УДК 378.147:519.722 (045)

Касьянов В.О., д-р техн. наук
Гуз Ю.Т., канд. техн. наук
Прохоренко І.В.

ВИКОРИСТАННЯ ЕНТРОПІЙНОГО ПРИНЦИПУ ОПТИМАЛЬНОСТІ В ОЦІНЦІ ТЕОРІЇ НАВЧАЛЬНОГО ПРОЦЕСУ

Аерокосмічний інститут
Національний авіаційний університет

Наведено алгоритм використання методів і технологій суб'єктивного аналізу в навчальному процесі Вищого навчального закладу, використання якого надасть можливості підвищити оцінку якості навчання

Постановка проблеми

Сучасне науково-теоретичне мислення прагне проникнути у сутність явищ і процесів що вивчаються. Це можливо за умови цілісного підходу до об'єкта вивчення, розгляду його у виникненні та розвитку, тобто можливо при створенні додаткових оцінюючих параметрів використовуючи у сукупності традиційні та непрямі методи оцінки об'єкта дослідження, що мають великі евристичні можливості. Одним з напрямків створення додаткової оцінки параметрів об'єкта дослідження може бути отримання оцінюючих параметрів за рахунок використання методів суб'єктивного фактору кожного суб'єкта. Формування параметрів суб’єктивізму і їх врахування є складне і першочергове завдання у ринкових процесних відносинах. Конкурентоспроможність серед навчальних процесів визначається підготовкою майбутніх фахівців і складає в певній мірі розвиток кожної держави. Як показав проведений аналіз врахування суб'єктивного фактору учасників процесу Вищого навчального закладу (ВНЗ) знаходиться на недостатньо розвиненому рівні і його інтегрована оцінка не в повній мірі відповідає дійсності.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Використання принципу максимум ентропії бере свій початок з часів Людвіга Больцмана (1844-1906) у застосуванні його до кінетичної теорії газів. У більш розвинутому вигляді його в межах фізичної кінетики було застосовано Джеймсом. Подальше використання принципу ентропійного максимуму виявилось дуже продуктивним в таких наукових областях де ентропія грає деяку роль [1] як: в теорії інформації, у економіці [2], в сінергетиці [3], соціології в логістиці [4], та у ряді інших областей. У всіх випадках використання ентропійного принципу оптимальності має імовірнісний характер.

В роботах [5–8] ентропійний принцип оптимальності був сформульований для переваг суб'єкта на множині альтернатив і тим самим була виконана його проекція в області психології. Вище згадані праці дослідження, основані на використанні цього принципу були об'єднані терміном «суб'єктивний аналіз». В роботі [5] показано, що ці дослідження виявляються, або можуть виявитися дуже ефективними і корисними в тих областях, де суб'єктивний (людський) фактор відіграє істотну роль і сприяє у вирішенні питань соціології, географії, політології, теорії конфліктів, та в теорії безпеки активних систем. Урахування психологічного фактору у явному вигляді в теоретичній економіці дозволяє науковцям отримати більш позитивні і нові результати. В цьому розумінні аналіз [5] гранично наближує проведені дослідження до напрямку економічних досліджень представником яких є Рабін.

Формування цілей статті

Ціль даної статті – створення для теорії навчання в навчальному процесі вищого навчального закладу алгоритму використання методів і технологій суб'єктивного аналізу.

Основні аспекти проблеми

В даній роботі ми хочемо показати, що теорія навчального процесу надає науковцям і ще одне благодатне поле для застосування методів і технологій, що пропонує суб'єктивний аналіз.

Розглянемо в загальних рисах принцип максимум суб'єктивної ентропії. Подібно тому як це наприклад, робиться, в теорії інформації [1] – суб'єктивний аналіз пропонує ввести ентропію переваг.
Таку ентропію будемо називати суб'єктивною ентропією.

Нехай S_a – множина «вивчаючих» в даний момент суб'єктом альтернатив $\sigma_i, \sigma_\mathrm{i} \in S_a$, і $\pi(\sigma_i)$ – функція розподілу абсолютних переваг S_a. Вважаємо, що «проблема» − упорядкована пара σ_i альтернатив, тобто – бінарне відношення переваг, де $\langle$ або $\leq$, де $\langle$ – строга перевага, $\leq$ – нестрога перевага, що допускає еквівалентність. Поряд з функцією розглядається функція умовних переваг $\pi(\sigma_i / \sigma_j)$ де σ_i означає альтернативну «позицію» суб'єкта, то $\pi(\sigma_i / \sigma_j)$ є розподіл переваг на S_a суб'єкта, який в даний момент находиться в позиції σ_j. При цьому «позиція» σ_j (точка зору) може або належати або не належати S_a. Про умовний розподіл $\pi(\sigma_i / \sigma_j)$,можна говорити коли $\sigma_o \in \mathrm{S_a}$ і в усіх випадків користуватися наступними нормуючими розподілами:

$$\sum_{i=1}^{N} \pi(\sigma_i) = 1, \qquad (1)$$

$$\sum_{i=1}^{N} \pi(\sigma_i / \sigma_j) = 1 \ \ \forall j \in 1, N. \qquad (2)$$

У більш загальному випадку нормування може бути не одиничним і більш того нормуюча функція може бути функцією часу:

$$\sum_{i=1}^{N} \pi(\sigma_i) = \varphi(t), \qquad (3)$$

$$\sum_{i=1}^{N} \pi(\sigma_i / \sigma_j) = \varphi_j(t); \forall j \in 1, N. \qquad (4)$$

Умовно нормуванню можна надати певне «психологічне» розуміння, яке заключається в тому, що з підвищенням значення переваги росту однієї з альтернатив приводить до відносного зниження переваги хоча б однієї з решти альтернатив.

Тоді визначення суб'єктивної ентропії у формулі Шеннона буде здійснюватись за наступним виразом:

$$H_\pi = -\sum_{i=1}^{N} \pi(\sigma_i) \ln \pi(\sigma_i), \qquad (5)$$

або стосовно випадку (2) у вигляді:

$$H_{\pi J} = -\sum_{i=1}^{N} \pi(\sigma_i / \sigma_j) \ln \pi(\sigma_i / \sigma_j). \qquad (6)$$

Відмінність суб'єктивної ентропії від фізичної ентропії або інформаційної ентропії полягає в тому, що суб'єктивна ентропія (4) і (6) залишається не імовірнісною функцією, але має фізичну схожість з Шеннонівською ентропією. Ентропія (5) або (6) є не що інше, як міра невизначеності переваг. Так при рівнозначних альтернативних перевагах ентропія H_π приймає максимальне значення

$$\pi(\sigma_i) = \frac{1}{N} \ (\forall i \in \overline{N}) \ \ H_{\pi \max} = \ln N. \qquad (7)$$

що відповідає випадку, коли множина S_a представляє один клас еквівалентності, і навпаки при сингулярному розподілі переваг.

$$\pi(\sigma_i) = \{0 i \neq k, 1 i = k, \qquad (8)$$

$(i \in 1, N)$ ентропія $H_\pi = 0$.
Якщо існує k клас еквівалентності і L_S є число альтернатив в класі S, а $\pi_S = L_S \pi_{LS}$, тоді

$$H_{\pi} = -\sum_{S=1}^{k} L_S \pi_{LS} \ln \pi_{LS} = -\sum_{S=1}^{k} \pi_S \ln \pi_S + \sum_{S=1}^{k} \pi_S \ln L_S. \quad (9)$$

Якщо відбувається подія A, наслідком якої є зміна розподілу переваг суб'єкта на множині S_a і, відповідно зміна суб'єктивної ентропії, тоді відповідна порція суб'єктивної інформації буде виражена через:

$$J_{subj}^{(\pi)}(A) = H_{\pi} - H_{\pi}(A), \quad (10)$$

де H_{π} – початкова ентропія до події A і ентропія після події.

$$H_{\pi}(A) = -\sum_{i=1}^{N} \pi(\sigma_i / A) \ln \pi(\sigma_i / A). \quad (11)$$

$\pi(\sigma_i / A)$ – характеризує новий розподіл переваг і в разі якщо відома, яка-небудь кількісна модель розподілу $\pi(\sigma_i)$ і $\pi(\sigma_i / A)$, то є можливість надати кількісну оцінку величині інформації $J_{subj}(A)$, навіть у тих випадках, коли подія A є малоформалізуєма або зовсім не піддається формалізації. Таким чином з вище наведеного розроблений підхід відкриває багатообіцяючий шлях до кількісних оцінок і, взагалі до кількісного аналізу і можливостей кількісних оцінок, як додаткових параметрів оцінюючих навчальний процес у сукупності традиційної оцінки з використанням процесних параметрів психології, як параметрів непрямого методу оцінки знання суб'єкта. Формально аналогічним чином вводиться ентропія в нечіткій математиці [8]. Доповнення нечіткої математики в тому вигляді, в якому вона застосовується в [8], виділяє з множини допустимих функцій належності спеціальний розподілів, які витікають з принципу максимуму ентропії в [1] називається «канонічними». Формулювання (10) з визначення інформації недостатньо універсальне. У деяких випадках воно не має можливостей враховувати зміни, що відбуваються. Ілюстрацію таких випадків представлено рис. 1, 2.

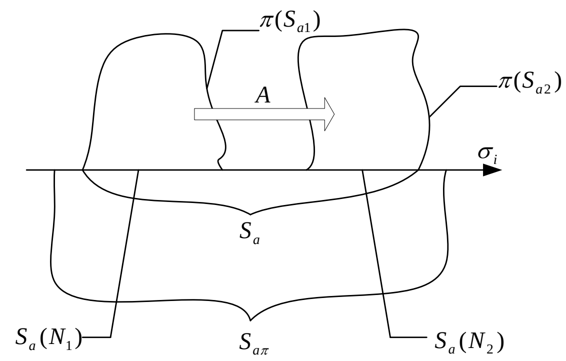

Рис. 1. Схема перетворення переваг з подібною формою розподілів

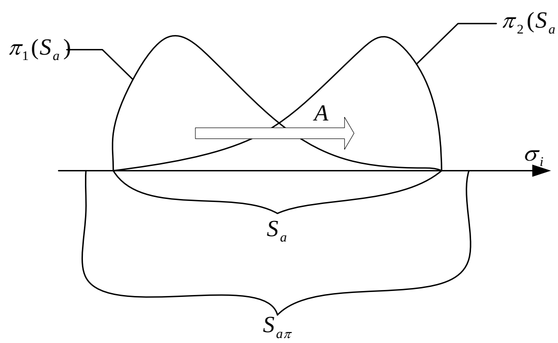

Рис. 2. Схема визначення області розподілів переваг з зміною форми розподілів

На рис. 1 в результаті події A форми розподілу переваг подібні до понять області розподілу: $S_{a1} \to S_{a2}$, за ілюстрацією рис. 2 область визначення розподілів не змінюється, але форма розподілів $\pi(S_{a)} \to \pi(S_a / A)$ змінюється таким чином, що величина ентропії зберігається. Ненульову інформацію при таких змінах можна отримати шляхом використання методів [7] – переваг «шляхів» або умовні переваги. Можна наприклад, обчислити інформацію, що ув'язана з зміною «точки зору» суб'єкта навчання, тобто з переходом $\pi(\sigma_i / \sigma_j) \to \pi(\sigma_i / \sigma_k)$, де σ_i і σ_k - різні «точки зору». Суб'єктивний аналіз передбачує, що вивчаючи множину альтернатив, [9] (необхідність вибору однієї з них за оцінкою їх можливостей) при умові, що суб'єкт розпоряджається певними ресурсами для вирішення відповідних проблем: R^{disp}, з наявністю та обізнаністю оцінок потрібних ресурсів $R^{req}(\sigma_i)$.

Вище наведене нами трактується, як «проблемно-ресурсна ситуація» де об'єктом дослідження є:

$(t, S_a, \pi(\sigma_i), R^{disp}, R^{req}(\sigma_i))$ і ентропія H_π названа «суб'єктивною ентропією проблемно-ресурсної ситуації» виступає в якості основного інструменту суб'єктивного аналізу з використанням ентропійного варіаційного принципу або принципу максимуму ентропії, обтяжливим ізопараметричними умовами, з різними його модифікаціями. Оптимізуємий функціонал має наступний вигляд:

$$\Phi_\pi = H_\pi \pm \beta\varepsilon_\pi + \gamma N_\pi . \qquad (12)$$

Де функція ефективності ε_π характеризує зважену за перевагами суму приватних функцій ефективності $F(\sigma_i)$

$$\varepsilon_\pi = \sum_{i=1}^{N} \pi(\sigma_i) F(\sigma_i) \text{ і } N_\pi = \sum_{i=1}^{N} \pi(\sigma_i) . \qquad (13)$$

$F(\sigma_i)$ в залежності від характеру альтернатив можуть приймати суть функцій корисності $U(\sigma_i)$, або функцій (втрат) $L(\sigma_i)$. У останньому випадку у формулі (15) приймається знак "-". Екстраполяція функціонала (12) у простих випадках надає «канонічні» розподіли виду:

$$\pi^+(\sigma_i) = \frac{e^{\beta U(\sigma_i)}}{\sum_{j=1}^{N} e^{\beta U(\sigma_j)}} , \qquad (14)$$

або

$$\pi^-(\sigma_j) = \frac{e^{-\beta L(\sigma_i)}}{\sum_{i=1}^{N} e^{-\beta L(\sigma_J)}} . \qquad (15)$$

А в загальному випадку після екстраполювання розподіл має вигляд:

$$\pi^\pm(\sigma_i) = \frac{f(\sigma_i, \alpha, \beta ...)}{\sum_{J=1}^{N} f(\sigma_j, \alpha, \beta ...)} . \qquad (16)$$

де $\alpha, \beta,$ – структурні (або екзогенні) параметри.

Корисності $U(\sigma_i)$ і негативи (втрати) $L(\sigma_i)$ виступають, як носії об'єктивних характеристик: фінансові прибутки або втрати, калорійність їжі, медичних препаратів, і.т. інше.

Слід звернути увагу, що вибір функції $F(\sigma_i), U(\sigma_i), L(\sigma_i)$ визначає вид розподілу переваг $\pi^+(\sigma_i)$ або $\pi^-(\sigma_i)$. Ця відповідність здійснюється через «варіаційні принципи» постулюємих в якості апріорного. В якості апріорного постулата приймається твердження, що реальна система продукується в природі з максимально можливим числом автоморфізму (перетворення без руйнування системи) [10].

Вище розглянуті переваги відносяться до предметних переваг або переваг 1-го роду. Поруч з ними розглядаються рейтингові переваги або переваги 2-го роду $\xi(j); (j \in 1, \overline{M})$ виникаючі у суб'єктів, які є членами навчальної групи (в даному випадку з N суб'єктів), а також умовні рейтингові переваги $\xi(j/k)$ − рейтинги суб'єкта j в очах суб'єкта k. Вони також нормуються умовами:

$$\sum_{j=1}^{M} \xi(j) = 1,$$

або

$$\sum_{j=1}^{M} \xi(j/k) = 1; (\forall \grave{e} \in 1, \overline{M})$$

$$\sum_{j=1}^{M} \xi(j/k) = 1; (\forall \grave{e} \in 1, \overline{M}) .$$

Відповідна рейтингова ентропія визначається за:

$$H_\xi = -\sum_{J=1}^{M} \xi(j/\ln \xi) j) , \qquad (18)$$

або

$$H_{\xi k} = -\sum_{j=1}^{M} \xi(j/k) \ln \xi \_ j/k) . \qquad (19)$$

Суб'єктивна інформація, що пов'язана зі зміною розподілів рейтингових переваг визначається за формулою:

$$J_{subj}^{(\zeta)} = H_\zeta - H_\zeta(/A) , \qquad (20)$$

або

$$J_{subjk}^{(\zeta)} = H_{\zeta k} - H_{\zeta k}(/A) . \qquad (21)$$

Тут, як і вище A − випадок, що викликав зміну рейтингів у групі. Безперечно повинен існувати зв'язок між перевагами 1 і перевагами 2 роду.

Відносно рейтингових переваг також вводиться варіаційний принцип з функціоналом (наприклад для $\zeta(j(L))$:

$$\hat{O}_{3k} = -\sum_{l=1}^{M} \zeta(j/k) \ln \zeta(j/k) \pm \beta_1 \sum_{j=1}^{M} \zeta(j/k) \times \times G(J) + R_1 \sum_{j=1}^{M} \zeta(j)_k . \quad (22)$$

Звідки отримаємо канонічний розподіл

$$\zeta(j/k) = \frac{e^{\pm \beta_{1k} G(j/k)}}{\sum_{q=1}^{M} e^{\pm \beta_{1k} G(q/k)}} . \quad (23)$$

В якості аргументу $G(j/k)$ використовується «взаємна корисність» модель якої приведено в [10]. Використовуючи модель, «взаємної корисності» слід зазначити, що дослідження рейтингів у групі виключно через «взаємні корисності», природньо характеризують тільки одну сторону відношень між суб'єктами групи, а саме: – «утилітарну» (ділову). При цьому не враховується вплив на рейтинги таких важливих факторів, як взаємна сентиментальність (дружба, любов) релігійні пристрасті, етичні принципи, етнічний фактор і.т. інше. Як бачимо використання апріорного принципу оптимальності підводить нас до кількісних моделей розподілу переваг, і як наслідок надає можливість формувати кількісні оцінки психічної діяльності суб'єкта. Ця обставина дозволяє подивитись на процес навчання, як на процес управління в загальноприйнятому розумінні і оснастити дослідника кількісними інструментами дослідження.

Висновки

Запропоновані і отримані співвідношення шляхом застосування непрямого методу дослідження з формування параметрів суб'єктивного фактору з їх врахуванням в навчальному процесі складають можливості підвищити об'єктивність оцінки якості навчання. Можна стверджувати, що використання принципу оптимальності надає можливість формувати кількісні оцінки психічної діяльності суб'єкта, використання яких в навчальному процесі на рівні процесу управління дозволяє розширити поле дослідження кількісними інструментами.

Список літератури

1. *Стратанович Р.Л., Гришанин Б.Л.,* Ценность информации при невозможности наблюдения оцениваемой случайной величины // Техническая кибернетика. №3.– М.:АНСССР, 1966.– 137 с.

2. *Равич Г.* Методологический поход к обоснованию затрат на информацию при решении маркетенговых задач, МНМК, БГЭУ, 1994.– 150 с.

3. *Хакен Г.* Информация и самоорганизация. – М.: Мир, 1991.− 240 с.

4. *Майер Д.* Социальная психология СПб.:Питер, 1999. – 684 с.

5. *Алексеев В.М., Тихомиров В.М., Фомин С.В.* Оптимальное управление. – М.: Наука, 1979. − 223 с.

6. *Адрианов И.В., Баранцев Р.Г., Малевич Л.И.* Асимитотическая математика и синергетика. – М.: УРСС, 2004. − 304 с.

7. *Астафьева О.Н., и др.* Синергетическая парадигма, когнитивно - коммуникативные стратегии современного научного познания / Отв.ред. Л.П. Киященко. РАН Ин-т философии. – М.: Прогресс – традиция, 2004. − 560с.

8. *Кофман А.В.* Введение в теорию нечетких множеств. – М.: Мир, 1982. − 432 с.

9. *Касьянов В.О.* Суб'єктивний анализ. – К.: НАУ, 2007. – 512 с.

10. К*асьянов В.А.* Елементы субьективного анализа: Монография. – К.: НАУ, 2003.− 224 с.