносно осі часу, прийнято середнє значення визначати за додатний напівперіод, або по модулю.

Визначимо середнє значення синусоїдного струму

*Iс*== -  = - .

Тобто *Iс=,*

аналогічно *U*с=, *Ес*=.

Електричні вимірювальні прилади магнітоелектричної системи реагують на середнє значення струму, напруги та ЕРС.

**6. Заміна реальних кіл змінного струму колами з зосередженими параметрами**

В колах змінного струму електромагнітні процеси носять складний характер, так як електричне та магнітне поля являються змінними величинами.

Зміна магнітного поля призводить до виникнення ЕРС самоіндукції   
*еL*=-, або для лінійних кіл *еL*=-.

ЕРС самоіндукції наводиться на будь-якій ділянці електричного кола, отже індуктивність присутня на будь-якій ділянці кола (реостат, проводи тощо)

Зміна електричного поля призводить до появи струмів зміщення в діелектриках

.

Струми зміщення існують не тільки в діелектрику конденсатора, але і між проводами, витками котушок тощо. Отже, електрична ємність розподілена вздовж усього кола.

Електричний опір також розподілений вздовж всього кола.

Таким чином, будь-яка ділянка електричного кола змінного струму має електричний опір *R*, індуктивність *L*, та ємність *С*.

На практиці для зручності розрахунку кіл змінного струму вважають, що електричні опори, індуктивності та ємності зосереджені на окремих ділянках. Такі кола називаються колами з зосередженими параметрами.

Закони Ома та Кірхгофа справедливі для будь-яких електричних кіл та будь-яких значень струмів і напруг (постійні і миттєві).

**ЛЕКЦІЇ №9**

**Модуль №1 "Традиційні методи аналізу електричних кіл"**

**Тема 3. Теорія та розрахунок лінійний електричних кіл однофазного синусоїдного струму**

**План лекції №9**

1. Кола синусоїдного струму з резистором.

2. Електричне коло синусоїдного струму з індуктивною котушкою.

3. Електричне коло синусоїдного струму з конденсатором.

4. Розрахунок електричного кола синусоїдного струму з

послідовним з'єднанням *R, L, С.*

**Література:** 1. Зеленков О.А., Шахов В.П., Бунчук О.О. Лінійні електричні кола постійного та змінного струму: Конспект лекцій.: НАУ, 2003. – 156 с.

2. Сірий Д.Т. Теоретичні основи електротехніки. Курс лекцій. Електрон. варіант.   
2019 р., 211 с.

**ЗМІСТ ЛЕКЦІЇ**

**1. Кола синусоїдного струму з резистором**

Розглянемо фізичні процеси в електричному колі, що містить лише активний опір *R* (рис. 3.7).

До таких кіл відносяться електричні кола, що містять лампи накалювання, нагрівальні елементи, реостати, резистори тощо.

i

R

u

uR

Рис. 3.7

Хай прикладена напруга змінюється за синусоїдним законом: *ψu*= 0.



За законом Ома для миттєвих значень визначимо миттєвий струм у колі:



де – амплітудне значення струму (закон Ома для амплітудних значень), або , тоді – закон Ома для діючих значень;



початкова фаза струму *ψі*= 0.

Розглянемо енергетичні процеси в даному колі.

Миттєва потужність – це добуток миттєвої напруги на миттєвий струм

2 == .



З одержаного виразу видно, що миттєва потужність змінюється за косинусоїдою з подвійною кутовою частотою навколо сталої складової *UI,* залишаючись завжди додатною. Це говорить про те, що потік електричної енергії завжди направлений від джерела до приймача, де енергія неодмінно перетворюється в інший вид енергії (теплову, механічну тощо).

Побудуємо часові та векторні діаграми (рис. 3.8).

2UI

Im

ω

0

Um

p

i

u

ωt

0

2π

u,

i,

p

UI

Рис. 3.8

Активна потужність – це середнє арифметичне миттєвої потужності, тому



Отже, активна потужність в колі синусоїдного струму з резистором дорівнює сталій складовій миттєвої потужності

*P=UI=I2R=U2G*, звідси: , або .



Енергія, що поглинається резистором за час *Т*, дорівнює

.



**2. Електричне коло синусоїдного струму з індуктивною котушкою**

Розглянемо фізичні процеси, які відбуваються в колі синусоїдного струму, яке має тільки індуктивну котушку (рис. 3.9).

Активний опір і міжвиткову ємність не беремо до уваги, тобто маємо ідеальну індуктивну котушку.

еL

L

u

i

uL

Рис. 3.9

Нехай в котушці протікає синусоїдний струм

.



Потокозчеплення самоіндукції в котушці буде дорівнювати:

або , тоді *Li=ф w.*



Звідси

,



де – амплітуда магнітного потоку.



Магнітний потік за фазою збігається з електричним струмом.

Змінне магнітне поле в витках котушки збуджує ЕРС самоіндукції:

*eL = - dψ/dt= -L di/dt= -L d/dt (Im sinωt)= - ωLIm cosωt=*

*=ωLIm sin(ωt - π/2)=Em sin(ωt - π/2),*

де *Em = ωLIm*  – амплітуда ЕРС самоіндукції,

*ψL*= - *π/2 –* початкова фаза ЕРС.

Отже, ЕРС самоіндукції відстає по фазі від струму в котушці на 90°.

ЕРС самоіндукції викликає струм, який згідно закону Ленца протидіє зміні струму, що його обумовлює. За умов збільшення струму ЕРС самоіндукції діє назустріч струму, а за умов зменшення – у напрямку струму, протидіючи його зменшенню.

Для того, щоб у котушці протікав змінний струм, необхідно на її затискачах мати напругу, яка б компенсувала ЕРС самоіндукції:

*u=uL= - eL=L di/dt,*

або *uL =L di/dt = L d/dt (Im sinωt)= ωLIm cosωt=Um sin(ωt + π/2),*

де *Um = ωLIm*  – амплітуда напруги,

*ψL*= *π/2 –* початкова фаза.

Отже, напруга на котушці випереджає по фазі струм у ній на 90°, а ЕРС самоіндукції – на 1800.

Амплітуда струму дорівнює:

*Im=Um / ωL –* закон Ома для амплітудних значень,

*I=U/ ωL –* закон Ома для діючих значень.

Для електричного кола з індуктивною котушкою закон Ома справедливий тільки для амплітудних і діючих значень. Для миттєвих значень закон Ома застосовувати не можна, так як миттєві струм і напруга зсунуті по фазі.

Величина *ХL = ωL =2 π f L* [Oм] називається індуктивним опором.

*BL=1/XL=1/ ωL* [Cм] – індуктивна провідність.

Індуктивний опір пропорційний індуктивності котушки, а також частоті змінно струму. Зі збільшенням частоти індуктивний опір збільшується.

Зобразимо часові й векторні діаграми кола з індуктивною котушкою (рис. 3.10).

π

ω

0

Em

Um.L

Im

uL

wL

pL

i,ф

eL

ωt

0

i,

eL,

uL,

pL,

wL

LI22

Рис. 3.10

Розглянемо енергетичні процеси в колі з індуктивною котушкою.

Миттєва потужність:



де [вар, var] *-* реактивна потужність.



Отже, реактивна потужність змінюється за синусоїдним законом з подвійною кутовою частотою, а вісь симетрії збігається з віссю абсцис (рис. 3.10).

Активна потужність:

*.*



Тобто, активна потужність ідеальною котушкою не споживається.

Миттєва енергія:

*.*



Після підстановки значення струму маємо:

*.*



Отже, миттєва енергія має постійну складову *LI2/2* i змінну складову, яка змінюється по косинусоїді з подвійною кутовою частотою (рис. 3.10).

Із часових діаграм для *i, рL, wL*видно, що за першу і третю чверті періоду, коли струм в колі збільшується від 0 до *Іm*, миттєва потужність позитивна, тому енергія від джерела іде до приймача і дорівнює:



За другу і четверту чверті періоду, коли струм зменшується від *Іm* до 0, миттєва потужність від'ємна. Отже, електрична енергія, накопичена в магнітному полі котушки, повертаються джерелу електричної енергії і дорівнює:



Таким чином, у колі з індуктивною котушкою відбувається періодичний обмін енергією між джерелом і котушкою.

**3. Електричне коло синусоїдного струму з конденсатором**

Розглянемо фізичні процеси в колі синусоїдного струму, яке має тільки ідеальний конденсатор (рис. 3.11).

Нехай до ідеального конденсатора прикладена синусоїдальна напруга,

С

u

i

uс

Рис. 3.11

*u=Um sinωt, ψu=0.*

За другим законом Кірхгофа маємо

*uc – u = 0, uc = u.*

Тоді миттєвий заряд на обкладинках конденсатора буде дорівнювати:

.



Через конденсатор протікатиме струм:

.



Початкова фаза струму *ψі = π/2,* тому в ідеальному конденсаторі струм випереджає напругу на його затискачах на 900.

Зобразимо часові й векторні діаграми (рис. 3.12).

Амплітуда миттєвого струму дорівнює:

– закон Ома для амплітудних значень.



– закон Ома для діючих значень,



де: [Oм] – ємнісний опір конденсатора.



[См] – ємкісна провідність.



Для електричного кола з конденсатором закон Ома справедливий для амплітудних і діючих значень. Для миттєвих значень його застосовувати не можна, так як миттєві струм і напруга зсунуті по фазі.

π

ω

0

Im

Um.c

i

wC

pC

uc

ωt

0

uс,

i,

pc,

wc

СUc2 2

Рис. 3.12

Розглянемо енергетичні процеси в колі з ідеальним конденсатором.

Миттєва потужність:

*,*



де [вар, var] *–* реактивна потужність.



Отже, реактивна потужність змінюється за синусоїдним законом з подвійною кутовою частотою навколо осі абсцис (рис. 3.12).

Активна потужність:



Тобто, активна потужність ідеальним конденсатором не споживається.

Миттєва енергія:

*.*



Після підстановки значення напруги маємо:

*.*



Отже, миттєва енергія має постійну складову *СUc2/2* i змінну складову, яка змінюється по косинусоїді з подвійною кутовою частотою (рис. 3.12).

Із часових діаграм для *uc , pc, wc* видно, що за першу і третю чверті періоду, коли напруга на конденсаторі збільшується від 0 до |*Um.с*|, миттєва потужність додатна, а миттєва енергія збільшується. Це говорить про те, що конденсатор заряджається, енергія направлена від джерела до конденсатора і дорівнює

.



За другу й четверту чверті періоду, коли напруга на конденсаторі зменшується від |*Um.с*| до 0, миттєва потужність від’ємна, а миттєва енергія зменшується. Це говорить про те, що конденсатор розряджається, енергія, накопичена в його електричному полі, повертається джерелу і дорівнює

.



Таким чином, у електричному колі з ідеальним конденсатором активна потужність не споживається, а відбувається періодичний обмін енергією між джерелом і конденсатором.

**4. Розрахунок електричного кола синусоїдного струму**

**з послідовним з'єднанням *R, L, С***

Нехай у колі з послідовним з'єднанням *R, L, С* (рис. 3.13) протікає синусоїдний струм:

*i=Im sinωt, ψi = 0.*

R

L

C

u

uR

uL

uC

i

Рис. 3.13

Розглянемо фізичні процеси в колі та знайдемо  *u, φ, U, UR, UL, UC.*

За другим законом Кірхгофа:

*uR+uL+uC = u,*  (3.1)

або



Спершу знайдемо складові рівняння (3.1), а потім всю напругу *u.*

Для синусоїдального струму маємо:

*uR=Ri=R Im sinωt=Um.R sinωt.*

.



.



Тут: *Um.R=RIm, Um.L=ωLIm=XL Im, Um.c=Im /ωC=Xc Im.*

Або для діючих значень:

*UR=RI, UL=ωLI=XL I, Uc=I/ωC=Xc I.*

Так як кожна складова рівняння (3.1) змінюється за синусоїдним законом, то і вся прикладена напруга *u* повинна бути синусоїдою наступного виду:

*u=Um sin(ωt+ ψu),*

де невідомі *Um* та *ψu.*

Для визначення *Um* (або *U*)та *ψu* виразимо синусоїдні величини в рівнянні (3.1) векторами для діючих величин:

.



В відповідності с цим рівнянням побудуємо векторну діаграму напруг (рис. 3.14).

За базисний вектор, відносно якого будемо будувати інші вектори, візьмемо вектор струму *І*, який протікає через всі елементи кола.

φ

I

U

Up

UL

UC

UR=Ua

0

UL

UC

ω

UL >UC

Рис. 3.14

А

В

На векторній діаграмі напруг ΔОАВ називається трикутником напруг. Кожна з його сторін в масштабі відображають відповідні напруги.

ОВ→*Ua=UR=IR=Ucosφ=–* активна напруга;



АВ→*Uр=UL-UC=IXL-IXC=I(XL-XC) = =IX=Usinφ=–* реактивна напруга,



де Х=*XL-XC –* реактивний опір кола;

ОА→*U=–*вхідна напруга,



де – повний опір кола.



Зсув фаз .



Щодо значення зсуву фаз можливі три випадки:

1. *XL >XC* (або в колі з *R, L*) *φ*>0 – коло носить індуктивних характер.

1. *XL<XC*(або в колі з *R, C*) *φ* < 0 – коло носить ємнісний характер.
2. *XL=XC*, *φ* = 0 – коло носить активний характер (резонанс напруг).

Визначивши з векторної діаграми *U* та *φ,* можна тепер записати вираз для шуканої прикладеної напруги *u*.

Так як *Um=, ψu= φ+ ψi= φ, (ψi=0),*



то *u=sin(ωt+ φ).*



Якщо усі сторони трикутника напруг розділити на струм *І*, то отримаємо йому подібний трикутник опорів (рис. 3.15).

Тут:

I

R

X

Z

φ

В'

А'

0'

Рис. 3.15

О'В' → R =



– активний опір,



А'В' → Х = – реактивний опір,



О'А' → Z = – повний опір кола,



– зсув фаз.



Якщо усі сторони трикутника напруг помножити на струм *І*, то отримаємо йому подібний трикутник потужностей (рис. 3.16).

Тут:

0"

I

P

G

S

φ

В"

А"

Рис. 3.16

О"В"→Р=[ват] – активна потужність,



А"В"→G=[ваp] – реактивна потужність,



О"А"→ S= – повна потужність,



– зсув фаз:



З усіх потужностей тільки активна потужність *Р* характеризує величину виконаної роботи за одиницю часу.

Відношення



називається коефіцієнтом потужності, воно характеризує повноту використання повної потужності кола *S* і має важливе техніко-економічне значення.

**ЛЕКЦІЇ №10**

**Модуль №1 "Традиційні методи аналізу електричних кіл"**

**Тема 3. Теорія та розрахунок лінійний електричних кіл однофазного синусоїдного струму**

**План лекції №10**

1. Розрахунок кола синусоїдного струму з паралельним

з’єднанням *R, L, C.*

2. Енергетичні процеси в колах змінного струму.

3. Еквівалентні параметри лінійного пасивного двополюсника.

**Література:** 1. Зеленков О.А., Шахов В.П., Бунчук О.О. Лінійні електричні кола постійного та змінного струму: Конспект лекцій.: НАУ, 2003. – 156 с.

2. Сірий Д.Т. Теоретичні основи електротехніки. Курс лекцій. Електрон. варіант.   
2019 р., 211 с.

**ЗМІСТ ЛЕКЦІЇ**

**1. Розрахунок кола синусоїдного струму з паралельним**

**з’єднанням *R, L, C***

Нехай до кола з паралельним з’єднанням *R, L, C* (рис. 3.15) прикладена синусоїдна напруга *ψu*= 0.



За першим законом Кірхгофа маємо:

іL

і

іR

С

u

L

R

Рис. 3.15

іC

*іR+iL+iC=і,* (3.2)

або в інтегрально-диференційній формі запису

*u/R+1/L∫udt+Cduc /dt=i.*

Враховуючи, що *u=uR=uC=uL,* спершу знайдемо струми в гілках, а потім струм на вході кола.

*іR =u/R=Um /Rsinωt =GUm sinωt=ImR sinωt;*

*iC=C duc /dt=C d(Um sinωt)/dt=ωCUm cosωt=ωCUm sin(ωt+π/2) =*

*=Imс sin(ωt+π/2);*

*iL=1/L∫udt=1/L∫(Um sinω)tdt= - Um /ωL cosωt =Um / ωL sin(ωt-π/2) =*

*=ImL sin(ωt-π/2).*

Тут *ImR= Um /R= GUm; Imс= ωCUm=Вс Um; ImL= Um / ωL= ВL Um,*

або для діючих значень*:*

*IR= U/R= GU; Iс= ωCU=Вс U; IL= U/ ωL= ВL U,*

де *ВL=1/ ωL=1/ XL* [См] *–* індуктивна провідність;

*Вс= ωC=1/ XС* [См] *–* ємнісна провідність.

Так як кожен доданок рівняння (3.2) змінюється за синусоїдним законом, то струм в нерозгалуженій ділянці кола повинен бути синусоїдним. Тоді:

*ImR sinωt+ImL sin(ωt- π/2)+Imc sin(ωt+π/2)=Im sin(ωt+ψi).*

В цьому рівнянні невідомі *Im* (або *I)* та *ψi.* При *ψu*=0, *ψi=ψu - φ= - φ*.

Для визначення *I* та *ψi* зобразимо синусоїдні струми векторами для діючих значень і перейдемо до векторного рівняння:

. (3.3)



В відповідності з рівнянням (3.3) побудуємо векторну діаграму струмів (рис. 3.16). За базисний вектор, відносно якого будемо будувати інші вектори, приймемо вектор напруги, так як вона являється загальною для всіх елементів кола. Нехай .



На векторній діаграмі струмів ∆OAB називається трикутником струмів.

*φ*

*Ic*

*IL*

*IL*

*U*

*IR=Ia*

*Ip=IL -Ic*

*I*

О

А

В

Рис. 3.16

*Ic*

OB→*Ia=IR=UG=Icosφ=*– активна складова струму;



AB→*Ip=IL-IC=U(1/ωL–ωC)=U(BL–BC )=UB= =І sin φ=* – реактивна складова струму,



де *BL - BC = B* [См] – реактивна провідність кола.

OA→ *= –* закон Ома для паралельного з’єднання *R,L,C.*



Тут: *Y*=*–* повна провідність кола.



Зсув фаз: *φ = arctg(Ip /Ia )=arctg((BL-BC )/G*).

Можливі випадки:

1. *BL >BC*, тобто *B* > 0, *φ*>0 – коло носить індуктивний характер.

2. *BL <BC*, тобто *B* < 0, *φ*<0 – коло носить ємнісний характер.

3. *BL=BC, φ* = 0 – коло носить активний характер (резонанс струмів).

Тепер, знаючи *І* та *φ,* знаходимо *Im* і *φ:*

*Im= І, ψi=ψu - φ= - φ*.



Отже, струм на вході кола дорівнює

*і=Іsin(ωt- φ).*



Розглянуті методи розрахунку синусоїдних кіл з використанням векторних діаграм називаються методом векторних діаграм.

Якщо всі сторони трикутника струмів поділити на напругу, то отримаємо йому подібний трикутник провідностей ( рис. 3.17).

OB' → *G = Ia /U =Y cos φ =* – активна провідність;



B'А' → *В= Iр /U=Y sinφ ==BL - BC = =1/ωL – ωC–* активна провідність;

*φ<*0

*G*

*Y*

*B*

А'

В'

О'

*φ>*0

*Y*

*B*

*G*

А'

В'

О'

Рис. 3.17



О'А'→*Y=I /U=1/Z=–* повна провідність;



*φ*=*arctg(B/G)=arctg((1/ωL – ωC)/G) –* зсув фаз.

Якщо всі сторони трикутника струмів помножити на напругу, то отримаємо йому подібний трикутник потужностей (рис. 3.18).

*P=Ia U=GU2=UI cos φ=S cos φ=* [Bт] – активна потужність;



*Q=IpU=BU2=UI sin φ=S sin φ=* [вap] – реактивна потужність;

*φ>*0

*S*

*Q*

*P*

А''

В''

О''

Рис. 3.18



*S=UI=YU2=* [BA] – повна потужність;



*φ = arctg (Q/P) –* зсув фаз.

**2. Енергетичні процеси в колах змінного струму**

Розглянемо енергетичні процеси в колі з послідовним з’єднанням   
*R, L, C.* (рис. 3.19).

R

L

C

u

uR

uL

uC

i

Рис. 3.19

За ІІ законом Кірхгофа

*u = uR+ uL+ uc*.

Помножимо всі члени цього рівняння на струм *і*

*u і= uR і+ uL і+ uc і*.

Враховуючи, що *p=ui; pR = uR і = Ri2; uL=L di/dt; ic=C duc /dt,*

отримаємо:

*p=Ri2+Li di/dt+ uc C duc /dt=Ri2+d(Li2/2)/dt+ d(C uc2/2)/dt=*

*=Ri2+dwL /dt+dwC /dt=pR+ pL+pC,*

де: *pR=Ri2* – миттєва потужність активного опору, котра характеризує процес перетворення електромагнітної енергії в тепло;

*pL= dwL /dt* – миттєва потужність індуктивної котушки. При *pL* > 0 енергія джерела іде на утворення магнітного поля котушки, при *pL* < 0 – енергія магнітного поля котушки повертається джерелу;

*pC= dwC /dt* – миттєва потужність конденсатора. При *pC*> 0 енергія джерела йде на утворення електричного поля конденсатора, при *pC* < 0 енергія , яка накопичена в електричному полі конденсатора, повертається джерелу.

Нехай струм та напруга змінюються за синусоїдним законом:

*i = Imsin(ωt+ψi), u=Umsin(ωt+ψu),* тоді

*p= ui* = *UmImsin(ωt+ψu) sin(ωt+ψi*) = *Um Im /2[cos(ψu-ψi) –*

*- cos(2ωt+ψu+ψi )]*=*UIcosφ – UIcos(2ωt+ψu+ψi) =*

*= P – Scos(2ωt+ψu+ψi)=P – Scos(2ωt+ψp ).*

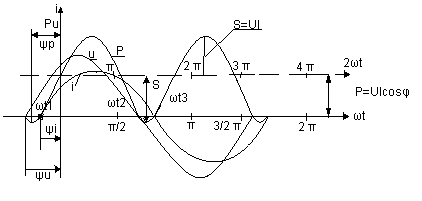
На графіку (рис. 3.20) бачимо:

Рис. 3.20

- при *ωt1< ωt< ωt2* – миттєва потужність позитивна, джерело віддає енергію в коло;

- при *ωt2< ωt< ωt3* – миттєва потужність від’ємна, електричне коло віддає енергію джерелу.

При збільшенні реактивного опору і зменшенні активного опору крива миттєвої потужності буде все більше опускатися вниз. При *R=0*, вона буде симетрична відносно осі абсцис, тобто буде проходити періодичний обмін енергією між джерелом і електричним колом.

**3. Еквівалентні параметри лінійного пасивного двополюсника**

Розглянемо лінійний пасивний двополюсник (рис. 3.21).

Дано: *u=Usin(ωt+ψu); i=Isin(2ωt+ψi).*

U

I

Рис. 3.21

П

А

V

φ/w



Визначимо потужності, які споживає двополюсник:

*S=UI=ZI2=YU2,*

*P=UIcosφ=RI2=GU2,*

*Q=UIsinφ=XI2=BU2.*

Із цих рівнянь можна отримати:

*Z= U/I; R=Zcosφ; X=Zsinφ;*

*Y=I/U; G=Ycosφ; B=Zsinφ;*

Із цього слідує, що будь який пасивний двополюсник з енергетичної точки зору можна уявити у вигляді двохелементної схеми заміщення з послідовним з’єднанням опорів *R* i *X* або паралельним з’єднанням провідностей *G* і *B* (рис. 3.22).

Схемою заміщення електричного кола називається схема, яка відображає властивості кола при деяких умовах.

Опори *Z, R, X* і провідності *Y, G, B* називаються еквівалентними параметрами пасивних двополюсників. Їх можна визначити дослідним шляхом за показами вольтметра *V*, амперметра *A*, фазометра *φ* чи ватметра *W* та наступними розрахунками:

*Z=U/I; R=P/I2; (*чи *R=Zcosφ); X= + ;*



*Y=I/U; G=P/U2; (*чи *G=Ycosφ); B= + .*



I

IIS

*I*

*I*

*U*

*X*

*G*

*В*

*R*

*U*

Рис. 3.22

Виходячи із рівності потужностей , які споживаються еквівалентними схемами заміщення, можна отримати формули еквівалентного переходу від послідовної схеми заміщення до паралельної і навпаки

III III



*G=RI2/U2=R/Z2=R/(R2+X2); R=GU2/I2=G/Y2=G/(G2+B2);*

*B=XI2/U2=X/Z2=X/(R2+X2); X=BU2/I2=B/Y2=B/(G2+B2);*

*Y=ZI2/U2=Z/Z2=1/Z. Z=YU2/I2=Y/Y2=1/Y.*

Таким чином, якщо відомі параметри однієї із еквівалентних схем двополюсника, то параметри другої схеми можна визначити за параметрами відомої схеми.

Цими формулами користуються також при аналітичному розрахунку кіл синусоїдного струму, замінюючи послідовні ділянки кола паралельними і навпаки. Цей метод отримав назву методу еквівалентних опорів і провідностей.

**ЛЕКЦІЇ №11**

**Модуль №1 "Традиційні методи аналізу електричних кіл"**

**Тема 3. Теорія та розрахунок лінійний електричних кіл однофазного синусоїдного струму**

**План лекції №11**

1. Основні положення символічного методу.

2. Застосування символічного методу для розрахунку кіл синусоїдного струму.

3. Комплексний електричний опір та комплексна електрична провідність.

4. Закони Ома і Кірхгофа в комплексній формі.

**Література:** 1. Зеленков О.А., Шахов В.П., Бунчук О.О. Лінійні електричні кола постійного та змінного струму: Конспект лекцій.: НАУ, 2003. – 156 с.

2. Сірий Д.Т. Теоретичні основи електротехніки. Курс лекцій. Електрон. варіант.   
2019 р., 211 с.

**ЗМІСТ ЛЕКЦІЇ**

**1. Основні положення символічного методу**

Раніше ми розглянули розрахунок електричних кіл синусоїдного струму методом векторних діаграм та методом еквівалентних опорів і провідностей. Ці методи є достатньо складними, особливо при розрахунку розгалужених та складних електричних кіл.

Тому широке практичне застосування одержав символічний метод розрахунку кіл синусоїдного струму. (Метод був введений американським вченим Штейнметчем, в Росії його став застосовувати академік Міткевич).

Для наочності розрахунок електричних кіл символічним методом супроводжується побудовою векторних діаграм.

Символічний метод оснований на застосуванні комплексних чисел.

З математики відомо, що комплексне число можна виразити точкою, або радіус-вектором на комплексній площині (рис. 3.24) і записати аналітично в трьох формах: алгебраїчній, тригонометричній та показниковій:

,



де *A=* – модуль комплексного числа;



– аргумент комплексного числа;



*cos+ j sin=e* – Формула Ейлера.



01 – вісь дійсних чисел;

Рис. 3.24

j

А2

А1

0

α

А

1

0j – вісь уявних чисел.

Для переходу від однієї форми комплексного числа до іншої використовуються такі формули:

,



,



.



При додаванні або відніманні краще використовувати алгебраїчну форму запису, а при множенні та діленні – показникову форму.

Наприклад: .



А

А

-j

-А2

-α

j

А2

А1

0

α

1

Рис. 3.25



; .



Два комплексних числа називаються спряженими, якщо їх модулі рівні, а аргументи рівні, але протилежні за знаком (рис. 3.25)

;



.



Добуток комплексно-спряжених чисел дорівнює дійсному числу:

.



Таким чином, комплексне число можна подати радіус-вектором і навпаки, – радіус-вектор може бути поданий комплексним числом.

Зобразимо вектор струму *Іm* на комплексній площині під кутом *α= ψі* (рис. 3.26):

Як радіус-вектор його можна записати в комплексній формі:

*ψі*

*ωt*

*ω*

*Im*

*Im*

j

0

1

Рис. 3.26

*.*



Примусимо вектор *Іm* обертатися з частотою *ω.* Тоді через час *t* він займе положення *α=ωt+ψі*. Вектор, що обертається, в комплексній формі записується у вигляді:

=*Іm ej(ωt+ψі)=Im ejψі ejωt=ejωt,*



де – комплексний миттєвий струм,



*.*– комплексна амплітуда струму,



– оператор обертання.



Запишемо комплексний миттєвий струм в тригонометричній формі:

=*Im cos(ωt+ψі)+jIm sin(ωt+ψі).*



Бачимо, що синусоїдну функцію можна подати у вигляді уявної частини комплексного числа, тобто проекції радіус-вектора на вісь уявних чисел. Умовно це записується так:

*i=Im sin(ωt+ψі)=Jm(ejωt).*



Символ *Jm* (уявний) означає, що при переході від комплексного числа до синусоїдної функції, необхідно брати лише уявну частину. Можна записати іншим чином:

|  |
| --- |
| *i=Im sin(ωt+ψі) ejωt=*,  =  = |
| де i – оригінал; –знак відповідності; |

– зображення – це допоміжна величина, що не має фізичного змісту, але зручна для розрахунку.



Отже, комплексним числом можна зобразити синусоїдну функцію.

Аналогічно

*u*  *ejωt; = ejψu;* *U ejψu;*

=



e=*ejωt;* *ejψе;* *ejψе.*

=



Приклад:

1. Дано: *i =10sin(ωt+30) A.* Визначимо ,.



=*Im ejψі=10 ej30 A.* =*A.*



2. Дано: *.* Визначимо , *i.*



*i=Im sin(ωt+ψі)=5sin(ωt-60) A,*



=*Im ejψі=5 e–j60 A.*



**2. Застосування символічного методу для розрахунку кіл синусоїдного струму**

Символічним методом називається метод розрахунку електричних кіл синусоїдного струму, оснований на представленні струму, напруги та ЕРС комплексними числами.

Цей метод дозволяє заміняти лінійні інтегро-диференційні рівняння, що описують синусоїдні кола, на алгебраїчні рівняння, а також застосовувати для розрахунку електричних кіл синусоїдного струму основні закони та методи розрахунку електричних кіл постійного струму в тій самій формі запису.

Розглянемо методику застосування символічного методу на прикладі електричного кола з послідовним з’єднанням *R, L, C* (рис. 3.27).

Нехай: *u=Um sin(ωt+ψu )*.

R

L

C

u

uR

uL

uC

i

Рис. 3.27

Визначимо: *i*=*Im sin(ωt+ψi )*,

де *Im*, *ψi* –?

За II законом Кірхгофа маємо:

*u=uR+uL+uc=iR+L* (3.4)



З метою використання символічного методу перейдемо до зображень:

*u =ejωt,* де = *Um ejψu;*



*i =ejωt,* де = *Im ejψi*;



*jωejωt,* – похідна від синусоїдної функції заміняється добутком *jω* на її комплексне зображення;



*ejω,* – інтеграл синусоїдної функції заміняється діленням на *jω* її комплексного зображення.



Підставимо одержані вирази у вихідне рівняння

.



Скоротимо обидві частини на *e*, одержимо:



*.* (3.5)



Звідси: – закон Ома в символічній формі,



де *Z*=



Таким чином, ми від вихідного інтегрально-диференційного рівняння (3.4) перейшли до алгебраїчного (3.5).

Запишемо вираз для комплексного струму в показниковій формі:

*.*



Комплексний струм – це комплексна величина, модуль якої дорівнює діючому синусоїдному струму, а аргумент дорівнює початковій фазі цього струму.

Знаючи комплексний струм в показниковій формі можна записати вираз для миттєвого струму

*i*=



**3. Комплексний електричний опір та комплексна електрична провідність**

Нехай відомі: , .



Візьмемо відношення



Враховуючи, що а , одержимо



– комплексний опір кола.



Запишемо комплексний опір в алгебраїчній, тригонометричній та показниковій формах:



Z=;



При *X>*0перед *j* стоїть знак “+”, – коло має індуктивний характер, при *X*<0 перед *j* стоїть знак “-”, – коло має ємнісний характер.

Знайдемо відношення



Враховуючи, що , а -(, одержимо:



– комплексна провідність.



Запишемо комплексну провідність в алгебраїчній, тригонометричній та показниковій формах:



*Y*=;



При *B* > 0, перед *j* стоїть знак “-”, – коло має індуктивний характер, при *B* < 0, перед *j* стоїть знак “+”, – коло має ємнісний характер.

Для комплексних опору та провідності завжди виконується рівність:

, звідси:



**4. Закони Ома і Кірхгофа в комплексній формі**

Зображення синусоїдних функцій комплексними числами спрощує розрахунок синусоїдних кіл, так як дозволяє перейти від інтегро-диференційних рівнянь електричної рівноваги до алгебраїчних відносно зображень.

Наприклад, для послідовного з’єднання *R, L, C*:



.



Розрахувавши це рівняння ми знаходимо не оригінал, а зображення. При цьому можна використовувати всі методи розрахунку кіл постійного струму. Це ми доведемо, якщо виразимо закони Ома та Кірхгофа в комплексній формі.

**3.17.1. Закон Ома**

Для кола з послідовним з’єднанням *R, L, C* маємо:

,



звідси – закон Ома в комплексній формі.



**3.17.2. Закони Кірхгофа**

**I закон Кірхгофа.**

Алгебраїчна сума миттєвих значень струмів в вузлі дорівнює нулю:

.



Це справедливо для будь-якого закону зміни струму, в тому числі і синусоїдного. Перейдемо до зображень:

.



Якщо , то сума зображень також дорівнює нулю.



Тоді , або – 1-й закон Кірхгофа.



Алгебраїчна сума комплексних струмів в вузлі дорівнює нулю.

**II закон Кірхгофа.**

Алгебраїчна сума миттєвих значень ЕРС. в замкненому контурі дорівнює алгебраїчній сумі миттєвих значень напруг на всіх ділянках цього контуру.

Для контуру з послідовним з’єднанням *R, L, C* одержимо:

.



Перейдемо до комплексних миттєвих величин:

,



або ,



або – ІІ-й закон Кірхгофа.



Алгебраїчна сума комплексних ЕРС, діючих в замкненому контурі, дорівнює алгебраїчні суми комплексних напруг на всіх ділянках цього контуру.

Одержані вирази для законів Ома та Кірхгофа в комплексній формі мають той же вигляд, що й для кіл постійного струму. Різниця в тому, що в цих виразах потрібно записувати струм, напругу та ЕРС. в комплексній формі.

Отже, для розрахунку комплексних струмів та напруг, тобто зображень, справедливі всі розрахункові формули та методи, вивчені раніше для кіл постійного струму, тому що вони основані на законах Ома та Кірхгофа.

**ЛЕКЦІЇ №12**

**Модуль №1 "Традиційні методи аналізу електричних кіл"**

**Тема 3. Теорія та розрахунок лінійний електричних кіл однофазного синусоїдного струму**

**План лекції №12**

1. Визначення комплексної повної потужності за комплексною напругою та комплексним струмом.

2. Баланс потужностей в комплексній формі.

3. Розрахунок кіл синусоїдного струму символічним методом.

4. Топографічна діаграма

**Література:** 1. Зеленков О.А., Шахов В.П., Бунчук О.О. Лінійні електричні кола постійного та змінного струму: Конспект лекцій.: НАУ, 2003. – 156 с.

2. Сірий Д.Т. Теоретичні основи електротехніки. Курс лекцій. Електрон. варіант.   
2019 р., 211 с.

**ЗМІСТ ЛЕКЦІЇ**

**1. Визначення комплексної повної потужності за комплексною напругою та комплексним струмом**

Для кола синусоїдного струму потужності знаходяться за формулами:

; ; , де .



Нехай відомі комплексна напруга та струм:

; ; .



Визначимо *P* та *Q* за комплексним струмом та напругою. Враховуючи, що в аргументі ми повинні одержати різницю початкових фаз напруги та струму, тобто , то візьмемо спряжений комплексний струм. Тоді одержимо:



,



звідси: – комплексна повна потужність.



**2. Баланс потужностей**

Для перевірки правильності розрахунків кіл синусоїдного струму символічним методом застосовують рівняння балансу потужностей в комплексній формі.

В колах синусоїдного струму алгебраїчна сума комплексних потужностей, що віддаються джерелами електричної енергії, дорівнює сумі комплексних потужностей, що споживаються приймачами.

.



При цьому, якщо напрям комплексних ЕРС та струму в гілці співпадають, то добуток береться з додатнім знаком і навпаки.



**3. Розрахунок кіл синусоїдного струму символічним методом**

**3.1. Прості кола**

u

R2

R3

R1

L3

С1

С3

Рис. 3.28















Рис. 3.29

Дано: ***,*** *Rk; Lk; Ck*. (рис. 3.28).



Визначити: *i1; i2; i3, P, Q, .*



Рішення:

1. Перейдемо до розрахункової схеми з комплексними параметрами   
(рис. 3.29), для чого визначимо комплексні опори гілок:



2. Визначимо еквівалентний комплексний опір кола:

;



3. Визначимо комплексні струми:



Перевірка: .



4. Запишемо дійсні миттєві струми:



5. Визначимо комплексні потужності джерела та приймачів:



6. Перевіримо баланс потужностей:

.



**3.2. Складні електричні кола**

Розрахунок складних кіл синусоїдного струму символічним методом виконується аналогічно розрахунку електричних кіл постійного струму, тобто за допомогою тих самих методів, але всі величини представлені в комплексній формі.

Нехай задано складне електричне коло синусоїдного струму (рис.3.30).

Дано: .

Рис. 3.30





































Визначити:



Рішення:

1. Виконаємо розрахунок методом контурних струмів, для цього визначимо незалежні контури та задамося в них напрямками контурних струмів.

Число незалежних контурів: *n=p-(q-1)=*6-(4-1)=3.

2. Складемо систему контурних рівнянь:



Розрахувавши систему, визначимо комплексні контурні струми .



3. Задамо напрямки дійсних струмів в гілках і визначимо їх комплексні значення:

.



4. За комплексними струмами визначаємо дійсні струми в гілках.

5. Визначимо комплексні падіння напруги на ділянках електричного кола а за їх значеннями визначимо дійсні падіння напруги.



6. Визначимо потужності джерел та приймачів:

;



.



7. Перевірка за балансом потужностей: .



**4. Топографічна діаграма**

Топографічна діаграма – це векторна діаграма напруг кола змінного струму, в якій напруги на всіх елементах контуру побудовані в послідовності розміщення елементів в контурі, тому кожній точці на топографічній діаграмі відповідає визначена точка електричного кола.

Топографічна діаграма будується за результатами розрахунку кола символічним методом і дозволяє:

- визначити графічно як величину, так і початкову фазу напруги між будь-якими точками електричного кола;

- перевірити правильність розрахунку електричного кола (для кожного контуру векторна діаграма напруг повинна бути замкнута);

- детальніше вивчити фізичні процеси в колі.

За початок відліку на топографічній діаграмі вибирають довільну точку вихідного електричного кола і приймають потенціал її рівним нулю, тобто суміщають її з початком координат комплексної площини.

Послідовність побудови топографічної діаграми розглянемо на конкретному прикладі.

Приклад № 1. Побудувати топографічну діаграму для кола рис. 3.31,а, якщо *Е1=100 В, Е2=j150 B, Z1=40 Oм, Z2= j20 Oм, Z3= Z4= Z5=-j10 Oм, Z6= j15 Oм, I1= - 1,69+j3,73 A, I2= 4,97+j5,59 A, I3=3,28+j9,32 A, I4=11,63+j7,43 A,*

E2

Е1

Z1

6

2

1

5

4

3

I1

I2

Z6

Z5

Z4

Рис. 3.31,а

Z3

I3

I5

I4

I6

Z2

*I5= - 8,35+j1,89 A, I6= - 13,32-j3,7 A.*

Рішення

**І спосіб**: – з використанням променевої діаграми струмів та діючих напруг на ідеальних елементах кола.

1. Будуємо променеву векторну діаграму струмів – сукупність векторів всіх струмів кола, що виходять з початку координат комплексної площини. Таким чином задаємо напрями струмів у всіх гілках кола (рис. 3.31,б).

2. Задаємося на схемі електричного кола точкою нульового потенціалу, нехай *V1=0,* від якої будемо починати побудову топографічної діаграми. Ця точка на топографічній діаграмі відповідає початку координат. Вказуємо напрям обходу контуру, наприклад 1-2-3-4-5-6-1.

3. Для контуру з вибраною початковою точкою складаємо рівняння за другим законом Кірхгофа для векторів напруг на всіх елементах контуру, починаючи від вибраної точки. ЕРС джерел енергії можна замінити спадами напруг на їх затискачах, які рівні їм, але протилежні за напрямом.

*Ū12 - Ū23+ Ū34 - Ū45+ Ū56 -Ū61 = 0.* (1)

4. Знаходимо діючі значення напруг:

*U12 = Z1I1; U23 = E1; U34 = Z4I4; U45 = Z5I5; U56 = E2; U61 = Z2I2.*

4. На комплексній площині з початку координат в вибраному масштабі відкладаємо діючі значення напруг в послідовності розміщення елементів контуру чи за рівнянням (1), орієнтуючи їх відносно напрямів струмів в гілках, зображених на променевій діаграмі. Напруги на резисторах відкладаються за напрямом струму в них, напруги на реактивних елементах – під кутом ±90о до струму (*L* чи *С*). Наступний вектор напруги будується з кінця попереднього і орієнтується відносно свого струму. Кінець останнього вектора прийдеться в початок координат. ЕРС чи напруга на ній орієнтуються відносно координатних осей за їх комплексною величиною, записаною в алгебраїчній формі (рис. 3.31,б).

**ІІ спосіб**: – з використанням комплексних напруг на елементах кола чи гілках кола, записаних в алгебраїчній формі.

I2

I1

I3

I4

I6

I5

0

+1

+j

Рис. 3.31,б

4

0

1

2

3

5

6

U12

U23

U35

U34

U61

U41

+1

+j

U45

Рис. 3.31,в

МІ

2А

МU

20B

1. Як і в першому випадку, приймаємо потенціал однієї із точок кола рівним нулю і вказуємо напрям обходу контуру.

2. Складаємо рівняння для замкнутих контурів за другим законом Кірхгофа для комплексних напруг на пасивних і активних елементах в послідовності їх розміщення, починаючи їх обхід з точки нульового потенціалу. При цьому напруги на пасивних елементах кола, напрям обходу яких співпадає з напрямом струму в них, беруться з додатним знаком і навпаки. Напруги на джерелах ЕРС беруться додатними при їх зустрічному обході і навпаки. Наприклад, для конуру 1-2-3-4-5-6-1:

*U12 - U23+ U34 - U45+ U56 - U61 = 0.* (2)

3. Знаходимо комплексні напруги на всіх елементах контуру і записуємо їх в алгебраїчній формі (напрям напруг врахований в рівнянні (2)):

*U12 = Z1I1 =40 (- 1,69+j3,73)= - 67,6+j149,2 B,*

*U23 = E1 = 100 B,*

*U34 = Z4I4 = - j10 (11,63+j7,43)=74,3 - j116,3 B,*

*U45 = Z5I5= - j10 (-8,35+j1,89)=18,9+j83,5 B,*

*U56 = E2 = j150 B,*

*U61 = Z2I2 = j20 (4,97+j5,59)= - 111,8 + j99,4 B.*

4. Будуємо на комплексній площині в вибраному масштабі вектори напруг в послідовності розміщення елементів в контурі чи за рівнянням (2). Початок першого вектора напруги суміщаємо з початком координат, а наступний вектор будуємо з кінця попереднього як з початку координат: – по осі дійсних чисел відкладаємо дійсну частину комплексної напруги, а по осі уявних чисел – уявну частину, знайдену координату з’єднуємо з кінцем попереднього вектора і т. д. Кінець останнього вектора прийдеться в початок координат (рис.3.31,в).

**ІІІ спосіб**: – з використанням комплексних потенціалів, знайдених для кожної точки контуру.

1. Приймаємо потенціал однієї із точок електричного кола рівним нулю і вказуємо напрям обходу контуру, наприклад, 1-2-3-4-5-6-1. Нехай *V1=0.*

2. Послідовно визначаємо комплексні потенціали точок і записуємо їх в алгебраїчній формі:

*V1= 0; V2 = V1 - U12= - U12,* (знак *V2* протилежний знаку напруги *U12*),

*V3= V2 +Е1; V4= V3 - U34; V5 = V4 + U45; V6= V5  - Е2.*

3. Будуємо на комплексній площині в вибраному масштабі точки, що відповідають потенціалам точок схеми електричного кола (як для кінців векторів струмів променевої діаграми).

6

4

0

1

2

3

5

+1

+j

Рис. 3.31,г

МV

20B

4. Знаходимо напруги між окремими точками, для цього достатньо їх з’єднати. Відрізок, що з’єднує точки з різними потенціалами, визначає різницю потенціалів цих точок електричного кола, тобто визначає напругу між цими точками кола. Але на цій діаграмі вектори напруг будуть направлені назустріч додатному напряму напруг між цими точками на схемі (рис. 3.31,г). Справа в тому, що напруга направлена за струмом, тобто до вузла, куди тече струм, а потенціал більший того вузла, звідки тече струм, а це протилежні напрями. Тому топографічна діаграма, побудована за потенціалами (рис. 3.31,г), симетрична відносно початку координат до топографічної діаграми, побудованої за спадами напруг (рис. 3.31,в). Всі інші співвідношення – спади напруг між різними точками схеми, зсув фаз між ними – залишаються незмінними.

**Контрольні запитання до теми №3 «Теорія та розрахунок лінійний електричних кіл однофазного синусоїдного струму»**

Варіант запитань вибирається за порядковим номером списку **підгрупи класу –** це перша цифра. Друга цифра – друге допоміжне запитання.

Дані для розрахунків для приведеної схеми: E2 = 128 B, ψ = -60°, R1 = 140 Ом, R2 = 135 Ом, R3 = 150 Ом, L2 = 44 мГн, L3 = 49 мГн, С1 = 2,4 мкФ, С2 = 2,5 мкФ, f = 400 Гц.

R1

C1

C2

L2

E2

R2

L3

R3

2

1

Z1

Z2

E2

Z3

I1

I2

I3

I11

I22

1. 16. Знайти опір індуктивних котушок L2, L3.

2. 15. Знайти опір конденсаторів С1, С2.

3. 17. Знайти комплексний опір індуктивних котушок L2, L3.

4. 18. Знайти комплексний опір конденсаторів С1, С2.

5. 14. Знайти комплексний опір першої вітки з R1, C1 (Z1).

6. 9. Знайти комплексний опір паралельного з’єднання L2, R2.

7. 13. Знайти комплексний опір другої вітки з C2, L2, R2 (Z2).

8. 12. Знайти комплексний опір третьої вітки з R3, L3 (Z3).

9. 11. Записати миттєве значення е2.

10. 18. Записати комплексне значення Е2.

11. 16. Записати контурне рівняння для верхнього контуру І11 (за методом КС).

12. 5. Записати контурне рівняння для нижнього контуру І22 (за методом КС).

13. 6. Записати вузлове рівняння для вузла 1(за методом ВП).

14. 2. Визначити потужність приймачів Z1, Z2, Z3 в комплексній формі.

15. 1. Записати потужність джерела Е2 в комплексній формі.

16. 8. Записати рівняння балансу потужності в комплексній формі.

17. 10. За узагальненим законом Ома визначити струм І1 .

18. 4. За узагальненим законом Ома визначити струм І2 .

**ЛЕКЦІЇ №13**

**Модуль №1 "Традиційні методи аналізу електричних кіл".**

**Тема 4. Резонансні явища в електричних колах синусоїдного струму.**

**План лекції №13**

1. Резонансні явища. Основні визначення.

2. Резонанс напруг.

3. Добротність та згасання контуру.

4. Частотні характеристики кола з послідовним з’єднанням *R,L,C*.

**Література:** 1. Зеленков О.А., Шахов В.П., Бунчук О.О. Лінійні електричні кола постійного та змінного струму: Конспект лекцій.: НАУ, 2003. – 156 с.

2. Сірий Д.Т. Теоретичні основи електротехніки. Курс лекцій. Електрон. варіант.   
2019 р., 211 с.

**ЗМІСТ ЛЕКЦІЇ**

**1. Резонансні явища. Основні визначення**

В колах змінного струму, що містять індуктивні котушки та конденсатори, можливі випадки, коли їх еквівалентний реактивний опір або еквівалентна реактивна провідність дорівнюють нулю, тобто *X=XL-XC*=*0* або *B=BL-BC=0.*

Струм та напруга у цьому випадку співпадають за фазою, а коло носить активний характер. Таке явище називається резонансом.

Резонанс – це такий стан електричного кола, яке містить котушки індуктивності та конденсатори, при якому зсув фаз між напругою та струмом дорівнює нулю *φ=ψu - ψi = 0.*

Розрізняють два види резонансу:

резонанс напруг, що виникає в колах з послідовним з’єднанням *R, L, C*;

резонанс струмів, що виникає в колах з паралельним з’єднанням   
*R, L, C*.

Резонансні явища знаходять широке застосування в авіаційному обладнанні літальних апаратів:

в схемах автоматичного регулювання частоти перетворювачів постійного струму в змінний;

в блоках підвищення та пониження частоти;

в коректорах частоти приводів постійної частоти обертання.

Дослідити резонансні явища в електричному колі означає:

визначити кутову частоту, при якій в колі наступає резонанс;

визначити залежність струму в колі, або напруги на його ділянці від частоти, індуктивності або ємності;

розглянути енергетичні процеси при резонансі.

**2. Резонанс напруг**

Розглянемо коло з послідовним з’єднанням *R, L, C* (рис. 4.1).

До кола прикладемо синусоїдну напругу: *u=Usinωt.*

R

L

C

U

UR

UL

UC

I

u

Рис. 4.1



Нехай в даному колі індуктивний опір дорівнює ємнісному, тобто *XL=XC ,*

тоді реактивний опір кола буде дорівнювати: *X=XL -XC =0,*

а повний опір , тобто повний опір дорівнює активному опору.



В цьому випадку струм в колі досягне максимального значення, а напруга на

індуктивній котушці та конденсаторі за умови, що , значно перевищує напругу, прикладену до кола.



Тому резонанс в колі з послідовним з’єднанням *R, L, C* одержав назву резонансу напруг.

Резонанс напруг – це явище резонансу на ділянці електричного кола, що містить послідовне з’єднання котушок індуктивності та конденсаторів.

Побудуємо векторну діаграму для випадку резонансу напруг (рис. 4.2)

.

UR=U

0

іC

Рис. 4.1

Рис. 3.29

Рис. 3.28

=

UR

іC

Рис. 4.1

Рис. 3.29

Рис. 3.28

=

I

іC

Рис. 4.1

Рис. 3.29

Рис. 3.28

=

UR

іC

Рис. 4.1

Рис. 3.29

Рис. 3.28

=

UL

іC

Рис. 4.1

Рис. 3.29

Рис. 3.28

=

UR

іC

Рис. 4.1

Рис. 3.29

Рис. 3.28

=

UC

іC

Рис. 4.1

Рис. 3.29

Рис. 3.28

=

UR

іC

Рис. 4.1

Рис. 3.29

Рис. 3.28

=

Рис. 4.2

ω



Отже, при резонансі напруг, напруга на активному опорі дорівнює напрузі, прикладеній до кола:

.



З діаграми також бачимо, що струм співпадає за фазою з напругою. Таким чином, резонанс напруг в колі з послідовним з’єднанням *R, L, C* настане при умові:

або , .



З останнього виразу бачимо, що резонансу можна досягнути змінюючи *L, C* або *ω*.

При *L*=const; *C*=const резонанс наступає при кутовій частоті, що дорівнює:

– частота особистих коливань контуру.



При *L*=const; *ω* =const резонанс наступить при ємності:

.



При *С*=const; *ω* =const резонанс наступить при індуктивності:

.



Напруги на індуктивній котушці та на конденсаторі при резонансі будуть дорівнювати:



де – хвильовий опір контуру:



[Ом].



Реактивна потужність при резонансі дорівнює нулю:

, так як ,



тоді повна потужність дорівнює активній:

,



а коефіцієнт потужності дорівнює одиниці:

.



**3. Добротність та згасання контуру**

Відношення напруги на котушці індуктивності або конденсаторі до напруги на затискачах кола при резонансі називається добротністю контуру:

.



В технічних пристроях Q=5…5000.

Добротність контуру показує в скільки разів при резонансі напруга на індуктивній котушці або на конденсаторі більше, ніж напруга, прикладена до кола.

Добротність резонансного контуру тим більша, чим менший активний опір контуру.

Величина, обернена добротності, називається затуханням резонансного контуру:

.



**4. Частотні характеристики кола з послідовним з’єднанням *R, L, C***

Частотні характеристики – це залежності величин *X, XL, XC, Z* та *φ* від частоти прикладеної напруги. При цьому *ω*=0…∞.

Зобразимо вказані залежності (рис. 4.3):

1. – лінійна залежність;



2. – гіпербола;



3. .



4. – парабола;



5.



При *ω<ω*о – ємнісний характер кола;

при *ω=ωо* – активний характер кола;

при *ω>ωо* – індуктивний характер кола.

Резонансні характеристики – це залежності *UL, UC, I* від частоти прикладеної напруги *ω* (або від значень *L* та *C*).

Побудуємо резонансні характеристики в залежності від частоти   
(рис. 4.4). Нехай *ω=0…∞.*

1.



UL

Uc

I

ω

ωc ωo ωL

0

U

UL0=UC0

I

UL

UC

ωo

X

Z

φ

XC

XL

XL

XC

X

Z

φ

π/2

R

0

-π/2

Рис. 4.3

ω

Рис. 4.4

2.



Для визначення частоти , при якій досягає максимуму, дослідимо підкореневий вираз на мінімум:



,



.



Таким чином так як підкореневий вираз менший за одиницю.



3. .



Частота , при якій досягає максимуму, визначається аналогічно попередньому випадку і дорівнює:



тому що підкореневий вираз менший за одиницю.



Максимальні значення напруги на індуктивній котушці та конденсаторі будуть дорівнювати:



**ЛЕКЦІЇ №14**

**Модуль №1 "Традиційні методи аналізу електричних кіл".**

**Тема 4. Резонансні явища в електричних колах синусоїдного струму.**

**План лекції №14**

1. Резонанс струмів, добротність та згасання контуру.

2. Частотні характеристики кола з паралельним з’єднанням *R,L,C*.

3. Енергетичні процеси при резонансі.

4. Підвищення коефіцієнта потужності, його практичне значення.

**Література:** 1. Зеленков О.А., Шахов В.П., Бунчук О.О. Лінійні електричні кола постійного та змінного струму: Конспект лекцій.: НАУ, 2003. – 156 с.

2. Сірий Д.Т. Теоретичні основи електротехніки. Курс лекцій. Електрон. варіант.   
2019 р., 211 с.

**ЗМІСТ ЛЕКЦІЇ**

**1. Резонанс струмів, добротність та згасання контуру**

Розглянемо коло з паралельним з’єднанням *R, L, C* (рис. 4.5)

До кола прикладемо синусоїдну напругу *u=Um sinωt*.

IL

I

IR

С

U

L

R

G

Рис. 4.5

Нехай в колі *BL=Bc*, тоді *B= BL -Bc*=0, a , тобто повна провідність кола дорівнює активній.



В цьому випадку струм в нерозгалуженій ділянці кола *I* досягне максимального значення (*I=UG*), а струми в гілках з індуктивністю *IL* та ємністю *Іс* за умови, що *BL=Bc* >>G, значно перевищать струм в нерозгалуженій ділянці кола. Тому резонанс в колі з паралельним з’єднанням *R,L,C* одержав назву резонансу струмів.

Резонанс струмів – це явище резонансу на ділянці електричного кола, що містить паралельне з’єднання *R, L, C.*

Побудуємо векторну діаграму для випадку резонансу струмів (рис. 4.6): .

U

іC

Рис. 4.1

Рис. 3.29

Рис. 3.28

=

UR

іC

Рис. 4.1

Рис. 3.29

Рис. 3.28

=

0

іC

Рис. 4.1

Рис. 3.29

Рис. 3.28

=

UR

іC

Рис. 4.1

Рис. 3.29

Рис. 3.28

=

IC

іC

Рис. 4.1

Рис. 3.29

Рис. 3.28

=

UR

іC

Рис. 4.1

Рис. 3.29

Рис. 3.28

=

IL

іC

Рис. 4.1

Рис. 3.29

Рис. 3.28

=

UR

іC

Рис. 4.1

Рис. 3.29

Рис. 3.28

=

Рис. 4.6

IR=I

іC

Рис. 4.1

Рис. 3.29

Рис. 3.28

=

UR

іC

Рис. 4.1

Рис. 3.29

Рис. 3.28

=

ω



Отже, при резонансі струмів струм в резисторі дорівнює струму в нерозгалуженій ділянці кола, а струм і напруга на вході кола співпадають за фазою.

Таким чином, загальною умовою резонансу струмів для даного кола являється: *BL=Bc*; або , або .



Отже, резонансу струмів можна досягти змінюючи *L, C* або , відповідно будемо мати резонансні параметри: ;;



При резонансі струмів струми в індуктивній котушці та конденсаторі будуть однакові:

;



;



де =*BLO=BCO* [См] – хвильова провідність.



Реактивна потужність при резонансі

, тоді , а коефіцієнт потужності .



Відношення струму в гілці з індуктивністю, або струму в гілці з ємністю до струму в нерозгалуженій ділянці кола при резонансі називають добротністю контуру

.



Величина, обернена добротності, називається згасанням резонансного контуру

.



Для збільшення добротності контуру необхідно , тобто .



Нехай , в цьому випадку в колі маємо тільки ідеальні індуктивність та ємність, і . Отже, струм в нерозгалуженій ділянці кола буде дорівнювати нулю, при цьому енергія від джерела не надходить, а відбуваються лише періодичні коливання енергії між магнітним полем котушки та електричним полем конденсатора.



В реальних електричних колах індуктивна котушка та конденсатор мають активний опір (рис. 4.7, а)

б)

а)

BС

GL

GС

ХС

С

RС

Рис. 4.7

RК

ХL

L

BL

В цьому випадку необхідно враховувати еквівалентні індуктивні та ємності провідності (рис. 4.7, б):

*BL eк=BC eк*, де ;



.



Тоді: ,



звідси знаходимо резонансну частоту в реальному контурі

.



**2. Частотні характеристики кола з паралельним з’єднанням *R,L,C***

Частотні характеристики – це залежність величин *BL, BC, B, Y* та від частоти прикладеної напруги. Зобразимо вказані залежності (рис. 4.8).



1) – гіпербола; .



2) – лінійна залежність; *Вс* (0)=0, .



3) .



4) – парабола; ; .



5)

B

ωo

Y

BL

BC

φ

ω

BL

BC

B

Y

φ

π/2

G

0

-π/2

Рис. 4.8

I0

0

IL

ωo

I

IC

I

IL

IC

ω

Рис. 4.9



Резонансні характеристики – це залежності *IL,IC, I* від частоти прикладеної напруги.

Зобразимо вказані залежності (рис. 4.9)

1) – гіпербола. .



2) – лінійна залежність. .



3) – парабола .



Ці характеристики справедливі для ідеального резонансного контуру. В випадку реального контуру необхідно врахувати активні опори котушки індуктивності та конденсатора.

**3. Енергетичні процеси при резонансі**

Розглянемо енергетичні процеси при резонансі на прикладі контуру з послідовним з’єднанням *R,L,C*.

До кола прикладена синусоїдна напруга .Так як коло при резонансі носить активний характер, то струм буде дорівнювати , а напруга на конденсаторі буде відставати від струму на 90о, тобто



.



Визначимо миттєві значення енергії:



.



Враховуючи, що при резонансі

.



Підставимо одержане значення в вираз для



Отже, максимальна енергія, накопичена в електричному полі конденсатора, дорівнює максимальній енергії, накопиченій в магнітному полі котушки індуктивності.

Визначимо миттєву енергію резонансного контуру:



Таким чином, миттєва енергія, накопичена в магнітному і електричному полях при резонансі, є величиною сталою і не залежить від часу.

Зобразимо часові діаграми миттєвих енергій (рис. 4.10).

З часових діаграм видно, що при резонансі напруг, магнітне та електричне поля безперервно обмінюються енергію. Коло поводить себе як активний опір, тому повертання енергії з магнітного та електричного полів джерелу немає.

π

2π

we

wм

w=const

LI2m.o2

i,u

uc

ωt

0

i,u

uc

we

wм

w

LI2m.o4

Рис. 4.10

В випадку паралельного з’єднання *R,L,C*, тобто при резонансі струмів, енергетичні процеси будуть аналогічними. В цьому випадку струм в котушці буде відставати від напруги на конденсаторі на . Тому всі висновки, приведені вище, будуть справедливі і для паралельного контуру.



**4. Підвищення коефіцієнта потужності та його практичне значення**

Економічне значення коефіцієнта потужності полягає в тому, що від його величини залежать витрати на експлуатацію, а також ефективність використання електрообладнання.



Розглянемо декілька приймачів електричної енергії, що працюють з однаковою активною потужністю, напругою, але при різних , тобто



В цьому випадку:

, звідси .



Отже, з зменшенням , струм буде збільшуватись, а це призводить:



- до збільшення втрат енергії на активних опорах кола, тобто

0

ІС

І1

φ2

φ1

І2

ІС

U

Рис. 4.11



- до збільшення перерізу проводів, що проводить до збільшення їх маси;

- до збільшення вартості системи;

- до зменшення ККД та ефективності використання енергетичних систем.

Тому виникає необхідність підвищення коефіцієнта потужності кола. Це досягається шляхом вмикання паралельно до приймача з низьким коефіцієнтом потужності батареї конденсаторів, що пояснює векторна діаграма на (рис. 4.11).

*ІС* – струм батареї конденсаторів.

*І1* – струм навантаження.

*І2*– струм навантаження з урахуванням конденсаторів.



**ЛЕКЦІЇ №15**

**Модуль №1 "Традиційні методи аналізу електричних кіл".**

**Тема 5. Електричні кола з індуктивним зв'язком.**

**План лекції №15**

1. Взаємна індукція в колах змінного струму.

2. Послідовне з’єднання котушок при їх узгодженому та

зустрічному включенні.

3. Паралельне з’єднання котушок при їх узгодженому та

зустрічному включенні.

**Література:** 1. Зеленков О.А., Шахов В.П., Бунчук О.О. Лінійні електричні кола постійного та змінного струму: Конспект лекцій.: НАУ, 2003. – 156 с.

2. Сірий Д.Т. Теоретичні основи електротехніки. Курс лекцій. Електрон. варіант. 2019 р., 211 с.

**ЗМІСТ ЛЕКЦІЇ**

**1. Взаємна індукція в колах змінного струму**

Електричні кола, які мають загальний магнітний потік, називаються колами з взаємною індукцією або індуктивно зв’язаними (або з індуктивним зв’язком).

Якщо магнітне поле однієї індуктивної котушки частково зціплене з витками другої котушки, то такі індуктивні котушки називаються індуктивно зв’язаними.

Розглянемо дві індуктивні котушки, розташовані рядом (рис. 5.1).

Нехай перша котушка підключена до джерела напруги і по ній протікає струм *i1*, а друга котушка вимкнута, тому *i2*=0.

ψ1L

ψ21

i1

i2=0

u1

ψ1S

L1

ω1

L2

ω2

Pис. 5.1

Навколо першої котушки виникає магнітне поле.

Магнітний потік, зчеплений з витками першої котушки і обумовлений струмом в ній, називається потокозчепленням самоіндукції:

*ψ1L=ω1Ф1=L1i1* [Вб].

Напрямок потокозчеплення визначається за правилом правої руки. Але може бути, що частина магнітного потоку першої котушки зчеплена з витками другої котушки.

Магнітний потік, обумовлений струмом в першій котушці, і зчеплений з витками другої котушки (тобто частина потокозчеплення самоіндукції   
І котушки) називається потокозчепленням взаємної індукції:

*ψ21= ψ2м= М21****·****і1,*

де *М21= ψ21/і1* – взаємна індуктивність між першою та другою котушками, залежить від форми, розмірів, взаємного розташування котушок та магнітних властивостей середовища.

Решта потокозчеплення самоіндукції першої котушки, яка зчеплена тільки з власними витками називається потокозчепленням розсіяння:

*ψ1s=L1si1*,

де *L1s* – індуктивність розсіяння першої котушки.

Таким чином:

*ψ1L= ψ21+ ψ1s*

Якщо струм в першій котушці змінюється за часом, то і потокозчеплення будуть змінними величинами. За законом Фарадея в першій котушці буде наводитися ЕРС самоіндукції:

*e1L=-dψ1L /dt=-L1****·****di1 /dt,*

а в другій – ЕРС взаємної індукції:

*e2L=-dψ21 /dt=-М21****·****di1 /dt.*

Тепер розглянемо інший випадок, коли друга котушка підключена до джерела напруги і в ній протікає струм *і2* , а перша котушка вимкнута і *і1*=0. Маємо:

*ψ2L=L2****·****i2 –* потокозчеплення самоіндукції другої котушки;

*ψ12= ψ1м=М12****·****і2 –* потокозчеплення взаємоіндукції;

*ψ2s=L2s i2* – потокозчеплення розсіювання другої котушки.

де: *М12* – взаємна індуктивність між другою і першою котушками;

*L2s* – індуктивність розсіювання другої котушки.

Теж вірно:

*ψ2L= ψ12+ψ2s.*

Якщо струм в другій котушці змінний, то одержимо ЕРС самоіндукції *e2L* та ЕРС взаємної індукції *e12*:

*e2L=-dψ2L /dt=-L2****·****di2 /dt;*

*e12=-dψ12 /dt=-М12****·****di2 /dt.*

В лінійних індуктивно зв’язаних котушках зазвичай

*M12=M21=M* [Гн].

Тепер розглянемо загальний випадок, коли в обох котушках протікають змінні струми *і1* та *і2*   
(рис. 5.2). В цьому випадку загальне потокозчеплення кожної котушки буде складатися із потоко-зчеплення самоіндукції та взаємоіндукції. Наприклад, в першій котушці:

u2

Рис. 5.2

u1

ψ1L

ψ21

i1

i2

ψ1S

ψ2S

ψ2L

ψ12

*ψI=ψ1L± ψ12*

Так як потокозчеплення самоіндукції обумовлює ЕРС самоіндукції, а потокозчеплення взаємоіндукції – ЕРС взаємоіндукції, то загальна ЕРС в І котушці буде:

*еI=е1L± е12*.

Можливі два випадки включення котушок – узгоджене та зустрічне, від чого і залежать знаки “+” або “-“.

Узгодженим називається таке включення котушок, при якому потокозчеплення самоіндукції та взаємоіндукції і ними обумовлені ЕРС співпадають за напрямом, тобто мають однакові знаки.

Зустрічним називається таке включення котушок, при якому потокозчеплення самоіндукції та взаємної індукції і ними обумовлені ЕРС направлені протилежно, тобто мають різні знаки.

Для визначення знака ЕРС взаємоіндукції вводять поняття однойменних затискачів.

Затискачі двох котушок називаються однойменними, якщо при однаковому напрямку струмів відносно них потокозчеплення самоіндукції та взаємної індукції співпадають за напрямом (рис. 5.3).

*а* і *в, б* і *г* – однойменні затискачі.

ψ12

ψ1L

ψ2L

ψ21

i1

i2

а

б

в

г

Рис. 5.3

На електричних схемах однойменні затискачі позначаються крапками.

Чим менше потокозчеплення розсіяння, тим ближче потокозчеплення взаємної індукції до потокозчеплення самоіндукції.

Для оцінювання ступеню магнітного зв’язку між котушками користуються коефіцієнтами зв’язку та розсіяння:

– коефіцієнт зв’язку. ().



Коефіцієнт зв’язку показує, яку частину реально обумовлена ЕРС взаємної індукції складає від тої максимальної ЕРС, яку б змогла навести одна котушка в другій в ідеальному випадку.

Коефіцієнт розсіяння:

.



При сильному магнітному зв’язку між контурами *K*→1, а *σ*→0.

**2. Послідовне з’єднання котушок при їх узгодженому та зустрічному включенні**

Розглянемо послідовне з’єднання двох індуктивно зв’язаних котушок в колі синусоїдного струму при узгодженому включенні (рис. 5.4).

До кола прикладена синусоїдна напруга

u2

u1

u

i

L1

R2

R1

Рис. 5.4

M

L2

*u=Um sin(ωt+ψu).*

Складемо рівняння за ІІ законом Кірхгофа:

*u=u1+ u2*

Враховуючи, що



одержимо:

.



Перейдемо до комплексної форми запису:

*U=(R1+R2 )I + jωI (L1+L2+2M).* (5.1)

Позначимо:

*R1+R2=R* – еквівалентний активний опір кола,

*L1+L2+2M=Ly –* еквівалентна індуктивність при узгодженому включенні.

Тоді: *U=RI+jωLyI*, звідси .



Таким чином, при послідовному узгодженому включенні двох індуктивно зв’язаних котушок їх еквівалентна індуктивність дорівнює сумі індуктивностей котушок плюс подвоєне значення взаємної індуктивності

*Ly=L1+L2+2M.*

Зобразимо векторну діаграму напруг при узгодженому включенні котушок (рис. 5.5).Для цього використаємо рівняння електричної рівноваги в комплексній формі (5.1).

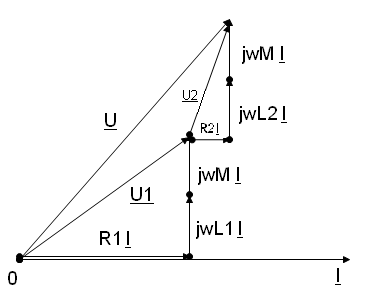


Рис. 5.5

При зустрічному включенні котушок напрямок струму відносно однойменних затискачів буде протилежним, тому знаки при ЕРС самоіндукції та взаємної індукції будуть різними.

В цьому випадку рівняння електричної рівноваги буде мати вигляд:

*U = U1+ U2=R1 I +jωL1 I - jωM I +R2 I + jωL2 I - jωM I =*

*= I [(R1+R2)+jω(L1+L2-2M)],*

де *Lз=L1 + L2 - 2M* – еквівалентна індуктивність при зустрічному включенні котушок.

Зобразимо векторну діаграму напруг (рис. 5.6) при зустрічному включенні котушок для випадку *L2<M<L1.*

В цьому випадку вектор *U2* відстає від струму, чим утворюється ефект “несправжньої ємності”.

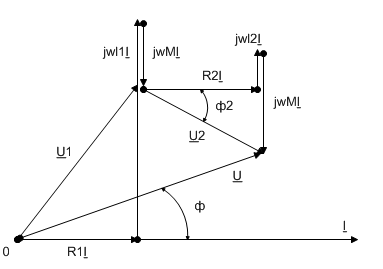


Рис. 5.6

Коло в цілому носить індуктивний характер, тому що завжди як додатна фізична величина

*Lз=L1+L2-2M>0.*

Величина взаємної індуктивності *М* може бути визначена експериментально за знайденими

*Ly=L1+L2+2M* та *Lз=L1+L2 -2M*

за формулою: *Ly-Lз=4M.*

Звідси:

.



**3. Паралельне з’єднання котушок при їх узгодженому та зустрічному включенні**

Розглянемо паралельне з’єднання двох індуктивно зв’язаних котушок в колі синусоїдального струму при їх узгодженому включенні (рис. 5.7).

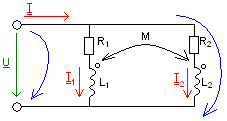


Рис. 5.7

До кола прикладемо синусоїдну напругу



Задамо напрямок обходу і складемо два рівняння за ІІ-м законом Кірхгофа в комплексній формі:

 (5.2)

(5.3)

Позначимо:



тоді одержимо:

(5.4)

(5.5)



Визначимо струми та за методом визначників:



= = =



де .



Припустимо, що = , тоді ,



В цьому випадку одержимо

.



Звідси – еквівалентна індуктивність при паралельному узгодженому включенні двох котушок.



Аналогічно може бути визначена еквівалентна індуктивність при паралельному зустрічному включенні двох індуктивних котушок. Вона дорівнює:



Побудуємо векторну діаграму (рис. 5.8) для узгодженого включення паралельно з’єднаних котушок в відповідності з рівняннями (5.2) та (5.3):

- будуємо вектори струмів та ;



- будуємо ;



- будуємо .



Для плавної зміни індуктивності кола застосовують варіометри. Вони складаються з двох котушок різного діаметра, причому одна обертається в середині другої. Котушки можуть бути з’єднані послідовно і паралельно при узгодженому та зустрічному включенні. Тому їх індуктивність буде змінюватись   
від до

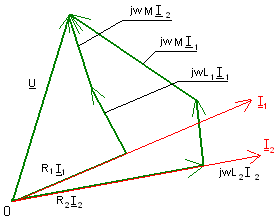


Рис. 5.8



**ЛЕКЦІЇ №16**

**Модуль №1 "Традиційні методи аналізу електричних кіл".**

**Тема 5. Електричні кола з індуктивним зв'язком.**

**План лекції №16**

1. Повітряний трансформатор.

2. Основні рівняння повітряного трансформатора. Особливості розрахунку кіл з взаємною індукцією.

3. Режими роботи трансформатора.

4. Схема заміщення трансформатора.

**Література:** 1. Зеленков О.А., Шахов В.П., Бунчук О.О. Лінійні електричні кола постійного та змінного струму: Конспект лекцій.: НАУ, 2003. – 156 с.

2. Сірий Д.Т. Теоретичні основи електротехніки. Курс лекцій. Електрон. варіант.   
2019 р., 211 с.

**ЗМІСТ ЛЕКЦІЇ**

**1. Повітряний трансформатор**

Трансформатор – це статичний пристрій, призначений для перетворення змінного струму однієї напруги, в змінний струм тієї ж частоти, але іншої за величиною напруги.

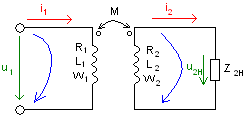
Трансформатор був винайдений в 1876 році російським інженером Яблочковим П.М.

Повітряний трансформатор складається з двох електрично не зв’язаних, нерухомих котушок без феромагнітних осердь. Такий трансформатор являється лінійним.

**2. Основні рівняння повітряного трансформатора. Особливості розрахунку кіл з взаємною індукцією**

Зобразимо електричну схему трансформатора (рис.5.9)

Обмотка, до якої підключене джерело електричної енергії, називається первинною.



“первинна” “вторинна”

Рис. 5.9

Рис. 5.9

Обмотка, до якої підключений приймач, називається вторинною.

– коефіцієнт трансформації.



Нехай до затискачів первинної обмотки прикладена напруга , тоді в ній буде протікати струм .У вторинній обмотці виникне ЕРС взаємної індукції і в ній з’явиться струм *і2*.



Запишимо рівняння електричної рівноваги для повітряного трансформатора, для цього вкажимо напрямки струмів, напруг та задамо напрям обходу.

При складанні рівняння за ІІ законом Кірхгофа для кіл з взаємною індукцією будемо користуватись таким правилом для визначення знака перед :



«Якщо відносно однойменних затискачів напрям обходу котушки співпадає з напрямом струму в котушці , то перед беремо додатній знак, якщо напрямки протилежні – беремо від’ємний знак.



Тепер запишемо рівняння:

.



Це основні рівняння повітряного трансформатора.

У вторинній обмотці в якості джерела електричної енергії виступає ЕРС взаємної індукції



Для синусоїдних величин основні рівняння трансформатора можна записати в символічній формі:



**3. Режими роботи трансформатора**

**А. Режим холостого ходу**

В цьому випадку вторинна обмотка розімкнута, тобто Струм викличе у вторинній обмотці ЕРС взаємної індукції Тоді основні рівняння трансформатора приймуть вигляд:

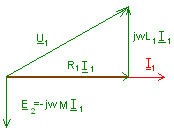


Рис. 5.10

Зобразимо векторну діаграму трансформатора для режиму холостого ходу   
(рис. 5.10).

З досліду холостого ходу трансформатора можна визначити коефіцієнт взаємної індукції *M*:

, звідси .



**Б. Режим навантаження**

Нехай вторинна обмотка замкнута на приймач , тоді основні рівняння трансформатора приймуть вигляд:



(5.6)

(5.7)



Введемо позначення: .



Тоді одержимо:



Визначимо струми та за методом визначників:



= = =



Відношення напруги на затискачах первинної обмотки трансформатора до струму в ній, називається вхідним опором трансформатора

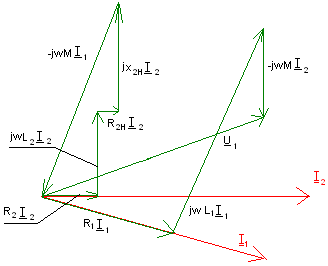


Рис. 5.11



Зобразимо векторну діаграму трансформатора для режиму навантаження (рис. 5.11):

- за базисний вектор приймаємо вектор струму



- будуємо вектор струму



- будуємо рівняння (5.6);

- будуємо рівняння (5.7).

**4. Схема заміщення трансформатора**

Схема заміщення електротехнічного пристрою – це схема, що при заданій напрузі споживає той самий струм та ту ж саму потужність, що й даний пристрій.

Запишемо основні рівняння трансформатора:



До першого рівняння додамо і віднімемо , а до другого – , тоді одержимо:







або



На основі одержаних рівнянь будуємо схему заміщення трансформатора (рис. 5.12).

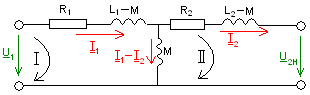


Рис. 5.12

Схеми заміщення дозволяють звести розрахунки трансформаторів до розрахунку електричних кіл змінного струму.

**ЛЕКЦІЇ №2.1**

**Модуль №2 «Особливості методів аналізу специфічних кіл або їх ділянок».**

**Тема 1. Пасивні чотириполюсники.**

**План лекції №2.1**

1. Основні визначення.

2. Основні рівняння пасивних лінійних чотириполюсників.

**Література:** 1. Зеленков О.А., Шахов В.П., Бунчук О.О. Лінійні електричні кола постійного та змінного струму: Конспект лекцій.: НАУ, 2003. – 156 с.

2. Сірий Д.Т. Теоретичні основи електротехніки. Курс лекцій. Електрон. варіант.   
2019 р., 226 с.

**ЗМІСТ ЛЕКЦІЇ**

**1. Основні визначення**

***Чотириполюсником*** називається частина електричного кола, що має два вхідних та два вихідних затискачі (полюси).

Зазвичай, чотириполюсник вмикаються між джерелом та приймачем електричної енергії.

Приклади чотириполюсників (рис.5.1):

*1*

*1'*

*Zл*

*Zл*

*2'*

*2*

*1'*

*1*

*2'*

*2*

*2*

*2'*

*1*

*1'*

*1*

*1'*

*2*

*2'*

Лінія передачі

Трансформатор

Електричний фільтр

Випрямляч

Рис. 5.1

Чотириполюсники поділяються на ***лінійні*** та ***нелінійні***.

***Лінійними*** чотириполюсниками називаються чотириполюсники, параметри яких не залежать від величини струму або напруги, а також від їх напрямків.

***Нелінійними*** чотириполюсниками називаються чотириполюсники, параметри яких залежать від струму або напруги.

Чотириполюсники бувають активні і пасивні.

***Активні*** чотириполюсники мають джерела електричної енергії (підсилювачі, напівпровідникові пристрої).

***Пасивні*** чотириполюсники не містять джерел електричної енергії.

**2. Основні рівняння пасивних лінійних чотириполюсників**

Розглянемо лінійний пасивний чотириполюсник (рис. 5.2)

*1-1′* – вхідні затискачі, до яких вмикаються джерела енергії,

*1′*

*2'*

*2*

*I2*

*I1*

П

Рис. 5.2

*U2*

*Z2*

*III*

*Z′2*

*1*

*U1*

*II*

*2-2′* – вихідні затискачі, до яких вмикаються навантаження,

*I1* і *U1, I2* і *U2 –* відповідно вхідні і вихідні комплексні струми та напруги чотириполюсника,

*Z2 –* комплексний опір споживача.

Чотириполюсник характеризується двома напругами *U1, U2* та двома струмами *I1, I2.* Будь-які дві величини із чотирьох можна визначити за двома іншими. Число комбінацій з 4 по 2 дорівнює , тому можливі 6 форм запису рівнянь чотириполюсника (табл. 5.1).



Виведемо основні рівняння пасивного чотириполюсника, що встановлює зв’язок між вхідними та вихідними величинами, які називаються рівняннями чотириполюсника в А-формі. В процесі знайдемо рівняння пасивного чотириполюсника в Y- та Z-формі.

Нехай пасивний чотириполюсник містить *n* контурів. Для визначення струмів *I1* та *I2* використаємо метод контурних струмів.



При цьому *II=I1; III=I2*, а частину опору вихідного контуру, що знаходиться всередині чотириполюсника, позначимо через *Z’22*, тоді *Z22=Z’22+Z2* i *Z22I2=Z’22I2+Z2I2=Z’22I2+U2*.

Рівняння приймуть наступний вигляд:



Визначимо струми *I1* та *I2* за методом визначників, тобто як , де



Розкладемо *∆k* по елементах *k* – го стовпця, тоді

.



Визначимо струми *I1* та *I2,* враховуючи, що *EI = U1*; *EII = - U2*,   
*ЕІІІ,…, ЕN =0*  (як для пасивного чотириполюсника):

(5.1)



(5.2)



Або:



.



Це є рівняння чотириполюсника в Y-формі, тут *Y11,…, Y22* – комплексні провідності. Вони дозволяють за відомими напругами *U1*, *U2* знайти струми *І1, І2.*

Якщо в цих рівняннях виразити *U1*, *U2* через струми *І1, І2*, то одержимо рівняння чотириполюсника в Z-формі:



.



Тут *Z11,…, Z22* – комплексні опори.

Для одержання основних рівнянь чотириполюсника в А-формі з рівняння (8.2) визначимо *U1* та підставимо його в рівняння (5.1):



.



Позначимо: ;



Тоді основна система рівнянь пасивного чотириполюсника в А-формі при передачі електричної енергії зліва направо прийме вигляд:



де *A, B, C, D* – сталі чотириполюсника, це комплексні величини.

*A, D* – безрозмірні величини, [*B*] *– Ом*; [*C*] *– См*.

Для кожного чотириполюсника сталі чотириполюсника можна визначити розрахунковим або дослідним шляхом.

Для чотириполюсників, що задовольняють принципу взаємності, тобто *∆12=∆21*, сталі чотириполюсника зв’язані співвідношенням:

*AD -BC=1*.

Доведемо це:



Отже, будь-який пасивний чотириполюсник характеризується трьома сталими, так як четверта може бути визначена із рівності *AD-BC=1*.

Тепер поміняємо місцями джерело енергії та приймач, тобто електрична енергія буде передаватися з права наліво (рис. 5.3).

В цьому випадку в основних рівняннях чотириполюсника потрібно замінити:

*Z2*

*U1* на *U2*; *U2* на *U1*;

*2'*

*2*

*1*

*I1*

*I2*

П

*U1*

*U2*

Рис. 5.3

*1'*

*I1* на –*I2*; *I2* на –*I1.*

Тоді рівняння приймуть вигляд:



Розв’яжемо одержану систему відносно *U1* та *I1*, для цього спочатку перше рівняння помножимо на *D*, а друге – на *B,* а потім перше рівняння помножимо на *С,* а друге – на *A* і віднімемо від перших рівнянь другі:

I *DU2=ADU1-BDI1* II *CU2=ACU1-BCI1*

**−** **−**

−*BI2=BCU1-BDI1* −*AI2=CAU1-ADI1*

⎯⎯⎯⎯⎯⎯⎯⎯⎯ ⎯⎯⎯⎯⎯⎯⎯⎯⎯

*DU2+BI2=U1 CU2+AI2=I1*

Таким чином, – основне рівняння чотириполюсника при зворотній передачі енергії.



Таблиця 5.1

Форми запису рівнянь пасивного чотириполюсника

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Форма | Рівняння | Зв’язок зі сталими основних рівнянь (А-форма) |
| А-форма | U1 =AU2 + BI2,  I1 =CU2 + DI2. |  |
| Y- форма | I1 =Y11 U1 + Y12 U2,  I′2 =Y21 U1 + Y22 U2. | Y11 =D/В; Y12 = - 1/В;  Y12 = Y21; Y22 = А/В |
| Z- форма | U1 =Z11 I1 + Z12 I′2,  U2 =Z21 I1 + Z22 I′2. | Z11 =А/С; Z12 =1/С;  Z12 = Z21; Z22 = D/С |
| H- форма | U1 =H11 I1 + H12 U2,  I′2 =H21 I1 + H22 U2. | H11 =В/D; H12 =1/D;  H21 = - H12; H22 =С/D |
| G- форма | I1 =G11 U1 + G12 I′2,  U2 =G21 U1 + G22 I′2. | G11 = С/А; G12 = - 1/А;  G21 = - G12; G22 = В/А |
| B- форма | U2 =B11 U1 + B12 I′1,  I′2 =B21 U1 + B22 I′1. | B11 = D; B12 = В;  B21 = С; B22 = А |
| I′1 = - I1; I′2 = - I2. | | |

Ці рівняння відрізняються від рівнянь чотириполюсника, складених для випадку передачі енергії зліва направо тим, що помінялись   
місцями *A* та *D*.

Чотириполюсник називається симетричним, якщо при передачі енергії зліва направо він по відношенню до вхідних затискачів представляє собою таке ж саме коло, як і при передачі енергії з права наліво.

В цьому випадку *A=D*.

**ЛЕКЦІЇ №2.2**

**Модуль №2 «Особливості методів аналізу специфічних кіл або їх ділянок».**

**Тема 1. Пасивні чотириполюсники.**

**План лекції №2.2**

1. Т і П – подібні схеми заміщення пасивного чотириполюсника.

2. Дослідне визначення постійних чотириполюсника.

3. Характеристичні параметри чотириполюсника.

**Література:** 1. Зеленков О.А., Шахов В.П., Бунчук О.О. Лінійні електричні кола постійного та змінного струму: Конспект лекцій.: НАУ, 2003. – 156 с.

2. Сірий Д.Т. Теоретичні основи електротехніки. Курс лекцій. Електрон. варіант.   
2019 р., 226 с.

**ЗМІСТ ЛЕКЦІЇ**

**1. Т і П – подібні схеми заміщення пасивного чотириполюсника**

Будь-який пасивний чотириполюсник можна замінити триелементною схемою заміщення:

Т – подібною, це з’єднання елементів “зіркою”;

П – подібною, це з’єднання елементів “трикутником”.

Розглянемо ці схеми: (рис. 5.4).

Опори схем заміщення вибираються так, щоб схема заміщення мала ті ж самі сталі *A, B, C* та *D*, що й замінений чотириполюсник.

Ця задача вирішується однозначно, так як схема заміщення має три елементи, а чотириполюсник характеризується трьома незалежними сталими, четверта визначається з рівняння *AD-BC=1*.

Рис. 5.4

*U1*

*U1*

*U2*

І

*U2*

І

1

2

*І1*

*І1*

*І2*

*І2*

1

2

*І0*

*Z0*

*Z1*

*Z2*

*Y0*

*U0*

*І0*

*І′*

*І′′*

*Y1*

*Y2*

1

1′

1

1′

2

2′

2′

2

a)

б)

Визначимо залежності між параметрами схем заміщення і сталими еквівалентного чотириполюсника.

***Для T – подібної схеми:***

*I1=I0+I2*, але *I0=Y0U0*;

З *I* контуру: *U0=I2Z2+U2*, тоді *I0=Y0Z2I2+Y0U2,*

*I1=Y0Z2I2+Y0U2+I2=Y0U2+(1+Z2Y0)I2* (5.3)

За рівнянням за ІІ законом Кірхгофа для зовнішнього контуру

*U1=Z1I1+Z2I2+U2.*

Підставимо в це ріння значення струму *I1* , тоді

*U1=Z1Y0U2+Z1I2+Z1Z2Y0I2+Z2I2+U2=(1+Z1Y0)U2+(Z1+Z2+Z1Z2Y0)I2*. (5.4)

Порівняємо рівняння (5.3) та (5.4) з основними рівняннями чотириполюсника, одержимо:

*A=1+Z1Y0*; *B=Z1+Z2+Z1Z2Y0*;

*C=Y0* ; *D=1+Z2Y0*.

Звідси можна визначити зворотні залежності

.



Якщо *Z1=Z2*, то *A=D* і чотириполюсник буде симетричним.

***Для П – подібної схеми:***

Складемо рівняння за І законом Кірхгофа для 1 та 2 вузлів:

*I1=I′+I0; I0=I2+I′′, → I1=I′+I′′+I2.*

Враховуючи, що *I′=Y1U1*; *I′′=Y2U2*, одержимо

*I1=Y1U1+Y2U2+I2; I0=I2+Y2U2*

За ІІ законом Кірхгофа для зовнішнього контуру

*U1=Z0I0+U2=Z0(I2+Y2U2)+U2.*

Тоді:



Порівняємо рівняння (5.5) та (5.6) з основними рівняннями чотириполюсника, одержимо:

*A=1+Y2Z0; B=Z0;*

*C=Y1+Y2+Y1Y2Z0; D=1+Y1Z0*.

Звідси визначимо зворотні залежності:



Якщо *Y1=Y2* то *A=D*, і чотириполюсник буде симетричним.

Отже, якщо відома конфігурація кола чотириполюсника та параметри його елементів, то сталі чотириполюсника можна визначити розрахунковим шляхом, так як будь-який пасивний чотириполюсник можна звести до триелементного.

**2. Дослідне визначення сталих чотириполюсника**

Дослідне визначення сталих *A, B, C, D* чотириполюсника застосовують в випадку, коли невідомі конфігурація кола та параметри його елементів.

Введемо поняття: ***вхідний опір чотириполюсника*** – це еквівалентний опір всього кола відносно затискачів, до яких ввімкнено джерело електроенергії.

Рис. 5.5

*U2'*

*1*

*1'*

*2*

*2'*

*I1*

*I2*

*U’1*

П

П

*2'*

*2*

*U2*

*I1*

*I2*

*U1*

*1′*

*1*

Однак, джерело може бути ввімкнене або до затискачів 1-1′, або   
до 2-2′ (рис. 5.5), тому розрізняють відповідні вхідні опори.



З рівнянь (5.7) та (5.8) видно, що для визначення сталих чотириполюсника необхідно знати *U1, I1* для 4-х дослідів, або для трьох, якщо врахувати співвідношення *AD - BC=1*. Ці величини можна виміряти за допомогою електровимірювальних приладів. Так як чотириполюсник лінійний, то вхідні опори можна визначити для будь-яких значень *U2* та *I2*.

Для спрощення задачі завжди можна прийняти *U2=0,* або *I2=0*, тобто розглядати режими холостого ходу (*I2=0*), або короткого замикання (*U2=0*) як з боку затискачів 1-1′, так і з боку затискачів 2-2′.

Припустимо, що джерело електричної енергії ввімкнено до затискачів 1-1′, а затискачі 2-2′ розімкнені, тобто *I2=0, U2 ≠ 0* – режим холостого ходу:



Тепер замкнемо затискачі 2-2′, тобто *U2 = 0; I2 ≠ 0* – режим короткого замикання:

*.*



Поміняємо місцями джерело і приймач і повторимо ті ж самі режими роботи:



З одержаних залежностей для вхідних опорів чотириполюсника бачимо, що його сталі можна визначити дослідним шляхом. Для цього необхідно виміряти величини: *U1XX; I1XX; φ1XX; U1K3; I1K3; φ1K3; U*′*1XX; I*′*1XX; φ2XX; U*′*1K3; I*′*1K3; φ2K3*. Дослідні схеми приведені на рис. 5.6.

Рис. 5.6

***\****

***I1***

**A**

**V**

**φ**

***S***

***1***

***1'***

***2'***

***2***

***\****

***U1***

***\****

**A**

**φ**

***\****

**V**

***S***

***U′1'***

***I′1'***

***1***

***2***

***1'***

***2'***

За показаннями приладів визначаємо: *Z1XX; Z1K3; Z2XX; Z2K3.*

Для контролю правильності виконання досліду необхідно перевірити, щоб виконувалась рівність:

.



Тепер знаходимо сталі чотириполюсника.

Враховуючи, що

та *AD – BC=1*,



знаходимо:

; (5.9)



; тоді .



Знаючи *D*, визначаємо сталі *A, B, C* за формулами (5.9).

Таким чином, в результаті проведення дослідів холостого ходу та короткого замикання чотириполюсника можна визначити його сталі. За сталими чотириполюсника  *A, B, C, D* та системою основних рівнянь



можна визначити параметри джерела енергії *U1* та *I1*, що забезпечує даний режим навантаження *U2 ,I2.*

При аналізі роботи чотириполюсника на навантаження *ZH= Z2*  зручно використовувати поняття вхідного опору *Z1ВХ*  та коефіцієнтів передачі чотириполюсника за напругою *КU* та струмом *КІ.*

Коефіцієнтом передачі чотириполюсника за напругою *КU* є відношення вихідної напруги *U2* до вхідної напруги *U1*, а коефіцієнтом передачі чотириполюсника за струмом *КI* є відношення вихідного струму *І2*до вхідного струму *І1.* Цікоефіцієнти можна отримати експериментально, вимірявши значення напруг та струмів на виході і вході чотириполюсника:

*КU = U2 / U1; КI = І2 / І1.*

Або, знаючи сталі чотириполюсника  *A, B, C, D* тавраховуючи, що

*U2=І2 Z2*, *U1= АU2 +В U2 / Z2* та *І1= СU2 +D І2*,

ці параметри можна визначити за формулами:

*КU =Z2 /(А Z2+В ); КI = 1/(С Z2+D ).*

.



Знаючи  *КU*, *Z1ВХ*, *U1*, можна визначити інші параметри на вході і виході чотириполюсника:

*U2= КU U1; І2= U2 / Z2; І1= U1 / Z1ВХ*.

**3. Характеристичні параметри чотириполюсника**

В електрозв’язку часто використовують режим роботи симетричного чотириполюсника, при якому його вхідний опір дорівнює опору навантаження, тобто:

*U1 /І1= U2 /І2= ZН .*

Цей опір позначають як *ZC*  і називають характеристичним (узгодженим, хвильовим) опором симетричного чотириполюсника, а режим роботи чотириполюсника, для якого *ZC = Z1ВХ = ZН* , називається узгодженим режимом.

В узгодженому режимі для симетричного чотириполюсника (*А=D*) основну систему рівнянь можна записати так:

*U1=(A+B/ ZC ) U2 ;*

*І1=(С ZC +А)І2.*

Розділивши перше рівняння на друге, отримаємо:

,



рішенням якого є: .



Тоді основна система рівнянь запишеться так:

*U1=()U2*



*І1=()І2 .*



Таким чином

*U1 /U2= I1 /І2= = eγ = ea ejβ,*



де *γ = а+ jβ* =*ln()* – коефіцієнт передачі,



*а* – коефіцієнт згасання (вимірюється в неперах),

*β* – коефіцієнт фази (вимірюється в радіанах).

Одному неперу відповідає згасання по напрузі чи струму в *е*=2,718… разів, а по потужності – в *2е* разів, тому що в нашому випадку   
*S1 / S2 = Р1 / Р2 =U1 I1 /( U2 I2 )= е2а .*

Запишемо рівняння симетричного чотириполюсника через коефіцієнт передачі та характеристичний опір.

За визначенням: = *e*γ ,



тоді

*e–γ=1/ ()=()/(А2 –ВС)= .*



З цих рівнянь знаходимо:

та .



Враховуючи, що

та ,



одержимо рівняння симетричного чотириполюсника в гіперболічних функціях:

*U1=U2 chγ+I2ZC shγ,*

*I1=(U2 / ZC )shγ+І2 chγ.*

Коефіцієнт передачі *γ* є комплексним числом

*γ = а+ jβ* = *ln().*



Якщо прийняти

*U1=U1 е jψ1* , *U2=U2 е jψ2* ,

то *U1 /U2= (U1 /U2 )е j(ψ1 - ψ2 )=е γ= ea ejβ.*

Звідси: коефіцієнт згасання *a = ln(U1 /U2 ),*

коефіцієнт фази *β =ψ1 - ψ2.*

**ЛЕКЦІЇ №2.3**

**Модуль №2 «Особливості методів аналізу специфічних кіл або їх ділянок».**

**Тема 2. Теорія та розрахунок лінійних трифазних кіл синусоїдного струму**

**План лекції №2.3**

1. Поняття про трифазні системи ЕРС, струмів та напруг.

2. Принцип роботи трифазних джерел електричної енергії.

3. З’єднання обмоток генератора та фаз приймача зіркою.

4. З’єднання обмоток генератора і фаз приймача трикутником.

5. Потужності в трифазних колах.

**Література:** 1. Зеленков О.А., Шахов В.П., Бунчук О.О. Лінійні електричні кола постійного та змінного струму: Конспект лекцій.: НАУ, 2003. – 156 с.

2. Сірий Д.Т. Теоретичні основи електротехніки. Курс лекцій. Електрон. варіант.   
2019 р., 226 с.

**ЗМІСТ ЛЕКЦІЇ**

**1. Поняття про трифазні системи ЕРС, струмів та напруг**

На практиці основна кількість електричної енергії генерується і споживається в формі трифазного струму.

*Трифазною системою ЕРС (струмів, напруг) називають сукупність трьох ЕРС однієї частоти, зсунутих одна відносно другої по фазі на 120о:*

*e1 = Em1 sin ωt,*

*e2 = Em2 sin (ωt - 120о),*

*e3= Em3 sin (ωt - 240о).*

Крім трифазної бувають дво-, шести-, і багатофазні системи ЕРС.

Двофазний струм використовується для живлення надпотужних асинхронних двигунів у системах автоматики. Шестифазні струми використовуються при перетворенні змінного струму в постійний.

Трифазні кола у порівнянні з однофазними мають такі переваги:

- забезпечують економію металу проводів (до 25%),

- дають можливість використовувати прості асинхронні двигуни.

Засновником трифазної системи є російський вчений М.О.Доліво-Добровольський. Він у 1889р. винайшов і розробив всі головні елементи трифазної системи електрозабезпечення: генератор, трансформатор, асинхронний двигун, трифазну лінію електропередач. В 1891р. він вперше виконав передачу електричної енергії трифазним током на відстань 175 кілометрів.

**2. Принцип роботи трифазних джерел електричної енергії**

Раніше ми показали, що синусоїдну ЕРС можна одержати, якщо в однорідному магнітному полі обертати виток з сталою кутовою швидкістю *ω* проти годинникової стрілки.

Розмістимо тепер в магнітному полі постійного магніту три котушки, зсунуті в просторі одна відносно іншої на кут 1200. Будемо їх обертати з постійною кутовою швидкістю *ω* проти годинникової стрілки (рис. 6.1).

1200

N

y

C

ω

A

B

Рис. 6.1

х

z

*В*

-1200

S

Позначимо літерами А, В, С початки котушок, а літерами x, y, z – їх кінці.

При обертанні у кожній котушці буде наводитись ЕРС:

А-x: – *eА = EmA sin ωt, ψeA=0.* В комплексній формі: *ЕА=ЕА.*

В-y: – *eВ = EmВ sin (ωt - 120о), ψeВ= - 1200. ЕВ=ЕВ* е-j120°.

С-z: *– eС = EmС sin (ωt - 240о*), *ψeС = - 2400.* *ЕС=ЕС* е-j240°.

Кожну з трьох котушок називають “фазою:” фаза А; фаза В; фаза С.

Таким чином, в електротехніці термін фаза використовується в двох випадках:

фаза – як стадія періодичного процесу,

фаза – як відокремлене коло трифазної або багатофазної системи.

На практиці частіше використовуються симетричні трифазні системи ЕРС.

Симетричною трифазною системою ЕРС називають систему трьох ЕРС, амплітуди яких рівні та зсунуті одна відносно одної на 120о (2π/3), тобто:

1. *ЕmA = ЕmB = ЕmC=Еm,*
2. *ψеА – ψеВ = ψеВ – ψеС = ψеС – ψеА=1200.* (6.1)

Зобразимо часову та векторну діаграми симетричної трифазної системи ЕРС (рис. 6.2).

+1

EmC

EmB

EmA

EmB

EmC

EmA

-2400

-1200

eC

eB

eA

ωt

2π

π

е

0

ω

+j

Рис. 6.2

З діаграми бачимо, що для симетричної трифазної системи ЕРС

*еА + еВ + еС = 0,*

або *ЕА + ЕВ + ЕС = ЕА+ ЕА* е-j120°*+ ЕА* е-j240°= *ЕА(1+* е-j120°+ е-j240°*).*

Позначимо *а =* еj120° – оператор обертання на 120о, *а2 =* еj240° – оператор обертання на 240о, тоді:

*а* = еj120° = е-j240° = *cos1200+j sin1200*= - 0,5 + j/2;



*а2* = еj240° = е-j120° = *cos1200-j sin1200*= - 0,5 - j/2;



З урахуванням цього маємо:

*ЕА(1+* е-j120°+ е-j240°*)*=*ЕА(1 + а2 + а*)=*ЕА (*1 - 0,5 - j/2 – 0,5 + j/2) = 0.



Таким чином, для симетричної системи ЕРС повинні завжди виконуватись умови (6.1).

Якщо не виконується хоча б одна умова, системи ЕРС (струмів або напруг) є несиметричні.

Якщо вектори симетричної трифазної системи ЕРС обертаються проти годинникової стрілки з кутовою швидкістю *ω*, то вони проходять через вісь уявних чисел в наступному порядку: *ЕmА → ЕmВ → ЕmС*, або в порядку чередування фаз: А → В → С. Такий порядок чередування називається прямою послідовністю фаз. Якщо замінити місцями будь-які дві фази, то одержимо обернену послідовність фаз: А → С → В.

На практиці для одержання трифазної системи ЕРС використовують синхронні трифазні генератори, які складаються із нерухомої частини - статора і рухомої – ротора. На статорі розміщаються обмотки фаз А, В, С. На літальних апаратах використовуються синхронні трифазні генератори потужністю 7,5…120 кВА, напругою 200/115 В, частотою 400…900 Гц.

U'C

U'B

U'А

A'

UВ

UС

UА

ІN

ZC

B

ЕВ

N

A

ЕА

C

ЕС

n

ZА

ZB

ІА

B'

C'

ІB

ІC

Рис. 6.4

**3. З’єднання обмоток генератора та фаз приймача зіркою**

Розглянемо трифазну симетричну систему ЕРС, кожна обмотка якої є самостійне джерело електричної енергії. Ввімкнемо до затискачів кожної обмотки свій приймач.

За додатній напрямок ЕРС приймаємо напрям від кінця обмотки до її початку.

Трифазні кола, в яких окремі фази не мають електричного з’єднання, називають незв’язаними, або незалежними. Така система неекономічна, має шість проводів і на практиці використовується дуже рідко (рис. 6.3).

N

n

y

z

x

B

C

A

ZC

ZB

ІС

ІВ

ІА

ЕС

ЕВ

ЕА

ZА

Рис. 6.3

Кількість проводів можна зменшити, якщо три зворотні проводи з’єднати в один.

Якщо кінці обмоток генератора x, y, z з’єднати в одну точку *N*, а кінці приймача – в точку *n*, то одержимо чотирипроводове з’єднання трифазного кола зіркою. Умовне позначення: .

Точки *N* та *n* називаються нульовими або нейтральними. Провід, що з’єднує точки *N* та *n*, називається нейтральним. Якщо нейтральний провід заземляється, то він називається нульовим. На літальних апаратах роль нейтрального проводу виконує корпус літака.

*ІN –* струм в нейтральному проводі.

Провід, що з’єднує генератор з приймачем, називається лінійним. Струми, що протікають в цих проводах, також називаються лінійними:

*ΙА, ΙВ, ΙС*– лінійні струми *ΙЛ.*

Струми, що протікають в фазах генератора чи приймача, називаються фазними: – *ΙФ.* Для з’єднання зіркою *ΙЛ = ΙФ*.

Напруги на затискачах фаз генератора або приймача називають фазними напругами:

*UА, UВ, UС* – фазні напруги генератора *UФ*,

*UА', UВ', UС'* – фазні напруги приймача *Uф'.*

Напруги між лінійними проводами називаються лінійними:

*UАВ , UВС*, *UСА –* лінійні напруги *UЛ.*

Для чотирипроводового з’єднання трифазного кола зіркою завжди справедливо:

*ΙЛ = ΙФ, ІN= ΙА+ ΙВ+ ΙС.*

Встановимо зв’язок між фазними та лінійними напругами. Для цього на комплексній площині побудуємо векторну діаграму напруг.(рис. 6.5).

Для кращого сприйняття векторної діаграми розвернемо комплексну площину на 900, а вектори напруг – на 1800. Математичні залежності при цьому зберігаються незмінними.

В цьому випадку *UА = U; UВ = Uе-j120° ; UС = Uе-j240°.*

З векторної діаграми маємо:

*UАВ =UА - UВ; UВС =UВ - UС; UСА  = UС - UА.* (6.2)

Рівняння (6.2) описують аналітичний зв'язок між *UЛ.* та *UФ*.

З векторної діаграми бачимо, що завжди

*UАВ + UВС + UСА = 0.*

Ця рівність застосовується для перевірки правильності розрахунку кола.

Одержимо чисельне співвідношення між лінійними та фазними напругами для симетричної трифазної системи напруг:

*UАВ = UА - UВ = UФ - UФ е-j120° = UФ (1 - е-j120°) = UФ (1 + 0,5 + j/2) =*



*=UФ (3/2 + j/2) = UФ(/2 + j 0,5) = UФ(cos300+j sin300) =*



*= UФ е j30° = Uл е jΨUAB.*



Звідси *UЛ = UФ, ψUАВ = 300*.

300

N

+1

+j

B

A

UАB

UCA

UBC

UАB

UC

UB

UА

C

Рис. 6.5



Таким чином. в трифазному колі, з’єднаним зіркою, при симетричній системі фазних напруг лінійні напруги в разів більші за фазні. Векторна діаграма лінійних напруг випереджає векторну діаграму фазних напруг на кут 300.



Отже, для чотирипроводового з’єднання трифазного кола зіркою справедливо:

*ΙЛ = ΙФ; ІN = ΙА+ ΙВ+ ΙС ; UЛ = UФ.*



Значення напруг міської мережі:

*UФ = 127 В, UЛ = 220 В;*

*UФ = 220 В, UЛ = 380 В.*

Трифазні напруги літакової мережі:

- для генератора: *UФ = 120 В, UЛ = 208 В;*

- для приймача: *UФ = 115 В, UЛ = 200 В.*

При розрахунку трифазного кола за додатній напрямок лінійних струмів, звичайно, вибирають напрямок від генератора до приймача. Згідно з цим вибирають і додатній напрямок напруг.

**4. З’єднання обмоток генератора і фаз приймача трикутником**

Якщо в незв’язаному трифазному колі з’єднати точки *A* і *z, B* і *x, C*  і *y* фаз генератора, а фази приймача з’єднати в замкнутий контур, то одержимо трипроводове трифазне коло, з’єднане трикутником (рис.6.6). Умовне   
позначення: Δ-Δ.

При симетричній системі фазних ЕРС і правильному їх з’єднанні завжди виконується умова:

*EAB+EBC+ECA=0.*

Якщо з’єднати обмотки генератора трикутником при несиметричній системі трифазних ЕРС то може статися коротке замикання.

При з’єднанні трикутником мають місце фазні і лінійні напруги та струми:

*EAB, EBC, ECA* – фазні ЕРС генератора *Еф*;

*IA; IB; IC.–* лінійні струми *ІЛ,* які протікають в лінійних проводах;

*IAB ;IBC; ICA –* фазні струми *Іф,* які протікають в фазах генератора та приймача;

*UAB, UBC, UCA* – фазні напруги генератора *Uф*;

*UA'B'; UB'C'; UC'A'* - фазні напруги приймача *U'ф*.

Позитивний напрям фазних ЕРС приймаємо від кінця обмотки до початку, напруги – від початку до кінця, а позитивний напрям струму співпадає з позитивним напрямом напруги.

Із електричної схеми видно, що при з’єднанні трифазного кола трикутником *Uф = UЛ.*

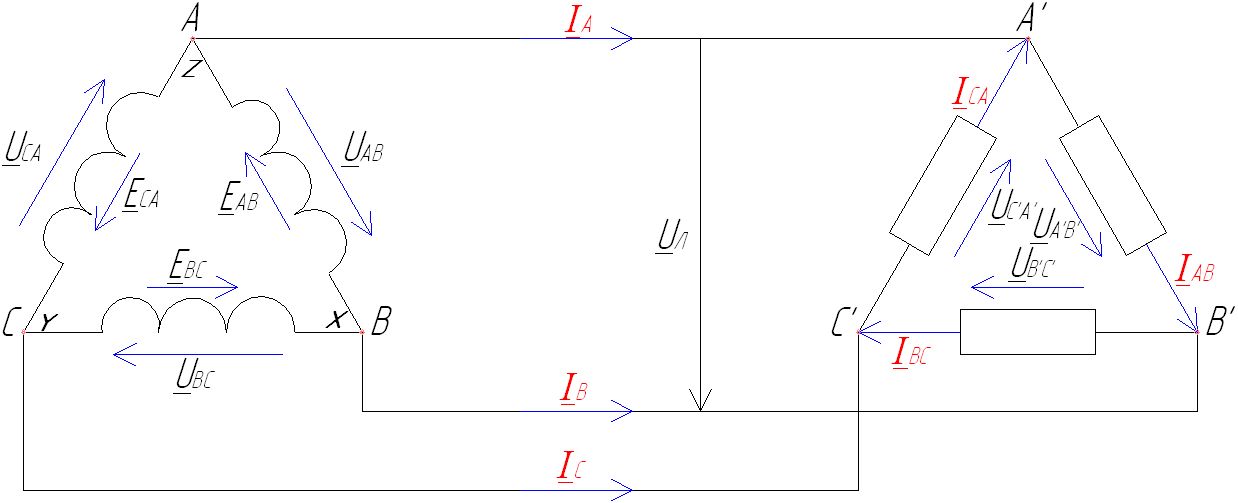


Рис. 6.6

Встановимо зв’язок між фазними та лінійними струмами. Для цього скористаємося рівняннями за першим законом Кірхгофа для вузлів A', B', C':

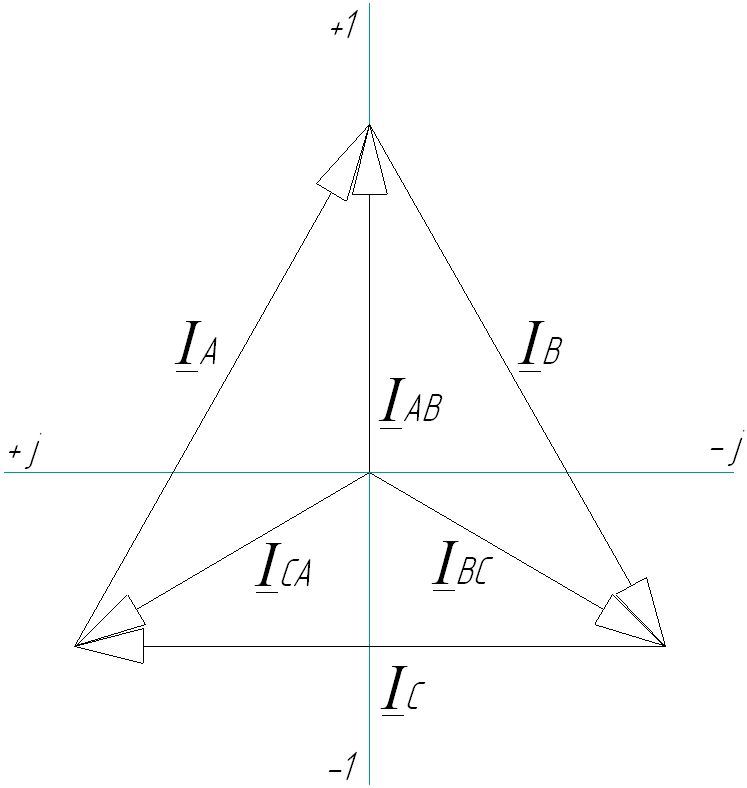
вузол A':→ *IA -IAB +IAC=0 IA=IAB -ICA;*

вузол B':→ *IB +IAB -IBC=0 IB=IBC -IAB; IA+ІВ+ІС=0.*

вузол C'*:*→ *IC +IBC -ICA=0 IC=ICA -IBC.*

Для трифазного кола, з’єднаного трикутником, завжди виконується рівність: *IA+IB+IC=0,* і тому вона використовується для перевірки правильності розрахунку кола.

Рис. 6.7



А

В

С

Побудуємо векторну діаграму струмів для симетричної трифазної системи (рис. 6.7).

Симетричною називається система, коли струми рівні по величині і зсунуті на кут 120◦.

Послідовність побудови:

1. Зображаємо комплексну площину.

0

2. Будуємо векторну діаграму фазних струмів, при цьому струм *IAB* відкладаємо по осі дійсних чисел, а інші – під кутом ±1200 від нього: *IAB=IФ; IBC =IФ е-j120; ICA=IФ еj120.*

3. Будуємо векторну діаграму лінійних струмів, для цього достатньо з’єднати вершини А, В, С. Струми *ІА,  IB; IC*  рівні.

Чисельне співвідношення між *IФ* та *IЛ* таке ж, як між *UФ* та *UЛ* для з’єднання зіркою: *IЛ =Iф.*

С



Отже, для трипроводового з’єднання трифазного кола трикутником справедливо:

*UЛ = UФ ; IЛ =Iф.*



**5. Потужності в трифазних колах**

В загальному випадку потужності в трифазному колі (миттєва, активна, реактивна, повна) знаходяться як суми відповідних потужностей окремих фаз.

Визначимо потужності в симетричному трифазному колі.

Трифазне коло, в якому трифазне джерело енергії симетричне, а комплексні опори фаз приймача однакові, називається симетричним, тобто:

1. *ЕA = ЕB = ЕC ; ψеА – ψеВ = ψеВ – ψеС = ψеС – ψеА=1200;*
2. *ZA = ZВ = ZС =Z e jφф.*

Миттєва потужність трифазного кола дорівнює сумі миттєвих потужностей, що споживаються кожною фазою.

Нехай: *uA= Um.ф sinωt, ψu=0;*

*iA= Im.ф sin(ωt- φф), ψі = ψu - φф =- φф.*

*p = рА +рВ +рС = uA iA+ uB iB+ uC iC= Um.ф sinωt Im.ф sin(ωt-φф) +*

*+ Um.ф sin(ωt-120◦) Im.ф sin(ωt-φф-120◦) + Um.ф sin(ωt-240◦) Im.ф sin(ωt-φф-240◦).*

Враховуючи, що

*sinα sinβ=1/2[cos(α-β)-cos(α+β)]; Um.ф Im.ф=2 U.ф I.ф ,*

отримаємо:

*p=Uф Iф [cosφф- cos(2ωt-φф)+ cosφф- cos(2ωt-φф-240◦) +*

*+cosφф- cos(2ωt-φф- 480◦)] =3UфIф cosφф ,*

так, як сума трьох косинусоїд, зсунутих одна відносно іншої на ±240◦ (чи на ±1200) рівна нулю.

Отже *р = 3Uф Iф cosφф = P = const,*

тобто, миттєва потужність постійна, не залежить від часу і дорівнює активній потужності кола.

Трифазні кола, в яких миттєва потужність не залежить від часу, називаються врівноваженими. Це значить, що коли навантаженням є двигун, то обертаючий момент на валу двигуна буде сталим.

Активна потужність:

*P = РА +РВ +РС =3Рф =3Rф І2Ф =3 Uф Iф cosφф*

Виразимо активну потужність через лінійний струм та напругу.

При з’єднанні зіркою *Iф=Iл; Uл=Uф; Uф=Uл /*,



при з’єднанні трикутником *Uф=Uл; Iл=Iф; Iф=Iл /.*



Томузавжди *P=3Uф Iф cosφф=Uл Iл cosφф ,*



де *φф* –зсув фаз між напругою та струмом у фазах споживача.

Реактивна потужність:

*Q = QА +QВ +QС =3Qф =3Xф І2Ф =3 Uф Iф sinφф =Uл Iл sinφф.*



Повна потужність:

*S = SА +SВ +SС =3Sф =3Zф І2Ф =3 Uф Iф =Uл Iл =*



Активну потужність в симетричному трифазному колі можна виміряти одним ватметром в одній із фаз, помноживши його вимір на три.

Для несиметричного трифазного кола миттєва потужність не є величиною постійною:

*p = рА +рВ +рС = uA iA+ uB iB+ uC iC = f(t).*

Така трифазна система називається неврівноваженою.

В цьому випадку потужності дорівнюватимуть:

1. *P=PA+PB+PC=UAIA cosφA+ UBIB cosφB + UCIC cosφC=RAIA2 + +RBIB2 + RCIC2.*
2. *Q=QA+QB+QC= UAIA sinφA+ UBIB sinφB+ UCIC sinφC= XAIA2+ +XBIB2+ XCIC2.*
3. *S=UA I\*А+ UB I\*B+ UC I\*C =P+jQ.*

Враховуючи, що для трифазного трипроводового кола

*I\*A+I\*B+I\*C = 0,* то *I\*C= -I\*A - I\*B = 0*, тоді:

*S= UA I\*A+ UB I\*B - UC I\*A - UC I\*B=I\*A (UA -UC )+I\*B (UB -UC ) =*

*= UAC I\*A+ UBC I\*B=P + j Q.*

Отже *S= UAC I\*A+ UBC I\*B=P+jQ.*

Звідси визначимо активну потужність:

*S= UAC ejφuAC IA e-jφA+UBC ejφuBC IВ e-jφB= UAC IA ej(φuAC- φA) +*

*+ UBC IB ej(φuBC- φB) = UAC IA cos(φuAC -φA) + UBC IB cos(φuBC - φB)+*

*+j(UAC IA sin(φuAC - φA) + UBC IB sin(φuBC -φB))= P+jQ.*

*P = UAC IA cos(φuAC - φA) + UBC IB cos(φuBC - φB),*

де *UAC = UCА , φuAC = φuCА ±1800,*

*(UAC = - UCА ).*

Рис. 6.8

W2

\*

\*

W1

\*

\*

СПОЖИ

ВАЧ

В

А

С

Тобто, для вимірювання активної потужності в трипроводовому несиметричному трифазному колі можна використовувати два ватметра, ввімкнуті за схемою, приведеною на рис. 6.8.

**Контрольні запитання**

1. Визначення трифазної системи ЕРС.

2. Переваги трифазної системи ЕРС.

3. Визначення симетричної трифазної системи ЕРС.

4. Визначення з’єднання трифазного кола зіркою.

5. Аналітичний зв’язок між UЛ. та UФ при з’єднанні трифазного кола зіркою.

6. Чисельне співвідношення між UЛ. та UФ при з’єднанні трифазного кола

зіркою.

7. Значення струму в нульовому проводі при з’єднанні трифазного кола зіркою.

8. Визначення з’єднання трифазного кола трикутником.

9. Аналітичний зв’язок між фазними та лінійними струмами при з’єднанні

трифазного кола трикутником.

10. Чисельне співвідношення між фазними та лінійними струмами при

з’єднанні трифазного кола трикутником.

**ЛЕКЦІЇ №2.4**

**Модуль №2 «Особливості методів аналізу специфічних кіл або їх ділянок».**

**Тема 2. Теорія та розрахунок лінійних трифазних кіл синусоїдного струму**

**План лекції №2.4**

1. Розрахунок симетричних трифазних кіл.

2. Розрахунок несиметричних трифазних кіл, з’єднаних зіркою, з нульовим та без нульового проводу.

3. Розрахунок несиметричного трифазного кола, з’єднаного трикутником.

**Література:** 1. Зеленков О.А., Шахов В.П., Бунчук О.О. Лінійні електричні кола постійного та змінного струму: Конспект лекцій.: НАУ, 2003. – 156 с.

2. Сірий Д.Т. Теоретичні основи електротехніки. Курс лекцій. Електрон. варіант.   
2019 р., 226 с.

**ЗМІСТ ЛЕКЦІЇ**

**1. Розрахунок симетричних трифазних кіл**

Трифазне коло є складним електричним колом, тому для його розрахунку застосовуються всі відомі методи розрахунку складних кіл синусоїдного струму (рівнянь Кірхгофа, контурних струмів, вузлових потенціалів тощо).

Метою розрахунку трифазного кола є визначення фазних та лінійних струмів і напруг, а також потужностей споживачів за відомими напругою генератора та опорами фаз споживачів.

На практиці зустрічаються симетричні трифазні кола і несиметричні.

Симетричним трифазним колом називається коло, в якому ЕРС генератора створюють симетричну систему, а комплексний опір всіх фаз споживача однаковий.

***І. Розрахунок симетричного трифазного кола, з’єднаного зіркою*** (рис. 6.9).

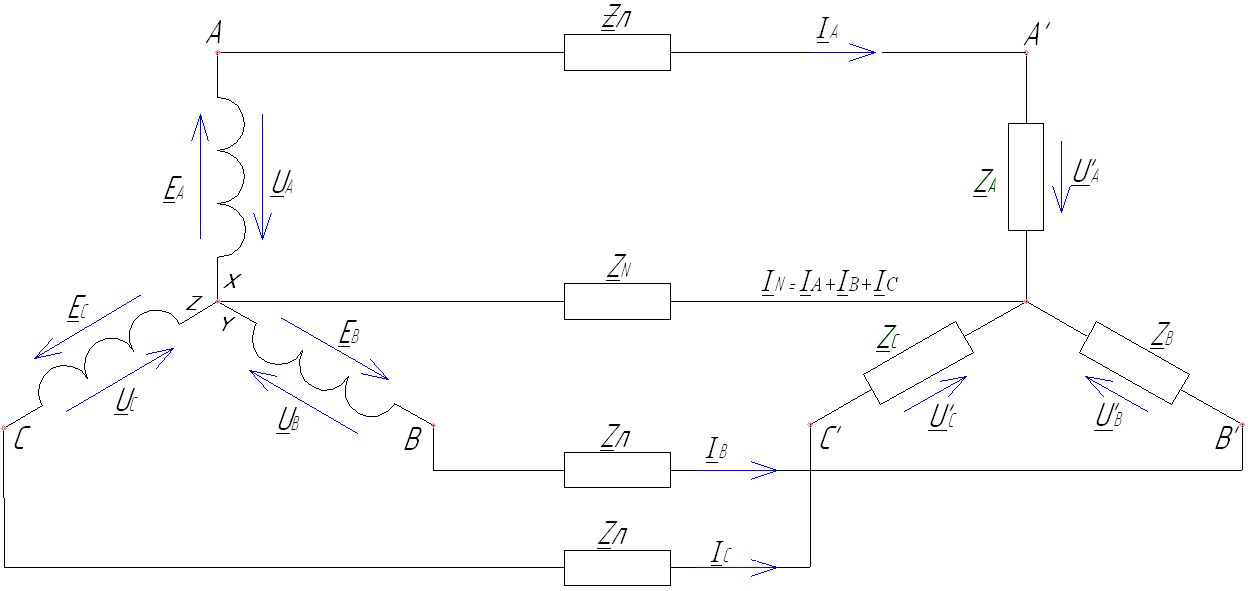


Рис. 6.9

*n*

*N*

*ΔUA*

*UN*

*ΔUB*

*ZN*

*ZЛ*

*ZЛ*

*ZЛ*

*ΔUС*

І

Позначимо позитивні напрями ЕРС, напруг та струмів.

Дано:

1. *UA= UB=UC ;*  *ψuА – ψuВ = ψuВ – ψuС = ψuС – ψuА=1200;*

2*. ZA= ZB= ZC= Z= Z e jφ* – навантаження рівномірне

Визначити *IA;IB;IC.*

***I випадок:*** *ZЛ = ZN =* 0.

Тоді: *UA= U'A ; UB= U'B ; UC= U'C ,*

а струми дорівнюють:

*IA=UA /Z; IB=UB /Z=(UA /Z)e-j120°°=ІАe-j120°; IC=UC /Z=(UA /Z)e-j240°=ІА e-j240°.*

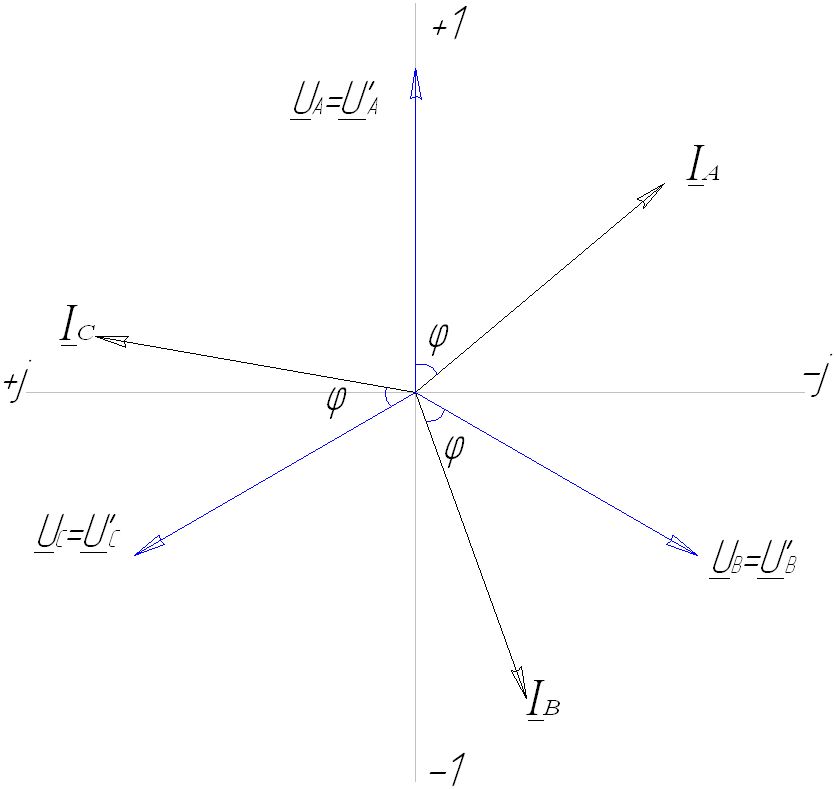
Тобто, при симетричному режимі достатньо розрахувати струм в одній фазі. Струми в двох інших будуть рівні першому, але зсунуті по фазі на -120◦ та -240◦ відповідно.

Струм в нейтральному проводі буде дорівнювати:

*IN = IA+ IB+IC =(1+e-j120°+e-j240°) IA =*0*.*

Таким чином, при симетричному режимі роботи трифазного кола струм в нейтральному проводі дорівнює нулю. Але нейтральний провід необхідний для зменшення впливу однієї фази на інші при появі несиметричного навантаження.

Рис. 6.10



Побудуємо векторну діаграму напруг та струмів (рис. 6.10).

1. Будуємо векторну діаграму напруг генератора *UA, UB, UC.* Напругу *UA* відкладаємо по осі дійсних чисел, а інші – під кутом ±1200 від неї.

2. Будуємо векторну діаграму струмів *IA, IB, IC*, яка утворює симетричну систему, що зсунута відносно напруг на кут *φ*: *ZA= ZB= ZC= Z e jφ.*

***ΙΙ випадок:*** *ZЛ* ≠ 0, *ZN =* 0.

За другим законом Кірхгофа для контуру І маємо (рис. 6.9):

*UA=U'A+ΔUA,* де *U'A=ІА ZA; ΔUA= ІА ZЛ,* тому *UA= ІА (ZA+ ZЛ).*

Звідси *IA= UA /(ZЛ+ZA).*

Аналогічно для інших фаз:

*IB= UВ /(ZЛ+ZВ )=UA e-j120/(ZЛ+ZB );*

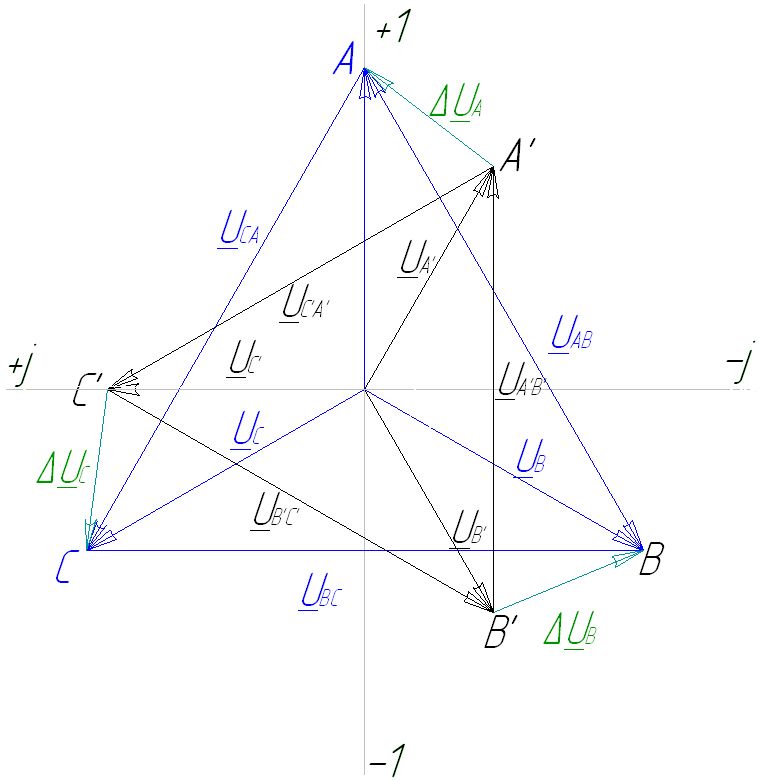
*IC= UС /(ZЛ+ZС )=UA e-j240/(ZЛ+ZC ).*

Побудуємо векторну діаграму (рис. 6.11).

Послідовність побудови.

1. Будуємо векторну діаграму фазних і лінійних напруг генератора: *UA, UB, UC*; *UAB, UBC, UCA.*

2. Будуємо векторну діаграму фазних і лінійних напруг споживача: *U'A, U'B, U'C; U'AВ , U'BС , U'CА.*



*N*

Рис. 6.11

3. З’єднуємо точки   
A і A'; B і B'; C і C' і отримуємо спади напруг на *ZЛ.*

***ІІ. Розрахунок симетричного трифазного кола, в якому генератор з’єднаний зіркою, а споживач трикутником.***

***I випадок:*** *ZЛ* = 0.

Визначимо лінійні напруги:

*UAB= UA - UB ; UBC = UB - UC ; UCA = UC - UA.*

*UA’B’= UAB ; UB’C’= UBC ; UC’A’= UCA.*

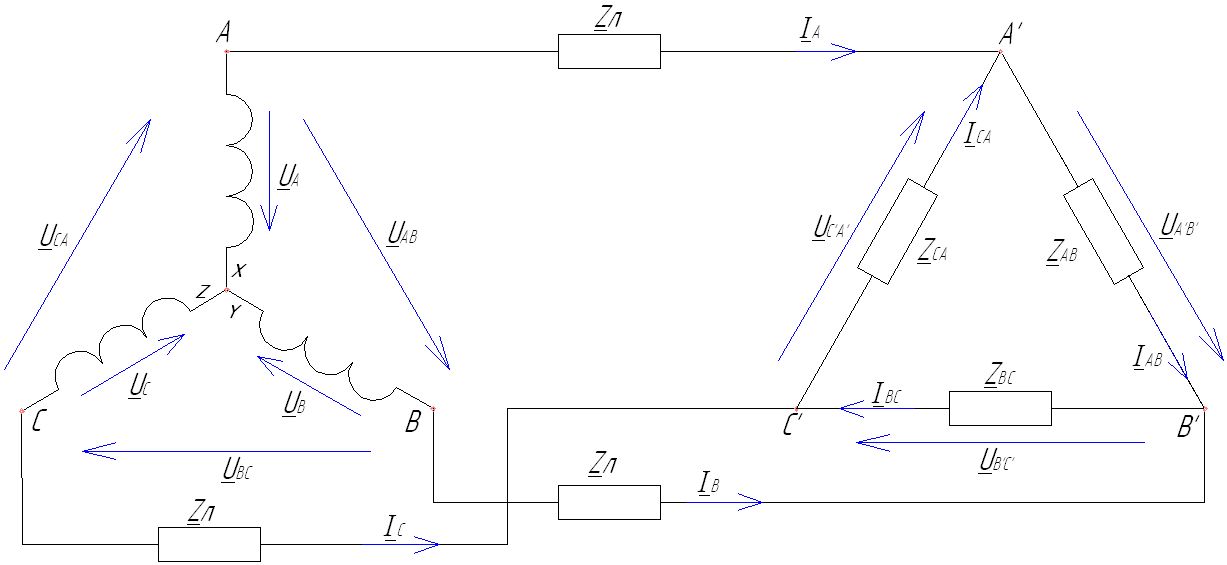


Рис. 6.12

Визначимо струми в фазах споживача:

*IAB = UA’B’ /ZAB; IBC = UB’C’ /ZBC;  ICA= UC’A’ /ZCA.*

Визначимо лінійні струми:

*IA= IAB - IСA; IB= IBC - IAB; IC= ICA – IBC.*

***II випадок:*** *ZЛ* ≠ 0.

Якщо опором лінії знехтувати неможливо, необхідно перейти від трикутника до еквівалентної зірки:

*ZA=(ZAB ZCA) /(ZAB+ ZBC+ ZCA);*

*ZB=(ZBC ZAB) /(ZAB+ ZBC+ ZCA);*

*ZC=(ZBC ZCA) /(ZAB+ ZBC+ ZCA).*

Якщо *ZAB = ZBC = ZCA = Z,* то *ZA = ZB = ZC = Z /3.*

Одержали симетричне трифазне коло з’єднане зіркою, розрахунок якого розглянуто раніше.

**3. Розрахунок несиметричних трифазних кіл, з’єднаних зіркою,**

**з нульовим та без нульового проводу**

***І. Розглянемо трифазне коло, з’єднане зіркою, з нейтральним проводом*** (рис. 6.13).

UN

ZN

U'C

U'B

U'А

A'

UВ

UС

UА

ІN

ZC

B

N

A

C

n

ZА

ZB

ІА

B'

C'

ІB

ІC

Рис. 6.13

Відомо: *UA = UB = UC –* фазні напруги генератора,

*ZN* – комплексний опір нейтрального дроту.

*ZA ≠ ZB ≠ ZC* – комплексні опори фаз несиметричного споживача.

Визначимо:*IA; IB ; IC* – лінійні (фазні) струми.

Струми в фазах приймача можна визначити за формулами:

, ,



Визначимо напругу на фазі *А*приймача. Для цього складемо рівняння

за II законом Кірхгофа для контуру І:

*- UA + UA' + UN = 0,*

звідси

*UA' = UA – UN.*

Аналогічно можемо визначити напруги на фазах *В* і*С*приймача:

*UB' = UB – UN , UC' = UC – UN.*

Визначимо напругу між нейтральними точками *UN,* для цього скористаємося методом вузлових потенціалів. Нехай *VN = 0,* тоді *UN =Vn.*

, (6.3)



де

; ; ; .



Таким чином, порядок розрахунку несиметричного трифазного кола, з’єднаного зіркою, з нульовим проводом зводиться до наступного:

1. Визначаємо *UN* .
2. Визначаємо напругу на фазах приймача

*UA' = UA – UN, UB' = UB – UN , UC' = UC – UN..*

1. Визначаємо струми в фазах приймача

, , .



Струм в нейтральному проводі буде дорівнювати:

*IN' = IA + IB + IC,* або .



Наявність напруги між нейтральними точками *UN* визиває зміщення на векторній діаграмі нейтральної точки приймача ***n*** відносно нейтральної точки генератора *N***.**

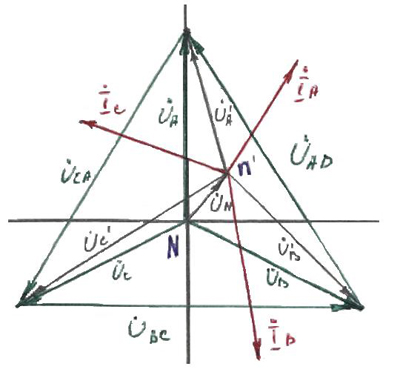


Рис. 6.14

+j

+1

A

B

C

Побудуємо векторну діаграму (рис. 6.14).

Порядок побудови:

1. Будуємо фазні та лінійні напруги генератора.

2. Будуємо вектор напруги *UN,,* отримуємо   
точку ***n***.

3. Будуємо фазні напруги приймача.

4. Будуємо векторну діаграму струмів.

ІІ. Розглянемо трифазне коло з’єднане зіркою без нейтрального проводу (рис.6.15).

В цьому випадку *Z****n* → ∞**, а .



Тоді .



Далі розрахунок кола проводимо по знайомій методиці.

Проаналізуємо вираз (6.3) для *UN.*

1) Нехай *Zn* = 0, тоді *Yn* → ∞, а *UN* = 0

Тому *U'A = UA – UN = UA, U'B = UB, U'C = UC.*

UN

U'C

U'B

U'А

A'

UВ

UС

UА

ZC

B

N

A

C

n

ZА

ZB

ІА

B'

C'

ІB

ІC

Рис. 6.15

Тобто, напруга на фазах приймача дорівнює напрузі на фазах генератора.

Струми будуть дорівнювати:

, , .



Таким чином, при зміні опору в одній із фаз струми в двох інших фазах змінюватися не будуть.

Трифазне коло “зірка з нульовим проводом” забезпечує незалежну роботу фаз.

2)НехайZn **≠** 0**,** тоді *UN* **≠** 0.

Тому при зміні опору в одній із фаз буде змінюватись *UN*, а також фазні напруги на приймачі (*U'A = UA – UN* ), а це приведе до зміни струмів в інших фазах.

Таким чином, трифазне коло з Zn **≠** 0, і особливо коло без нульового проводу, не забезпечує незалежну роботу фаз.

**3. Розрахунок несиметричного трифазного кола, з’єднаного трикутником**

Розглянемо трифазне коло, з’єднане трикутником (рис. 6.16).

Відомо: *UA, UВ, UС* – фазні напруги генератора;

*ZЛ*– опір лінійного дроту;

*ZАВ ≠ ZВС ≠ ZСА* – опір фаз приймача.

Визначимо фазні та лінійні струми.

Рис. 6.16

ІА

ІC

ZAB

В

ІАВ

ІВС

А

С

ІB

ZЛ

ZЛ

ZЛ

ZBC

ZCA

А`

В`

С`

ІСА

Нехай обмотки генератора з’єднані зіркою, тоді

*UAB = UA – UB; UBC = UB – UC; UCA = UC – UA.*

1) Якщо *ZЛ* = 0,то напруга на фазах генератора дорівнюють напрузі на фазах приймача, а фазні струми будуть:

, , .



2) Якщо *ZЛ*≠ 0,то фазні напруги приймача будуть невідомі. Для їх визначення необхідно трикутник перетворити в еквівалентнузірку (рис. 6.17)





Рис. 6.17

ІА

ІC

В

А

С

ІB

n









ІА

ІC

В

А

С

ІB

n

ΔUА

ΔUB

ΔUC

А`

В`

С`

ZЛ

ZЛ

ZЛ

U`A

U`B

U`C

Z`A

Z`B

Z`C

, , .



Тоді опір в кожній фазі буде дорівнювати:

; ; ;



.



Визначимо напругу між нейтральними точками

.



Визначимо напругу на фазах приймача з урахуванням *ZЛ*

, , .



Визначимо лінійні струми



Перевірка: *IA+IB+IC*= 0.

Визначимо спади напруги на лінійних проводах та на фазах еквівалентної зірки



Визначаємо напругу на фазах приймача, з’єднаного трикутником

, , .



Перевірка: .



Визначимо струми в фазах приймача вихідної схеми

, , .



Будуємо векторну діаграму (рис. 6.18).

Послідовність побудови:

1. Будуємо векторну діаграму фазних та лінійних напруг генератора *UA, UB, UC ;* *UAB, UBC, UCA.*

2. Будуємо вектор напруги між нейтральними точками *UN***.**

3. Будуємо фазні напруги приймача (з урахуванням опору лінії *ZЛ* ) *U"A; U"B; U"C*.

4. Будуємо фазні напруги еквівалентної зірки *U'A'; U'B'; U'C'.*

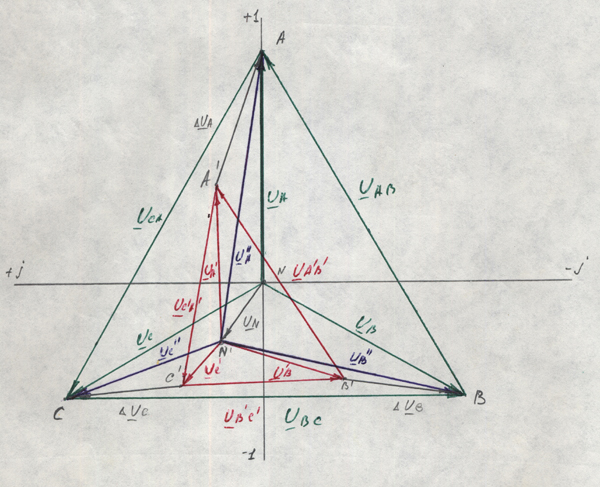


Рис. 6.18

5. Будуємо фазні напруги вихідного трикутника *UA'B'; UB'С'; UC'А'.*

1. Будуємо спади напруги на опорах лінійних проводів *∆UA; ∆UB; ∆UC.*

**Питання для самоконтролю засвоєння теми «Теорія та розрахунок**

**трифазних лінійних кіл»**

1. Визначення трифазної системи ЕРС.

2. Переваги трифазної системи ЕРС.

3. Визначення симетричної трифазної системи ЕРС.

4. Визначення з’єднання трифазного кола зіркою.

5. Аналітичний зв’язок між UЛ. та UФ при з’єднанні трифазного кола зіркою.

6. Чисельне співвідношення між UЛ. та UФ при з’єднанні трифазного кола

зіркою.

7. Значення струму в нульовому проводі при з’єднанні трифазного кола зіркою.

8. Визначення з’єднання трифазного кола трикутником.

9. Аналітичний зв’язок між фазними та лінійними струмами при з’єднанні

трифазного кола трикутником.

10. Чисельне співвідношення між фазними та лінійними струмами при

з’єднанні трифазного кола трикутником.

11. Як в загальному випадку знаходяться потужності в трифазному колі.

12. Визначення симетричного трифазного кола.

13. Миттєва потужність в симетричному (несиметричному) трифазному колі?

14. Активна потужність в симетричному (несиметричному) трифазному колі?

15. Реактивна потужність в симетричному (несиметричному) трифазному колі?

16. Повна потужність в симетричному (несиметричному) трифазному колі?

17. Розрахунок симетричних трифазних кіл.

18. Вираз для визначення напруги між нейтральними точками U N

несиметричних трифазних кіл, з’єднаних зіркою без нульового (нейтрального)

проводу (з нульовим проводом)?

19. Роль нульового проводу в міській мережі живлення?

**ЛЕКЦІЇ №2.5**

**Модуль №2 «Особливості методів аналізу специфічних кіл або їх ділянок».**

**Тема 3. Теорія та розрахунок лінійних кіл несинусоїдного струму.**

**План лекції №2.5**

1. Несинусоїдні періодичні сигнали. Основні визначення.

2. Несинусоїдні періодичні сигнали, розкладання їх в ряд Фур’є.

3. Визначення коефіцієнтів ряду Фур’є.

4. Діючі та середні значення несинусоїдних періодичних струмів, ЕРС і напруг.

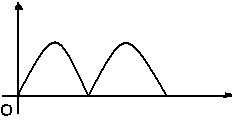
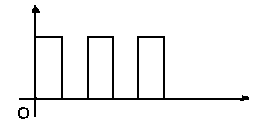
**Література:** 1. Зеленков О.А., Шахов В.П., Бунчук О.О. Лінійні електричні кола постійного та змінного струму: Конспект лекцій.: НАУ, 2003. – 156 с.

2. Сірий Д.Т. Теоретичні основи електротехніки. Курс лекцій. Електрон. варіант.   
2019 р., 245 с.

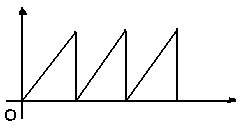
**ЗМІСТ ЛЕКЦІЇ**

**1. Несинусоїдні періодичні сигнали. Основні визначення**

На практиці дуже часто застосовуються струми та напруги, які змінюються за несинусоїдним законом: це пилкоподібні та прямокутні імпульси, випрямлена напруга та інші (рис. 7.1).



0



*u*

*ωt*

0

*ωt*

0

*u*

Рис. 7.1

*u*

0

*ωt*

- пилкоподібна напруга (телевізійні

генератори кадрової розгортки);

- прямокутні імпульси

(обчислювальна техніка);

- випрямлена напруга (при

двонапівперідному випрямленні).

Несинусоїдним періодичним сигналом (*е, і, и, ф)* називається сигнал, миттєве значення якого змінюється за періодичним несинусоїдним законом.

Несинусоїдні струми можуть бути також в електричних колах з синусоїдними ЕРС, якщо в колі є нелінійні елементи *R, L, C*.

**2. Несинусоїдні періодичні сигнали, розкладання їх в ряд Фур’є**

Аналіз та розрахунок несинусоїдних кіл можна спростити, якщо періодичну несинусоїдну функцію *F(ωt)*, яка задовольняє умову Дірихле (функція обмежена і за період має скінчене число розривів І роду, максимумів і мінімумів), розкласти в тригонометричний ряд (ряд Фур’є або гармонічний ряд) такого вигляду:

*F(ωt)=A0+A1 sin(ωt +ψ1)+ A2 sin(2ωt +ψ2)+ A3 sin(3ωt +ψ3)+…=*

*=A0+Ak sin(kωt +ψk )* – це перша форма запису ряду Фур’є,



де: *А0* – постійна складова ряду (середнє значення або нульова гармоніка);

*A1 sin(ωt+ψ1)* – головна або перша гармоніка, яка змінюється з частотою несинусоїдної функції *ω*;

*Ak sin(kωt+ψk)* – *k*-а гармоніка – це вищі гармоніки, які змінюються з частотою *kω*;

*Ak, ψk* – амплітуда та початкова фаза *k*-ої гармоніки;

*F(ωt)* – періодична несинусоїдна функція *е, і, и, ф.*

Врахуємо, що:

*Ak sin(kωt+ψk )= Ak cos ψk sin kωt+Ak sinψk cos kωt =Bk sin kωt +Ck cos kωt,*

де *Bk =Ak cosψk; Ck=Ak sinψk*.

Тоді ряд Фур’є запишеться так:

*F(ωt)= A0 + Bk sinkωt +Ck coskωt* – це друга форма запису ряду Фур’є.



При розрахунку електричних кіл застосовують І або ІІ форми запису ряду Фур’є. Перехід від однієї до іншої форми здійснюється за формулами:

І → ІІ: *Bk=Ak cos ψk; Ck=Ak sinψk.*

ІІ → І: *Ak=; ψk=arctg.*



Знак *ψk* визначається за знаками *sinψk* і *cosψk*:

*sinψk=, cosψk=*



**3. Визначення коефіцієнтів ряду Фур’є**

Для того, щоб розкласти несинусоїдну функцію в ряд Фур’є, необхідно визначити коефіцієнти *Bk, Ck* і *А0*, які являються амплітудами відповідних гармонік.

Коефіцієнти ряду Фур’є можна визначити аналітичним та графоаналітичним методами, або за допомогою спеціальних пристроїв.

Якщо несинусоїдна функція задана аналітично, то для визначення коефіцієнтів застосовують формули Ейлера:

*А0* ==;



*Bk* ==; (7.1)



*Ck* ==.



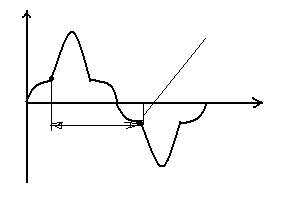
Об’єм роботи по визначенню *Bk, Ck* і *А0* можна зменшити, якщо несинусоїдна функція має якусь симетрію.

**3.1. Ряди Фур’є симетричних функцій**

Функції *F(ωt)* можуть бути симетричними відносно осей абсцис, ординат і початку координат, що впливає на структуру їх гармонічного ряду.

**Функція, симетрична відносно осі абсцис**

Для такої функції справедливо:



F

0

π

2π

ωt

π

F(ωt)

F(ωt+π)

Рис. 7.2

*F(ωt)= -F(ωt+π)*.

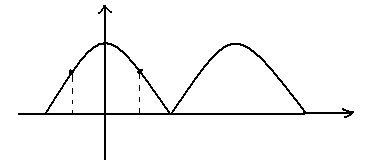
В її ряду Фур’є відсутні нульова і всі парні гармоніки, тобто: А0 = 0; А2К = 0, тому

*F(ωt)=sin[(2k-1)ωt+ψ2k-1].*



**Функція, симетрична відносно осі ординат**

Для такої функції виконується умова:



0

ωt

F(-ωt1)

F

Рис. 7.3

F(ωt1)

ωt1

-ωt1

*F(ωt)= F(-ωt)*.

В її ряду Фур’є відсутні синусоїди, тобто ВК=0, тому:

.



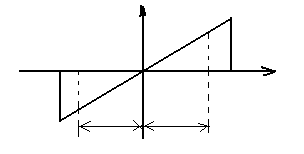
**Функція, симетрична відносно початку координат**

В цьому випадку:

*F(ωt)=-F(-ωt)*,

а гармонічний ряд має тільки синусоїди, тобто А0 = 0 і СК = 0, тому

Рис. 7.4



0

F

ωt

ωt1

-F(-ωt1)

π

-π

F(ωt1)

-ωt1

.

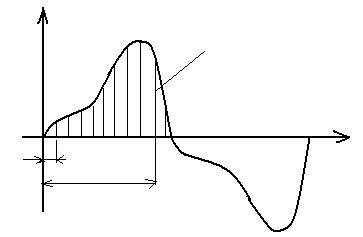


Таким чином, при розкладанні функцій в ряд Фур’є необхідно врахувати їх симетрію, що набагато спрощує процес визначення коефіцієнтів *А0, ВК, СК.*

**3.2. Графоаналітичний метод визначення коефіцієнтів ряду Фур’є**

Якщо несинусоїдна періодична функція *F(ωt)* задана у вигляді графіка, то коефіцієнти ряду Фур’є *А0, ВК, СК* можна визначити графоаналітичним методом.

Рис. 7.5



24

F10=F(10)

ωt=10 Δ(ωt)=10

2π

π

Δ(ωt)

F

0

ωt

F1F2 F3

12

Період синусоїдної функції ділять на *m* рівних частин (*m*=24) і вимірюють відповідні ординати *F0, F1, …, Fm*. Інтеграли в формулах Ейлера (7.1) заміняють наближеними сумами, враховуючи, що:

∆(*ωt*)= , *ωt* = *n*, *n =1,2…m.*



Тоді

А0=,



*Вk =*,



*Сk* =,



де *n* – порядковий номер ординати (*n=1…m*),

*k* – порядковий номер гармоніки (*k=1…∞*).

Число гармонік, котрі необхідно визначити, залежить від конкретного завдання. Але, зазвичай, спершу визначають перші три гармоніки, виконують їх побудову і графічно знаходять їх суму. Якщо результуюча крива мало відрізняється за формою від заданої, то цим і обмежуються. Якщо ж має місце значне розходження кривих, то визначається ще одна гармоніка і т. д.

При побудові гармонік необхідно пам’ятати, що масштаб по осі абсцис для різних гармонік різний, а на інтервалі періоду першої гармоніки повинні розміститися *k* періодів *k*-тої гармоніки. Тому при побудові *k*-тої гармоніки її початкова фаза відкладається рівною



**4. Діючі та середні значення несинусоїдних періодичних**

**струмів, ЕРС і напруг**

Несинусоїдну функцію можна розкласти в ряд Фур’є, який складається з постійної складової, першої гармоніки і вищих гармонік.

Крім того, несинусоїдну функцію можна охарактеризувати ще трьома величинами:

- максимальними значеннями несинусоїдної функції: *imax,* *umax, emax*,

- діючими значеннями несинусоїдної функції: *I, U, E;*

- середніми значеннями несинусоїдної функції: *Iс, Uс, Eс..*

Максимальне значення – це найбільше значення несинусоїдної функції за період, позначається символом *max.*

Взагалі, середні і діючі значення несинусоїдних функцій знаходяться за тими же формулами, що і синусоїдних функцій.

**4.1. Діючі значення**

Діючі значення несинусоїдних функцій знаходяться за формулами:

*І* =, *U* =, *E* =.



Тут *i, u, e* – несинусоїдні функції.

Знайдемо вираз для квадрату миттєвого несинусоїдного струму:

*i*2 =(*i*0 +*i*1 +*i*2 +…+*i*k +…+*i*n )2 =, (*p≠q*).



Тоді

*I2* =.



Розглянемо окремо другий інтеграл:

Інтеграл від косинусоїдної функції за період дорівнює нулю, через це отримаємо:



Звідси

*I* =.



Отже, діюче значення несинусоїдного періодичного струму дорівнює кореню квадратному із суми квадратів сталої складової і діючих струмів гармонік.

Аналогічно можна отримати вирази для діючих значень ЕРС і напруг:

; .



**4.2. Середні значення**

Середнє значення несинусоїдного струму, що є сталою складовою її ряду Фур’є – це таке значення постійного струму, при якому за визначений проміжок часу через поперечний переріз провідника проходить стільки ж електрики, скільки і при даному несинусоїдному струмі.

Так як несинусоїдна функція може бути симетрична відносно вісі абсцис, то середнє значення беруть за модулем:

*Іс* =.



Аналогічно: *Uс*  =, *Ес* =.



**ЛЕКЦІЇ №2.6**

**Модуль №2 «Особливості методів аналізу специфічних кіл або їх ділянок».**

**Тема 3. Теорія та розрахунок лінійних кіл несинусоїдного струму.**

**План лекції №2.6**

1. Коефіцієнти, що характеризують форму несинусоїдних періодичних кривих.

2. Потужності в колі несинусоїдного періодичного струму.

3. Розрахунок кіл несинусоїдного періодичного струму.

4. Вплив параметрів кола на форму кривої несинусоїдного струму.

5. Поняття про резонансні фільтри.

**Література:** 1. Зеленков О.А., Шахов В.П., Бунчук О.О. Лінійні електричні кола постійного та змінного струму: Конспект лекцій.: НАУ, 2003. – 156 с.

2. Сірий Д.Т. Теоретичні основи електротехніки. Курс лекцій. Електрон. варіант.   
2019 р., 245 с.

**ЗМІСТ ЛЕКЦІЇ**

**1. Коефіцієнти, що характеризують форму несинусоїдних періодичних кривих**

Для оцінки форми несинусоїдних кривих користуються такими коефіцієнтами:

1. Коефіцієнт форми – це відношення діючого значення несинусоїдної функції до її середнього значення, взятого за абсолютною величиною

*Kф* =.

Для синусоїди: *Кф* =.

2. Коефіцієнт амплітуди – це відношення максимального значення несинусоїдної функції до її діючого значення

*Ка* =.

Для синусоїди: *Ка* =.

3. Коефіцієнт спотворення –це відношення діючого значення першої гармоніки несинусоїдної функції до її діючого значення

*Кu* =.

Для синусоїди: *Ku* =.

Крім того, в електронній техніці для оцінки форми кривої струму або напруги користуються коефіцієнтом нелінійних спотворень або коефіцієнтом гармонік

*Кг* =.

Тобто, це відношення діючого значення всіх вищих гармонік струму до діючого значення головної (першої) гармоніки.

**2. Потужності в колі несинусоїдного періодичного струму**

Активна потужність в колі несинусоїдного періодичного струму визначається за формулою:

*Р =* =,

при цьому

*u=u0+ u1+ u2+…+ uk+…;*

*i=i0+ i1+ i2+…+ik +…;*

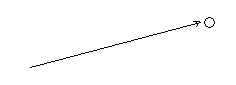
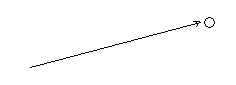
де *u0* =*U0*; *i0* =*I0* – сталі складові;

*uk =Ukm sin(kωt+ψuk ), ik =Ikm sin(kωt+ψik )*  – гармонічні складові напруги і струму.

Запишемо вираз для миттєвої потужності *(p ≠ q)*:

*p* = *ui* = *(u0+u1+u2+…+uk+…)(i0+i1+i2+…+ik+…)=U0I0+*.

Тоді



Або: *P =U0 I0+ U1 I1 cosφ1+ U2 I2 cosφ2+…+ Uk Ik cosφk +…=*

*=P0+P1+P2+…+Pk=R0 I02+ R1 I12+ R2 I22+…=R(I02+ I12+ I12+…)=RI2,*

якщо при цьому нехтувати поверхневим ефектом і вважати, що   
*R0 = R1 = R2 = Rk =R.*

Таким чином, активна потужність в колі несинусоїдного струму дорівнює арифметичній сумі активних потужностей постійної і всіх гармонічних складових струму.

Аналогічно активній потужності під реактивною потужністю будемо розуміти алгебраїчну суму реактивних потужностей, створених однойменними гармоніками напруги та струму:

*Q=U1 I1 sin φ1+ U2 I2 sin φ2+…+ Uk Ik sin φk= Q1+ Q2+…+Qk+…=*

*=X1 I12+ X2 I22+…+ Xk Ik2+….*

Повна потужність, що споживається колом, буде дорівнювати *S = UI,*

де ; .

Для несинусоїдних струмів .

Це можна пояснити таким чином:

нехай *U0 = 0; I0 = 0*, тоді



тут *S12 = P12+Q12, S22 = P22+Q22, Sk2 = Pk2+Qk2;*

 – потужність спотворення.

Тому .

Потужність спотворення *Т* характеризує ступінь відхилення в формах кривих напруги та струму. Вона дорівнює нулю в чисто активному колі, де форма кривої струму в точності співпадає з кривою несинусоїдної напруги.

В наближених розрахунках несинусоїдний струм та напругу заміняють еквівалентними синусоїдами.

Еквівалентною синусоїдою струму або напруги називається синусоїда, діюче значення якої дорівнює діючому значенню несинусоїдного струму або напруги.

Зсув фаз між еквівалентними синусоїдами напруги та струму визначається за формулою

.

Заміна несинусоїдних величин еквівалентними синусоїдами дозволяє розрахувати такі кола відомими методами.

**3. Розрахунок кіл несинусоїдного періодичного струму**

Розглянемо електричне коло з послідовним з’єднанням *R, L, C*.

Поверхневим ефектом нехтуємо.

R

L

C

u

uR

uL

uC

i

Рис. 7.6

Нехай до кола прикладена несинусоїдна напруга довільної форми.

Запишемо для даного кола рівняння за ІІ законом Кірхгофа:

*u= uR+ uL+ uC* =.

Подамо несинусоїдну напругу у вигляді гармонічного ряду:



Тобто, джерело несинусоїдної напруги можна представити сумою джерел, які генерують постійну напругу *U0*, а також синусоїдні напруги, що змінюються з кутовою частотою *ω, 2ω* і т.д.

Тому для розрахунку такого кола можна застосувати принцип накладання, згідно якому миттєве значення струму в колі дорівнює алгебраїчній сумі значень струмів, обумовлених кожною гармонікою напруги окремо:

*i=i1+ i2+ i3+ …+ ik+….*

Тобто, електричне коло треба розраховувати стільки разів, скільки гармонік міститься в несинусоїдній напрузі, прикладеній до кола. Для цього необхідно розраховувати інтегро-диференціальні рівняння для кожної гармоніки напруги:



……………………………………

.

З цих рівнянь визначаємо невідомі величини *I1m, φ1, I2m, φ2,…, Ikm, φk*   
за формулами:

Тоді миттєвий струм в колі буде дорівнювати:

*i=i0+i1+i2+…+ik+…=І1m sin(ωt+ψu1-φ1 )+ І2m sin(2ωt+ψu2 - φ2 )+…+*

*+ Іkm sin (kωt+ψuk - φk)+…*

Постійна складова струму в колі відсутня, так як коло має конденсатор.

При розрахунку електричних кіл з несинусоїдними ЕРС необхідно пам’ятати, що індуктивний та ємнісний опори для різних гармонік, тобто для різних частот, різні:

*XLk=kωL*, тобто збільшується в *k* раз;

*XCk=,* тобто зменшується в *k* раз.

Тоді

 .

Треба відмітити, що для розрахунку струму кожної гармоніки окремо можна застосувати символічний метод, при цьому:



**4. Вплив параметрів кола на форму кривої несинусоїдного струму**

Визначимо вплив параметрів елементів кола *R, L* і *C* на форму несинусоїдного струму.

Нехай до кола прикладена несинусоїдна напруга



Введемо поняття – інтенсивність вищих гармонік – це відношення амплітуди *k* –ої гармоніки струму (напруги) до амплітуди першої гармоніки струму (напруги).

Тобто:



i

R

u

uR

Рис. 7.7

Нехай несинусоїдна напруга прикладена до кола, яке містить тільки активний опір *R* (рис. 7.7).

В цьому випадку отримаємо:



Визначимо інтенсивність вищих гармонік струму:



Таким чином, вищі гармоніки струму, які протікають через активний опір, мають таку ж інтенсивність, що і несинусоїдна напруга на затискачах активного опору, тобто крива струму в активному опорі подібна кривій напрузі на його затискачах.

Отже, активний опір не впливає на форму кривої струму в колі.

еL

L

u

i

uL

Рис. 7.8

Нехай несинусоїдна напруга прикладена до кола, яке містить котушку індуктивності *L* (рис. 7.8).

В цьому випадку отримаємо:

*X1L=ωL; X2L=ωL; … XkL=kωL;*



Визначимо інтенсивність вищих гармонік струму:



Таким чином, інтенсивність *k*– тої гармоніки струму в колі з індуктивністю в *k* раз менше, чим інтенсивність цієї ж гармоніки в кривій напруги.

Тобто, індуктивна котушка зменшує вищі гармоніки в кривій струму, і форма кривої струму не буде подібна формі кривої несинусоїдної напруги на її затискачах.

Нехай несинусоїдна напруга прикладена до кола, яке містить тільки конденсатор *С* (рис. 7.9).

В цьому випадку отримаємо:



С

u

i

uс

Рис. 7.9

Інтенсивність вищих гармонік струму:



Таким чином, інтенсивність *k*– тої гармоніки струму в колі з конденсатором в *k* раз більше, чим інтенсивність цієї ж гармоніки в кривій напруги.

Властивість індуктивних і ємнісних елементів кола змінювати форму кривої несинусоїдного струму використовується в зглажувальних фільтрах, які використовуються для зменшення змінної складової струму або напруги генераторів чи випрямлячів, що виробляють пульсуючу напругу.

**5. Поняття про резонансні фільтри**

Нехай джерело несинусоїдної напруги підключене до кола з послідовним з’єднанням *R, L, C* (рис. 7.10).

Якщо змінювати, наприклад, індуктивність 0 ≤ *L* ≤ ∞, то при деяких значеннях *L*, в колі буде мати місце рівність індуктивних та ємнісних опорів

.

В колі будемо спостерігати резонанс напруг на різних частотах при 

R

L

C

u

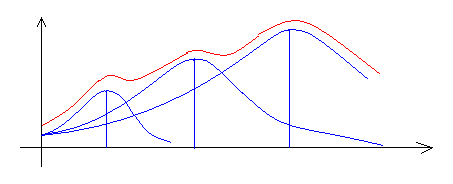
i

Рис. 7.10

В цьому випадку діючий струм кожної із гармонік буде змінюватись за резонансною кривою (рис. 7.11).

Резонансні явища в колах з несинусоїдними напругами використовуються в електричних фільтрах.

Електричний фільтр **–** це пасивне коло, яке складається з *L* і *C* і призначене для зміни частотного спектру сигналу, що передається.



L

L3

L2

L1

0

Рис 7.11

I







За допомогою електричного фільтра можна виділяти (підсилювати) одні гармонічні складові несинусоїдного струму і гасити інші гармоніки струму. Зазвичай, електричні фільтри включаються між джерелом та споживачем електричної енергії.

Нехай задане електричне коло ввімкнуте на несинусоїдну напругу (рис. 7.12).

i

Z

u

Рис. 7.12

Припустимо, що нам необхідно з кривої струму видалити *k*– ту гармоніку. Для цього необхідно між джерелом і споживачем включити фільтр *k* – тої гармоніки по одній із схем рис. 7.13.

Для схеми рис. 7.13,а повинна виконуватися умова , при якій резонансний контур представляє собою нескінченно великий опір для струму *k*– ої гармоніки. Тому в споживачі цієї складової не буде. В випадку схеми рис. 7.13,б повинна виконуватися умова , при якій опір фільтра для струму   
*k*– ої гармоніки дорівнює нулю. Вона буде протікати через гілку з *L, C*, обминаючи споживач.

Якщо необхідно виділити в споживачі *k*– ту гармоніку струму, то застосовують наступні схеми (рис. 7.14):

Рис. 7.13

i

Z

u

L

C

a)

i

Z

u

C

б)

L

В схемі рис. 7.14,а на резонансній частоті опір контуру *L, C* мінімальний. Струм *k*– ої гармоніки підсилюється. Для інших гармонік опір контуру великий.

C

L

C

Рис. 7.14

i

Z

u

L

б)

i

Z

u

а)

В випадку схеми рис. 7.14,б на резонансній частоті опір контуру *L, C*

максимальний. Струм *k*–ої гармоніки іде через споживач. Для інших гармонік опір контуру має незначну величину.

**ЛЕКЦІЇ №2.7**

**Модуль №2 «Особливості методів аналізу специфічних кіл або їх ділянок».**

**Тема 4. Розрахунок перехідних процесів класичним методом.**

**План лекції №2.7**

1. Загальні відомості про перехідні процеси в електричних колах з зосередженими параметрами.

2. Закони комутації.

3. Початкові умови.

4. Класичний метод розрахунку перехідних процесів. Усталена та вільна складові перехідних струмів та напруг.

**Література:** 1. Зеленков О.А., Шахов В.П., Бунчук О.О. Перехідні процеси в лінійних електричних колах: Конспект лекцій.: НАУ, 2003. – 132 с.

2. Сірий Д.Т. Теоретичні основи електротехніки. Курс лекцій. Електрон. варіант.   
2019 р., 245 с.

**ЗМІСТ ЛЕКЦІЇ**

**1. Загальні відомості про перехідні процеси в електричних колах з зосередженими параметрами**

Сталий (усталений) режим – це режим електричного кола, при якому струми у всіх гілках і напруги на всіх елементах залишаються постійними, або змінюються за періодичним законом.

Звичайно у електричних колах мають місце процеси переходу від одного сталого режиму до іншого – перехідні процеси.

Перехідним процесом – називається електромагнітний процес, який виникає у електричному колі при переході від одного сталого режиму до іншого.

Причиною виникнення перехідного процесу у електричному колі є зміна параметрів пасивних або активних елементів, а також ввімкнення чи вимкнення елементів кола.

Довільні зміни у електричному колі можна подати у вигляді перемикань, які будемо називати комутаціями.

Комутації можуть виникати під дією людини або автомата, а також як наслідок аварійних випадків – обрив, коротке замикання в електричному колі тощо.

Перехідні процеси виникають лише при наявності у електричному колі індуктивної котушки або конденсатора. В полях цих елементів, які називають внутрішніми накопичувачами енергії, до комутації запасається визначена кількість енергії.

В момент комутації починається перерозподіл енергії між електричним полем конденсатора та магнітним полем котушки, а також між ними та зовнішніми джерелами електричної енергії.

Коло, яке складається з ідеальних резисторів, енергії не накопичує. Але довільний реальний резистор та всі з’єднувальні проводи мають деякі значення індуктивності і ємності, тому у всіх реальних електричних колах виникають перехідні процеси при переході від одного сталого режиму до іншого.

Під час перехідного процесу струми у колах і напруги на ділянках визначаються як зовнішніми джерелами електричної енергії, так і внутрішніми накопичувачами енергії. Новий сталий режим визначається лише зовнішніми джерелами енергії.

Перехідні процеси є швидкоплинні, їх тривалість складає долі секунди. Але їх вивчення необхідно з наступних причин:

1. За законами і параметрами перехідних процесів можна встановити, яким чином змінюються за формою і амплітудою сигнали при проходженні через різні пристрої (фільтри, підсилювачі тощо).
2. При перехідних процесах можуть виникати значні перенапруження та кидки струму, що може привести до пошкодження обладнання.
3. Перехідні процеси є звичайним робочим станом для багатьох систем автоматичного керування, які знаходяться під дією різних збуджуючих факторів.

Вивчення перехідних процесів необхідно для розуміння фізичної суті явищ, які протікають в системах автоматичного керування, а також для правильної їх експлуатації, синтезу та аналізу.

Задачею розрахунку перехідних процесів в електричних колах є визначення законів і тривалості змін перехідних процесів у гілках і напруг на елементах кола.

**2. Закони комутації**

Перехід від одного сталого режиму до іншого проходить швидко, але не миттєво. Під час перехідних процесів при наявності *L* та *C* енергія електричних та магнітних полів змінюється плавно, а не стрибком (*∆t*=0), або інакше ∞, що не має фізичної сутності. А так як , а , то та *uc* також не можуть змінюватись стрибком.



Покажемо, що струм в індуктивній котушці (рис 7.1) не може змінюватись стрибком.

i

S

R

С

R

L

uR

uL

i

Рис. 7.1

S

Е

uc

uR

Е

Рис. 7.2

Після комутації:

. (7.1)



Якщо струм змінюється стрибком, то ∞ (*∆t*=0) та ∞, що приводить до порушення рівності (7.1).

Рис. 8.1



Отже, струм у котушці стрибком змінюватись не може, так як це суперечить ІІ закону Кірхгофа та фізичній сутності.

Але стрибкоподібна зміна напруги на індуктивній котушці можлива.

Покажемо, що напруга на конденсаторі (рис. 7.2) не може змінюватися стрибком.

Для електричного кола після комутації можна записати:

, , ,

Рис. 8.2



де , тоді .



Якщо напруга *uc* змінюється стрибком, то ∞, що приводить до порушення ІІ закону Кірхгофа.



Отже, напруга на конденсаторі стрибком змінюватись не може, бо суперечить фізичній сутності. Але стрибкоподібна зміна струму в конденсаторі можлива.

Розглянуті закономірності перехідних процесів у колах з *L* та *C* формулюються у вигляді двох законів комутації.

***1-й закон комутації*.** Струм у індуктивній котушці при комутації не може змінюватись стрибком, а змінюється плавно, починаючи від того значення, яке мав безпосередньо до комутації: .



Де – струм у індуктивній котушці безпосередньо до комутації,



– струм у індуктивній котушці безпосередньо після комутації.



Але *uL* може змінюватись стрибком.

***2-й закон комутації*.** Напруга на конденсаторі при комутації не може змінюватись стрибком, а змінюється плавно, починаючи від того значення, яке мала безпосередньо до комутації: *uc(0- ) = uc(0+ ).*

Де *uc(0- )* – напруга на конденсаторі безпосередньо до комутації,

*uc(0+ ).*– напруга на конденсаторі безпосередньо після комутації.

Але *іс* може змінюватись стрибком.

**3. Початкові умови**

Під початковими умовами (ПУ) розуміють значення струмів у гілках та напруг на елементах кола в момент комутації при *t*=0, тобто в момент початку перехідних процесів.

Розрізняють:

* докомутаційні та післякомутаційні ПУ;
* незалежні та залежні ПУ;
* нульові та ненульові початкові умови.

Докомутаційні початкові умови – це значення струмів та напруг у колі до комутації, тобто та , *k*=1, 2, …



Післякомутаційні початкові умови – це значення струмів та напруг у колі після комутації, тобто та , *k* =1, 2, …



Не всі докомутаційні початкові умови залишаються рівними післякомутаційним, тільки

, .



Початкові умови, які випливають із законів комутації, тобто та звуться незалежними початковими умовами. Для їх визначення необхідно розрахувати сталий режим кола до комутації.



Початкові умови усіх інших струмів та напруг у післякомутаційному колі визначаються за незалежними початковими умовами та законами Кірхгофа і звуться залежними початковими умовами.

Якщо у електричному колі в момент комутації немає запасів енергії електричних та магнітних полів, то таке коло має нульові початкові умови. При нульових початкових умовах перехідні струми в котушках та напруги на конденсаторах почнуть змінюватися від нульових значень.

Початкові умови необхідно визначати з урахуванням вибраного напрямку перехідних струмів та напруг.

**4. Класичний метод розрахунку перехідних процесів.**

**Усталена та вільна складові перехідних струмів та напруг**

Класичний метод розрахунку перехідного процесу полягає в інтегруванні диференційного рівняння, яке описує перехідний процес у колі, рішення якого представляється у вигляді суми сталої (усталеної) та вільної складових, а сталі інтегрування визначаються з початкових умов.

Розглянемо застосування класичного методу розрахунку перехідних процесів на конкретному прикладі електричного кола рис. 7.3.

Вимикач *S* замикається, в контурі *R, L, C* виникає перехідний процес.

R

L

uR

uL

i

Рис. 7.3

S

Е

C

uC

Rо

Порядок розрахунку:

1. Визначаємо гілки та контури, охвачені перехідним процесом.

2. Довільно задаємося додатнім напрямом перехідних струмів і напруг, а також напрямом обходу контуру. Для зручності розрахунку вони вибираються співпадаючими.

3. З урахуванням вибраних напрямків *і* та *uc* визначаємо незалежні початкові умови: *iL(0)* та *uc (0)* в колі до комутації.

4. Перехідні процеси у контурі *R, L, C* описуються рівнянням, складеним за ІІ законом Кірхгофа:

.



Враховуючи, що , перейдемо до рівняння відносно змінної *uc*, щоб виключити операцію інтегрування для знаходження *і, uL* та *uR*:



Отримане рівняння є лінійним неоднорідним диференційним рівнянням 2-го порядку з постійними коефіцієнтами. Порядок диференційного рівняння можна визначити за схемою кола після комутації: він дорівнює числу внутрішніх накопичувачів енергії *L* та *C*.

Рішення такого рівняння знаходиться у вигляді суми часткового рішення неоднорідного рівняння *uc.c* та загального рішення однорідного рівняння *uc.в*, отриманого з вихідного при рівності правої частини нулю, тобто *uc= uc.c+ uc.в*, де *uc* – перехідна напруга на конденсаторі, *uc.c*– стала напруга, *uc.в* – вільна напруга на конденсаторі.

Перехідний(на) струм (напруга) – це струм (напруга) у колі під час перехідного процесу.

Сталий(а) струм (напруга) – це періодичний(а) або постійний струм (напруга), які виникають у колі після закінчення перехідного процесу.

Для визначення сталої напруги необхідно розрахувати коло у сталому режимі після закінчення перехідного процесу.

Математично *uc.c* знаходиться як часткове рішення неоднорідного рівняння:



Вільна(ий) напруга (струм) – це напруга (струм), які дорівнюють різниці перехідної(го) та сталої(го) напруг (струмів).

Вільні напруги та струми можуть існувати тільки за рахунок запасу енергії, накопиченої в електричних полях конденсаторів та магнітних полях котушок. З плином часу вони прямують до нуля, так як запас енергії полів розсіюється на активних опорах кола, перетворюючись в тепло.

Математично *uc.в* знаходиться як загальне рішення однорідного рівняння:

.



Таким чином, перехідні процеси штучно представляються як накладення сталого режиму, який існує ніби спочатку перехідного процесу, та вільного режиму, інтенсивність якого завжди прямує до нуля. Це можливо лише у лінійних колах, де справедливий принцип суперпозиції.

С

R

е

R

L

uR

uL

i

Рис. 7.4

S

е

Rо

iс

R

iв

uс

С

L

L

С

еL

еc

**+**

**=**

Аналіз перехідних процесів класичним методом можна схематично представити у вигляді схеми, приведеній на рис.7.4,

де – внутрішня ЕРС, яка обумовлена магнітним полем котушки;



– внутрішня ЕРС, яка запасена в електричному полі конденсатора.



Фізичне тлумачення часткового рішення неоднорідного диференційного рівняння, як сталої напруги *uc.c,*та загального рішення однорідного диференційного рівняння, як вільної напруги *uc.в ,* є позитивною особливістю тільки класичного методу дослідження ПП.

**ЛЕКЦІЇ №2.8**

**Модуль №2 «Особливості методів аналізу специфічних кіл або їх ділянок».**

**Тема 4. Розрахунок перехідних процесів класичним методом.**

**План лекції №2.8**

1. Перехідні процеси при короткому замиканні у колі з *R* та *L*.

2. Перехідні процеси при включенні кола з послідовним з’єднанням *R* та *L* до джерела постійної напруги.

3. Перехідні процеси при включенні кола *R*, *L* до джерела синусоїдної напруги.

4. Перехідні процеси при короткому замиканні у колі з *R* та *C.*

5. Перехідний процес при включенні кола з послідовним з’єднанням *R* та *С* до джерела постійної напруги.

6. Перехідний процес при включенні кола з послідовним з‘єднанням *R* та *C* до джерела синусоїдальної напруги.

**Література:** 1. Зеленков О.А., Шахов В.П., Бунчук О.О. Перехідні процеси в лінійних електричних колах: Конспект лекцій.: НАУ, 2003. – 132 с.

2. Сірий Д.Т. Теоретичні основи електротехніки. Курс лекцій. Електрон. варіант.   
2019 р., 245 с.

**ЗМІСТ ЛЕКЦІЇ**

**1. Перехідні процеси при короткому замиканні у колі з *R* та *L***

Розглянемо коло з послідовним з’єднанням *R* та *L* (рис. 7.5).

Нехай при *t=0* активний опір *R* та індуктивна котушка *L* замикаються накоротко за допомогою вимикача *S*.

S

i

R

uR

U

uL

Рис. 7.5

L

Знайдемо закон зміни струму у колі після замкнення вимикача *S*.

Задаємося додатнім напрямом перехідного струму *i* та напрямом обходу контуру. Визначимо незалежні початкові умови, для чого розрахуємо коло до комутації:

.



Перехідний процес у колі описується рівнянням:

або .



Дане диференційне рівняння є однорідним. Тобто сталий струм буде дорівнювати нулю, а перехідний процес зумовлений тільки енергією, яка запасена у магнітному полі котушки. Тому рішення диференційного рівняння буде таким:

, (7.1)



де: , тому *і= ів .*



Визначимо . Для цього вирішимо однорідне диференційне рівняння:



.



Рішення цього рівняння має вигляд:



де – корінь характеристичного рівняння ;



– стала інтегрування, яка визначається з початкових умов:



при *t=0*: ,



де *ів(0)=А е0=А,* тому завжди *А= і(0)-іс (0)*,

тоді рішення (7.1) можна записати так:

*і=іс+ [і(0)-іс (0)].* (7.2)



Це є загальна форма рішення диференційного рівняння, що описує перехідний процес в лінійному колі з одним накопичувачем енергії.

В нашому випадку .



Отже ,



тобто струм зменшується по експоненті.

Затухання вільної складової ПП характеризується сталою часу кола:

[с]



Сталою часу кола називається величина інтервалу часу, за який вільні складові струму чи напруги зменшуються в *е (е* = 2,71…) раз.

t

i,uR,uL

5τ

τ

2τ

*i*

0

3τ

Рис. 7.6

U



4τ

uR

uL

-U

Сталу часу можна визначити графічно, як довжину довільної піддотичної до експоненти (рис. 7.6). (При використанні формули (7.2) τ знаходять відносно полюсів С чи L.)

Теоретично ПП у колі триває нескінченно довго, а практично .



Величина, обернена до сталої часу, зветься коефіцієнтом згасання .



Для кола *R*, *L*:

[1/с].



Отже, вільний струм у колі затухає тим швидше, чим більше *R* та чим менше *L*.

Напруга у контурі *R*, *L* буде дорівнювати:



.



Напруга на активному опорі змінюється аналогічно струму.

Напруга на індуктивній котушці :



Напруга в момент комутації змінюється стрибком від 0 до , це видно на графіку рис. 7.6.



ПП у контурі *R*, *L* зумовлений енергією, яка запасена в магнітному полі котушки . При ця енергія перетворюється в теплову: .



Підставивши значення перехідного струму, отримаємо:

.



Отже, кількість тепла, яка виділяється на резисторі , дорівнює енергії, яка запасена у магнітному полі котушки.



Якщо в схемі рис 7.5 просто розімкнути коло, то струм в котушці практично миттєво зменшиться до нуля . При цьому у котушці буде наводитися дуже велика ЕРС самоіндукції . Виникаюче при цьому перенапруження у котушці може призвести до пробою ізоляції, пошкодженню та виходу з ладу рубильника тощо. Тому при вимкненні котушок від мережі їх замикають накоротко або на розрядний резистор.



**2. Перехідні процеси при включенні кола з послідовним**

**з’єднанням *R* та *L* до джерела постійної напруги**

Знайдемо закон зміни струму при замкненні вимикача (рис. 7.7)



Дано: *R*, *L.*

R

L

uR

uL

i

Рис. 7.7

S

U



Визначимо: .



Задаємося додатнім напрямком перехідного струму та обходу контуру і визначимо незалежні ПУ:

.



ПП у колі описуються рівнянням:

,



або .



Рішення цього рівняння шукаємо у вигляді: .



Сталий струм *іс* – це струм у колі після закінчення ПП, коли ,   
тому , звідки



Вільний струм визначається з рішення однорідного диференційного рівняння:



Рішенням цього рівняння буде , де - корінь характеристичного рівняння:



Тоді струм ПП дорівнює:

.



Сталу інтегрування визначаємо з початкових умов при :



, або , звідки .



Кінцевий вираз для перехідного струму буде мати вигляд:

.

*i*

i,uR,uL

τ

2τ

0

3τ

Рис. 7.8

U



4τ

uR

*iс*

*iв*



uL

t



Напруга на активному опорі *uR* буде:

.



Напруга на індуктивній котушці *uL* буде:

.



Напруга на активному опорі *uR* змінюється аналогічно струму від 0 до прикладеного значення .



Напруга *uL* в момент комутації зростає стрибком до величини прикладеної напруги , а при прямує до 0.



Графіки перехідних *i, uR ,uL* приведені на рис. 7.8

Під час ПП енергія джерела витрачається на утворення магнітного поля котушки і на нагрівання резистора .



**3. Перехідні процеси при включенні кола *R*, *L* до джерела   
синусоїдної напруги**

Визначимо закон зміни струму в колі після підключення його до джерела синусоїдної напруги *u=Umsin(ωt+ψu)* (рис. 7.9).

Задаємося додатнім напрямом перехідного струму та напрямом обходу контуру. Визначимо незалежні ПУ:

, тобто маємо нульові початкові умови.



Перехідний процес описується рівнянням:

,



рішення якого шукаємо у вигляді .

R

L

uR

uL

i

Рис. 7.9

S

u



Сталий струм ,



де , , ,



тоді .



Визначимо вільний струм:

.



Перехідний струм дорівнює:



Сталу інтегрування визначаємо з ПУ: при маємо ,



або ,



звідси .



Тоді струм ПП буде змінюватися за законом:

.



Перехідна напруга на котушці буде рівна:

.



Побудуємо графік перехідного струму. Характер ПП залежить від початкової фази напруги в момент комутації. При цьому можливі два крайні випадки:

1. В момент комутації (або ).



У цьому випадку в колі вільний струм відсутній:

.



У колі відразу настає синусоїдний струм , тобто ПП не буде.



2. В момент комутації . У цьому випадку вільний і сталий струми при дорівнюють максимальним і протилежним за знаком значенням



, .



Перехідний струм змінюється від 0 і при досягає максимального значення .

*iв*

τ

0

Рис. 7.10

Im

t

*i*

-Im

T

T/2

*ic*

*i*



При цьому чим більша стала часу , тим ближче це максимальне значення струму до величини , але ніколи не перевищує її (рис. 7.10)



**4. Перехідні процеси при короткому замиканні у колі з *R* та *C***

Визначимо закон зміни перехідного струму при замкненні накоротко кола, зображеного на рис. 7.11.

S

i

R

uR

U

uC

Рис. 7.11

C

Задаємося додатнім напрямом обходу контуру. Визначимо незалежні початкові умови з кола до комутації:

*uc(0) – U = 0*,

звідки *uc(0) = U.*

Таким чином, до комутації конденсатор знаходився під напругою U і в електричному полі накопичив енергії   
*We = .* Ця енергія і зумовлює перехідні процеси у колі.



Перехідний процес описується рівнянням:

*R і+ uc = 0.*

Враховуючи, що *i =* , отримаємо



*+ uc = 0.*



Рішення рівняння шукаємо у вигляді: *uc = ucc + ucв.*

Стала напруга на конденсаторі *ucc = 0,* так як при відсутності зовнішнього джерела електричної енергії при *t→∞* конденсатор повністю розрядиться.

Вільну напругу шукаємо у вигляді: *ucв = Аеpt,*

де  *p = -* корінь характеристичного рівняння *RС p + 1 = 0.*



Стала часу кола *R, С* дорівнює:

*τ =*  = *RС.*



Чим більше *τ,* тимдовше продовжується перехідний процес.

Через *t = τ* вільна напруга зменшиться в *е (е = 2,71…)* раз*.*

Величина δ = 1/τ – коефіцієнт затухання кола *R,С.*

Сталу інтегрування *А* знаходимо з початкових умов при *t = 0:*

*uc(0) = ucc (0) + ucв(0),*

або *U = 0+А,* тобто *А = U.*

Тоді *uc = .*



Перехідний струм у колі дорівнює:

*і = = .*



Розрядний струм конденсатора при *t = 0*  змінюється стрибком до величини - та обмежується в перший момент лише опором *R.*

i,uc

τ

2τ

0

3τ

Рис. 7.12

U

uc

*i*



t



Знак “**–**” говорить про те, що дійсний напрямок перехідного струму в колі протилежний прийнятому, тобто струм розряду протилежний струму заряду конденсатора.

Побудуємо часові діаграми для *і* та *uc* (рис. 7.12):

Під час перехідного процесу при розряді конденсатора запасена в ньому електрична енергія перетворюється в тепло, яке виділяється на резисторі *R*

= .



**5. Перехідний процес при включенні кола з послідовним з’єднанням *R* та *С* до джерела постійної напруги**

Нехай конденсатор був попередньо заряджений до напруги *Uc* (рис.7.13).

C

R

uR

uC

i

Рис. 7.13

S

U

UC

Задамося додатними напрямками *uc* та *і*, а також обходом контуру.

Визначимо незалежні початкові умови з урахуванням напряму ПП:

*uc(0) = - Uc.*

ПП у колі описуються наступним рівнянням:

*Ri + uc = U,*

або *+ uc = U.*



Рішенням цього рівняння буде: *uc = ucc + ucв.*

Стала напруга *ucc= U,* так як після закінчення ПП *U = const* та *=0.*



Вільну напругу шукаємо з однорідного рівняння

*+ ucв=0,*



вона буде дорівнювати *ucв= Аеpt,*

де *p = –* корінь характеристичного рівняння *RС p + 1 = 0.*



*τ =*  = *RС,* δ =1/τ =– коефіцієнт затухання.



Тоді перехідна напруга буде дорівнювати:

*uc = U +* .



Сталу інтегрування визначаємо з початкових умов при *t = 0*:

*uc(0) = ucc (0) + ucв(0),*

або *-Uс = U + А,* звідси *А = -U - Uc= - ( U+ Uc).*

Кінцевий вираз для перехідної напруги на конденсаторі має вигляд:

*uc = U - ( U+ Uc).*



Перехідний струм дорівнює:

*і = = .*



Побудуємо часові діаграми для *uc* та *і* для кількох характерних випадків.

І. *Uc* = 0, тобто конденсатор до комутації не заряджений, що відповідає нульовим ПУ.

*i*

τ

i,uc

2τ

0

3τ

Рис. 7.14

U

uc



t

-U

ucс

ucв

У цьому випадку (рис 7.14)

*uc=U(1-), і = = .*



2. *Uc*=U, тобто напруга на конденсаторі до комутації дорівнює напрузі джерела та співпадає з напрямком, вказаним на схемі. Після комутації конденсатор перезаряджається від напруги –U до U (рис 7.15).

*uc=U(1-2), і = = 2.*



3. *Uc = - U,* тобто конденсатор попередньо заряджений до напруги джерела живлення. У цьому випадку *uc(0)=U, i=0,* тому після комутації перехідного процесу не буде.

uc

*i*

τ

i,uc

2τ

0

3τ

Рис. 7.15

U



t

-2U

ucс

ucв

-U

4. *Uc= -2U,* тобтоконденсатор попередньо заряджений до подвійної напруги джерела живлення. У цьому випадку після комутації проходить розряд конденсатора від напруги *2U* до *U* (рис. 7.16),тому маємо:

*uc=U(1+), і = = - .*



Для всіх випадків перехідного процесу у колі *R, C* перехідний струм *і* в момент комутації змінюється стрибком. Якщо *R* буде малим, то стум в початковий момент може в багато разів перевищувати номінальний. Це необхідно враховувати.

*i*

uc

τ

2τ

0

3τ

Рис. 7.16

U



t

ucс

ucв

2U

i,uс

Під час зарядження конденсатору енергія джерела затрачується на збільшення енергії електричного поля конденсатора та на теплові втрати в активному опорі.

,



Тобто енергія, яку віддає джерело живлення під час заряду конденсатора, розподіляється навпіл між конденсатором та резистором, незалежно від співвідношення параметрів *R* та *С*.

**6. Перехідний процес при включенні кола з послідовним   
з‘єднанням *R* та *C* до джерела синусоїдальної напруги**

Визначимо перехідний струм та перехідну напругу на конденсаторі при підключенні кола до джерела синусоїдальної напруги *u=Umsin(ωt+φu)* (рис.7.17).

Задаємося додатними напрямками *uc* та *і ,* а також напрямком обходу контуру.

C

R

uR

uC

i

Рис. 7.17

S

u

Визначимо незалежні початкові умови:

*uc(0)= 0.*

Перехідний процес у колі описується рівнянням:

.



Загальне рішення має вигляд:

*uc = ucc + ucв.*

Сталу напругу знаходимо із кола після комутації:

*ucc = Umc sin(ωt+ψi - ) = Umc sin(ωt+ψu – φ - )*



(напруга на конденсаторі відстає від струму на ),



де , *Z*= ,



Вільна напруга на конденсаторі дорівнює *ucв = A,*



тоді *uc =Umc sin(ωt+ψu – φ - )+A.*



Визначимо сталу інтегрування *А* з ПУ при *t=0:*

*uc(0) = ucc (0) + ucв(0),* або *0 =Umc sin(ψu – φ - )+A.*



Звідки *А= - Umc sin(ψu – φ - ).*



Тоді перехідна напруга на конденсаторі дорівнює

*uc =Umc sin(ωt+ψu – φ - ) - Umc sin(ψu – φ - )..*



Перехідний струм у колі дорівнює

*i=C= Іm sin(ωt+ψu – φ) +sin(ψu – φ - )..*



З наведених виразів видно, що характер ПП залежить від початкової фази напруги *ψu* на вході кола в момент комутації.

При цьому можливі два крайні випадки.

1. В момент комутації .



У цьому випадку вільна напруга та вільний струм не існують, тобто

*ucв=0, іcв=0.*

У колі миттєво настає сталий режим (рис.7.18)

u=uc

i=ic

i, uc

t

T

T/2

0

Рис. 7.18



*uc = ucc =± Umc sinωt,*

*і=іc =± Іm cosωt.*

2. В момент комутації

*ψu -=+n,* де *n=0,1…*



У цьому випадку вільна напруга та вільний струм приймають при *t=0* максимальні значення:

*ucв(0)=+Umc, icв(0)=.*



Усталена напруга приймає максимальне, але протилежне за знаком значення (рис.7.19)

*ucc(0)= Umc.*



-Umc

Umc

uc

t

T

T/2

0

Рис. 7.19



τ

uc

ucс

ucв

**

iв

i

T/2

τ

i

t

T

0

Рис. 7.20



ic

Усталений струм в момент комутації дорівнює нулю: *ic(0)=0.* Тому перехідна напруга починає змінюватися від 0, а струм від максимального значення. Отже, у колі при *t=0* спостерігається стрибок струму. (рис.7.20).

**ЛЕКЦІЇ №2.9**

**Модуль №2 «Особливості методів аналізу специфічних кіл або їх ділянок».**

**Тема 4. Розрахунок перехідних процесів класичним методом.**

**План лекції №2.9**

1. Перехідні процеси при розряді конденсатора на активний опір та індуктивну котушку.

2. Аперіодичний розряд конденсатора.

3. Коливальний (періодичний) розряд конденсатора.

4. Гранично-аперіодичний розряд конденсатора.

**Література:** 1. Зеленков О.А., Шахов В.П., Бунчук О.О. Перехідні процеси в лінійних електричних колах: Конспект лекцій.: НАУ, 2003. – 132 с.

2. Сірий Д.Т. Теоретичні основи електротехніки. Курс лекцій. Електрон. варіант.   
2019 р., 245 с.

**ЗМІСТ ЛЕКЦІЇ**

**1.** **Перехідні процеси при розряді конденсатора на**

**активний опір та індуктивну котушку**

Розглянемо перехідні процеси у колі з послідовним з’єднанням *R, L,* *С* (рис. 7.21), яке є найпростішим прикладом лінійного кола з декількома накопичувачами електричної енергії.

Аналіз ПП будемо здійснювати у тій же послідовності, що й для кіл з одним накопичувачем енергії.

У контурі *R, L, C,* який отримали після комутації, задамося додатнім напрямком перехідного струму *і* та напруг *uc, uL, uR*, а також напрямком обходу контуру.

C

2

1

S

*i*

R

uR

U

uL

uC

Рис. 7.21

L

Визначимо незалежні початкові умови із контуру до комутації з урахуванням вибраного напряму перехідного процесу:

*uc*(0) – *U* = 0,

звідки *uc*(0) =*U*, *i(0)=i(0)=*0*.*

Перехідний процес у контурі *R, L, C* зумовлений розрядом конденсатора на *R* та *L,* який до комутації мав енергію

.



Перехідний процес у контурі описується рівнянням:

.



Враховуючи, що , отримаємо



– однорідне рівняння 2-го порядку.



Рішення шукаємо у вигляді

*uc= uc.с+ uc.в..*

Так як в колі після комутації нема джерела енергії, то *uc*= 0.

*uc.в*шукаємо як загальне рішення вихідного однорідного диференційного рівняння другого порядку. Вигляд загального рішення цього рівняння вибирається в залежності від коренів характеристичного рівняння.

Запишемо та знайдемо рішення характеристичного рівняння:



або , де – коефіцієнт згасання контуру без втрат.



В залежності від величини дискримінанту можливі три випадки: *D>0; D=0; D<0*. Тому можливі три випадки значень коренів характеристичного рівняння та із-за цього три характери перехідного процесу: аперіодичний, гранично-аперіодичний та коливальний (періодичний).



**2. Аперіодичний розряд конденсатора**

Аперіодичний розряд конденсатора на активний опір *R* та індуктивну котушку *L* має місце у тому випадку, коли *D*>0, тобто дискримінант більше нуля.

, або ,



де – хвильовий опір контуру.



Отже, для отримання аперіодичного розряду конденсатора активний опір кола повинен бути більше подвоєного хвильового опору контуру *R, L, С.*

У цьому випадку корені будуть дійсними від’ємними числами, причому: *|p1|<|p2|.*

Загальне рішення однорідного диференційного рівняння шукаємо у вигляді:



тоді



Для визначення двох сталих інтегрування *А1, А2* необхідно мати два рівняння. В якості другого рівняння візьмемо рівняння для струму:



Скористаємося початковими незалежними умовами. При *t*=0:

,



звідси , .



Тоді:



Враховуючи, що



Отримаємо: .



Перехідна напруга на індуктивній котушці:

.

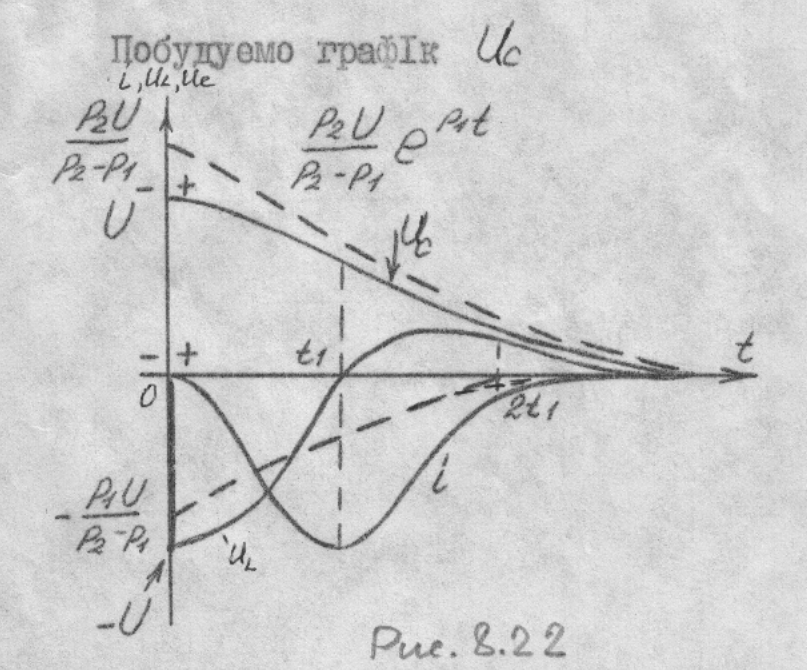


Рис. 7.22



Побудуємо часові діаграми *і*, *uL*, *uC*.

З отриманих виразів видно, що функції *і*, *uL*, *uC* в кожний момент часу визначаються різницею двох експонент з коефіцієнтом згасання *P1*та *Р2*.

Так як *|P2|>|P1|*, то експоненти згасають швидше ніж .



Побудуємо графік для *uC*:

Перехідна напруга на конденсаторі *uC* нерозривно та плавно зменшується з плином часу від напруги джерела U до нуля.

Графіки перехідного струму *і* та напруги *uL* побудуємо на основі характерних точок (рис. 7.22).

Перехідний струм *і* змінюється від нуля і досягає максимального значення в момент часу *t1,* який можна визначити з умови:

, або ,



звідки .



В момент часу *t2=2t1* крива *і* має точку перегину. Враховуючи ці особливості будуємо графік перехідного струму *і.*

Перехідна напруга *uL* вмомент комутації дорівнює *uL (0+)= - uc (0)= - U.* При *t= t2* перехідна напруга *uL* досягає додатного максимального значення.

При *t= t2 uL* = *L di/dt =* 0, тому що .



Таким чином *uс* та *і*, з якими пов’язані запаси енергії в електричних та магнітних полях, ведуть себе аперіодично.

Розглянемо енергетичну сторону аперіодичного розряду конденсатора на *R* та *L.*

В інтервалі часу , коли струм зростає, енергія електричного поля конденсатора перетворюється в теплову енергію в опорі *R* та витрачається на утворення магнітного поля в котушці.



Коли струм починає зменшуватися, то енергія електричного та магнітного полів перетворюється тільки в теплову енергію в резисторі *R*.

Під час аперіодичного розряду конденсатора на *R* та *L* перезарядження конденсатора не відбувається.

**3. Коливальний (періодичний) розряд конденсатора**

Коливальний розряд конденсатора у контурі *R,L,С* має місце при умові, що дискримінант характеристичного рівняння менше нуля, тобто *D < 0*

< 0, або *R<2ρ.*



У цьому випадку корені характеристичного рівняння будуть комплексно-спряжені з від'ємною дійсною частиною



де – кутова частота власних коливань контуру з втратами,



звідси: .



У даному випадку загальне рішення однорідного рівняння необхідно шукати в вигляді:

де *θ=arctgωc /δ.*



Докажемо це, для чого запишемо комплексно-спряжені корені в показниковій формі:



де *θ=arctgωc /δ.*



Підставимо значення *p1* та *p2* у вираз для *uc*



Отриманий вираз аналогічний раніше записаному та представляє собою затухаючий процес. Отже, у випадку комплексно-спряжених коренів характеристичного рівняння рішення однорідного диференційного рівняння другого порядку треба шукати у вигляді:



Для визначення сталих інтегрування *A* та в якості другого рівняння використаємо рівняння для струму:



Скористаємося незалежними початковими умовами. При *t*=0:

→



Враховуючи, що



Звідси: , .



Визначимо *sinθ* за відомими

для чого скористаємося допоміжним трикутником (рис. 7.23), звідки маємо:

.

θ

δ

ωс

ω0

Рис. 7.23

Тоді сталі інтегрування дорівнюють:

, .



Підставимо значення *A* та у вирази для напруги *uс* та струму *і,* отримаємо:



.



Для спрощення побудови та аналізу часової діаграми перехідного струму *i* приведемо його вираз до однієї тригонометричної функції.

З допоміжного трикутника маємо:



Враховуючи, що , отримуємо:



Введемо позначення , тоді:



Закінчений вираз для *uc* та *i* приймає вид :



Напруга нa індуктивній котушці *uL* буде:

.



Коливальний характер зміни напруги *u*с та струму *i* пояснюється багатократним обміном енергією між електричним полем конденсатора та магнітним полем котушки. Так як коло має опір *R*, то коливальний процес є затухаючим (рис. 7.24). Вільний процес затухає тим швидше, чим більше коефіцієнт згасання контуру ,який входить у множник .



Кількісною характеристикою швидкості згасання служить декремент коливання.

Декрементом коливань зветься відношення двох наступних друг за другом максимальних значень струму або напруг одного знаку:

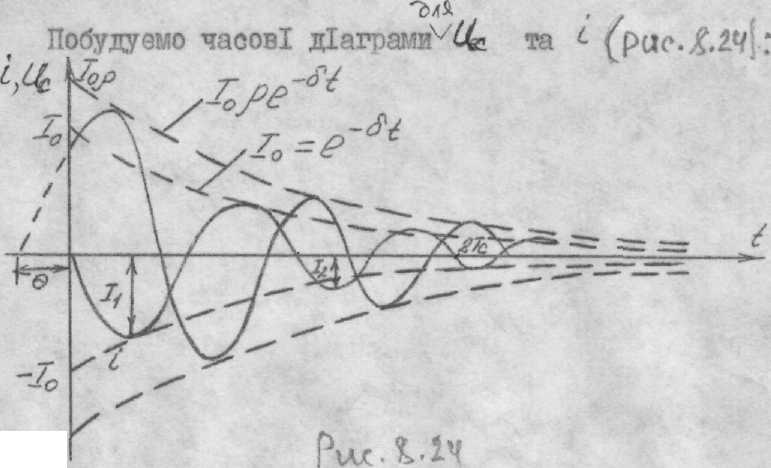


Рис. 7.24



Величина зветься логарифмічним декрементом коливань.



**4. Гранично-аперіодичний розряд конденсатора**

Гранично-аперіодичний розряд конденсатора в контурі *R,L,С* має місце при тобто , або що зветься критичним опором.



У цьому випадку корені характеристичного рівняння є рівними та від’ємними числами:

.



У цьому випадку вільну складову напруги шукають у вигляді:

.



Перехідний струм у контурі

.



Знаходимо сталі інтегрування. При *t*=0:

, звідси



Після підстановки сталих інтегрування отримаємо:

, .



Напруга на індуктивній котушці:



Враховуючи, що:



отримаємо:

.



Часові діаграми *і,uL,uc* за формою подібні відповідним кривим при аперіодичному розряді конденсатора. Але цей процес є граничним, при якому ще не відбувається перезарядки конденсатора.

**ЛЕКЦІЇ №2.10**

**Модуль №2 «Особливості методів аналізу специфічних кіл або їх ділянок».**

**Тема 5. Розрахунок перехідних процесів операторним методом.**

**План лекції №2.10**

1. Загальні відомості про операторний метод розрахунку перехідних процесів.

2. Закон Ома в операторній формі.

3. Закони Кірхгофа в операторній формі.

**Література:** 1. Зеленков О.А., Шахов В.П., Бунчук О.О. Перехідні процеси в лінійних електричних колах: Конспект лекцій.: НАУ, 2003. – 132 с.

2. Сірий Д.Т. Теоретичні основи електротехніки. Курс лекцій. Електрон. варіант.   
2019 р., 245 с.

**ЗМІСТ ЛЕКЦІЇ**

**1. Загальні відомості про операторний метод**

**розрахунку перехідних процесів**

Операторний метод заснований на тому, що функція *f(t)* дійсного аргументу *t*, яка називається оригіналом, перетворюється в функцію *F(p)* комплексного аргументу *p=a+jb*, що називається зображенням. Відповідність між оригіналом та зображенням записується в наступному вигляді:

*f(t).=˙F(p),*

де “.=˙” – знак відповідності.

Внаслідок перетворення інтегрально-диференційні рівняння відносно оригіналів перетворюються в алгебраїчні рівняння відносно зображень. Розв’язуючи алгебраїчні рівняння знаходимо зображення шуканих функцій, а потім за зображеннями визначаємо самі функції.

Перехід від оригіналів до зображень здійснюється за допомогою формули прямого перетворення Лапласа:

,



або перетворення Карсона:

,



де: *f(t)* – функція, що перетворюється, тобто, оригінал,

*F(p)* – зображення функції.

Наводимо формули перетворення деяких простих функцій (без доведення).

1. Зображення сталої – *A.=˙* .



1. Зображення похідних – *f’(t).=˙pF(p)-f(0);*

*.= .*



1. Зображення інтеграла – *.=˙;*



*.=˙ .*



1. Зображення показникових функцій:

*eαt.=˙; e-αt.=˙;*



*ejωt.=˙; e-jωt.=˙.*



1. Зображення тригонометричних функцій:

*cosωt.=˙; sinωt.=˙;*



*Am sin(ωt+φ).=˙.*



**2. Закон Ома в операторній формі**

Розглянемо електричне коло з послідовним з’єднанням *R, L, C*   
(рис. 8.1). Коло має ненульові ПУ:

*iL(0)=i(0)≠0, uC(0)≠0.*

R

L

uR

uL

i

Рис. 8.1

S

e(t)

C

uC

Rо

Розглянемо перехідний процес в колі після ввімкнення рубильника *S*. Перехідний процес в колі після комутації описується рівнянням *uR+uL+uC=e(t).*

Підставимо значення *uL, uR, uC* та врахуємо ненульові початкові умови:

.



Знайдемо зображення складових даного рівняння:

*i(t)*.=˙*I(p); e(t)*.=˙*E(p); Ri*.=˙*RI(p);*

.=˙;.=˙.



Тоді

.



Визначимо струм

.



Це закон Ома для нерозгалуженого кола в операторній формі при ненульових початкових умовах,

де *I(p)* – операторний струм;

*E(p)* – операторна ЕРС;

– операторні опори елементів;



*L·i(0)* – внутрішня ЕРС, що обумовлена запасом енергії в магнітному полі котушки до комутації;

– внутрішня ЕРС, що обумовлена запасом енергії в електричному полі конденсатора до комутації.



За аналогією із законом Ома

– операторний опір кола з послідовним з’єднанням *R, L, C*.



Операторний опір *Z(p)* можна отримати із комплексного опору *Z(jω)* шляхом заміни *jω* на *p*.

Відповідно формулі закону Ома зобразимо еквівалентну схему заміщення вихідного кола, що називається операторною (рис. 8.2). За позитивний напрямок внутрішньої ЕРС *L·i(0)* та приймається напрямок, який збігається з напрямком операторного струму *I(p)*.

Рис. 8.2

*Е(р)*

R

*I(р)*

*рL*

*Li(0)*

*uL(р)*

*uR(р)*

*uC(р)*

*1/рC*

*-uc(0)/р*



Коли початкові умови нульові, тобто *iL(0)=0*, *uC(0)=0*, то закон Ома в операторній формі приймає звичайний вигляд .



**3. Закони Кірхгофа в операторній формі**

**3.1. Перший закон Кірхгофа в операторній формі**

Для миттєвих струмів в вузлі електричного кола за І-м законом Кірхгофа маємо:

*i1+i2+…+in=0*

Припускаємо, що відомі зображення миттєвих струмів

*i1.=˙I1(p); i2.=˙I2(p); in.=˙In(р).*

Тоді для операторних струмів отримаємо

*I1(p)+I2(p)+…+In(p)=0,* або .



Алгебраїчна сума операторних струмів в вузлі дорівнює нулю – це є перший закон Кірхгофа в операторній формі.

**3.2. Другий закон Кірхгофа в операторній формі**

Для будь-якого контуру електричного кола, який має *n* віток з елементами *R, L, C* та *e(t),* можна скласти рівняння за ІІ законом Кірхгофа для миттєвих величин:

.



Припускаємо, що відомі зображення для миттєвих струмів та ЕРС в кожній вітці контуру.

*i1 .=˙I1(p), i2 .=˙I2(p), … in .=˙In(p); e1 .=˙E1(p), e2 .=˙E2(p), …en .=˙En(p).*

Тоді, використовуючи зображення, рівняння за ІІ-м законом Кірхгофа запишемо в наступному вигляді:

.



Перетворимо дане рівняння

.



Позначимо ,



тоді .



Дане рівняння є математичним записом другого закону Кірхгофа в операторній формі.

Алгебраїчна сума операторних зовнішніх та внутрішніх ЕРС в контурі електричного кола дорівнює алгебраїчній сумі операторних напруг на всіх елементах цього контуру.

При ненульових ПУ напруга на індуктивній котушці та конденсаторі в операторній формі дорівнює:

*UL(p)=pLIL(p)-LiL(0), .*



При нульових ПУ ІІ закон Кірхгофа в операторній формі записується в наступному вигляді:

.



Таким чином, для розрахунку перехідних процесів операторним методом справедливі закони Ома та Кірхгофа. Тому усі методи розрахунку електричних кіл при сталих режимах, які засновані на законах Ома та Кірхгофа, можна застосовувати: метод еквівалентних перетворень, контурних струмів, вузлових потенціалів тощо. Запис рівнянь в операторній формі збігається за виглядом для кіл постійного та змінного струмів. Це є основною перевагою операторного методу розрахунку перехідних процесів.

Переваги операторного методу:

– не потрібно визначати постійні інтегрування;

– розв’язувати необхідно алгебраїчні рівняння, а не інтегрально-диференційні.

**ЛЕКЦІЇ №2.11**

**Модуль №2 «Особливості методів аналізу специфічних кіл або їх ділянок».**

**Тема 5. Розрахунок перехідних процесів операторним методом.**

**План лекції №2.11**

1. Розрахунок перехідних процесів операторним методом.

2. Визначення зображення шуканої функції часу.

3. Перехід від зображення до оригіналу.

4. Особливості аналізу перехідних процесів в електричних колах під час дії напруг і струмів довільної форми.

**Література:** 1. Зеленков О.А., Шахов В.П., Бунчук О.О. Перехідні процеси в лінійних електричних колах: Конспект лекцій.: НАУ, 2003. – 132 с.

2. Сірий Д.Т. Теоретичні основи електротехніки. Курс лекцій. Електрон. варіант.   
2019 р., 245 с.

**ЗМІСТ ЛЕКЦІЇ**

**1. Розрахунок перехідних процесів операторним методом**

Розрахунок перехідних процесів операторним методом складається з двох основних етапів:

– визначення зображення шуканої функції;

– перехід від зображення до оригіналу.

**2. Визначення зображення шуканої функції часу**

Для отримання зображення функції часу використовуються закони Ома та Кірхгофа в операторній формі, а також всі методи, що базуються на цих законах. При цьому:

- нерозгалужені електричні кола з нульовими та ненульовими ПУ, а також прості розгалужені кола з нульовими ПУ розраховуються за законом Ома;

- розгалужені електричні кола з ненульовими ПУ розраховуються за законами Кірхгофа та іншими методами розрахунку складних кіл в операторній формі.

**3. Перехід від зображення до оригіналу**

В загальному випадку перехід від зображення до оригіналу здійснюється за допомогою формули оберненого перетворення Лапласа

,



для чого необхідно знати теорію функцій комплексного змінного.

В простих випадках перехід виконують за формулами відповідності між оригіналом та зображенням, які приводяться в довідниках.

Другий шлях заснований на застосуванні формули розкладання.

Допускаємо, що зображення *F(p)* має вигляд раціонального правильного нескоротного дробу:

,



де: *F1(p)* та *F2(p)* – багаточлени;

*ak* та *bk* – дійсні числа, *m<n.*

Якщо багаточлен *F2(p)* не має кратних коренів, тоді шукана функція часу, згідно теореми розкладання визначається за наступною формулою

,



де: *pk* – *k*-й корінь рівняння *F2(p)=0*;

*F1(pk)* – значення багаточлену *F1(p)* при підстановці в нього кореня *pk*;

*F2´(pk)* – значення похідної від багаточлену *F2(p)* при підстановці в нього кореня *pk*.

***Приклад***

Розглянемо застосування операторного методу розрахунку перехідних процесів на конкретному прикладі (рис. 8.3).

Дано: *R1*; *R2*; *C*; *U=const*.

i1

i

Рис. 8.3

i2

C

R2

U

R1

i3

S

Розрахувати перехідний процес в колі при ввімкненні його до джерела постійної напруги.

Розв’язання:

Маємо розгалужене електричне коло з нульовими ПУ. Для розрахунку застосовуємо закон Ома в операторній формі для нульових ПУ

,



де: , .



Тоді: .



Для знаходження оригіналу скористаємося формулою розкладення

,



яка застосовується наступним чином.

1. Визначаємо корені знаменника *pk*:

*F2(p)=p(R1R2 pC+R1+R2)=0,*

*p1=0; .*



1. Обчислимо похідну від знаменника *F2’(p)*:

*F2’(p)=2R1R2Cp+R1+R2.*

1. Обчислимо значення *F1(pk)* та *F2’(pk)*:

1) *p1=0 → F1(p1)=U; F2’(p1)=R1+R2.*

2) ;



.



4. Визначимо струм за формулою розкладення:

.



5. Для визначення інших струмів можна застосувати класичний метод. Для I-го контуру (рис. 8.3) маємо:

*R1i1+R2i2=U*; ,



тоді *i3= i1 - i2.*

**4. Особливості аналізу перехідних процесів в електричних колах**

**під час дії напруг і струмів довільної форми**

Класичний та операторний методи розрахунку перехідних процесів застосовуються для аналізу лінійних електричних кіл з джерелами постійної або синусоїдної напруг.

Якщо напруга (струм) джерела електричної енергії змінюється за довільним законом (також має розриви неперервності першого роду), тоді для дослідження перехідних процесів необхідно застосовувати суперпозиційний метод (метод накладання).

Основою суперпозиційного методу є те, що вхідний сигнал (струму або напруги) складної форми заміняється сумою елементарних сигналів стандартної форми, в якості яких використовуються одинична функція та імпульсна функція.

Одинична функція дозволяє приблизно подати будь-який сигнал довільної форми як алгебраїчну суму ступінчастих сигналів. За допомогою імпульсної функції можна подати будь-який сигнал у вигляді суми імпульсних сигналів, інтенсивність яких дорівнює значенню вхідної функції в момент їх дії.

В цьому випадку перехідний процес в лінійному електричному колі при дії на вході таких сигналів можна подати, на підставі принципу накладання, як алгебраїчну суму реакцій на кожен ступінчатий чи імпульсний сигнал.

Перехідний струм в колі для часу *t* може бути визначений за формулами суперпозиційного інтегралу Дюамеля 8.1 чи 8.2.

*i(t)=U(0)y(t)+u’(τ)y(t-τ)dτ.* (8.1)



(8.2)



де *u(t)* – закон зміни вхідної напруги,

*U(0)* – величина вхідної напруги при *t*=0,

*u’(τ)* – похідна від напруги *u(t)*, в який *t* замінюється на плинний час *τ.*

*y(t)* – перехідна провідність,

*y(0)* – величина перехідної провідності при *t*=0,

*у’(t)* – похідна від перехідної провідності *y(t)*.

**ЛЕКЦІЇ №2.12**

**Модуль №2 «Особливості методів аналізу специфічних кіл або їх ділянок».**

**Тема 6. Нелінійні електричні і магнітні кола та їх аналіз.**

**План лекції №2.12**

1. Нелінійні електричні кола постійного струму. Основні визначення.

2. Нелінійні елементи в колах постійного струму. Вольт-амперні характеристики нелінійних елементів.

3. Статичні та динамічні опори НЕ.

**Література:** 1. Зеленков О.А., Шахов В.П., Бунчук О.О. Лінійні і нелінійні електричні кола: Конспект лекцій.: НАУ, 2003. – 168 с.

2. Сірий Д.Т. Теоретичні основи електротехніки. Курс лекцій. Електрон. варіант.

2019 р., 245 с.

**ЗМІСТ ЛЕКЦІЇ**

**1. Нелінійні електричні кола постійного струму. Основні визначення**

Нелінійним електричним колом називається коло, в якому електричний опір, індуктивність або ємність, принаймні, однієї з ділянок залежать від значень та напрямку струмів і напруг на цій ділянці.

В нелінійних колах електромагнітні процеси описуються нелінійними алгебраїчними та диференційними рівняннями.

**2. Нелінійні елементи в колах постійного струму. Вольт-амперні характеристики нелінійних елементів**

Нелінійні елементи (НЕ) – елементи, параметри яких (електричний опір *R*, індуктивність *L* чи ємність *С*) залежать від величини або напряму струмів в них чи напруг на їх затискачах. В колах постійного струму мають місце тільки нелінійні резистори.

НЕ на відміну від лінійних мають нелінійні вольт-амперні характеристики (ВАХ). ВАХ – це залежність струму, що протікає через елемент кола, від напруги на ньому, тобто *I=f(U)* аб*о U=f(I).*

НЕ поділяються на дві великі групи: некеровані та керовані.

В керованих НЕ, на відміну від некерованих, крім основного кола, зазвичай, є ще принаймні допоміжне (керуюче) коло, яке впливає на ВАХ основного кола. В некерованих НЕ ВАХ зображають однією кривою, а в керованих – декількома кривими, кожна з яких знімається при деяких заданих значеннях керованих величин.

В залежності від виду ВАХ розрізняють НЕ з симетричними та несиметричними ВАХ. ВАХ НЕ з симетричними характеристиками не залежать від напрямку струму або напруги, тобто для них справедливо *U(I)= - U(I).*

Симетричними ВАХ характеризуються лампи розжарювання (рис. 9.1)

1. вугільна нитка;

α

2

1

U

0

І

Рис. 9.1

1. металева нитка.

R = tg.



Графік показує, що із збільшенням струму опір лампи розжарювання з металевою ниткою підвищується, а з вугільною ниткою зменшується.

ВАХ НЕ з несиметричними характеристиками залежить від напрямку струму або напруги. Прикладом такого НЕ є напівпровідниковий діод (рис. 9.2).

α

0

Т=200С

400

600

1000

І

U

Рис. 9.3

mA

І.

А

Cотні вольт

0 Одиниці вольт U

Uзв

+

--

Iзв

U

­---

+

I

Рис. 9.2

Для керованих НЕ керуючими величинами є температура, тиск, освітленість напруга електричного та магнітного поля тощо.

ВАХ термістора – керованого НЕ, приведена на рис. 9.3. Його опір змінюється в залежності від температури, з ).



**3. Статичні та динамічні опори НЕ**

Окрім ВАХ НЕ характеризується також статичним та динамічним опорами.



Для точки A() (рис. 9.4) визначимо . .

ΔU

Io

M

N

A

0

Io

U

Uo

α

β

ΔI

ΔI

Рис. 9.4



Під статичним опором розуміють відношення постійної напруги на НЕ до струму в ньому

[Ом]



Отже, статичний опір НЕ в будь-якій точці ВАХ пропорційний тангенсу кута нахилу до осі струму лінії, що проходить через дану точку і початок координат.

Величина, обернена до , називається статичною провідністю [См].



Динамічним (диференційним) опором називається скалярна величина, яка дорівнює граничному відношенню приросту напруги на НЕ до приросту струму в ньому, якщо останній прямує до нуля.

.



Для визначення проведемо дотичну до точки *А*. З трикутника Δ*АМN* маємо:



Отже, пропорційний тангенсу кута нахилу до осі струму дотичної до даної точки ВАХ. В загальному випадку . Вони є змінними величинами.



* 1. **Розрахунок нелінійних кіл з послідовним з`єднанням НЕ**

Для розрахунку нелінійних кіл застосовуються аналітичний, графічний та графоаналітичний методи.

Для розрахунку кіл з послідовним з`єднанням НЕ (рис. 9.5) застосовується графічний метод. Він вважається для даного випадку основним.

U1

U2

НЕ1

U

I

НЕ2

Рис. 9.5

U

I

НЕ

Рис. 9.6

0

I

U(I)

U1(I)

U2(I)

I

U2

U

U

U1

Рис. 9.7

Дано: *U*, ВАХ НЕ: та .



Визначити: *I,*



Порядок розрахунку.

Розрахунок зводиться до знаходження ВАХ усього кола *U(I),* що рівнозначно заміні початкового нелінійного кола еквівалентним колом з одним НЕ (рис. 9.6).

1. Складаємо рівняння для нелінійного кола:

*I=const, U* =



2. Використовуючи ВАХ НЕ будуємо ВАХ усього кола *I(U)=I(),* для чого необхідно задати кілька значень струму *І* та скласти напруги, що їм відповідають на НЕ1 та НЕ2 (рис. 9.7).



3. Визначаємо за допомогою ВАХ усього кола *І,*  та для заданої *U*. Для чого необхідно для заданої *U* визначити *I*, а потім та .



Аналогічно розраховуються кола, в яких послідовно з НЕ ввімкнено джерело ЕРС (рис. 9.8).

Спочатку складаємо рівняння за ІІ законом Кірхгофа для кожного кола:

Е

U'

U

I

НЕ

Е

U'

U

I

НЕ

Рис. 9.8

U'

0

I

*U`-U=E U`-U=-E*

*U=U`-E U=U`+E*

U'(I)

-E

U'

0

I

U'(I)

E

U'

0

I

U(I)

U(I)

Рис. 9.9

Далі будуємо ВАХ усього кола.

ВАХ усього кола аналогічна ВАХ НЕ, але зсунута на величину *Е* в бік збільшення напруги при зустрічному напрямку струму та ЕРС і навпаки (рис. 9.9).

**ЛЕКЦІЇ №2.13**

**Модуль №2 «Особливості методів аналізу специфічних кіл або їх ділянок».**

**Тема 6. Нелінійні електричні і магнітні кола та їх аналіз.**

**План лекції №2.13**

1. Нелінійні електричні кола постійного струму. Основні визначення.

2. Нелінійні елементи в колах постійного струму. Вольт-амперні характеристики нелінійних елементів.

3. Статичні та динамічні опори НЕ.

**Література:** 1. Зеленков О.А., Шахов В.П., Бунчук О.О. Лінійні і нелінійні електричні кола: Конспект лекцій.: НАУ, 2003. – 168 с.

2. Сірий Д.Т. Теоретичні основи електротехніки. Курс лекцій. Електрон. варіант.

2019 р., 245 с.

**ЗМІСТ ЛЕКЦІЇ**

**1. Розрахунок кола з паралельним з`єднанням НЕ**

Дано: *U*, ВАХ НЕ1 *U()* та ВАХ НЕ2 *U().*

I1

I2

U

I

Рис. 9.10

НЕ2

НЕ1



Визначимо *I, І1* та *І2*  (рис.9.10).

Порядок розрахунку:

U(I1)

U(I2)

U(I)

0

I

U

U

I

Рис. 9.11

I2

I1

1. Складаємо рівняння за законами Кірхгофа

.



2. Будуємо ВАХ усього кола , для чого необхідно задати значення вхідної напруги *U*, знайти значення вхідного струму *I*, як суму струмів в окремих вітках (рис. 9.11).



3. Для заданої напруги *U* по ВАХ усього кола знаходимо струми



**2. Розрахунок кіл зі змішаним з`єднаннями НЕ**

б

Рис. 9.12

а

I3

I2

НЕ2

U3

U1

U2

НЕ1

U

I1

НЕ3

Дано: *U,* ВАХ НЕ1, НЕ2, НЕ3:



Визначити: , (рис. 9.12).



1. Для паралельного з`єднання НЕ, для якого , *І1=І2+І3,*будуємо ВАХ еквівалентного НЕ



.



I3

U1

Uаб

U1(I1)

Uаб(I1)

U(I1)

U3(I3)

U2(I2)

0

I

U

U

Рис. 9.14

I1

I2

б

а

U1

Uаб

НЕ1

U

I1

НЕ23

Рис. 9.13

2. Для послідовного з`єднання НЕ будуємо ВАХ усього кола (рис. 9.14)



3. По ВАХ усього кола за заданою напругою знаходимо струм *І1*



**3. Заміна НЕ лінійним резистором та ЕРС**

Розглянемо наступну ВАХ НЕ. Припускаємо, що НЕ функціонує тільки на лінійній ділянці *mn*. В цьому випадку НЕ можна замінити лінійною еквівалентною схемою з послідовним з’єднанням резистора із опором *Rдин* та джерела ЕРС *E* (рис. 9.15).

U

I

НЕ

a)

Рис. 9.15

I

*Rдин*

E

U

б)

Для доведення припустимо, що робочий режим НЕ характеризується точкою *А(U,I)* (рис. 9.16). Проведемо до точки *А* дотичну до перетину з віссю напруги. Таким чином ми заміняємо нелінійну ВАХ прямою лінією, яка зсунута на величину *Е.* Для точки *А* знаходимо

*BC*=*U-E*, *AC*=*I*.



, *IRдин =U – E,*



*IRдин – U= - E.*

*β*

B

C

A(U,I)

m

n

I

U

0

E

I

U

Рис. 9.16

Цьому рівнянню відповідає схема на рис 9.15,б.

Розглянемо НЕ з опуклою ВАХ (рис. 9.17)



Цьому рівнянню відповідає схема на рис 9.18. Після такої заміни отримана схема розглядається як лінійне коло.

Цей метод відноситься до аналітичного методу розрахунку нелінійних кіл та називається методом лінеаризації.

U

Е

*β*

0

U

I

A(U,I)

I

Рис. 9.17

I

*Rдин*

E

U

Рис. 9.18

**4. Магнітні кола з постійним в часі магнітним потоком. Основні визначення та характеристики магнітних кіл**



Сукупність пристроїв, що призначенні для утворення в визначеній області простору магнітного поля, називається магнітним колом.

Зобразимо ескізи магнітних кіл (рис. 10.1):

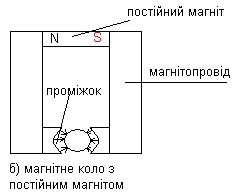
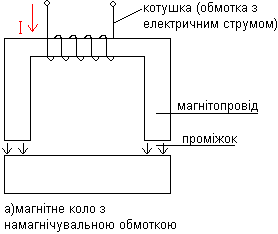


Рис. 10.1



повітряний проміжок

а) магнітне коло з обмоткою

намагнічування

Котушка з електричним струмом або постійний магніт в магнітному колі є джерелами магнітного поля.

Магнітопровід утворює замкнений шлях для магнітного поля і служить для його підсилення.

Магнітне поле характеризують такими фізичними величинами: вектором магнітної індукції *В*, напруженістю магнітного поля *Н*, магнітним потоком *Ф.*

Магнітне поле в будь-якій його точці може бути охарактеризоване ***вектором магнітної індукції В [Тл]****.* Магнітна індукція залежить від магнітних властивостей середовища.

Величина, яка характеризує магнітне поле, і не залежить від властивостей середовища, є ***напруженість магнітного поля .***



Причому ,



де: – абсолютна магнітна проникність середовища.



Тут – відносна магнітна проникність (відношення магнітної індукції *B* в даному середовищі до магнітної індукції в вакуумі);



– магнітна постійна, яка характеризує магнітні властивості вакууму.



***Магнітний потік Ф [Вб]*** *–* потік вектора магнітної індукції *В* крізь поверхню *S*:

.



Для однорідного магнітного поля (рис. 10.2).

Рис. 10.2

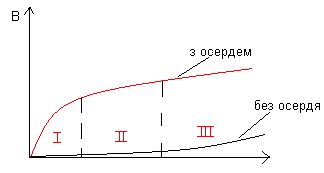
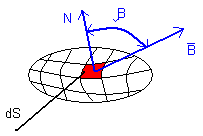


Рис. 10.3

0

Н



***Крива намагнічування***  – це залежність магнітної індукції від напруженості магнітного поля *H* (рис 10.3):



I – ділянка пропорційного росту;

ІІ – ділянка сповільненого росту;

ІІІ – ділянка насичення.

Для феромагнітних матеріалів магнітна індукція визначається не тільки даним значенням напруженості магнітного поля , але і попереднім станом феромагнітного матеріалу. Це обумовлюється магнітним гістерезисом. Магнітний гістерезис – це явище затримки зміни магнітної індукції *B* від відповідних змін напруженості магнітного поля *H* (рис. 10.4).

-–- залишкова індукція,



Рис. 10.3

Н

НС



– коерцитивна сила.



Феромагнітні матеріали розподіляються на:

- магнітом’які ,



- магнітотверді .



Електромагнітні процеси в магнітних колах описуються за допомогою понять магніторушійної сили (МРС) *F,* магнітного потоку *Ф* та різниці магнітних потенціалів *UМ*.

М.Р.С. обмотки із струмом називається добуток числа витків обмотки *w* на струм *І*, що протікає в них:

*F =* *wІ.*

М.Р.С. викликає магнітний потік в магнітному колі (аналогія з Е.Р.С., яка викликає електричний струм в електричному колі).

М.Р.С. є величина, яка має певний напрямок. Позитивний напрямок М.Р.С. збігається з рухом вістря правого гвинта, якщо його обертати в напряму струму в обмотці.

Падіння магнітної напруги між точками *а* та *b* в магнітному колі є лінійний інтеграл від напруженості магнітного поля між цими точками:

.



Якщо на цій ділянці *H=const* та збігається за напрямом з *dl* , то , тоді



*[A].*



Якщо магнітне коло має *n* ділянок, то

.



Магнітні кола бувають прості та складні, однорідні та неоднорідні.

В простому колі магнітний потік не розгалужується, в складному – розгалужується.

В однорідному магнітному колі осердя виконані з одного феромагнітного матеріалу, в неоднорідному – з різних.

**ЛЕКЦІЇ №2.14**

**Модуль №2 «Особливості методів аналізу специфічних кіл або їх ділянок».**

**Тема 6. Нелінійні електричні і магнітні кола та їх аналіз.**

**План лекції №2.14**

1. Основні закони магнітних кіл.

2. Закон Ома для магнітного кола.

3. Закони Кірхгофа для магнітного кола.

4. Розрахунок нерозгалужених магнітних кіл з намагнічуючими обмотками.

5. Визначення намагнічуючого струму за заданим магнітним потоком (пряма задача.

6. Визначення магнітного потоку за заданим намагнічуючим струмом (обернена задача).

**Література:** 1. Зеленков О.А., Шахов В.П., Бунчук О.О. Лінійні і нелінійні електричні кола: Конспект лекцій.: НАУ, 2003. – 168 с.

2. Сірий Д.Т. Теоретичні основи електротехніки. Курс лекцій. Електрон. варіант.

2019 р., 245 с.

**ЗМІСТ ЛЕКЦІЇ**

**1. Основні закони магнітних кіл**

До основних законів магнітних кіл відносяться:

- закон магнітного кола, аналогічний закону Ома для електричного кола;

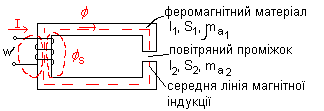
- закони магнітного кола, аналогічні І та ІІ законам Кірхгофа для електричного кола.

**2. Закон ома для магнітного кола**

Розглянемо нерозгалужене магнітне коло, що складається з двох ділянок (рис 10.4):

Магнітне поле, тобто магнітний потік в цьому магнітному колі створюється струмом *І*, який протікає по обмотці *w*, та зосереджено в осерді, тому що і магнітний опір повітряного проміжку дуже великий.

Рис. 10.4



μа1

μа2



*Фо* – основний магнітний потік;

*ФS* – потік розсіяння.

Приймаємо наступні допущення:

- вважаємо, що *ФS = 0,* (), тому магнітний потік в осерді буде рівним *Ф;*



- магнітне поле в осерді однорідне, тому лінії магнітної індукції *В* паралельні, їх форма визначається формою осердя.

Зобразимо в осерді середню лінію магнітної індукції та застосуємо закон повного струму до замкнутого контуру.

Закон повного струму наголошує:

циркуляція вектора напруженості магнітного поля уздовж будь-якого замкнутого контуру дорівнює повному струму, що проходить крізь поверхню, яка обмежена цим контуром:

.



В нашому випадку повний струм дорівнює:

, тоді *=wI*



Розкриваємо інтеграл

==,



тут , тому що магнітне поле однорідне.



Розбиваємо контур *l* на дві ділянки та ,тоді:



=*dl1+dl2=H1*+*H2=H1l1+H2l2.*



Отже ,



але ,



, *(l2= δ).*



Таким чином .



Позначимо:

та .



Називаємо *RМ1* та *RМδ* за аналогією з електричним колом магнітними опорами.

Тоді ,



або ,



де – магнітний опір магнітного кола.



Порівнюючи рівняння, що отримані, з рівняннями для закону Ома , можна помітити аналогію між електричними та магнітними величинами: – М.Р.С. за аналогією з Е.Р.С.



Тепер закон Ома для магнітного кола сформулюємо так:

магнітний потік в нерозгалуженому магнітному колі пропорційний МРС, та обернено пропорційний магнітному опору.

**3. Закони Кірхгофа для магнітного кола**

Розглянемо розгалужене магнітне коло з двома намагнічуючими обмотками (рис. 10.5).

Коло має три однорідні ділянки:

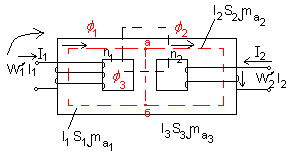


Рис. 10.5

μа1

μа2

μа3



.



Охватимо вузол *а* замкнутою поверхнею в вигляді куба, грані якого перпендикулярні вектору магнітної індукції.

Застосуємо до цієї замкнутої поверхні принцип безперервності ліній вектора магнітної індукції, який наголошує:

потік вектора магнітної індукції крізь будь-яку замкнуту поверхню дорівнює нулю:

= *0.*



З усієї поверхні куба магнітні потоки проходять тільки через *S1, S2, S3* з нормалями *п1, п2, п3*, при цьому вектори та співпадають за напрямом.



В даному випадку, маючи на увазі напрямки зовнішніх нормалей до грань та векторів *Ф,* отримаємо:

=++=++  
+=,



або .



В загальному випадку

,



тобто, алгебраїчна сума магнітних потоків в вузлі дорівнює нулю.

Це є І закон Кірхгофа для магнітного кола.

Застосуємо закон повного струму для середніх магнітних ліній першої та другої ділянок для вказаного напряму обходу:

=*H1l1+H2l2=F,*



але , тоді .



В свою чергу та .



Позначимо , та назвемо їх магнітними напругами, тоді:



,



або в загальному випадку

,



тобто алгебраїчна сума М.Р.С., яка діє в замкнутому контурі магнітного кола, дорівнює алгебраїчній сумі падінь магнітних напруг на усіх ділянках цього контуру.

Це є ІІ закон Кірхгофа для магнітного кола.

**4. Розрахунок нерозгалужених магнітних кіл з**

**намагнічуючими обмотками**

Основні закони магнітних кіл дозволяють розрахувати магнітні кола при прийнятих допущеннях: *Фs* = 0; магнітне поле однорідне.

Магнітні кола з феромагнітними матеріалами, для яких *В=f(H)*, є нелінійними колами. Для них залежить від напруженості магнітного поля *Н*, а не є постійною величиною.

Графіки залежностей *В(Н)* та *µа(Н)* зображені на рис. 10.6.

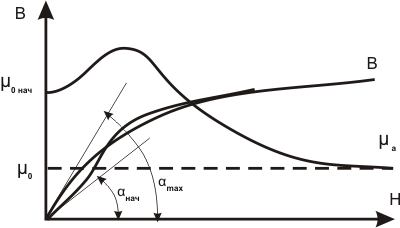


Рис. 10.6

Отже, магнітне коло є нелінійним колом. І воно, як і електричне нелінійне коло, розраховується графічно.

Розрахувати магнітне коло означає встановити залежність між намагнічуючим струмом *I* та магнітним потоком *Ф*.

При цьому можливі 2 задачі:

- пряма – коли за відомим магнітним потоком *Ф* визначають намагнічуючий струм *І (Ф → І);*

- обернена – коли за заданим намагнічуючим струмом *І*, визначають магнітний потік *Ф (І → Ф).*

При цьому відомі:

- конфігурація магнітного кола та його розміри,

- матеріал ділянок та їх основні криві намагнічування,

- число витків котушки *w,*

- магнітний потік *Ф* (для прямої задачі), намагнічуючий струм *І* (для оберненої задачі).

**5. Визначення намагнічуючого струму за заданим магнітним потоком (пряма задача)**

Розглянемо нерозгалужене магнітне коло електромагніту (рис. 10.7).

Дано: *Ф (Ф=const).*

Визначити: *І.* (Пряма задача*: Ф → І).*

Послідовність розрахунку кола:

1. Розбиваємо коло на однорідні ділянки (в межах кожної ділянки *S* та не змінюються).
2. За геометричними розмірами магнітного кола визначаємо довжину кожної ділянки *l1, l2, δ3* та площу поперечного перерізу *S1, S2, S3*.
3. За відомим магнітним потоком *Ф*, який однаковий для усіх ділянок магнітного кола (коло нерозгалужене), визначаємо магнітну індукцію на кожній ділянці:

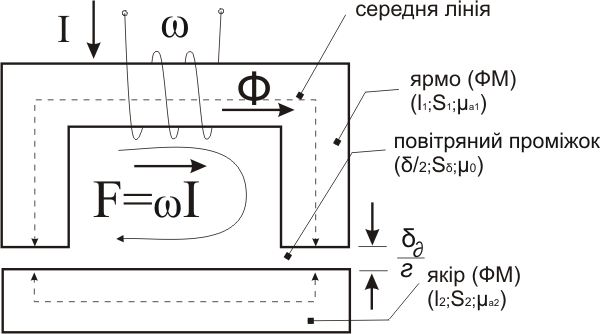


Рис. 10.7

; ; .

4. Використовуючи основні криві намагнічування за *В1* та *В2*, визначаємо напруженості магнітного поля *Н1* та *Н2* (рис.10.8).

Напруженість магнітного поля в повітряному проміжку визначається наступним чином:

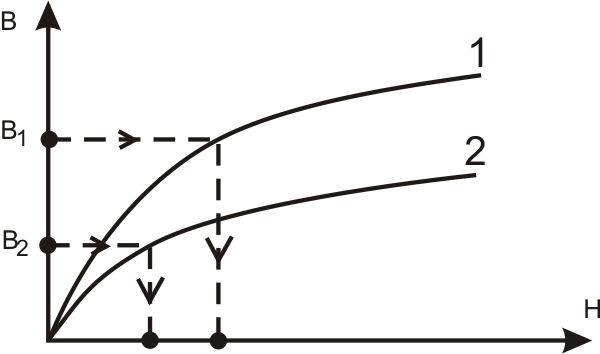


Рис. 10.8

Н2

Н1

0



5. Задаємося напрямком обходу та складаємо рівняння за ІІ законом Кірхгофа

,

звідки .

**6. Визначення магнітного потоку за заданим намагнічуючим струмом (обернена задача)**

Зобразимо розглянуте магнітне коло у вигляді еквівалентної електричної схеми (рис. 10.9).

*Ф=const.* Обернена задача: *І → Ф*

Складаємо рівняння за ІІ законом Кірхгофа:

.

Дане рівняння розв’язується графічно. Для цього необхідно побудувати вебер-амперні характеристики (вах) для ділянок кола.

Вебер-амперна характеристика – це є залежність магнітного потоку від спаду магнітної напруги

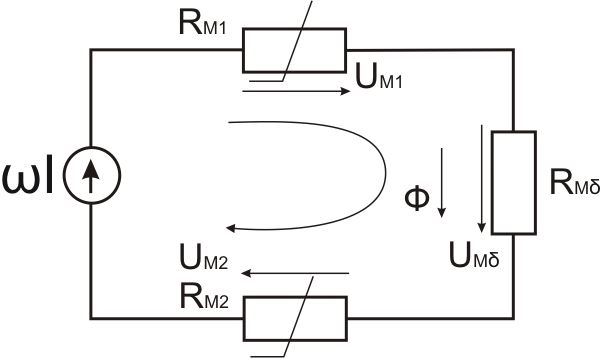


Рис. 10.9

Вах будується на підставі кривої намагнічування. Для цього ординати кривих намагнічування помножуються на площу перерізу осердь (*Ф=BS*), а абсциси – на їх

довжини (*UM=Hl*).

Вах повітряного проміжку будується наступним чином.

За заданим магнітним потоком *Ф'* знаходимо напруженість магнітного поля в повітряному проміжку

.

Для визначення магнітної напруги на повітряному проміжку, помножимо напруженість, що одержали, на величину повітряного проміжку .

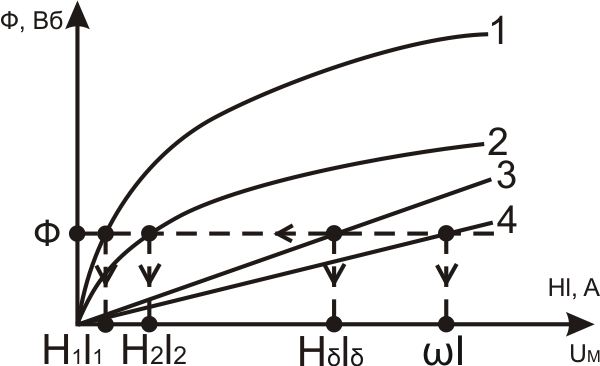


Рис. 10.10

Проводимо пряму через початок координат та точку [Ф';] – це і є вах повітряного проміжку (рис. 10.10).

Будуємо вах ділянок та усього кола:

1. ; 2. ; 3. ; 4. .

За вах усього кола визначаємо магнітний потік *Ф*, який створюється намагнічуючим струмом *I, (wI).*

**ЛЕКЦІЇ №2.15**

**Модуль №2 «Особливості методів аналізу специфічних кіл або їх ділянок».**

**Тема 7. Кола з розподіленими параметрами.**

**План лекції №2.15**

1. Кола з розподіленими параметрами. Загальні положення.

2. Диференціальне рівняння однорідної лінії.

3. Пряма та зворотна хвилі в лінії.

4. Основні рівняння однорідної лінії.

5. Узгоджене та неузгоджене навантаження лінії.

**Література:** 1. Зеленков О.А., Шахов В.П., Бунчук О.О. Лінійні і нелінійні електричні кола: Конспект лекцій.: НАУ, 2003. – 168 с.

2. Сірий Д.Т. Теоретичні основи електротехніки. Курс лекцій. Електрон. варіант.

2019 р., 245 с.

**ЗМІСТ ЛЕКЦІЇ**

**1. Кола з розподіленими параметрами. Загальні положення**

Раніше розглядалися електричні кола з зосередженими параметрами, в яких опір, індуктивність і ємність були зосереджені в окремих елементах кола: відповідно в резисторі, індуктивній котушці і конденсаторі.

Кола, в яких параметри *R, L, C* розподілені по всій довжині лінії, називаються колами з розподіленими параметрами (довгі лінії).

Якщо в колах з зосередженими параметрами в довільний час струм в будь-якому перетині нерозгалуженого кола залишався однаковим, то в нерозгалужених колах з розподіленими параметрами струми в різних перетинах неоднакові. Це обумовлено, по-перше, наявністю провідності ізоляції, що породжує струми втрат; по-друге, ємністю між окремими ділянками кола, що обумовлює струми зміщення тощо. З збільшенням напруги, частоти сигналу та протяжності лінії їх вплив становиться значним.

До кіл з розподіленими параметрами відносяться далекі лінії електропостачання, лінії телефонного і телеграфного зв’язку, лінії передачі інформації, антени радіопередавачів тощо.

Розрахунок кіл з врахуванням струмів втрат та зміщення значно складніший. В цьому випадку передачу енергії треба розглядати як рух електромагнітних хвиль (електричного і магнітного полів), або хвиль струму і напруги.

При ввімкненні генератора енергії виникають хвилі струму і напруги, які рухаються від генератора (початок лінії) до споживача (кінець лінії). Зміна струму вздовж лінії приведена на рис. 11.1. Тільки при спеціально підібраному опорі навантаження вся енергія споживається приймачем і хвилі відбиття відсутні.

Швидкість розповсюдження електромагнітних хвиль вздовж проводів повітряної лінії можна прирівняти до швидкості в вакуумі *с = 300 000 км/сек.= =3∙108 м/сек.*

Відстань, на яку поширюється електромагнітна хвиля, або хвиля струму чи напруги, за період *Т*, називається довжиною хвилі *λ*:

*λ*

*λ*

*l*

Рис. 11.1

Н

~Г

*λ=сТ=с/f.*

При *f=50 Гц* маємо *λ=6000 км,* при *f=1мГц=106 Гц – λ=300 м,* а при *f=100мГц=108 Гц – λ=3 м.*

При відомій довжині хвилі можна легко якісно показати розподілення хвилі струму чи напруги вздовж лінії в довільний час без розрахунку струмів втрат та зміщення (рис. 11.1).

Неоднаковість струму спостерігається тільки в лініях, довжина яких *l* складає значну частину довжини хвилі *λ.* Такі лінії називаються довгими (по відношенню до *λ*). Одна і та ж лінія для сигналів різної частоти може бути довгою або недовгою (короткою).

При частоті *f=50 Гц* на лінії *l=300 м* поміщається тільки одна двадцятитисячна частина довжини хвилі (*l/λ=0,3/6000=1/20000*). Тому практично величина струму скрізь в лінії в довільний час незмінна. Ця лінія дуже коротка, щоб на ній спостерігати таке нерівномірне розподілення струму – з максимумами та мінімумами, як на рис. 11.1. Таким чином, при частоті *f=50 Гц* ця лінія не є довгою. Але при частоті *f=1мГц* маємо   
*λ=l=300 м,* тому ця лінія буде довгою.

**2. Диференціальне рівняння однорідної лінії**

Розглянемо двопроводову лінію електропостачання, що з’єднує генератор синусоїдного струму з споживачем (рис. 11.2). Припустимо, що лінія однорідна, тому кожна її елементарна ділянка *dx* має однакові параметри:

активний опір проводу *R0 dx*;

Рис. 11.2

*x*

*dx*

~ГГ

*І1*

*U1*

*ZН*

*І2*

*U2*

індуктивність проводу *L0 dx*;

ємність між проводами *С0 dx*;

активна провідність ізоляції між проводами *G0 dx.*

Параметри лінії на одиницю її довжини *R0 , L0 , С0 , G0* називаються первинними параметрами. Часто *R0*  і *L0*  називають повздовжніми параметрами, а *С0 , G0*  – поперечними параметрами.

Всю довгу лінію розглядаємо як складену з некінченого числа елементарних ділянок (елементів лінії) *dx*, кожну з яких можна подати еквівалентною схемою, приведеною на рис. 15.1. Тут *U, I* – напруга і струм на вході елементарної ділянки, а *U+ dU, І+ dІ –* напруга і струм на її виході.

Різниця напруг на вході і на виході ділянки дорівнює сумі спадів напруг на активному і індуктивному опорах елементарної ділянки:

Рис. 11.3

*R0 dx*

*L0 dx*

*G0 dx*

*C0 dx*

*dx*

*І*

*U*

*U+dU*

*І+dI*

*U - (U+ dU)= - dU= I (R0 dx+ jωL0 d ).*

Зміна струму на ділянці дорівнює сумі струмів втрати через активну і ємнісну провідності ділянки:

*I - (I + dI)= - dI = U (G0 dx+ jωС 0 dx ).*

Розділимо одержані рівняння на довжину елементарної ділянки *dx,* одержимо диференціальне рівняння однорідної лінії

*- dU /dx = (R0 + jωL0 )I=Z0 I,* (11.1)

*- dI /dx = (G0 + jωС 0 )U=Y0 U.* (11.2)

Тут *Z0=R0 + jωL0*  і *Y0= G0 + jωС0*  – комплексні повздовжній опір та поперечна провідність одиниці довжини лінії.

Запишемо рівняння (11.1) та (11.2) відповідно тільки через *U* та *I*. Для цього продиференціюємо ці рівняння по *х*:

,



і підставимо в отримані вирази похідні *dU /dx* та *dI /dx* із цих же рівнянь (11.1) та (11.2), одержимо:



Або

(11.3)



(11.4)



де ==. (11.5)



Параметр *γ* називається сталою передачі лінії (коефіцієнтом розповсюдження хвилі). Дійсна її складова *α* називається коефіцієнтом згасання, а уявна складова *β* – коефіцієнтом фази.

Рівняння (11.3) та (11.4) – звичайні диференціальні рівняння другого порядку, рішення яких шукають в вигляді суми двох експонент, наприклад, для *U:*

*U=,*



де *р1,2=± γ* – корні характеристичного рівняння *р2+ γ2=0,*

тому

*U=.* (11.6)



Тут *U* – напруга на відстані *х* від початку лінії.

Струм *I* визначимо із рівняння (11.1), підставивши в нього рішення (11.6):

*[γ(-)]=І Z0 ,*



звідси

*І=().*



Введемо позначення ,



Тоді значення струму *І* на відстані *х* від початку лінії буде дорівнювати:

*І=.*  (11.7)



Так як , то



==.



Величина *ZC* має розмірність опору і називається характеристичним чи хвильовим опором однорідної лінії.

Стала передачі *γ* та характеристичний опір *ZC*  визначають розподілення напруги (11.6) та струму (11.7) вздовж лінії. Їх називають вторинними параметрами довгої лінії, вони залежать від первинних параметрів та частоти.

**ЛЕКЦІЇ №2.16**

**Модуль №2 «Особливості методів аналізу специфічних кіл або їх ділянок».**

**Тема 7. Кола з розподіленими параметрами.**

**План лекції №2.16**

1. Пряма та зворотна хвилі в лінії.

2. Основні рівняння однорідної лінії.

3. Узгоджене та неузгоджене навантаження лінії.

**Література:** 1. Зеленков О.А., Шахов В.П., Бунчук О.О. Лінійні і нелінійні електричні кола: Конспект лекцій.: НАУ, 2003. – 168 с.

2. Сірий Д.Т. Теоретичні основи електротехніки. Курс лекцій. Електрон. варіант.

2019 р., 245 с.

**ЗМІСТ ЛЕКЦІЇ**

**1. Пряма та зворотна хвилі в лінії**

Вияснимо фізичну сутність одержаних рівнянь (11.6) та (11.7). Для цього перейдемо від рішень (11.6) та (11.7) в комплексній формі до їх миттєвих значень. Врахуємо, що:

*γ*=, *А1=, А2=,*



тоді для напруги *U* одержимо:

*U=+=+.*



Перейдемо від діючої комплексної напруги *U* до її миттєвого значення *u(x,t)* як функції часу та відстані *х* від початку лінії:

*u(x,t)= sin(ωt - βx+ψ1)+ sin(ωt+βx+ψ2).* (11.8)



Перша складова *u(x,t)* є прямою хвилею, а друга – зворотною.

**1.1. Пряма (падаюча) хвиля**

Побудуємо графік розподілення першої складової *u(x,t),* тобто прямої хвилі, вздовж лінії для довільного часу *t=t1* (рис. 11.4)

*uпр(x,t1)= sin(ωt1 - βx+ψ1)= sin(ωt1 - βx+ψ1).*



Бачимо, що *uпр* вздовж лінії змінюється за синусним законом, а її амплітуда зменшується за експоненціальним законом.



Напруга *uпр* дорівнює нулю в точках лінії *хk* (*k=1,2,3,…*), де   
*sin(ωt1 – βxk+ψ1)= 0,* тобто коли *ωt1 - βxk+ψ1=kπ* (\*)*.*

На момент часу *t2 = t1+Δ t* пряма хвиля зміститься вздовж лінії вправо на величину *Δх* (рис. 11.4) і нульові значення напруги будуть в точках, де   
*ω(t1+Δ t) – β(xk+Δ х)+ψ1=kπ* (\*\*)*.*

*х*

*λ*

*λ*

*Δх*

8

7

6

5

4

3

2

1

*v*

**

**

Рис. 11.4

Переміщення хвилі характеризується фазовою швидкістю *v=Δх/Δt*. Для визначення її значення віднімемо почленно вираз (\*) від виразу (\*\*), отримаємо: *ω Δt – βΔх=0,* звідки

*v=Δх/Δt=ω/β.* (11.9)

Фазова швидкість – це швидкість руху вздовж лінії незмінного фазового стану хвилі, тобто швидкість, з якою треба рухатися вздовж лінії, щоб спостерігати одну і ту ж фазу хвилі:

*ωt - βx+ψ1=const.*

Продиференціюємо за часом, отримаємо:

*ω - β dx/dt= 0,*

звідки також витікає формула (11.9) для визначення фазової швидкості.

Найбільша фазова швидкість (її не треба путати з швидкістю руху електронів в проводі, яка складає декілька сантиметрів за секунду) спостерігається в повітряній лінії, де втратами можна знехтувати (*R0 =0, G0=0*), тому вона дорівнює швидкості світла в вакуумі, тобто *v=с=3 108 м/с.* В кабелі без втрат фазова швидкість значно менша: *v=,* де *ε –* діелектрична проникність ізоляції кабелю. В кабелі з втратами швидкість ще менша.



Довжину фазової хвилі *λ* як відстань, що проходить хвиля за період *Т*, знайдемо за формулою: *λ= vТ.*

Враховуючи, що *v=ω/β, ω=2π/Т,* одержимо:  *λ=2π/β.*

З рухом хвилі напруги чи струму по лінії її амплітуда зменшується за експоненціальним законом. Інтенсивність зменшення амплітуди хвилі визначається коефіцієнтом згасання *α* і вимірюється в неперах (неп) на одиницю довжини (км, м). Згасання *α=*1 неп/кмозначає, що амплітуда хвилі в кінці шляху в *1 км* зменшується в *е=2,718*… разів.



Коефіцієнт фази *β* визначає зміну фази хвилі на одиниці довжини лінії і вимірюється в радіанах на одиницю довжини.

**1. 2. Зворотна (відбита) хвиля**

Друга складова рівняння (11.8) описує зворотну хвилю, що біжить від кінця лінії до її початку, на що вказують додатні знаки *α* і *β*:

*uзв (x,t)= sin(ωt + βx+ψ2)= sin(ωt + βx+ψ2).*



Зворотна хвиля рухається з тією ж фазовою швидкістю назустріч прямій хвилі, зменшуючи свою амплітуду за експоненціальним законом. Картину розподілення зворотної хвилі вздовж лінії можна подати графіком, приведеним на рис. 11.4, помінявши місцями початок і кінець лінії.

Таким чином, напругу в лінії можна подати в вигляді накладання двох хвиль, що біжать назустріч – прямої та зворотної:

*u(x,t)= u= uпр+ uзв .*

Аналогічно можна записати для струму:

*і(x,t)= і= іпр+ ізв .*

Графіки струмів прямої *іпр* та зворотної *ізв* хвиль подібні графікам напруг.

В комплексній формі маємо:

*U= Uпр+ Uзв ; І= Іпр+ Ізв .*

Де

*Uпр=; Uзв=.*



*Іпр=; Ізв=.*  (11.10)



Із виразу (11.10) витікає, що для напруг і струмів кожної хвилі справедливий закон Ома в комплексній формі. Тому характеристичний опір *ZC* називають ще хвильовим.

Формули (11.10) пояснюють також і сутність характеристичного опору *ZC*  як відношення падаючої хвилі напруги до падаючої хвилі струму, або зворотної хвилі напруги до зворотної хвилі струму:

*ZC =.*



Реально при усталеному режимі в лінії мають місце тільки результуючі напруга та струм. Поділ їх на дві складові – це математичний прийом, підказаний виглядом їх рівнянь (11.6) та (11.7).

**2. Основні рівняння однорідної лінії**

Визначимо коефіцієнти *А1* і *А2*  в рівняннях (11.6) та (11.7), скориставшись граничними умовами. При розрахунку практичних задач можуть бути задані різні граничні умови, наприклад, параметри генератора *U1, I1,* тобто при *х=0*, напруги *U1* і *U2 ,* чи струми *I1, I2* тощо.

Припустимо, що нам відомі опір навантаження *ZН* та напруга на ньому *U2,* чи, що те саме, *U2* та *I2.* Знайдемо розподілення напруги і струму вздовж лінії і, в тому числі, напругу і струм на вході лінії *U1* та *I1* (як для чотириполюсника в А-формі). В цьому випадку зручно початок відліку перенести в кінець лінії, тобто ввести координату *у,* що відраховується від кінця лінії:

*y=l-x,*

де *l –* довжина лінії.

Перепишемо рівняння (15.6) та (15.7), замінивши в них *x* на *l-y*:

*U==*+*== Uпр+Uзв* (11.11)



Аналогічно для струму:

*І== Іпр+ Ізв ,* (11.12)



де *, –* нові коефіцієнти, що треба визначити.



В кінці лінії, де *у=0,* напруга *U=U2* , тому з рівнянь (11.11), (11.12) маємо:

*U2 = B1+ B2 , I2 ZC = B1 - B2 ,*

звідси

*B1 =0,5(U2 + I2 ZC ), B2 =0,5(U2 - I2 ZC ).*

Тоді рівняння (11.11), (11.12) запишуться так:

*U=0,5(U2 + I2 ZC ) +0,5(U2 - I2 ZC ) ;*



*І=,*



або:

*+*)+),



*І=* + *.*



Для спрощення запису рівнянь скористаємося гіперболічними функціями:

, .



Тоді отримаємо:

; (11.13)



. (11.14)



Рівняння (11.13), (11.14) є основними рівняннями однорідної лінії і дозволяють знайти напругу і струм в будь-якій точці лінії, якщо відомі напруга і струм (чи опір) навантаження.

Якщо в (11.13), (11.14) підставити *у=l,* то одержимо значення *U1 , I1* на вході лінії:

,



.



Розрахувавши ці рівняння відносно *U2 , I2 ,* одержимо рівняння для розрахунку режиму в кінці лінії за відомим режимом на вході лінії (*U1 , I1*):

,



.



**3. Узгоджене та неузгоджене навантаження лінії**

**3.1. Узгоджене навантаження лінії**

У лініях передачі інформації часто вибирають режим узгодженого навантаження, при якому опір навантаження дорівнює характеристичному (хвильовому) опору лінії, тобто *ZН =ZC*.

В режимі узгодженого навантаження зворотна хвиля відсутня. Дійсно, при *ZC = ZН*  і враховуючи, що *U2 =І2 ZН* , маємо:

*B1 =0,5(U2 + I2 ZC )= U2 , B2 =0,5(U2 - I2 ZC )=0.*

Тому

*Uзв==0* і *Ізв==0,*



а рівняння (15.11), (15.12) приймають наступний вигляд:

, *І*=*Іпр==.*



Враховуючи, що , , ,



перейдемо до миттєвих значень:

*u(y,t)= sin(ωt + β y+ψu2 ),*



*i(y,t)= sin(ωt + β y+ψi2 ).*



Бачимо, що напруга і струм розподілені вздовж лінії за синусним законом з амплітудою, що зменшується до кінця лінії за експоненціальним законом. Графіки зміни діючих напруг і струму , приведені на рис. 11.5.



На початку лінії (при *y=l* ) маємо: ,,

**

*y*

Рис. 11.5

U2

0

I2

I1

I

U

U1

*l*

**



або , *.*



Звідси знайдемо коефіцієнт згасання лінії (вздовж всієї лінії):

*.*



**3.2. Неузгоджене навантаження лінії**

При неузгодженому навантаженні мають місце пряма і зворотна хвилі.



Відношення комплексної напруги (струму) зворотної хвилі до напруги (струму) прямої хвилі в кінці лінії (*у=0*) називається коефіцієнтом   
відбиття *N*:



Таким чином, коефіцієнт відбиття *N* залежить від співвідношення опорів навантаження *ZН* та хвильового *ZC.* При узгодженому навантаженні, коли   
*ZН =ZC* , коефіцієнт відбиття *N=0* і зворотної хвилі нема.