

Ю.М. Безкорвайний, Доц. (Національний авіаційний університет)

М.М. Семистрок, студент (Національний авіаційний університет)

Задача прямої кінематики в робототехніці

Задача прямої кінематики стаціонарного багато-сегментного робота-маніпулятора полягає в знаходженні положення та орієнтації його кінцевих сегментів відносно основи, враховуючи положення всіх з'єднань та визначення всіх геометричних параметрів маніпулятора з послідовно з'єднаними сегментами [1].

Проблема вирішення задачі прямої кінематики є критичною для розробки алгоритмів координації маніпулятора, оскільки положення з'єднань зазвичай вимірюються датчиками, встановленими на них, і необхідно розрахувати положення осей з'єднань відносно деякої опорної рами за допомогою моделі кінематики.

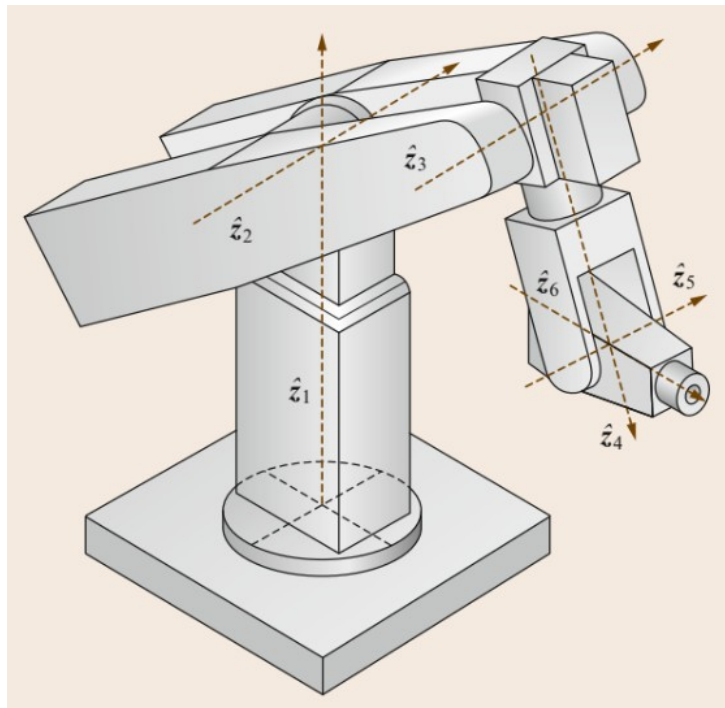


Рис. 1. Шестиступеневий маніпулятор з послідовними ланцюгами

На практиці проблему прямої кінематики вирішують, розраховуючи трансформацію між опорною рамою маніпулятора, що є зафіксованою відносно деякої основи та кінцевою рамою, що займає деяке положення в просторі, тобто між точкою встановлення робота-маніпулятора та положенням інструмента.

Трансформація, що описує положення інструмента відносно основи, отримується просто об'єднанням трансформацій між сусідніми сегментами робота-маніпулятора. Ці елементарні трансформації називаються гомогенними перетвореннями, вони забезпечують компактну нотацію математичного опису складної робототехнічної системи [2].

Для маніпулятора, що зображений на рис.1 трансформація матиме вигляд:

$$T_6^0 = T_1^0 T_2^1 T_3^2 T_4^3 T_5^4 T_6^5,$$

де T_i — матриця гомогенної трансформації i -того з'єднання сегмента.

Кожна гомогенна трансформацію можна описати за допомогою D-H параметрів (представлення Денавіта-Хартенберга), яка формується як результат добутоку чотирьох основних перетворень, тобто:

$$A_i = Rot_{z, \theta_i} \times Trans_{z, d_i} \times Trans_{z, a_i} \times Rot_{x, \alpha_i}$$

Усі параметри θ_i , a_i , d_i , $\alpha_i \in$ параметрами зв'язку i та з'єднання i . Гомогенна трансформація $A_i = A(q_i)$ є функцією лише однієї змінної, узагальненої координати q_i , тому три з чотирьох параметрів D-H для θ_i : a_i , d_i та $\alpha_i \in$ постійними для зв'язку i , а четвертий є поточною спільною змінною. Наприклад, змінна з'єднання для поворотного з'єднання дорівнює θ_i , тоді як для призматичного з'єднання – d_i

Завдяки добутку чотирьом основним перетворенням гомогенна трансформація може бути математично записана як :

$$A_i = Rot_{z, \theta_i} \times Trans_{z, d_i} \times Trans_{z, a_i} \times Rot_{x, \alpha_i} =$$

$$= \begin{bmatrix} \cos \theta_i & -\sin \theta_i & 0 & 0 \\ \sin \theta_i & \cos \theta_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a_i \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha_i & \sin \alpha_i & 0 \\ 0 & -\sin \alpha_i & \cos \alpha_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} \cos \theta_i & -\sin \theta_i \cos a_i & \sin \theta_i \sin a_i & a_i \cos \theta_i \\ \sin \theta_i & \cos \theta_i \cos a_i & -\cos \theta_i \sin a_i & a_i \sin \theta_i \\ 0 & \sin a_i & \cos a_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Для зручності можна записати її у компактному варіанті:

$$A_i = \begin{bmatrix} R_{i-1}^i & d_{i-1}^i \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

де R_{i-1}^i та d_{i-1}^i - матриця повороту та вектор зміщення i -того сегменту відносно $i-1$.

Список літератури

1. Springer Handbook of Robotics | Bruno Siciliano, Oussama Khatib
2. Technical report from Automatic Control at Linköpings universitet | On robot modelling using Maple | Johanna Wallen