

УДК 519.876.5:620.178.16(045)

О.А. Вишневський
О.С. Давидов, канд. фіз.-мат. наук

НЕЛІНІЙНЕ МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ АБРАЗИВНОГО ЗНОСУ ПОВЕРХОНЬ МАТЕРІАЛІВ

Інститут економіки та менеджменту НАУ, e-mail: eco@nau.edu.ua; www.nau.edu.ua

Наведено математичні моделі залежності об'ємного та вагового зносу поверхонь матеріалів, а також площі прилягання гумового ролика та зразка від розмірів деформованого ролика, лінійного зносу та зернистості абразивних частинок. Показано роботу моделей у граничних умовах. Дано порівняльну оцінку роботи моделей першого і другого наближення.

Вступ

Для забезпечення більш тривалої працездатності конструкційних матеріалів і елементів конструкцій в умовах абразивного зношування виникає необхідність розробки прискорених методик і критеріїв оцінки процесів зношування матеріалів і їхніх покриттів.

Побудова математичних моделей процесу абразивного зносу матеріалів дозволяє прогнозувати поведінку деталей вузлів тертя та інших машин у разі попадання на їх поверхні в процесі експлуатації частинок мінерального походження SiO_2 , глинозему, гірських порід, продуктів зносу поверхонь самих деталей з виступами жорсткостей більш твердих поверхонь з їх твердими структурними складовими (оксидні плівки та ін.).

Огляд публікацій та аналіз невирішених проблем

Види і механізми абразивного зношування конструкційних матеріалів, різноманітність факторів, що визначають той або інший вид зносу і механізм його розвитку, описані в працях [1–4].

В основу механізму цього процесу покладено: укорінення абразивної частинки в метал та поступальне переміщення її вздовж поверхні.

Питаннями моделювання процесу абразивного зносу різних матеріалів займалися найбільш відомі спеціалісти в галузі тертя та зносу [5–7].

У деяких існуючих моделях [8] основу складає ймовірно-статистичний підхід, але недоліком зазначених моделей є громіздкість і незручність у використанні, оскільки вони включають обмежену кількість характерних параметрів, які впливають на зносостійкість.

У праці [9] встановлено зв'язок між ваговим зносом і максимальною глибиною лунки, а також площею поверхні лунки у першому наближенні (без врахування деформації).

У праці [10] розглянута модель залежності оцінки абразивної зносостійкості матеріалів від навантаження та густини.

Постановка проблеми – створення універсальної моделі, що враховує вплив багатьох факторів на процес зношування.

Мета – моделювання процесу абразивного вагового зносу матеріалів і покриттів залежно від лінійного зносу та величини абразивних частинок у другому наближенні з урахуванням деформації гумового ролика, а також побудова моделі залежності площі поверхні прилягання ролика та зразка від лінійного зносу і зернистості абразиву.

Результати моделювання

Переріз деформованого гумового ролика зображено на рис. 1, де заштрихована половина частини гумового ролика, що увійшла у зразок, ордината $z_1 = b - h$.

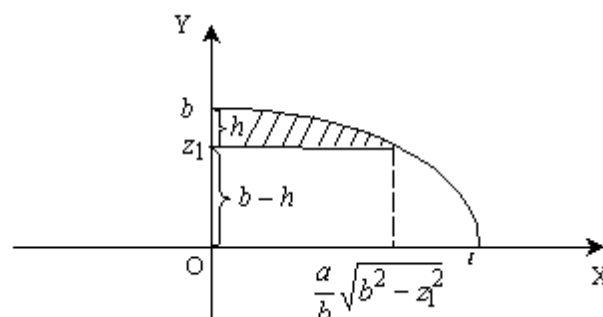


Рис. 1. Поперечний переріз деформованого гумового ролика:

a – велика піввісь еліпса; b – мала піввісь еліпса; h – лінійний знос (максимальна глибина лунки)

Рівняння еліпса має вигляд

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1. \quad (1)$$

З рівняння (1) отримаємо вираз для функції y , графік якої зображено на рис. 1:

$$y = b \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}}.$$

Для побудови моделі залежності зносу поверхонь матеріалів від лінійного зносу обчислимо

об'єм частини ролика, яка в процесі тертя увійшла в зразок:

$$I_v = 2d \left(\frac{a}{b} \int_0^{\sqrt{b^2 - z_1^2}} b \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}} dx - z_1 \frac{a}{b} \sqrt{b^2 - z_1^2} \right). \quad (2)$$

Після перетворень із формули (2) отримаємо

$$I_v = 2d \left(\frac{a}{b} \int_0^{\sqrt{b^2 - z_1^2}} \sqrt{a^2 - x^2} dx - \frac{a}{b} z_1 \sqrt{b^2 - z_1^2} \right).$$

Після визначення інтеграла та заміни z_1 на вираз $b - h$ отримаємо

$$I_v = abd \arcsin \frac{\sqrt{2bh - h^2}}{b} + d \sqrt{2bh - h^2} \sqrt{\frac{a^2}{b^2} (b^2 - 2bh + h^2)} - 2ad(b - h) \sqrt{2 \frac{h}{b} - \frac{h^2}{b^2}}.$$

Математична модель залежності об'ємного зносу від лінійного у другому наближенні набуде остаточного вигляду [10]

$$I_v = abd \left(\arcsin \sqrt{2 \frac{h}{b} - \frac{h^2}{b^2}} - \left(1 - \frac{h}{b} \right) \sqrt{2 \frac{h}{b} - \frac{h^2}{b^2}} \right). \quad (3)$$

Математична модель вагового зносу залежно від лінійного має вигляд

$$I_m = \rho abd \left(\arcsin \sqrt{2 \frac{h}{b} - \frac{h^2}{b^2}} - \left(1 - \frac{h}{b} \right) \sqrt{2 \frac{h}{b} - \frac{h^2}{b^2}} \right). \quad (4)$$

Перевіримо роботу отриманої моделі об'ємного зносу (3) у граничних умовах при $h = 0$ і $h = b$.

При $h = 0$ маємо $I_v = 0$, що цілком логічно.

При $h = b$ маємо

$$I_v = abd \left(\arcsin \sqrt{2 \frac{b}{b} - \frac{b^2}{b^2}} - \left(1 - \frac{b}{b} \right) \sqrt{2 \frac{b}{b} - \frac{b^2}{b^2}} \right),$$

тобто

$$I_v = abd \arcsin 1 = \frac{\pi}{2} abd.$$

Отже, об'ємний знос дорівнює половині об'єму ролика.

З урахуванням величини абразивних частинок модель (3) можна записати у вигляді

$$I_v = abd \left(\arcsin \sqrt{2 \frac{h}{b+2R} - \left(\frac{h}{b+2R} \right)^2} - \left(1 - \frac{h}{b+2R} \right) \sqrt{2 \frac{h}{b+2R} - \left(\frac{h}{b+2R} \right)^2} \right).$$

Враховуючи зернистість, модель вагового зносу (4) набуває вигляду

$$I_m = \rho abd \left(\arcsin \sqrt{2 \frac{h}{b+2R} - \left(\frac{h}{b+2R} \right)^2} - \left(1 - \frac{h}{b+2R} \right) \sqrt{2 \frac{h}{b+2R} - \left(\frac{h}{b+2R} \right)^2} \right).$$

Для знаходження площі поверхні стикання гумового ролика та зразка розглянемо метод наближеного обчислення площ поверхонь, тому що точне значення неможливо отримати безпосереднім інтегруванням.

На рис. 2 показана проекція $F_1T_1Q_1C_1$ частини деформованого гумового ролика $FTQCKL$, що увійшла в зразок.

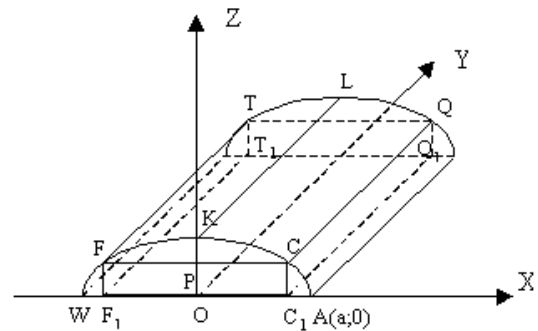


Рис. 2. Прив'язка половини деформованого гумового ролика до прямокутної декартової системи координат Oxy

Нехай $F_1T_1Q_1C_1$ – це область D :

$$0 \leq x \leq \frac{a}{b} \sqrt{b^2 - (b - h)^2};$$

$$0 \leq y \leq b - h.$$

Нехай рівняння еліпса

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{z^2}{b^2} = 1 \quad (5)$$

задає криву $ACKFW$, тоді

$$OP = b - h,$$

де $PK = h$ – максимальна глибина лунки.

Величина половини довжини дуги FKC визначається інтегралом

$$l = \int_0^{\frac{a}{b} \sqrt{b^2 - (b-h)^2}} \sqrt{1 + (z_x^1)^2} dx.$$

Із рівняння еліпса (5) виразимо $z(x)$

$$z(x) = \frac{b}{a} \sqrt{a^2 - x^2} \quad (6)$$

Продиференціюємо вираз (6) по x

$$z'_x = -\frac{bx}{a\sqrt{a^2 - x^2}} \quad (7)$$

Після підстановки формули (7) у рівняння (5) отримуємо довжину дуги КС

$$l = \int_0^{\frac{a}{b}\sqrt{2bh-h^2}} \sqrt{1 + \frac{b^2 x^2}{a^2(a^2 - x^2)}} dx \quad (8)$$

Площу прилягання ролика і зразка можна знайти за формулою

$$S_{\text{п\`а}} = 2ld,$$

де d – ширина ролика.

Інтеграл (8) для визначення довжини дуги обчислимо наближено за допомогою програми, виконаної на мові “Фортран” [11]:

```

READ _a,b,N,d
H = a * SQRT(2 * b * h - h**2)/(N * b)
L = 0
DO _1 _I = 1, N
  1_L = L + H * INT(a,b,(I - 1/2) * H)
  S = 2 * d * L
STOP
END
    
```

Вираз під знаком інтеграла (8) знайдемо за допомогою підпрограми функції INT

```

FUNCTION _INT(a,b,x)
S = (b**2)*(x**2)/((a**2)*(a**2-x**2))
INT = SQRT(1+S)
RETURN
END
    
```

Алгоритм роботи програми (9) показано на рис. 3. Блок-схема підпрограми INT наведена на рис. 4.

Довжину половини дуги FKC з урахуванням розмірів сферичних абразивних частинок можна обчислити за допомогою інтеграла

$$l_1 = \int_0^{\frac{a}{b}\sqrt{2(b+2R)h-h^2}} \sqrt{1 + \frac{(b+2R)^2 x^2}{a^2(a^2 - x^2)}} dx \quad (10)$$

Площу прилягання ролика і зразка можна обчислити за формулою

$$S_{\text{п\`а}} = 2l_1 d.$$

Важливим параметром, який впливає на зносостійкість матеріалів, є розмір абразивних частинок.

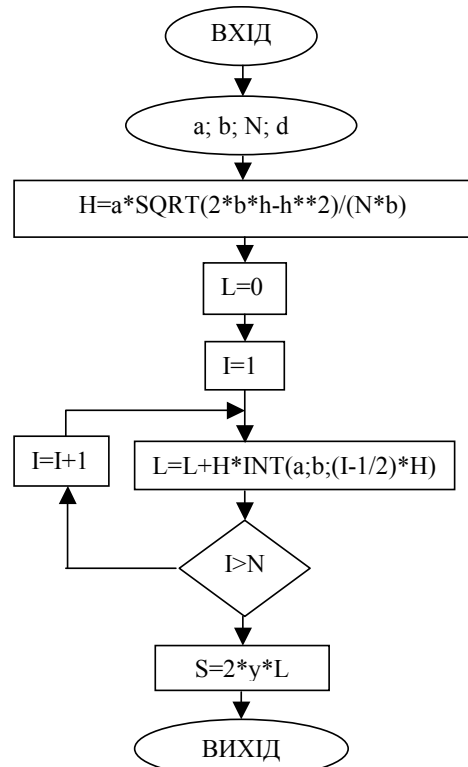


Рис. 3

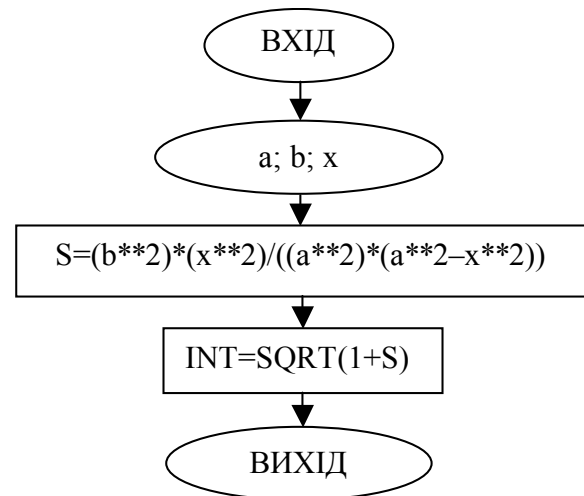


Рис. 4

З урахуванням зернистості інтеграл (10) можна наближено обчислити за допомогою наступної програми:

```

READ _a,b,N,d,R
H = a * SQRT(2 * (b + 2R) * h - h**2) / (N * (b + 2R))
L = 0
DO _1 _I = 1, N
  1_L = L + H * INT(a,b,R,(I - 1/2) * H)
  S = 2 * d * L
STOP
END
    
```

Вираз, що стоїть під знаком інтеграла (10), можна знайти за допомогою підпрограми INT:

```
FUNCTION_INT(a,b,R,x)
S=((b+2R)**2)*(x**2)/((a**2)*(a**2-x**2))
INT=SQRT(1+S)
RETURN
END
```

Висновки

1. Побудовано моделі об'ємного та вагового зносу поверхонь матеріалів у другому наближенні (з урахуванням деформації) при нежорстко закріплених абразивних частинках.

2. Виконано математичне моделювання залежності площі поверхні прилягання ролика та зразка від лінійного зносу та розмірів деформованого ролика, величини абразивних частинок.

Список літератури

1. Газотермические покрытия из порошковых материалов: Справ. / Ю.С. Борисов, Ю.А. Харламов, С.Л. Сидоренко, Е.Н. Арнавская. – К. : Наук. думка, 1978. – 544 с.
2. Хасуй А.Д., Моригаки О. Наплавка и напыление: Пер. с япон. – М.: Машиностроение, 1982. – 212 с.
3. Щенетов В.В., Лабунец В.Ф. Трибостойкие детонационные боросодержащие покрытия // Технология и организация производства. – 1991. – №4. – С. 43–45.
4. Кацуна А.А., Семенов А.П. Высокотемпературное трение окисных керамик на основе корунда. – М.: Наука, 1974. – 120 с.
5. Борисова А.Л. Совместимость тугоплавких соединений с металлами и графитом: Справ. – К.: Наук. думка, 1985. – 247 с.
6. Кутьков А.А. Износостойкие антифрикционные покрытия. – М.: Машиностроение, 1976. – 152 с.
7. Федоренко И.М., Пугина Л.И. Композиционные спеченные антифрикционные материалы. – Минск: Наука и техника, 1980. – 403 с.
8. Сорокатый Р.В. Моделирование поведения трибосистем методом трибоэлементов // Трение и износ. – 2002. – Т. 23, №1. – С. 16–22.
9. Вишневський О.А. Модель залежності величини абразивного зносу від лінійного // Вісн. НАУ. – 2004. – №1. – С. 122–125.
10. Вишневський О.А. Модель залежності оцінки абразивної зносостійкості матеріалів від навантаження та густини // Вісн. НАУ. – 2004. – №2 – С. 86–90.
11. Ющенко Е.Л. Фортран: Программирование: Учеб. пособие. – К.: Вища шк., 1989. – 406 с.

Стаття надійшла до редакції 29.11.04.

О.А. Вишневский, А.С. Давыдов

Нелинейное математическое моделирование процесса абразивного износа поверхностей материалов

Приведены математические модели зависимости объемного и весового износа поверхностей материалов, а также площади прилегания резинового ролика и образца от размеров деформированного ролика, линейного износа и зернистости абразивных частиц. Показана работа моделей в граничных условиях. Дана сравнительная оценка работы модели в первом и втором приближениях.

O.A. Vishnevskiy, A.S. Davidov

Nonlinear mathematical modelling of process of abrasive deterioration of surfaces of materials

Mathematical models of dependence of volumetric and weight deterioration of surfaces of materials and also the areas of a touch of a rubber roller and a sample from the sizes of the deformed roller, linear deterioration and granularity of abrasive particles are resulted. Work of models in boundary conditions is shown. The comparative estimation of model work in the first and second approximation is given.