

ЕКОНОМІКО-МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ЗАДАЧІ НАРОДНОГО ГОСПОДАРСТВА ТА МЕТОД ЇЇ РОЗВ'ЯЗАННЯ

Давидов Олександр Сергійович, к.ф.-м.н., доцент,
доцент кафедри вищої математики,
Національний авіаційний університет
Україна

Шевченко Ірина Вікторівна, к.е.н., доцент,
доцент кафедри вищої математики,
Національний авіаційний університет
Україна

Давидов Олександр Олександрович
магістр факультету кібернетики
Київський національний університет
імені Тараса Шевченка
Україна

Господарство повинно відвести під культури з програмованим врожаєм у поточному році S гектарів; перелік культур визначений множиною індексів $i = \overline{1, n}$; відомий директивний план з валового збору i -ї культури $d_i (i = \overline{1, n})$; закупні ціни за центнер i -ї культури $\sigma_i (i = \overline{1, n})$; W – загальна кількість води, яка виділена господарству для поливу; W_i – кількість мінеральних добрив, які виділено господарству під сільськогосподарські культури з урахуванням централізованого отримання господарством вологи для поливу так, щоб максимізувати дохід господарства у грошовому еквіваленті.

Введемо наступні позначення: нехай x_i – кількість гектарів землі, відведених під i -ту культуру ($i = \overline{1, n}$); w_i – кількість води, отриманої гектаром землі, що зайнята i -ю культурою ($i = \overline{1, n}$); a_i – кількість мінеральних добрив, що вносять в гектар землі ($i = \overline{1, n}$); y_i – врожайність по i -й культурі ($i = \overline{1, n}$).

Запишемо математичну модель задачі: необхідно максимізувати функцію

$$F(x, w) = \sum_{i=1}^n \sigma_i \cdot y_i(w) \cdot x_i \quad (1)$$

за обмежень:

$$\sum_{i=1}^n x_i = S \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^n w_i \cdot x_i \leq W \quad (3)$$

$$\sum_{i=1}^n a_i \cdot x_i \leq W_1 \quad (4)$$

$$y_i(w) \cdot x_i \geq d_i, \quad i = \overline{1, n} \quad (5)$$

$$w_i^{\min} \leq w_i \leq w_i^{\max}, \quad i = \overline{1, n} \quad (6)$$

$$x_i \geq 0, \quad i = \overline{1, n} \quad (7)$$

У цілому отримали задачу, яка лінійна за змінною x і опукла за змінною w .

Для розв'язання поставленої задачі застосуємо наступний підхід.

Розглянемо задачу:

$$\min_{u \geq 0} \psi(u) \quad (8)$$

u – вектор розміру $(n+1)$, де

$$\psi(u) = \max Z(x, w, u), \quad (9)$$

$Z(x, w, u)$ – функція Лагранжа.

На кожному кроці ітераційного процесу розв'язання координуючої задачі (8)-(9) потрібно розв'язувати локальну задачу при фіксованому u :

$$\max_{w, x} Z(x, w, u).$$

Далі обчислюємо значення функції $\psi(u)$ та її субградієнта у точці u , необхідні для застосування одного з методів недиференційованої оптимізації [1], який розв'язує координуючу задачу (8)-(9). Після її розв'язання при фіксованому $w = w^*$ розв'язується вихідна задача.

Список використаних джерел

1. Шор Н.З. Методы минимизации недифференцируемых функций и их приложения. – Киев: Наук. Думка, 1979.- 200 с.