

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ АВІАЦІЙНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
Кафедра економічної кібернетики

О. Подскребко

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ ДО САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ СТУДЕНТІВ
З ДИСЦИПЛІНИ

ОПТИМІЗАЦІЙНІ МЕТОДИ ТА МОДЕЛІ

(для студентів економічних спеціальностей усіх форм навчання)

Київ 2019

Методичні вказівки до самостійної роботи студентів з дисципліни «Оптимізаційні методи та моделі» (для студентів економічних спеціальностей денної та заочної форм навчання) / О. Подскребко. – Київ: НАУ, 2019. – 24 с.

Завдання самостійної роботи студента виконується та подається на перевірку в термін, визначений індивідуальним навчальним графіком студента. Якість виконання завдання оцінюється по тому, наскільки студентом правильно і самостійно вирішені поставлені завдання та розкритий економічний зміст отриманих рішень.

1. Порядок визначення варіанту завдання самостійної роботи студента

Номер варіанта студент визначає по таблиці 1.

Таблиця 1

Дві останні цифри у номері залікової книжки студента	№ варіанта	Дві останні цифри у номері залікової книжки студента	№ варіанта
01, 21, 41, 61, 81	1	11, 31, 51, 71, 91	11
02, 22, 42, 62, 82	2	12, 32, 52, 72, 92	12
03, 23, 43, 63, 83	3	13, 33, 53, 73, 93	13
04, 24, 44, 64, 84	4	14, 34, 54, 74, 94	14
05, 25, 45, 65, 85	5	15, 35, 55, 75, 95	15
06, 26, 46, 66, 86	6	16, 36, 56, 76, 96	16
07, 27, 47, 67, 87	7	17, 37, 57, 77, 97	17
08, 28, 48, 68, 88	8	18, 38, 58, 78, 98	18
09, 29, 49, 69, 89	9	19, 39, 59, 79, 99	19
10, 30, 50, 70, 90	10	20, 40, 60, 70, 00	20

2 ЗАВДАННЯ ДО РОЗРАХУНКОВО-ГРАФІЧНОЇ / КОНТРОЛЬНОЇ РОБОТИ

2.1 Теоретичні завдання

Варіант 1

1. Основні характеристики економічної системи як об'єкта моделювання.
Поняття економіко-математичної моделі.
2. Метод Гоморі: основні ідеї та короткий опис алгоритму.

Варіант 2

1. Економіко-математична модель і основні етапи процесу моделювання.
2. Поняття про методи багатомірної оптимізації з обмеженнями. Застосування методу Лагранжа для вирішення завдань умовної оптимізації.

Варіант 3

1. Класифікація економіко-математичних моделей.
2. Спеціальні задачі нелінійного програмування: квадратичне, сепарабельне, дрібно-лінійне.

Варіант 4

1. Постановка задачі оптимізаційного економіко-математичного моделювання та її приклади. Класи оптимізаційних задач: одномірні та багатомірні, з обмеженнями або без обмежень.
2. Поняття економіко-математичного моделювання в умовах невизначеності та ризику. Ризик і його вимір. Міри ризику. Страхування від ризику.

Варіант 5

1. Поняття глобального та локального оптимуму, точного та наближеного вирішення задачі.
2. Основні поняття теорії ігор. Приклади ігрових задач в економіці. Матричні ігри двох людей. Платіжна матриця. Седлова точка.

Варіант 6

1. Умови оптимальності, засновані на застосуванні диференціального обчислення.
2. Зведення матричної гри двох людей до задачі лінійного програмування.

Варіант 7

1. Предмет математичного програмування. Спільне завдання математичного програмування. Основні теореми існування рішення.
2. Поняття гри із природою. Статистичні ігри. Теорія статистичних рішень.

Варіант 8

1. Класифікація задач математичного програмування.
2. Поняття теорії масового обслуговування.

Варіант 9

1. Поняття задачі лінійного програмування. Загальна, стандартна та канонічна форма запису задачі лінійного програмування
2. Критерії прийняття рішень в умовах невизначеності та ризику: максимаксний, максимінний Вальда, мінімаксний Севиджа, змішаний Гурвица.

Варіант 10

1. Канонічна задача лінійного програмування.
2. Аналіз і розв'язання задач за допомогою дерева рішень.

Варіант 11

1. Геометрична інтерпретація задачі лінійного програмування. Графічний метод розв'язування задач лінійного програмування.
2. Функція корисності Неймана - Моргенштерна.

Варіант 12

1. Основні теореми лінійного програмування.
2. Узагальнені принципи прийняття рішень: Байеса - Лапласа, Гурвица.

Варіант 13

1. Обґрунтування симплекс-методу. Етапи його реалізації.
2. Експертні оцінки, рангова кореляція та конкордація.

Варіант 14

1. Поняття про виродженість у лінійному програмуванні. Запобігання зациклюванню у випадку виродженості.
2. Постановка та вирішення цілочислової задачі лінійного програмування.

Варіант 15

1. Застосування методу штучного базису в задачах лінійного програмування.
2. Метод відсікання. Особливості методу віток та границь.

Варіант 16

1. Критерій оптимальності припустимого базисного плану в симплексі-методі.
2. Загальна постановка задачі нелінійного програмування і її приклади в економіці. Основні труднощі розв'язання задач нелінійного програмування.

Варіант 17

1. Транспортна задача. Економічна та математична постановка. Пошук оптимального опорного плану перевезень за методом потенціалів.
2. Умови Куна-Такера для задач нелінійного програмування.

Варіант 18

1. Двоїстість у лінійному програмуванні. Пряма та двоїста задачі, методи їх побудови.
2. Огляд методів одновимірної оптимізації: половинного поділу, дотичних, січних.

Варіант 19

1. Теореми двоїстості. Економічна інтерпретація теорем двоїстості.
2. Багатовимірна задача оптимізації без обмежень та її основні властивості.

Варіант 20

1. Критерій оптимальності для транспортної задачі. Двоїста транспортна задача.
2. Поняття про методи розв'язання багатовимірної задачі оптимізації без обмежень: покоординатного спуска, градієнтний, Ньютона.

2.2 Практичні завдання

Завдання

Підприємство виготовляє 4 (або 3) виду продукції А; В; С; D. (А; В; С), використовуючи для цього три види ресурсів: 1, 2, 3. Норми витрат ресурсів на одиницю продукції кожного виду (в умовних одиницях) приведені в таблиці 2.1.

Таблиця 2.1 – Норми витрат ресурсів на одиницю продукції

Ресурс	Норми витрат ресурсів на од. продукції по видах продукції				Запас ресурсу
	A	B	C	D	
1					F ₁
2					F ₂
3					F ₃

Відома ціна одиниці продукції кожного виду: для А – Ц_А; для В – Ц_В; для С – Ц_С; для D – Ц_Д. (у.о.).

Формалізувати задачу та побудувати до неї двоїсту.

Визначити оптимальний план виробництва продукції в умовах обмеженості ресурсів, який дасть виробництву найбільший прибуток. Завдання розв'язати за допомогою електронних таблиць EXCEL. Дані для розв'язання цього завдання дано в таблиці 2.2.

Таблиця 2.2

Вихідні дані

№ варіанту	Ресурс	A	B	C	D	Ц _А	Ц _В	Ц _С	Ц _Д	F ₁	F ₂	F ₃
1	1	18	15	12	-	9	10	16	-	360	192	180
	2	6	4	8	-							
	3	5	3	3	-							
2	1	4	2	1	-	10	14	12	-	180	210	244
	2	3	1	3	-							
	3	1	2	5	-							
3	1	2	1	1	1	4	3	6	7	280	80	250
	2	1	-	1	1							
	3	1	5	1	-							
4	1	6	1	2	4	4	2	3	4	300	200	90
	2	5	2	2	4							
	3	2	3	1	1							
5	1	3	2	1	2	27	10	15	28	200	500	400
	2	3	1	3	4							
	3	1	1	1	3							
6	1	2	1	1	3	8	3	2	1	300	70	340
	2	1	-	2	1							
	3	1	2	1	-							
7	1	1	-	2	1	9	6	4	7	180	250	800
	2	-	1	3	2							
	3	4	2	-	4							
8	1	1	2	2	1	3	2	5	4	300	600	200
	2	3	-	2	2							
	3	1	4	-	1							

Продовження таблиці 2.2

№ варіанту	Ресурс	A	B	C	D	ЦА	ЦВ	ЦС	ЦД	F1	F2	F3
9	1	2	1	2	-	2	3	4	-	120	200	120
	2	3	1	2	-							
	3	2	2	1	-							
10	1	3	1	3	4	27	10	15	28	200	500	400
	2	3	2	1	2							
	3	1	1	1	3							
11	1	6	4	8	-	9	10	16	-	360	192	180
	2	18	15	12	-							
	3	5	3	3	-							
12	1	12	15	18	-	16	10	9	-	180	192	360
	2	8	4	6	-							
	3	3	3	5	-							
13	1	1	2	4	-	12	14	10	-	244	210	180
	2	3	1	3	-							
	3	5	2	1	-							
14	1	1	1	1	2	7	6	3	4	250	80	280
	2	1	1	-	1							
	3	-	1	5	1							
15	1	4	2	1	6	4	3	2	4	90	300	200
	2	4	2	2	5							
	3	1	1	3	2							
16	1	2	5	2	4	2	4	3	4	250	280	80
	2	1	6	2	4							
	3	3	2	1	1							
17	1	3	1	1	2	1	2	3	8	340	70	300
	2	1	2	-	1							
	3	-	1	2	1							
18	1	2	1	2	-	4	3	2	-	120	200	120
	2	2	1	3	-							
	3	1	2	2	-							
19	1	6	4	8	-	9	10	16	-	360	192	180
	2	5	3	3	-							
	3	18	15	12	-							
20	1	5	2	1	-	12	14	10	-	244	210	180
	2	1	2	4	-							
	3	3	1	3	-							

3. ПРИКЛАДИ РОЗВ'ЯЗКУ ТИПОВИХ ЗАВДАНЬ

Нижче наведені зразки розв'язання типових контрольних завдань. У задачі даний короткий запис математичної моделі ЗЛП, знайдений оптимальний план прямої задачі. Тут же розібраний графічний метод, розв'язання завдання. Уважно розберіться в розв'язанні задачі. Це допоможе виконати Вам завдання 1 і 2. Розібравши розв'язання задач 5.2, 5.3, Вам простіше буде впоратися із завданнями 3 і 4.

Задача

Для виготовлення двох видів продукції P_1 і P_2 використовують 4 виду ресурсів: S_1, S_2, S_3, S_4 . Запаси ресурсів, число одиниць ресурсів, що витрачені на виготовлення одиниці продукції, наведені в таблиці 3.1:

Таблиця 3.1

Вихідні дані

Вид ресурсу	Запас ресурсу	Число одиниць ресурсу, витрачених на виготовлення одиниці продукції	
		P_1	P_2
S_1	18	1	3
S_2	16	2	1
S_3	5	-	1
S_4	21	3	-
Прибуток, одержувана від одиниці продукції, грн		2	3

Необхідно скласти такий план виробництва продукції, при якому прибуток від її реалізації була б максимальною. Необхідно.

1. Записати математичну модель прямої задачі.
2. Розв'язати задачу симплекс-методом
3. Розв'язати задачу графічно.

Розв'язок

- 1) Формалізована математична модель прямої задачі:

x_1 і x_2 – число одиниць продукції видів P_1 и P_2 відповідно, запланованих до випуску
а) $z=2x_1+3x_2 \rightarrow \max$
б) $\begin{cases} x_1+3x_2 \leq 18 \\ 2x_1+x_2 \leq 16 \\ x_2 \leq 5 \\ 3x_1 \leq 21 \end{cases}$
в) $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$

2) Розв'язок прямої задачі симплекс- методом.

Канонічна форма запису системи обмежень:

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + x_3 = 18 \\ 2x_1 + x_2 + x_4 = 16 \\ x_2 + x_5 = 5 \\ 3x_1 + x_6 = 21 \end{cases}$$

Складемо симплекс- таблицю для розв'язку прямої задачі.

Базис	C _{баз.}	План	2	3	0	0	0	0	Σ	Θ	$\bar{X}_{\text{баз.}}$
			x ₁	x ₂	x ₃	x ₄	x ₅	x ₆			
x ₃	0	18	1	3	1	0	0	0	23	6	$\bar{x}_1 = \{18; 16; 5; 21; 0; 0\}$
x ₄	0	16	2	1	0	1	0	0	20	16	
← x ₅	0	5	0	1	0	0	1	0	7	5	
x ₆	0	21	3	0	0	0	0	1	25	-	
Δj ≥ 0	-	0	-2	-3	0	0	0	0	-	-	
← x ₃	0	3	1	0	1	0	-3	0	2	3	$\bar{x}_2 = \{0; 5; 3; 11; 0; 21\}$
x ₄	0	11	2	0	0	1	-1	0	13	5,5	
x ₂	3	5	0	1	0	0	1	0	7	5	
x ₆	0	21	3	0	0	0	0	1	25	7	
Δj ≥ 0	-	15	-2	0	0	0	3	0	-	-	
x ₁	2	3	1	0	1	0	-3	0	2	-	$\bar{x}_3 = \{3; 5; 0; 5; 0; 12\}$
← x ₄	0	5	0	0	-2	1	5	0	9	1	
x ₂	3	5	0	1	0	0	1	0	7	5	
x ₆	0	12	0	0	-3	0	9	1	19	4/3	
Δj ≥ 0	-	21	0	0	2	0	-3	0	-	-	
x ₁	2	6	1	0	-1/5	3/5	0	0	37/5	-	$\bar{x}_4 = \{6; 4; 0; 0; 1; 3\}$
x ₅	0	1	0	0	-2/5	1/5	1	0	9/5	-	
x ₂	3	4	0	1	2/5	-1/5	0	0	26/5	-	
x ₆	0	3	0	0	3/5	-9/5	0	1	14/5	-	
Δj ≥ 0	-	24	0	0	4/5	3/5	0	0	-	-	

$X^* = \{6; 4; 0; 0; 1; 3\}$ – оптимальний план прямої задачі.

$\max z = 24$, дійсно, $z_{\max} = 2 \times 6 + 3 \times 4 = 24$.

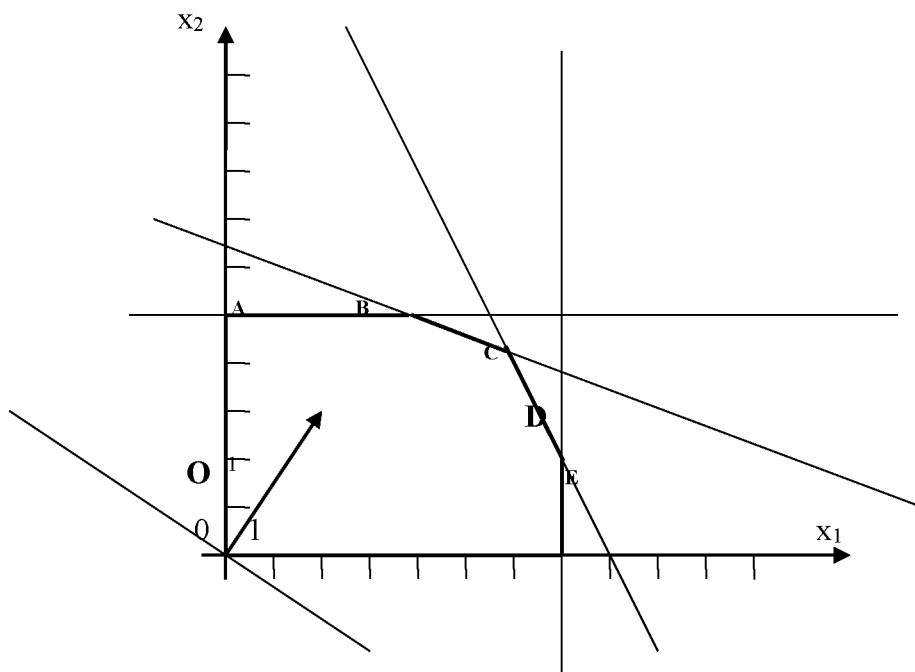
Оптимальний план прямої задачі передбачає виробництво обох видів продукції P_1 і P_2 у кількості відповідно 6 од. і 4 од.

Додаткові змінні x_3, x_4, x_5, x_6 характеризують залишок (невикористану частину) ресурсів відповідно S_1, S_2, S_3, S_4 .

Оскільки $x_5=1, x_6=3$, то третій ресурс S_3 і четвертий ресурс S_4 використовуються в процесі виробництва продукції не повністю, а ресурси S_1 і S_2 – повністю ($x_3=x_4=0$). При такому оптимальному плані виробництва продукції та використанні ресурсів виробництво дістане найбільший прибуток у розмірі 24 у.о.

3) ЗЛП зводиться до розв'язку задачі, у якому кожній лінійній нерівності відповідає якась півплощина. Перетинання цих півплощин є опуклий багатокутник. Область припустимих розв'язків визначимо, побудувавши граничні прямі:

$x_1 + 3x_2 = 18$ (I); $2x_1 + x_2 = 16$ (II); $x_2 = 5$ (III); $3x_1 = 21$ (IV); $x_1 = 0$ (V); $x_2 = 0$ (VI).
Потім будемо лінію нульового рівня $2x_1 + 3x_2 = 0$ і градієнт $N = \{2; 3\}$. Направлення градієнта вказує на направлення зростання цільової функції.



$Z_{\max} = Z(C)$, де C – точка перетинання прямих I і II.

Координати точки C знайдемо, розв'язавши систему двох рівнянь:

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 = 18 \\ 2x_1 + x_2 = 16; C(6; 8) \end{cases}$$

$$Z(C) = 2 \times 6 + 3 \times 4 = 24; Z_{\max} = 24.$$

$$Z_{\min} = Z(O), \text{ где } O \text{ – початок системи координат.}$$

$$Z(O) = 2 \times 0 + 3 \times 0 = 0; Z_{\min} = 0.$$

Отже, при оптимальному розв'язанні $x_1 = 6, x_2 = 4, Z_{\max} = 24$, а при оптимальном решенні $x_1 = 0, x_2 = 0, Z_{\min} = 0$.

4. РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ОПТИМІЗАЦІЙНИХ ЗАДАЧ ЗА ДОПОМОГОЮ ЕЛЕКТРОННИХ ТАБЛИЦЬ EXCEL

Приклад. Підприємство виготовляє продукцію чотирьох видів, використовуючи ресурси трьох видів: трудові, сировина, фінанси. Норми затрат ресурсів, прибуток від реалізації одиниці кожного виду продукції та обсяг запасів ресурсів подані в табл. 4.1, потреба підприємства у виробництві продукції приведена в табл. 4.2

Визначити план виготовлення продукції, який забезпечить отримання максимального прибутку.

Таблиця 4.1

Ресурс	Прод1	Прод2	Прод3	Прод4	Наявність ресурсу
Прибуток	2	3	6	3	
Трудові	0,03	0,04	0,05	0,04	500
Сировина	1,4	1,2	2	1,9	26500
Фінанси	4	6	4	7	10090

Таблиця 4.2

Вид продукції	Потреба
Прод1	500
Прод3	200
Прод4	800

Розв'язування.

Введемо позначення:

Прод1 = x_1 , Прод2 = x_2 , Прод3 = x_3 , Прод4 = x_4 , z – прибуток.

Тоді математична модель задачі матиме наступний вигляд:

$$\begin{aligned}
 Z &= 2x_1 + 3x_2 + 6x_3 + 3x_4 && \max \\
 0,03x_1 + 0,04x_2 + 0,05x_3 + 0,04x_4 &\leq 500 \\
 1,4x_1 + 1,2x_2 + 2x_3 + 1,9x_4 &\leq 26500 \\
 4x_1 + 6x_2 + 4x_3 + 7x_4 &\leq 10090 \\
 x_1 &\geq 500 \\
 x_2 &\geq 0 \\
 x_3 &\geq 200 \\
 x_4 &\geq 800
 \end{aligned}$$

Розв'яжемо цю задачу лінійного програмування з допомогою стандартної офісної програми Excel. Спочатку зробимо форму для вводу умов задачі у вигляді таблиці 4.3. Весь текст у подальшому є коментарем і на розв'язок задачі не впливає.

Таблиця 4.3

	A	B	C	D	E	F	G	H
1				Змінні				
2	ім'я	Прод1	Прод2	Прод3	Прод4			
3	значення							
4	нижн. гр.							
5	верхн. гр.					ЦФ	напр	
6	коэф.в ЦФ							
7	Обмеження							
8	вид					ліва част	знак	права част
9	Трудові							
10	Сировина							
11	Фінанси							

Другим кроком є введення вихідних даних в форму табл. 6.3 і залежностей математичної моделі. Необхідні дані представлені в табл. 6.1 та 6.2 Спочатку заносимо числові дані, потім залежності математичної моделі. Залежності вводяться таким чином.

1. Ввід залежності для цільової функції:

- Курсор в F6 (тут буде формуватися значення цільової функції).
- Курсор на кнопку «Мастер функций», ЛК (ліва клавіша).
- У вікні «Категория» вибираємо курсором категорію «Математические», ЛК.
- Направляємо курсор у вікно функції «СУММПРОИЗВ», ЛК.
- Далее.
- На екрані появляється діалогове вікно «Мастер функций – шаг 2 из 2».
- В «массив 1» ввести B\$3:E\$3 (в цих комірках будемо формувати значення продукції).
- В «массив 2» ввести B6:E6.
- Готово.

На екрані отримаємо дані у вигляді таблиці 4.4 (в формульному режимі – таблиця 4.5) в F6 буде значення цільової функції.

Таблиця 4.4

	A	B	C	D	E	F	G	H
1				Змінні				
2	ім'я	Прод1	Прод2	Прод3	Прод4			
3	значення							
4	нижн. гр.	500		200	800			
5	верхн. гр.					ЦФ	напр	
6	коэф.в ЦФ	2	3	6	3	0		
7		Обмеження						
8	вид					ліва част	знак	права част
9	Трудові	0,03	0,04	0,05	0,04	0	<=	500
10	Сировина	1,4	1,2	2	1,9	0	<=	26500
11	Фінанси	4	6	4	7	0	<=	10090

2. Від залежностей для лівих частин обмежень:

- Курсор в F9.
- Курсор на кнопку «Мастер функций», ЛК.
- У вікні «Категория» вибираємо курсором категорію «Математические», ЛК.
- Направляємо курсор в вікно функції «СУММПРОИЗВ», ЛК.
- Далее.

На екрані появляється діалогове вікно «Мастер функций – шаг 2 из 2».

- В масив 1 ввести B\$3:E\$3.
- В масив 2 ввести B9:E9.
- Готово.

Цю ж процедуру можна виконати копіюванням формули з F6 в F9:

- Курсор в F6.
- Курсор на кнопку «Копировать в буфер», ЛК.
- Курсор в F9.
- Вставить из буфера.

Аналогічно копіюємо формулу в F10:F11.

На цьому введення даних закінчується.

Таблиця 4.5

	А	В	С	Д	Е	Ф	Г	Н
1		Змінні						
2	ім'я	Прод 1	Прод 2	Прод 3	Прод4			
3	значення							
4	нижн. гр.	500		200	800			
5	верхн. гр.					ЦФ	напр	
6	коеф.в ЦФ	2	3	6	3	=СУММПРОИЗВ(В\$3:Е\$3; В6:Е6)		
7	Обмеження							
8	вид					ліва част	знак	права част
9	Трудові	0,03	0,04	0,05	0,04	=СУММПРОИЗВ(В\$3:Е\$3; В9:Е9)	<=	500
10	Сировина	1,4	1,2	2	1,9	=СУММПРОИЗВ(В\$3:Е\$3; В10:Е10)	<=	26500
11	Фінанси	4	6	4	7	=СУММПРОИЗВ(В\$3:Е\$3; В11:Е11)	<=	10090

Далі переходимо до знаходження оптимального розв'язку.

Алгоритм 1. Знаходження оптимального розв'язку.

1. Сервис, Поиск решения...

На екрані: діалогове вікно «Поиск решения».

2. Назначаємо цільову функцію.

Для цього курсор у вікно «Установить целевую ячейку» і вводимо адресу F6.

Вводимо напрямок цільової функції: «Максимальному значенню».

3. Вводимо адресу невідомих змінних:

Курсор у вікно «Изменяя ячейки», вводимо адресу В3:Е3.

4. Вводимо обмеження:

- Добавить

На екрані: діалогове вікно «Добавление ограничения».

Спочатку вводимо обмеження невід'ємності змінних для Прод2 і мінімального обсягу для решти змінних:

- У вікні «Ссылка на ячейку» вводимо В3.
- Курсор на стрілку, ЛК (ліва клавіша).
- На екрані: «знаки для ввода ограничений».
- Курсор на знак «>=», ЛК.
- Курсор в праве вікно.
- Вводимо В4.
- Добавить.

На екрані знову вікно «Добавление ограничения». Аналогічно вводимо інші об-

меження: $C3 \geq C4$, $D3 \geq D4$, $E3 \geq E4$.

Так само вводяться обмеження $F9 \leq H9$, $F10 \leq H10$, $F11 \leq H11$.

- Після вводу останнього обмеження натискаємо ОК.

На екрані: діалогове вікно «Поиск решения з введеними умовами».

З допомогою команд «Изменить» і «Удалить» можна за необхідності коректувати обмеження.

Оптимальний розв'язок знаходимо за таким алгоритмом:

Алгоритм 2. Розв'язування задачі.

1. Після вводу задачі, коли на екрані є вікно «Поиск решения», вибираємо «Параметры».

На екрані: діалогове вікно «Параметры поиска решения».

2. Встановлюємо відмітку «Линейная модель».
3. ОК.

На екрані: діалогове вікно «Поиск решения».

4. Выполнить.

На екрані: діалогове вікно «Результаты поиска решения» з повідомленням про те, що розв'язок знайдено. В комірках F6, B3:E3 знаходиться оптимальний розв'язок (табл. 4.6).

Максимальний прибуток становить 7135 грн., обсяги виготовлення продукції: Прод1=500, Прод2=0, Прод3=622,5, Прод4=800.

Ресурси використовуються в такій кількості:

- трудові (див. F9) = 78,125;
- сировина = F10 = 3465;
- фінанси = F11 = 10090.

Таблица 4.6

	A	B	C	D	E	F	G	H
1		Змінні						
2	ім'я	Прод1	Прод2	Прод3	Прод4			
3	значення	500	0	622,5	800			
4	нижн. гр.	500		200	800			
5	верхн. гр.					ЦФ	напр	
6	коэф.в ЦФ	2	3	6	3	7135		
7		Обмеження						
8	вид					ліва част	знак	права част
9	Трудові	0,03	0,04	0,05	0,04	78,125	<=	500
10	Сировина	1,4	1,2	2	1,9	3465	<=	26500
11	Фінанси	4	6	4	7	10090	<=	10090

ПІСЛЯОПТИМІЗАЦІЙНИЙ АНАЛІЗ МОДЕЛІ

Провести післяоптимізаційний аналіз оптимального розв'язку задачі, знайденого з допомогою стандартної офісної програми EXCEL

Розв'язування.

Проведемо аналіз оптимального розв'язку. З допомогою діалогового вікна «Результаты поиска решения» можна викликати звіти таких типів:

- результати;
- стійкість;
- границі.

Будь-який з цих звітів викликається натискуванням лівою клавішею на тип звіту.

Проаналізуємо звіт за результатами (таблиця 4.7). Він складається з трьох таблиць:

1. Перша містить відомості про цільову функцію.

В стовпчику «Исходно» подано значення цільової функції до початку обчислень, в стовпчику «Результат» – після обчислень.

2. Друга містить відомості про невідомі, одержані в результаті розв'язку задачі.

Аналогічно в стовпчику «Исходно» подано значення невідомих до початку обчислень, в стовпчику «Результат» – після обчислень.

3. Третя таблиця подає результати для обмежень.

В стовпчику «Значение» приведені величини використаних ресурсів і кількість тих видів продукції, на виробництво яких накладались обмеження. В стовпчику «Формула» подано залежності, що вводились у вікно «Поиск решения». В стовпчику «Состояние» вказується «связанное» у випадку, коли ресурс вичерпаний повністю, або продукція випущена в мінімально необхідному обсязі і «не связан» при невикористаному ресурсі, або якщо продукція випущена більше мінімального обсягу. В стовпчику «Разница» подається залишок ресурсу або кількість продукції, випущеної понад мінімальний обсяг.

Далі виконаємо аналіз звіту стосовно стійкості отриманих результатів (табл. 4.8), який складається з двох частин.

Таблица 4.7

	A	B	C	D	E	F	G
1	Microsoft Excel 7.0a Отчет по результатам						
2	Рабочий лист: [оптим2.xls]Лист2						
3	Отчет создан:						
4							
5							
6	Целевая ячейка (Макс)						
7	Ячей-	Имя	Исходно	Результат			
8	\$F\$6	коэф.в ЦФ	0	7135			
9							
10							
11	Изменяемые ячейки						
12	Ячей-	Имя	Исходно	Результат			
13	\$B\$3	значення Прод1	0	500			
14	\$C\$3	значення Прод2	0	0			
15	\$D\$3	значення Прод3	0	622,5			
16	\$E\$3	значення Прод4	0	800			
17							
18							
19	Ограничения						
20	Ячей-	Имя	Значение	Формула	Состояние	Разница	
21	\$F\$9	Трудові ліва част	78,125	\$F\$9<=\$H\$9	не связан.	421,875	
22	\$F\$10	Сировина ліва част	3465	\$F\$10<=\$H\$10	не связан.	23035	
23	\$F\$11	Фінанси ліва част	10090	\$F\$11<=\$H\$11	связанное	0	
24	\$B\$3	значення Прод1	500	\$B\$3>=\$B\$4	связанное	0	
25	\$C\$3	значення Прод2	0	\$C\$3>=\$C\$4	связанное	0	
26	\$D\$3	значення Прод3	622,5	\$D\$3>=\$D\$4	не связан.	422,5	
27	\$E\$3	значення Прод4	800	\$E\$3>=\$E\$4	связанное	0	

Таблиця 4.8

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Microsoft Excel 7.0a Отчет по устойчивости							
2	Рабочий лист: [оптим2.xls]Лист2							
3	Отчет создан:							
4								
5								
6	Изменяемые ячейки							
7				Результ.	Редуц.	Целевой	Допустимое	Допустимое
8	Ячей-ка	Имя	значение	стоимость	Козф-нт	Увеличение	Уменьше-	
9	\$B\$3	значення Прод1	500		-4	2	4	1E+30
10	\$C\$3	значення Прод2	0		-6	3	6	1E+30
11	\$D\$3	значення Прод3	622,5		0	6	1E+30	4
12	\$E\$3	значення Прод4	800		-7,5	3	7,5	1E+30
13								
14	Ограничения							
15			Результ.	Теневая	Огрни-чение	Допустимое	Допустимое	
16	Ячей-ка	Имя	значение	Цена	Правая часть	Увеличение	Уменьше-	
17	\$F\$9	Трудови ліва част	78,125		0	500	1E+30	421,875
18	\$F\$10	Сировина ліва част	3465		0	26500	1E+30	23035
19	\$F\$11	Фінанси ліва част	10090		1,5	10090	33750	1690

Розглянемо першу частину табл. 4.8:

- в стовпчику «Результ. значение» наведено розв'язок задачі;
- в стовпчику «Редуц. стоимость» наведені двоїсті оцінки, які показують, наскільки зміниться значення цільової функції при примусовому введенні в оптимальний розв'язок одиниці продукції, яку, згідно з оптимальним розв'язком виготовляти недоцільно, чи при збільшенні на одиницю випуску продукції понад мінімальний обсяг (наприклад, при введенні в план змінної Прод2 з значенням 1, цільова функція зменшиться на 6 грн., при випуску продукції Прод1 на одиницю більше мінімального обсягу (тобто 501) цільова функція зменшиться на 4 грн.);
- в стовпчику «Целевой коэффициент» наводяться коефіцієнти цільової функції;
- в стовпчиках «Допустимое увеличение» і «Допустимое уменьшение» задані граничні прирости коефіцієнтів цільової функції, при яких зберігається структура оптимального плану, тобто зберігається базисний розв'язок.

В другій частині табл. 4.8 наводяться аналогічні значення для обмежень:

- в стовпчику «Результ. значение» наведені величини використаних ресурсів;
- в стовпчику «Теневая цена» наведені двоїсті оцінки, які показують, наскільки зміниться значення цільової функції при зміні використаних ресурсів на одиницю (наприклад, при збільшенні фінансів на 1 (тобто наявних фінансів буде 10091), прибуток зросте на 1,5 грн. ($z = 7135 \text{ грн} + 1,5 \text{ грн.} = 7136,5 \text{ грн.}$)).
- в стовпчику «Ограничение, правая часть» наводяться праві частини нерівностей;

• в стовпчиках «Допустимое увеличение» і «Допустимое уменьшение» задані граничні прирости ресурсів, при яких зберігається набір змінних, що входять в оптимальний розв'язок.

Важливою складовою післяоптимізаційного аналізу є отримання звіту стосовно меж стійкості (табл. 4.9).

Таблиця 4.9

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	Microsoft Excel 7.0a Отчет по пределам									
2	Рабочий лист: [оп- тим2.xls]Лист2									
3	Отчет создан:									
4										
5										
6			Целевое							
7		Ячей-	имя	Значение						
8		\$F\$6	коэф.в ЦФ	7135						
9										
10										
11			Изменяемое			Ниж-	Целевой		Верх-	Целевой
12		Ячей-	имя	Значение		предел	результ-		предел	результат
13		\$B\$3	значення Прод1	500		500	7135		500	7135
14		\$C\$3	значення Прод2	0		0	7135		0	7135
15		\$D\$3	значення Прод3	622,5		200	4600		622,5	7135
16		\$E\$3	значення Прод4	800		800	7135		800	7135

Вище зазначений аналіз показує, в яких межах може змінюватися випуск продукції, яка ввійшла в оптимальний розв'язок, при незмінності структури оптимального плану.

В першій частині табл. 4.9 наводиться значення цільової функції, а в другій – подані такі результати:

- в стовпчику «Значение» – оптимальний розв'язок;
- в стовпчику «Нижний предел» – нижні межі зміни значень x_j ;
- в стовпчику «Целевой результат» – значення цільової функції при нижніх межах.

А саме, як бачимо, значення 4600 отримуємо таким чином:

$$F=2 \times 500+3 \times 0+6 \times 200+3 \times 800=1000+1200+2400=4600;$$

- в наступних двох стовпчиках наведені відповідно верхні межі значень x_j і значення цільової функції при них.

Як доповнення післяоптимізаційного аналізу можна провести *параметричний аналіз*, під яким розуміють розв'язування задачі оптимізації при різних значеннях одно-

го з параметрів. Проведемо параметричний аналіз для попередньої задачі при різних значеннях фінансових ресурсів. Нехай необхідно оцінити прибуток при значеннях фінансів, представлених в табл. 4.10.

Таблиця 4.10

Варіант	1	2	3	4	5
Фінанси	10000	10500	11000	11500	12000

Викликаємо на екран таблицю з результатом розв'язку задачі (табл. 4.6) і знищуємо результат розв'язку.

1. Розв'язуємо задачу для 1-го варіанту.

1.1. Вводимо в комірку Н11 число 10000.

1.2. Сервис, Поиск решения...

1.3. Выполнить.

На екрані з'явється вікно «Результаты поиска решений».

1.4. Сохранить сценарий...

1.5. Вводимо ім'я сценарію «фінанси = 10000».

1.6. ОК.

На екрані появляється вікно «Результаты поиска решений».

1.7. ОК.

На екрані появляється результат розв'язку задачі для варіанта «фінанси =10000».

2. Розв'язування задачі для інших варіантів.

2.1. Вводимо в комірку Н11 наступне значення фінансів з табл. 4.10

2.2. Виконуємо пункти 1.2 - 1.7, лише з відмінністю введення в пункті 1.5 імені сценарію, що відповідає значенню фінансів.

3. Далі необхідно представити результати розв'язків.

3.1. Сервис, Сценарии...

На екрані появляється діалогове вікно «Диспетчер сценариев».

3.2. Отчет...

На екрані появляється діалогове вікно «Отчет по сценарию».

3.3. Структура.

3.4. ОК.

На екрані появляється звіт «Структура сценария» (табл. 4.11):

Таблиця 4.11

В	С	D	Е	F	G	Н	І
Структура сценария							
		Текущие значения:	фінаси=10000	фінаси=10500	фінаси=11000	фінаси=11500	
			Модель поиска решения	Модель поиска решения	Модель поиска решения	Модель поиска решения	Модель поиска решения
Изменяемые ячейки:							
	\$B\$3	500	500	500	500	500	500
	\$C\$3	0	0	0	0	0	0
	\$D\$3	1100	600	725	850	975	1100
	\$E\$3	800	800	800	800	800	800
Ячейка результата:							
	\$F\$6	10000	7000	7750	8500	9250	10000
	\$F\$9	102	77	83,25	89,5	95,75	102
	\$F\$10	4420	3420	3670	3920	4170	4420
	\$F\$11	12000	10000	10500	11000	11500	12000
Примечания: столбец «Текущие значения» представляет значения изменяемых ячеек в							
момент создания Итогового отчета по Сценарию. Изменяемые ячейки для каждого							
сценария выделены серым цветом.							

В звіті представлені результати розв'язку задачі для всіх значень фінансів по всіх п'яти варіантах. Для зручності представлення результатів у вигляді діаграм виконаємо редагування звіту за таким алгоритмом:

1. У випадку, коли весь звіт «Структура сценария» не вміщується на екрані, то зменшуємо вікно масштабу.
2. Викидаємо стовпці А, В і D.
3. Викидаємо рядки 4,5 і 10
4. Вводимо слова: *Прод1 ... Прод4* в комірки С6:С9, *Прибуток* в С11, види ресурсів: *трудові, сировина, фінанси* в комірки С12:С14.
5. Збільшити ширину стовпця С.
6. У випадку отримання дробових результатів, заокруглюємо їх.
7. Забрати зауваження.

Після такого редагування звіт матиме вигляд (табл. 4.12):

Таблиця 4.12

	С	Е	Ф	Г	Н	І
1						
2						
3		фінанси=1000	фінанси=10500	фінанси=11000	фінанси=11500	фінанси=12000
6	Прод 1	500	500	500	500	500
7	Прод 2	0	0	0	0	0
8	Прод 3	600	725	850	975	1100
9	Прод 4	800	800	800	800	800
11	Прибуток	7000	7750	8500	9250	10000
12	Грудові	77	83,25	89,5	95,75	102
13	Сировина	3420	3670	3920	4170	4420
14	Фінанси	10000	10500	11000	11500	12000

5. ІНФОРМАЦІЙНО-МЕТОДИЧНЕ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ

1. Христиановский В.В., Ходыкин В.Ф., Преображенский А.А. Задачи по математическому программированию: теория и практика. - Донецк: ДонНУ, 2003. – 250 с.
2. Горчакова И.А. Математическое программирование: Учебно-метод. пособие.-Донецк: ИПИИ «Наука і освіта», 2004.
3. Кузьмичов А.І., Медведев М.Г. Математичне програмування в Ехсел: Навч. посіб. - К: Вид-во Європ. ун-ту, 2005. -320с.
4. Вітлінський В. В., Наконечний С. Г., Терещенко Т. О. Математичне програмування : Навч.-метод. посібник для самост. вивч. дисц. – К. : КНЕУ, 2001. – 248 с.
5. Гончаренко Я.В. Математичне програмування. — К.: НПУ імені М.П.Драгоманова, 2010. — 184 с.
6. Бех О.В., Городня Т.А., Щербак А.Ф. Математичне програмування: Навчальний посібник. – Львів: «Магнолія 2006», 2007. – 200 с.
7. Бех О.В., Городня Т.А., Щербак А.Ф. Збірник задач з математичного програмування: Навчальний посібник. – Львів: «Магнолія 2006», 2007. – 212 с.
8. Катренко А.В. Дослідження операцій: Підручник./ За наук. ред. В.В.Пасічника. 2-е видання. – Львів: «Магнолія2006», 2007. – 480с.
9. Пантелеев А.В. Методы оптимизации в примерах и задачах: Учеб. Пособие/ А.В. Пантелеев, Т.А.Летова. – М. : Высш.шк., 2002. – 544 с.
10. Ульянченко О. В. Дослідження операцій в економіці : Підручник для студентів вузів / Харк. нац. аграр. ун-т ім. В.В. Докучаєва. – Харків : Гриф, 2002. – 580 с.
11. Таха, Хемди А. Введение в исследование операций, 7-е издание: Пер. с англ. – М. : Изд. дом «Вильямс», 2005. – 912 с.
12. Глухов В. В., Медников М. Д., Коробко С. Б. Математические методы и модели для менеджмента. – СПб. : Издательство «Лань», 2005. – 528 с.
13. Исследование операций в экономике: Учеб. пособие для ВУЗов /Н.Ш. Кремер, Б.А. Путко, И.М. Тришин, М.Н. Фридман; Под ред. Н.Ш. Кремера. – М.: ЮНИТИ, 2003. – 407с.
14. Экономико-математические методы и модели. Учебное пособие для иностранных студентов / Л.М. Малярец. – Харьков: Изд. ХНЭУ, 2013. – с.
15. Христиановский В.В., Ерин В.Г., Ткаченко О.В. Решение задач математического программирования: курс лекций для студентов экономических специальностей. – Донецк: ДонГУ, 1992. – 254 с.
16. Б Кузин, В. Юрьев, Г. Шахдинаров Методы и модели управления

фирмой. – СПб: Питер, 2001. – 432 с.

17. Хачатрян С.Р., Пинегина М.В., Буянов В.П. Методы и модели решения экономических задач: Учебное пособие . – М.: Издательство «Экзамен», 2005 г.- 384 с.

18. Шелобаев С. И. Математические методы и модели в экономике, финансах, бизнесе: Учеб. пособие для вузов. — М.: ЮНИТИ: ДАНА, 2000. — 367 с.

19. Экономико-математические методы и прикладные модели: Учебное пособие для вузов/ В.В. Федосеев, А.Н. Гармаш, И.В. Орлова и др. – 2-е изд-во, перераб. и доп. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2005- 304 с.

20. Теория прогнозирования и принятия решений: Учеб пособие / Под ред. С.А. Саркисяна. – М.: Высшая школа, 1987, -- 351с.