ТЕОРЕТИЧНИЙ І НАУКОВО-ПРАКТИЧНИЙ ЖУРНАЛ
ІНЖЕНЕРНОЇ АКАДЕМІЇ УКРАЇНИ

THEORETICAL AND APPLIED SCIENCE JOURNAL
ENGINEERING ACADEMY OF UKRAINE

ВІСНИК

ІНЖЕНЕРНОЇ АКАДЕМІЇ УКРАЇНИ

ВИПУСК 3

BULLETIN OF ENGINEERING ACADEMY OF UKRAINE

Issue 3

Матеріалознавство

Машинобудування

Охорона навколишнього середовища (інженерна екологія) і ресурсозбереження

УДК 519.245

[1]Д. П. Кучеров, д.т.н., с.н.с.
[1]К.О. Моргун, аспирант
[2]Т. И. Голенковская

ВЫЧИСЛЕНИЕ ИНТЕГРАЛОВ МЕТОДОМ МОНТЕ-КАРЛО ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧИ ОСВЕЩЁННОСТИ СИНТЕЗИРОВАННЫХ ОБЪЕКТОВ

Национальный авиационный университет, e-mail: d_kucherov@ukr.net
Центральный научно-исследовательский институт вооружения и военной техники Вооруженных Сил Украины, e-mail: zndi-admin@mil.gov.ua

Рассматривается задача вычисления многомерных интегралов методом Монте-Карло, которая наиболее част применяется при расчёте глобальной освещенности синтезированных объектов, созданных различным программными системами, известная как задача рендеринга. Предлагается, метод и алгоритм расчёта таки интегралов.

Введение

Автоматическое построение изображений на экране монитора – наиболее часто возникающая задача в связи с развитием компьютерной векторной графики и в задачах распознавания изображений. Создание фотореалистичных изображений также требует построения большого количества объектов, которые служат некоторым каркасом, на которые натягивается текстура, при этом реалистичность достигается освещённостью созданной картинки. Освещённость оценивается яркостью в направлении наблюдателя, создаваемой в точке видимости освещаемой поверхности. Модель освещённости представляет собой сложное интегральное уравнение, которое не решается в квадратурах. Основной техникой его решения является аппроксимация. В компьютерной графике это уравнение известно, как уравнение рендеринга [1

Типичным решением уравнения рендеринга считается разложение в ряд. Основной трудность разложений такого вида является обеспечение сходимости выстраиваемого ряда. Это достигает выбором радиуса спектрального оператора разложения, который для сходимости должен быть меньше Ряд имеет большое количество компонентов, определяемое числом переизлучений источника света точку наблюдения.

Одним из самых привлекательных методов решения этого уравнения является применение мето Монте-Карло, основы которого были предложены Дж. фон Нейманом для задачи прохождения нейтро через различные среды [2].

Целью статьи является разработка метода и алгоритма решения задачи освещённос синтезированного объекта компьютерными средствами для получения изображения достаточно близкс к реальному.

Анализ последних исследований и публикаций

Теоретические основы метода Монте-Карло доступно излагаются в [1-4]. В работах [5] предлагае вычисление глобальной освещённости сцены, представленной интегральным уравнением Фредгольма го рода. После проведения ряда преобразований это уравнение приводится к форме Римана, кото] решается классическим методом Монте-Карло.

Авторами [6] предлагается построение локальной оценки освещённости в заданной точке сце моделируется с использованием диффузной функции отражения, определяемой точками наблюдател наблюдения в предположении о Марковском блуждании луча по сцене. Двойная локальная в отличие предыдущей оценки учитывает направление прихода вторичных лучей, что позволяет им оцен значение яркости в произвольной точке трёхмерной сцены. В обоих случаях к положительн результату приводит оценка освещённости, представляющая свертку весовых коэффициентов ц Маркова с некоторой функцией, называемой «ядром», по всем возможным лучам. Однако, в соответст с убедительными доказательствами, о количестве испытаний, представленными в [7], вывод о высо точности применённого подхода является преждевременным.

Сокращение вычислительных затрат при решении задачи освещённости сцены в [8] достига использованием метода квази-Монте-Карло и свойств подынтегральной функции.

Программную разработку моделирования прохождения света сквозь многослойные матери методом Монте-Карло в стандарте С предложено в [9].

Рассматривается модель распространения света, определяемая в соответствии с [1, 10] интегральным эавнением вида

$$L(x,\omega,\lambda,t) = L_0(x,\omega,\lambda,t) + \int_\Omega f_r(x,\omega,\omega',\lambda,t)L_i(x,\omega',\lambda,t)(-\omega',n)d\omega', \quad (1)$$

котором $L(\cdot)$ – количество света, действующего на наблюдателя из точки x, ω – направление, с которого ıблюдателю видна точка x в диапазоне длин видимого света λ в момент времени t; $L_0(\cdot)$ – количество зета излучаемое источником; $L_i(\cdot)$ – количество света, которое приходит с направления ω' в момент t; $f_r(\cdot)$ двунаправленная функция распределения переотражения света с направления ω' в ω; $(-\omega'\cdot n)$ – ээффициент поглощения поверхности, Ω – освещаемая область, вид которой не определён.

В качестве источника света используется анизотропный источник с равномерным освещением эверхности, а освещаемый объект является однородным. Эти условия делают возможным введение ıедующих допущений

$$L_0(\cdot) = const,\ f_r(\cdot) = const,\ (-\omega',n) = const. \quad (2)$$

В силу (2) уравнение (1) трансформируется к виду

$$L'(x,\omega,\lambda,t) = \int_\Omega L'_i(x,\omega',\lambda,t)d\omega', \quad (3)$$

котором $L'_i(\cdot)$ отличается от $L_i(\cdot)$ масштабными коэффициентами, а величины $L'(\cdot)$ и $L_0(\cdot)$ смещением, ıределяемым из (1) и (2). Такие преобразования позволяют упростить уравнение (1) не изменяя сути эдели.

В работе ставится и решается задача разработки метода и алгоритма вычисления интеграла (3).

Основной материал исследований

Уравнение рендеринга (3) представляет собой интегральное уравнение Фредгольма 2-го рода, которое имеет решения обычными способами (аналитического и в квадратурах). Для его решения используют ровой подход, основанный на методе Монте-Карло по типу бросания игровой кости, игры в рулетку или рельбы «промах-попадание», который даёт приближённое решение. Сразу же следует заметить про обходимость равномерного распределения случайной величины в пределах интервала интегрирования. ›инцип интегрирования заключается в замене реальной подынтегральной функции случайным числом, язанным с исходной функцией на интервале интегрирования и подсчёте числа попаданий в интервал тегрирования, что называют разыгрыванием случайной величины. Это приводит к тому, что вместо :числения интеграла

$$I = \int_\Omega f(x)dx, \quad (4)$$

горый является достаточно сложным в вычислительном плане, вычисляется его оценка ıтистическими методами [4]. Предположим, что имеется случайная величина ξ с равномерной отностью распределения $p_\xi(x)$

$$\int_\Omega p_\xi(x)dx = 1. \quad (5)$$

гда можно найти случайную величину η, связанную с ξ соотношением

$$\eta = f(x)\,/\,p_\xi(x)\,. \quad (6)$$

:да математическое ожидание величины η

$$M(\eta) = \int_{\Omega} \left[\frac{f(x)}{p_{\xi}(x)}\right] p_{\xi}(x)dx = \int_{\Omega} f(x)dx \quad (7$$

позволяет применить к вычислению интеграла (1) статистические методы

$$I \approx \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} \eta_i, \quad (8$$

где $\eta_i = f(\xi_i) / p(\xi_i)$, а N – большая выборка случайных величин ξ_i, $N \to \infty$, воспользовавшись законом больших чисел (теорема А.Я. Хинчина).

Моделирование

Как известно [11, 12], окраска объектов получается путем смешения простых (не представимы сочетанием других) цветов в определенных пропорциях. При описании цветовых характеристик объект удобно пользоваться понятием цветового пространства, которое позволяет описать цвет в цветовы координатах, т.е. представить цвет в виде некоторой математической модели. Наиболее популярной компьютерной графике является RGB-модель представления цвета объектов. Кривые наблюдени интенсивности цветовых координат XYZ в зависимости от длин волн, рекомендуемые Международно комиссией по освещенности (CIE) показаны на рис. 1.

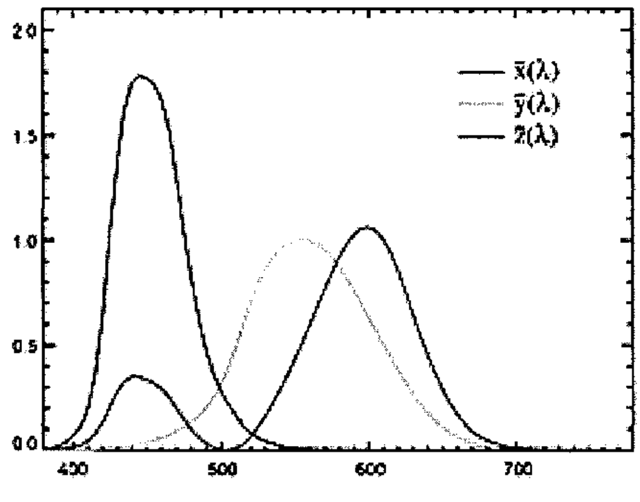

Рис. 1. Цветовые координаты X(λ), Y(λ), Z(λ).

Видимый свет располагается в диапазоне 380-730 нм.

Кривые отражения света разными поверхностями представлены на рис. 2, причем на рис. 2, а показаны отражение поверхностей, значения которых изменяются незначительно или остают постоянными с изменением длины волны. Такие объекты называются ахроматическими. Это таки поверхности как мел, белая материя, снег, окись цинка. Кривые отражения поверхностей, цвета которы малонасыщенные приведены на рис. 2, б.

В качестве примера приведены разные степени пожелтения листа дуба. Из рисунка видно, чт насыщенность цвета возрастает по мере пожелтения листа. На рис. 2, в показано несколько примеров, и которых следует, что краски могут весьма сильно отражать в одной области спектра, облад существенным поглощением в другой. Приведенные кривые являются непрерывными функциями длин волны $\rho(\lambda)$.

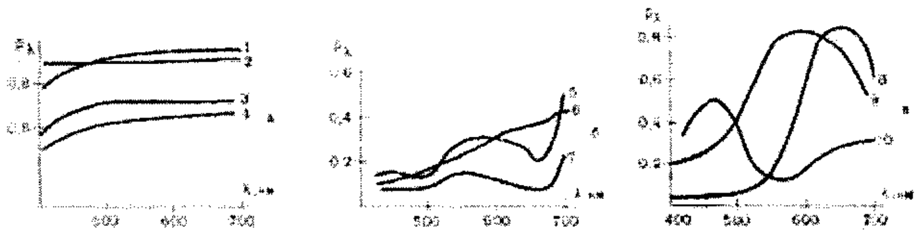

Рис. 2. Кривые отражения разных поверхностей:
а) ахроматические: 1 – белая материя; 2 – снег; 3 – окись цинка; 4 – мел;
б) малонасыщенные (лист дуба): 5 – желтый; 6 – бурый; 7 – зеленый;
в) насыщенные: 8 – киноварь; 9 – кадмиевая желтая; 10 – кобальт синий

Для преобразования эти кривых к трехцветным величинам необходимо вычислить интегралы

$$X = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} S_e(\lambda)\bar{x}(\lambda)d\lambda, \tag{9}$$

$$Y = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} S_e(\lambda)\bar{y}(\lambda)d\lambda, \tag{10}$$

$$Z = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} S_e(\lambda)\bar{z}(\lambda)d\lambda. \tag{11}$$

В (9) – (11) $\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}$ – стандартные функции наблюдения цветовых координат, вид которых приведен на рис.1, а $S_e(\lambda)$ – спектральная плотность силы света.

В качестве образцового изображения воспользуемся таблицей Макбета (Macbeth chart) (рис.3), представляющую плоскую картонку с 24 образцовыми цветами, которые обычно используют в компьютерной графике для определения цветового баланса или же оптической плотности любой системы цветопередачи.

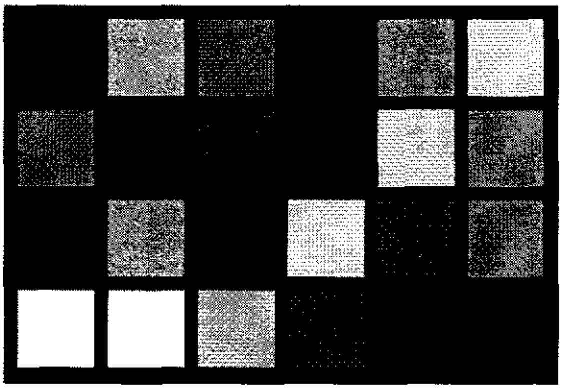

Рис. 3. Таблица Макбета

При интегрировании воспользуемся результатами спектральных данных для таблицы Макбета из [12]. Вычисление интегралов (9) – (11) проводится в соответствии с (8) в виде

$$I_x = \frac{(\lambda_2-\lambda_1)}{N}\sum_{i=0}^{N-1} S_e(\lambda)\bar{x}(\lambda), \tag{12}$$

где $S_e(\lambda)$ – спектральное распределение света, $\bar{x}(\lambda)$ – значение функции наблюдения по CIE. Тогда вычисление интеграла (4) методом Монте-Карло в соответствии с (12) сводится к случайному выбору длины волны λ из диапазона видимого света, определении значений $S_e(\lambda)$ и $\bar{x}(\lambda)$, перемножении этих величин, повторении этой операции N раз и умножении конечного результата на коэффициент $(\lambda_2 - \lambda_1)/N$. Из координатной системы *XYZ* допускается переход к модели RGB путем матричного перемножения из одной координатной системы в другую, поскольку модели являются линейными и аддитивными

$$\begin{vmatrix} R \\ G \\ B \end{vmatrix} = T \begin{vmatrix} X \\ Y \\ Z \end{vmatrix}, \tag{13}$$

где T – матрица преобразования вида [13]

$$T = \begin{vmatrix} 0{,}41847 & -0{,}15866 & -0{,}082835 \\ -0{,}091169 & 0{,}25243 & 0{,}015708 \\ 0{,}00092090 & -0{,}0025498 & 0{,}17860 \end{vmatrix}.$$

Рендеринг каждой цветовой площадки таблицы Макбета проводился представлением каждого е квадрата 64×64 пикселами. Определив случайное значение λ длины волны области видимого спектра в интервале длинной 10 *нм* определяется значение спектральной плотности, заданной строго определённой таблицей, проход по значениям кривых наблюдения осуществляется шагом 5 *нм*. В тех же случаях, когда длина волны проскакивает табличные значения, используемое в расчётах определяется интерполяцией между двумя соседними. Качество изображения таблицы зависит от количества проходов N в (12) Конечная цель интегрирования получить табличку рис.3, но средствами компьютерной графики, проведя моделирование интегрирования методом Монте-Карло.

Окончательные значения XYZ нормируются и преобразуются в значения RGB. Описанный цикл обработки замыкается по каждому пикселю квадратика. Как видно, из рис.3 таких квадратиков в табличке 24 (колонок – 6, а строк – 4). Далее данные сберегаются в отдельном файле на диске. Значения модели для каналов *RGB*, полученные в соответствии с (13) находятся в интервале [0, 1]. Просмотр полученного изображения на экране монитора требует нелинейного преобразования, т.е. выполнения гамма-коррекции и преобразования его в модель *sRGB*. Модель *sRGB* может быть получена следующими преобразованиями с каждым из значений *RGB*

$$C_{sRGB} = \begin{cases} 12{,}92C_{lin}, \text{если } C_{lin} \le 0{,}0031308, \\ (1+a)C_{lin}^{\frac{1}{2,4}} - a, \text{если } C_{lin} > 0{,}0031308, \end{cases} \tag{14}$$

где $a = 0{,}55$. Полученные значения также приводятся к диапазону [0, 1] и для перевода к диапазону [0, 255] умножаются на коэффициент 255, далее округляются для получения целых значений.

На рис.4-7 показаны результаты интегрирования таблицы Макбета для N=32, 128, 512, 1024.

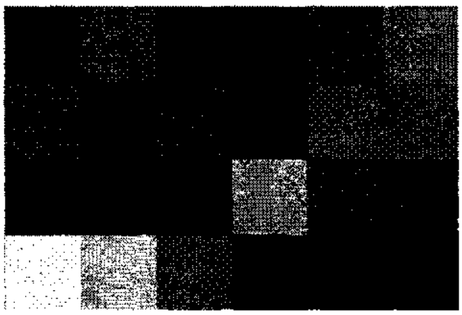

Рис. 4. N=32.

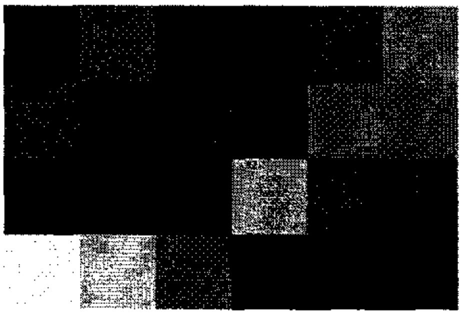

Рис. 5. N=128.

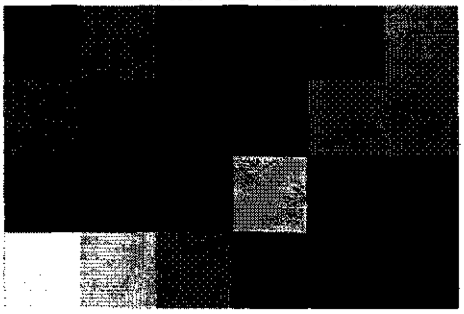

Рис. 6. N=512.

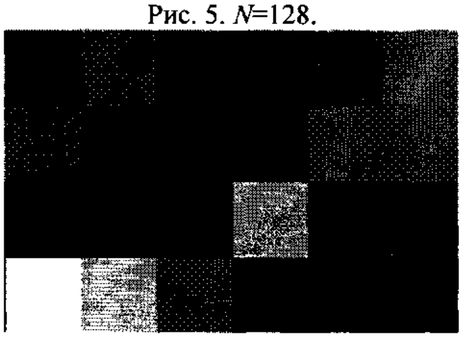

Рис. 7. N=1024.

Анализ этих рисунков позволяет сделать вывод об уровне достигаемого шума. Для того, чтобы уменьшить шум на картинке в 2 раза, необходимо в 4 раза увеличить число N. Таким образом, можно считать технику Монте-Карло как возможное средство для уменьшения шума на создаваемом образе.

Выводы

Рассмотрена задача освещённости объектов, синтезированных программными средствами. Предложено стохастическое решение уравнения рендеринга методом Монте-Карло.

Разработан единый механизм, позволяющий решать широкий круг задач компьютерной графики и светотехники, а именно: синтезировать фотореалистичные изображения, проводить расчеты глобального освещения, создавать оптические эффекты, сложную текстуру, затенение, оползни поверхности, эффекты пост-обработки.

Литература

1. Kajiya J. T. The rendering equation / J. T. Kajiya // Proceedings SIGGRAPH '86. Computer Graphics, 1986. – Vol. 20. – P. 143-150.
2. Соболь И.М. Численные методы Монте-Карло / И.М. Соболь. – М.: Наука, 1973. – 305 с.
3. Mathematical handbook for scientist and engineers / G. A. Korn, T. A. Korn. – N.Y.: McGraw-Hill Book Company, 1968. – 832 p.
4. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика / В.Е. Гмурман. – М.: Высшая школа, 1972. – 368 с.
5. Васильева Ю.О. Вычисление глобальной освещённости методом Монте-Карло / Ю.О. Васильева, Е.Н. Ляшенко // Світлотехніка і електроенергетіка. – №3–4. – 2010. – С. 16-20.
6. Будак В.П. Локальные оценки метода Монте-Карло в решении уравнения глобального освещения с учётом спектрального представления объектов / В.П. Будак, В.С. Желтов, Т.К. Калакуцкий // Компьютерные исследования и моделирование. – Т4. – № 1. – 2012. – С. 75-84. – [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://crm.ics.org.ru/uploads/crmissues/crm_2012_1/12106.pdf.
7. Орлов А.И. Взаимосвязь предельных теорем и метода Монте-Карло / А.И. Орлов // Научный журнал КубГАУ. – № 114 (10). – 2015. – С. 1-15. – [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2015/10/pdf/02.pdf.
8. Дмитриев К.А. От Монте-Карло к квази Монте-Карло / К.А. Дмитриев // Труды конференции ГрафиКон'2002, 16-21 сентябрь 2002, Нижний Новгород, Россия. – 2002. – С. 53-59. – [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://www.graphicon.ru/en/conference/2002/proceedings. Дата доступа: 03.08.2016.
9. Wang L. Monte Carlo modeling of light transport in multi-layered tissues in Standard C / L. Wang, S.L. Jacques. – Houston, Texas: University of Texas M.D. Anderson Cancer Center, 1992. – 183 p. – [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://oilab.seas.wustl.edu/mcr5/Mcman.pdf.
10. Моргун К.О. 3D моделювання анімованих персонажей / К.О. Моргун, Д.П. Кучеров // Наукоємні технології. – №2 (26). – 2015. – С.133 – 140.
11. sRGB. – [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://ru.wikipedia.org/wiki/SRGB.
12. McCamy C.S. A color-rendition chart / C.S. McCamy, H. Marcus, J.G. Davidson // Journal of Applied Photographic Engineering. – Vol.2. – N.3. – 1976. – P.95-99. – [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://www.cis.rit.edu/~cnspci/references/mccamy1976.pdf
13. XYZ (цветовая модель) – [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://traditio.wiki/XYZ_.