

Міністерство освіти і науки України  
Севастопольський національний  
технічний університет

ВИПУСК **143**/2013

# ВІСНИК СевНТУ

**ЗБІРНИК НАУКОВИХ ПРАЦЬ**

**Збірник засновано в 1995 році**

**Серія: Машиноприладобудування  
та транспорт**

УДК 531.36

**В.А. Банников, доцент, канд. техн. наук,**

**В.Г. Вербицкий, профессор, д-р физ.-мат. наук,**

**Е.Я. Зиновьев**

*Донецкая академия автомобильного транспорта*

*пр. Дзержинского, г. Донецк, Украина, 83086*

**В.Г. Хребет, доцент, канд. физ.-мат. наук**

*Автомобильно-дорожный институт государственного высшего учебного заведения «Донецкий*

*национальный технический университет»,*

*ул. Кирова, 51, г. Горловка, Украина, 84646*

**А.Э. Даниленко, председатель автокросса Санкт-Петербурга**

*Комитет автомобильного кросса и ралли-кросса Санкт-Петербурга.*

*стадион «Санкт-Петербургский Ринг», Коннолахтинский проспект, 61, Ольгино, г. Санкт-Петербург,*

*Россия*

### ОЦЕНКА АМПЛИТУД АВТОКОЛЕБАНИЙ ПЕРЕДНЕЙ СТОЙКИ ШАССИ

*Анализируется устойчивость и автоколебания передней «неуправляемой» стойки, имеющей свободу поворота по двум каналам – рысканья и крена относительно продольной оси корпуса. Проведен анализ влияния характерных параметров системы на область колебательной неустойчивости и амплитуды автоколебаний; рассмотрено влияние точности аппроксимации силы увода и пяточного момента на характер автоколебаний.*

*Ключевые слова:* колесный модуль, шимми, амплитуды автоколебаний

**Введение.** Автоколебания элементов шасси в первую очередь связаны с наличием упругого пневматика, который при определенных условиях «трансформирует» часть энергии, поступающую в транспортное средство, в энергию крутильных колебаний колес.

Существует две постановки при определении характеристик боковой реакции упругого колеса: модельная (теория М.В. Кеддыша [1]) и феноменологическая (аксиоматика И. Рокара [2]). В работе задействована модель И. Рокара – сила увода и пяточный момент считаются известными нелинейными зависимостями (функциями угла увода), полученными эмпирически.

В работе Л.Г. Лобаса [3] проведен анализ влияния структуры сил на устойчивость невозмущенного прямолинейного движения модели колесной сцепки с двумя степенями свободы (варьировались числовые значения характерных конструктивных параметров, отвечающих различным по математической классификации группам сил). В работе [4] на основе предлагаемого приближенного подхода [5] проведен нелинейный анализ шиммирования модели колесного модуля, имеющего одну степень свободы, для различных случаев аппроксимации (монотонной и имеющей ниспадающий участок) сил увода, результаты аналитического исследования подтверждены серией фазовых портретов, полученных численным интегрированием. В данной работе проведены соответствующие оценки для более полной модели [3,6], учитывающей наличие пяточного момента, рассмотрено влияние конструктивных параметров и точности аппроксимации нелинейной зависимости силы увода на характеристики автоколебаний системы.

**Постановка проблемы.** Пусть  $\theta$  и  $\psi$  – углы поворота установки шасси вокруг оси стойки и оси крена соответственно, тогда схематически передняя стойка экипажа представлена на рисунке 1.

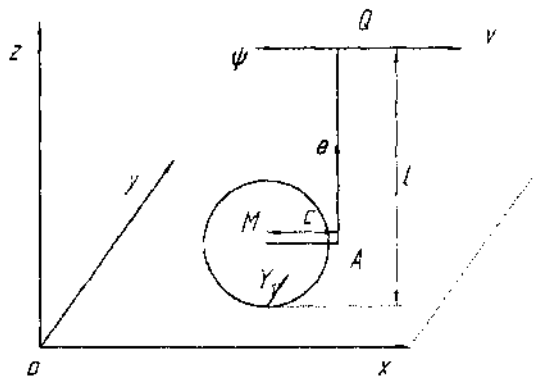


Рисунок 1 – Колесный модуль

Уравнения движения ноги шасси в окрестности прямолинейного движения при нулевом выносе ( $c = 0$ ) имеют вид [6] (для полноты постановки добавлен пяточный момент  $M(\alpha)$ , возникающий в пятне контакта колеса с опорной поверхностью при качении с уводом):

$$\begin{aligned} B \cdot \ddot{\theta} + \chi_1 \cdot \dot{\theta} + h \cdot \dot{\theta} - \frac{I \cdot v}{r} \dot{\psi} + M(\alpha) &= 0; \\ C \cdot \ddot{\psi} + \chi \cdot \dot{\psi} + h_1 \cdot \dot{\psi} + \frac{I \cdot v}{r} \dot{\theta} + l \cdot Y(\alpha) &= 0; \\ \alpha &= \theta + \frac{\dot{\psi} \cdot l}{v}. \end{aligned} \quad (1)$$

В системе (1) учтены следующие параметры:  $B$ ,  $C$  – осевые моменты инерции стойки относительно оси вращения и оси крена соответственно;  $I$  – центральный осевой момент инерции колеса относительно собственной оси вращения;  $r$  – радиус колеса;  $v$  – скорость невозмущенного движения;  $\chi$ ,  $\chi_1$  – коэффициенты крутильной жесткости колесного модуля;  $h$ ,  $h_1$  – параметры, определяющие демпфирование при колебаниях;  $l$  – расстояние от плоскости дороги до оси крена. Силы увода и пяточный момент рассматриваются в виде нелинейных зависимостей угла увода:

$\alpha$ :  $Y(\alpha) = k\alpha / \sqrt{1 + (k\alpha/(\varphi N))^2}$ , где  $k$  – коэффициент сопротивления боковому уводу,  $N$  – вертикальная реакция опоры,  $\varphi$  – коэффициент сцепления в поперечном направлении;  $M(\alpha) = \mu\alpha / (\mu_4 \alpha^4 + \mu_2 \alpha^2 + 1)$ .

Линеаризованные уравнения возмущенного движения колесного модуля имеют весь спектр сил по общепринятой математической классификации – инерционные, диссипативные, гироскопические, потенциальные и неконсервативные позиционные

Наличие в системе двух характерных параметров, определяющих величины гироскопических членов (в зависимости от скорости движения) и неконсервативных позиционных (от высоты стойки) дает возможность при линейном анализе применить общие теоремы о влиянии структуры сил на устойчивость невозмущенного движения.

Известные результаты [7-12] об условиях стабилизации линейных механических систем, которые находятся под воздействием сил произвольной математической структуры, гарантируют устойчивость при достаточно большой полной диссипации и положительной определенности матрицы консервативных сил, либо достаточно больших потенциальных силах и положительной определенности матрицы диссипативных сил, на которую наложено некоторое дополнительное условие [9]. Наличие же достаточно больших позиционных неконсервативных сил, как правило, приводит к потере устойчивости линейной системы общего вида. Однако, в случае конечных сил, возможны механизмы стабилизации или потери устойчивости, которые приводят к неоднозначной трактовке влияния структуры сил на устойчивость линейной системы.

В областях флаттерной неустойчивости возможно возникновение устойчивых одночастотных автоколебаний (один из механизмов их возникновения – бифуркация Андронова – Хопфа [13]). Вопрос о характере потери устойчивости (опасная–безопасная по Н.Н. Баутину [14]) может быть решен на основе анализа амплитудной кривой и характеристик устойчивости линеаризованной модели. Далее предложен приближенный подход нахождения амплитудной кривой в виде неявной функции параметров системы, что, в свою очередь, связано с условием разрешимости некоторой вспомогательной системы нелинейных конечных уравнений.

**Оценка амплитуд автоколебаний в окрестности прямолинейного режима движения.** Для реализации приближенного метода оценки амплитуд автоколебательной системы введем дополнительное дифференциальное уравнение, которое соответствует теории неустановившегося увода. Тогда система (1) примет вид

$$\begin{aligned} \sigma \cdot \dot{\alpha} + v \cdot \alpha - v \cdot \theta - l \cdot \dot{\psi} &= 0; \\ B \cdot \ddot{\theta} + \chi_1 \cdot \dot{\theta} + h \cdot \dot{\theta} - \frac{I_1 \cdot v}{r} \dot{\psi} + M(\alpha) &= 0; \\ C \cdot \ddot{\psi} + \chi \cdot \dot{\psi} + h_1 \cdot \dot{\psi} + \frac{I_1 \cdot v}{r} \dot{\theta} + l \cdot Y(\alpha) &= 0. \end{aligned} \quad (2)$$

Предполагается, что периодическое решение системы (2) в окрестности момента наибольшего отклонения от положения равновесия и в окрестности момента, когда отклонения равны нулю, изменяется по гармоническому закону, имея некоторое запаздывание по фазе  $\alpha = a \sin \omega t$ ,  $\psi = p_0 \sin(\omega t + \phi_\psi)$ ,  $\theta = q_0 \sin(\omega t + \phi_\theta)$ , здесь  $a, p, q_0$  – амплитуды,  $\omega$  – круговая частота автоколебаний,  $\phi_\psi, \phi_\theta$  – фазы запаздывания.

В характерные моменты времени фазовые переменные и их производные принимают значения

$$\begin{aligned} \omega t = \pi/2: \quad & \alpha = a, \dot{\alpha} = 0, \ddot{\alpha} = -a\omega^2, \psi = p_0 \cos \phi_\psi, \dot{\psi} = -p_0\omega \sin \phi_\psi, \ddot{\psi} = -p_0\omega^2 \cos \phi_\psi, \\ & \theta = q_0 \cos \phi_\theta, \dot{\theta} = -q_0\omega \sin \phi_\theta, \ddot{\theta} = -q_0\omega^2 \cos \phi_\theta; \\ \omega t = 0: \quad & \alpha = 0, \dot{\alpha} = a\omega, \ddot{\alpha} = 0, \psi = p_0 \sin \phi_\psi, \dot{\psi} = p_0\omega \cos \phi_\psi, \ddot{\psi} = -p_0\omega^2 \sin \phi_\psi, \\ & \theta = q_0 \sin \phi_\theta, \dot{\theta} = q_0\omega \cos \phi_\theta, \ddot{\theta} = -q_0\omega^2 \sin \phi_\theta, \end{aligned}$$

подставляя эти соотношения в систему (2), получим систему шести конечных уравнений относительно искомого параметров автоколебаний ( $a, p_0, q_0, \omega, \phi_\psi, \phi_\theta$ ).

После исключения неизвестных  $p_0, q_0, \phi_\psi, \phi_\theta$  из первых четырех уравнений системы, два оставшихся уравнения являются полиномами относительно амплитуды  $a$  и круговой частоты. Составляя их результат (исключается неизвестная круговая частота  $\omega$ ), получим неявную функцию, определяющую амплитуду автоколебаний в зависимости от конструктивных параметров системы и скорости движения  $v$ .

На рисунке 2 представлены амплитудные кривые: а) – сила увода аппроксимирована линейным и кубическим членами  $Y(\alpha) = k\alpha - \frac{k^3\alpha^3}{2N^2\varphi^2}$ , кривая 1 учитывает наличие пяточного момента, кривая 2 учитывает его отсутствие; б) – сила увода представляет дробно-иррациональную зависимость  $Y(\alpha) = k\alpha(1 + k^2\alpha^2 / N^2\varphi^2)^{-1/2}$ , кривая 1 учитывает наличие пяточного момента, кривая 2 учитывает его отсутствие (получено при следующих численных значениях параметров:  $N=5000$  Н;  $k=42700$  Н;  $B=9,81$  кг·м<sup>2</sup>;  $h=37,3$  Н·м·с;  $h_1=981$  Н·м·с;  $\chi=421100$  Н·м;  $\chi_1=12160$  Н·м;  $C=165$  кг·м<sup>2</sup>;  $I_1=11,8$  кг·м<sup>2</sup>;  $r=0,4$  м;  $l=0,85$  м;  $\varphi=0,7$ ;  $\mu=0,3742771659$  Н·м;  $\mu_1=71,4533726$ ;  $\mu_2=39122,6523$ ).

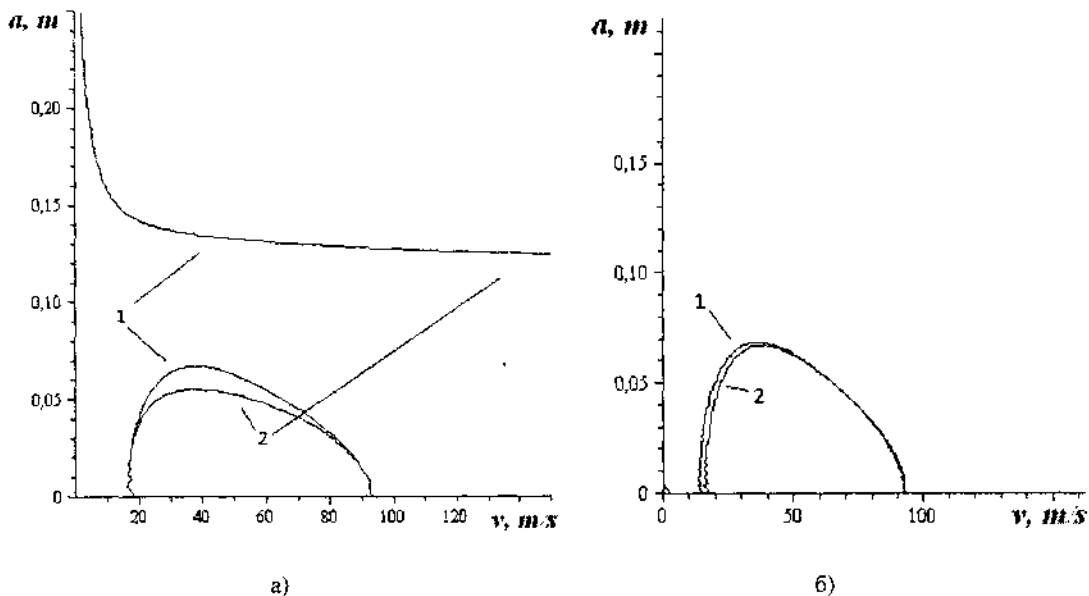


Рисунок 2 – Амплитудные кривые

Таким образом, приближенная аппроксимация силы увода приводит к наличию ветви неустойчивых автоколебаний (рисунок 2,а), в случае задания силы увода в виде дробно-иррациональной зависимости ветвь неустойчивых автоколебаний отсутствует (рисунок 2,б).

**Выводы.** В работе развивается метод приближенного построения амплитудных кривых в задаче шимми передней «неуправляемой» стойки шасси.

**Библиографический список использованной литературы**

1. Келдыш М.В. Шимми переднего колеса трехколесного шасси. Избранные труды. Механика / М.В. Келдыш. – М.: Наука, 1985. – С. 491–530.
2. Рокар И. Неустойчивость в механике. Автомобили. Самолеты. Висячие мосты. – М.: Изд-во иностр. Лит., 1959. – 288с.
3. Лобас Л.Г. К вопросу влияния структуры сил на на устойчивость движения/ Л.Г. Лобас // Мат. физика и нелинейн. механика. – 1985. – №3. – С. 28–33.
4. Вельмагина Н.А. Анализ автоколебаний колесного модуля в прямолинейном режиме движения / Н.А. Вельмагина, В.Г. Вербицкий // Механика твердого тела. – 2011, – №41. – С. 100–108.
5. Вербицкий В.Г. Приближенный анализ автоколебательной системы / В.Г. Вербицкий, М.Я. Садков // Доповіді НАН України - 2001. – №10. – С.48–52.
6. Лобас Л.Г. Качественные и аналитические методы в динамике колесных машин / Л.Г. Лобас, В.Г. Вербицкий. – К.: Наук. думка, 1990. – 232с.
7. Метелицын И.И. Некоторые теоремы об устойчивости движения неконсервативных систем / И.И. Метелицын // Избранные труды. – М.: Наука, 1977. – С. 38–45.
8. Карапетян А.В. Об устойчивости неконсервативных систем / А.В. Карапетян // Вестн. МГУ. Сер. 1. математика, механика. – 1975. – № 4. – С. 109–113.
9. Вербицкий В.Г. Влияние структуры сил на устойчивость линейной системы / В.Г. Вербицкий // Прикл. механика. – 1982. – Т.18, № 12. – С.119–121.
10. Гончаренко В.И. О стабилизации движения линейных систем/ В.И. Гончаренко // Прикл. механика. – 1991. – Т. 27, №5. – С. 107–110.
11. Seyranian A.P. Multiparameter Stability Theory with Mechanical Applications / A.P. Seyranian, A.A. Mailybaev. – World Scientific, New Jersey, 2003. – 403 p.
12. Агафонов С.А. Устойчивость неконсервативных систем и оценка области притяжения / С.А. Агафонов // ПММ. – 2003. – Т. 67. Вып. 2. – С. 239–243.
13. Марсен Дж. Бифуркация рождения цикла и ее приложения / Дж.Марсен, М. Мак-Кракен. – М.: Мир, 1980. – 366с.
14. Баутин Н.Н. Поведение динамических систем вблизи границ области устойчивости / Н.Н. Баутин. – "Наука", Главная редакция физико-математической литературы, 1984. – С. 176.

*Поступила в редакцию 06.06.2013 г.*

**Банніков В.О., Вербицький В.Г., Зинов'єв Є.Я., Хребет В.Г., Даниленко А.Є. Оцінка амплітуд автоколивань передньої стійки шасі**

Аналізується стійкість і автоколивання передньої «некерованої» стійки, що має свободу повороту за двома каналами – рыскання та крену відносно поздовжньої осі корпусу. Проведено аналіз впливу характерних параметрів системи на область коливальної нестійкості і амплітуди автоколивань; розглянуто вплив точності апроксимації сили відведення й п'яtkового моменту на характер автоколивань.

**Ключові слова:** колісний модуль, шиммі, амплітуди автоколивань.

**Bannikov V.A., Verbitsky V.G., Zinoviev E.Y., Hrebet V.G., Danilenko A.E. Rating oscillations amplitude of chassis front pillar**

The stability and shimmys of the front non-steerable pillar free to turn on two channels – the yaw and roll relative to the longitudinal axis of the body is analyzed. The analysis of the typical system parameters impact on the unstable oscillatory region and oscillation amplitude is carried out. The approximation percent influence of the slip force and heel moment on the oscillation character is considered.

**Keywords:** wheel module, shimmy, oscillation amplitude.