

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
НАЦІОНАЛЬНИЙ АВІАЦІЙНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
ФАКУЛЬТЕТ АЕРОНАВІГАЦІЇ, ЕЛЕКТРОНІКИ ТА ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЙ  
КАФЕДРА ЕЛЕКТРОНІКИ, РОБОТОТЕХНІКИ І ТЕХНОЛОГІЙ МОНІТО  
РИНГУ ТА ІНТЕРНЕТУ РЕЧЕЙ

ДОПУСТИТИ ДО ЗАХИСТУ  
Завідувач випускової кафедри  
\_\_\_\_\_ Шутко В.М.  
« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2021 р.

## **КВАЛІФІКАЦІЙНА РОБОТА**

ЗДОБУВАЧА ОСВІТНЬОГО СТУПЕНЯ БАКАЛАВРА  
ЗІ СПЕЦІАЛЬНОСТІ 153 «МІКРО- ТА НАНОСИСТЕМНА  
ТЕХНІКА» ОПП «ФІЗИЧНА ТА БІОМЕДИЧНА ЕЛЕКТРОНІКА»

**Тема: «Цифровий фільтр нижніх частот для аудіосигналів»**

Виконавець  
студентка групи МН-403Б \_\_\_\_\_ Горохова Анастасія Вікторівна

Керівник  
д.т.н., професор \_\_\_\_\_ Бойко Іван Федорович

Нормоконтролер \_\_\_\_\_ Сініцин Р.Б.

**КИЇВ 2021**

# НАЦІОНАЛЬНИЙ АВІАЦІЙНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

Факультет: аеронавігації, електроніки та телекомунікацій

Кафедра: електроніки, робототехніки і технологій моніторингу та інтернету ре чей

Напрямок (спеціальність, спеціалізація): 153 «Мікро- та наносистемна техніка» (шифр, найменування)

ЗАТВЕРДЖУЮ  
Завідувач кафедри  
В. М. Шутко  
«\_\_» \_\_\_\_\_ 2021 р.

## ЗАВДАННЯ

### на виконання дипломної роботи

Горохова Анастасія Вікторівна

(П.І.Б., випускника)

**1. Тема дипломної роботи:** «Цифровий фільтр нижніх частот для аудіосиг налів»

затверджена наказом ректора від «01» квітня 2021 р. №526/ст

**2. Термін виконання роботи:** з 17 травня 2021 р. по 20 червня 2021 р.

**3. Вихідні дані роботи:** синтезувати фільтр та провести фільтрацію аудіосигналу.

**4. Зміст пояснювальної записки:** перелік умовних скорочень, вступ, основні обробки аудіосигналів, аналіз існуючих фільтрів та їх структура, синтез та моделювання фільтру низьких частот, результати роботи цифрового СІХ-фільтру з лінійною фазочастотною характеристикою, висновки, список використаної літератури.

**5. Перелік обов'язкового ілюстративного матеріалу:** графічне представлення результатів моделювання фільтру нижніх частот,

**1. Календарний план-графік**

№ п\п	Завдання	Термін виконання	Підпис керівника
1.	Огляд та обробка літератури за темою дипломної роботи	30.03.2021	
2.	Аналіз існуючих рішень	07.04.2021	
3.	Підготовка матеріалів першого розділу кваліфікаційної роботи	16.04.2021	
4.	Підготовка матеріалів другого розділу кваліфікаційної роботи	24.04.2021	
5.	Підготовка матеріалів третього розділу кваліфікаційної роботи	03.05.2021	
6.	Підготовка матеріалів четвертого розділу кваліфікаційної роботи	15.05.2021	
7.	Оформлення документації кваліфікаційної роботи	31.05.2021	

**2. Дата видачі завдання:** «29» березня 2021р.

Керівник дипломної роботи Бойко І.Ф. (підпис керівника) (П.І.Б.)

Завдання прийняв до виконання Горохова А.В. (підпис випускника) (П.І.Б.)

## РЕФЕРАТ

Пояснювальна записка до кваліфікаційної роботи «Цифровий фільтр низьких частот для аудіосигналів» : сторінок 44 , рисунків 44, використаних джерел 11 .

**Мета дипломної роботи :** Цифрова фільтрація аудіосигналів за допомогою фільтрів зі скінченною імпульсною характеристикою з лінійною фазочастотною характеристикою

**Об'єкт роботи:** Цифровий СІХ-фільтр з лінійною фазочастотною характеристикою

**Предмет роботи:** Часові та частотні характеристики фільтра, моделювання фільтра.

**Метод дослідження:** Теорія лінійних дискретних систем, зокрема, цифрова фільтрація, цифрова обробка аудіосигналів, застосування комп'ютерних технологій, зокрема MATLAB.

## ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ

ЛДС – лінійно-дискретна система

СІХ-фільтр – фільтр з скінченною імпульсною характеристикою АЧХ – амплітудно-частотна характеристика

ФЧХ – фазочастотна характеристика

ЦФ – цифровий фільтр

## ЗМІСТ

5

**ВСТУП**.....

..... 8 **РОЗДІЛ** 1

..... 10

**ОСНОВИ ОБРОБКИ АУДІОСИГНАЛІВ**.....

10 **РОЗДІЛ** 2

..... 14

<b>ОСНОВИ</b>	<b>ЦИФРОВОЇ</b>	<b>ФІЛЬТРАЦІЇ.</b>
.....	14	
2.1	<b>Лінійні</b>	<b>дискретні системи</b>
.....	14	<b>2.2</b>
<b>Опис ЛДС у комплексній (z-області) та частотній областях</b> .....		<b>Опис ЛДС у</b>
.....		<b>17</b>
.....		<b>2.3</b>
22	<b>2.4</b>	<b>Структури цифрових</b>
<b>фільтрів</b> .....		<b>24</b>
.....		<b>2.5</b>
<b>Характеристики цифрових фільтрів НЧ</b> .....		
26		
		<b>РОЗДІЛ 3.</b>
.....		29
		<b>СИНТЕЗУВАННЯ ФІЛЬТРУ</b>
<b>НЧ</b> .....		<b>29</b>
<b>Баттерворта</b> .....		<b>30</b>
<b>Фільтри Чебишева</b> .....		<b>31</b>
		<b>3.1</b>
		<b>Фільтри</b>
		<b>3.2</b>
		<b>3.3</b>
<b>фільтри</b> .....		<b>33</b>
		<b>3.4</b>
		<b>Фільтри Бесселя</b>
.....		<b>34</b>
.....		<b>РОЗДІЛ 4.</b>
.....		36

<b>МОДЕЛЮВАННЯ РОБОТИ ФІЛЬТРУ НЧ .....</b>	<b>36</b>
4.1	6
SPTool.....	36
<b>Опис</b>	
<b>ВИСНОВОК.</b>	
.....	43
<b>СПИСОК</b>	
<b>ЛІТЕРАТУРИ.....</b>	<b>44</b>



## **ВСТУП**

Для людини звук є одним із засобів пізнання всесвіту. Він нас оточує, це, наприклад, мова, плач, сміх, музика, морський прибій, це

частина нашого життя. Звукові (акустичні) сигнали розрізняють по походженню. Сигнали які мають «природній» шлях так часто й називають саме звуковими, але якщо вони пройшли «технічну» обробку, тоді говорять об аудіосигналах.

Системи обробки звуку, аудіосистеми, мають широке розповсюдження в нашому житті. Однією з технологій обробки аудіосигналів є цифрова обробка сигналів (ЦОС). Ця технологія одна з найпотужніших в сучасному житті. Вона проникла в усі сфери діяльності людини. Системи ЦОС мають високу гнуч

кість, їх постійно можна обновляти, доповнюючи новими програмами та алгоритмами, при чому перепрограмування можливе без зміни обладнання. Під час цифрового оброблення сигналів іноді виникає необхідність додавання програмно-апаратних блоків, які мають за мінімальний час вирішувати різні задачі. В багатьох випадках це задачі цифрової фільтрації, які є одним з базових алгоритмів ЦОС взагалі.

Значна частина систем цифрової обробки сигналів орієнтована на обробку аудіосигналів. Властивість акустичних сигналів поширюватись в пружних середовищах є основою для дослідження фізичних об'єктів (неруйнуючі методи контролю), цифрова обробка музики дозволяє запобігти деяким спотворенням сигналів, а також проводити деякі ускладнення (ревербація, вібрато тощо).

Синтез та розпізнавання мови застосовується для здійснення зв'язку «людина-машина», особливо це важливо для людей, які страждають вадами. Для комп'ютерного синтезу мови використовується декілька методів. Основні базуються або на цифровому запису (коли людський голос оцифровується і зберігається в стислому вигляді в пам'яті), або на емуляції мовного тракту (імітуються фізичні механізми, які відбуваються коли людина розмовляє).

Автоматичне розпізнавання людської мови достатньо складне. Ця

задача – це класичний приклад коли з задачею легко справляється людський мозок, але сучасні системи обробки мають ускладнення. Сучасні комп'ютери можуть зберігати і відтворювати величезну кількість даних, за якісь миті виконувати найскладніші математичні обчислення, ефективно виробляти повторювальні операції і не «втомлюватись». Але дуже часто погано справляються з обробкою даних реального світу, які надходять з датчиків безпосередньо.

Як ми вже говорили, в практиці обробки цифрових аудіосигналів, значне місце займають цифрові фільтрації. В реальних системах завжди на сигнал накладаються різного роду завади, які спотворюють сигнал. Окрім того, при не лінійних перетвореннях сигналів виникає ціла низка гармонік, які теж потрібно відфільтрувати для вирішення задач. Також різні пристрою мають свій діапазон роботи і сигнали за допомогою фільтрації утримують в цих діапазонах.

## РОЗДІЛ 1

### ОСНОВИ ОБРОБКИ АУДІОСИГНАЛІВ

Життя наповнене найрізноманітнішими звуками: тикання годинника, гул мотора, шум вітру, спів птахів та голоси людей. Як народжуються звуки, люди почали здогадуватись вже давно. Ще Аристотель пояснював природу звуку, як поперемінне стиснення та розрідження повітря. Струна, що коливається, то стискує повітря, то розріджує. Завдячуючи пружності повітря ці впливи передаються в простір – від шара до шара, виникають пружні хвилі. Вони, коли доходять до вуха, впливають на барабанні перетинки і ми отримуємо відчуття звуку.

Людина сприймає пружні хвилі з частотою від 16 Гц до 20кГц. Тому,

пружні хвилі в будь-якому середовищі, частоти яких лежать в цих межах мають назву звукових хвиль, або просто звуком.

Джерелом звуку в газах та рідинах можливі не тільки вібруючі тіла. Стрімко несуче тіло в повітрі як би розриває оточуючий його потік, породжуючи в області стиснення та розрідження. Звук також може розширюватись у вигляді прокольних чи поперечних хвиль. У газоподібному та рідинному середовищі виникають тільки продольні хвилі, коли коливання відбувається тільки в тому напрямку, в якому поширюється хвиля. В твердих тілах, окрім продольних хвиль, виникають також поперечні. Це коли частини середовища коливаються в напрямках перпендикулярних до напрямку поширення хвилі.

Звукові хвилі несуть енергію, яку їм передає джерело звуку. Величина кінетичної енергії, яка переноситься через квадратний сантиметр поверхні називають потоком енергії. Вона є виразом сили звуку. Для людини інтенсивність звуку знаходиться від порога чутності та больовим порогом, які індивідуальні, та можуть змінюватись на протязі життя.

10

**Звуковий сигнал** є поданням звуку з використанням якогось рівня електричної напруги для аналогових сигналів або послідовності двійкових чисел для цифрових. Звукові сигнали можуть як синтезуватись безпосередньо, або надходити на перетворювач, наприклад мікрофон, звукознімач музичного інструменту та інші. Цифрові аудіо системи представляють звукові сигнали у різних цифрових форматах.

В деяких літературних джерелах розрізняють звукові сигнали та аудіосигнали. Звукові сигнали ми чуємо вухом, а аудіосигнали - сигнали які обробляються в цифрових та аналогових аудіосистемах. Тому в книжках досить часто трапляється, що одні й ті самі сигнали можуть назватись як

звуків, так і аудіо. Часто це залежить від перекладача, бо звуковий сигнал англійською audiosignal.

Аудіосигнали можуть характеризуватися такими параметрами, як пропускна здатність, номінальний рівень, рівень потужності в децибелах (дБ) та рівень напруги. Зв'язок між потужністю та напругою визначається імпедансом шляху проходження сигналу. Сигнальні шляхи можуть бути односторонніми або збалансованими.

Пропускна здатність, або смуга пропускання (рис. 1.1) визначається як різниця граничних частот АЧХ, при якому амплітуда коливань становить не менше 20%. Параметри, які характеризують смугу пропускання – це ширина смуги та нерівномірність АЧХ в межах цього діапазону.

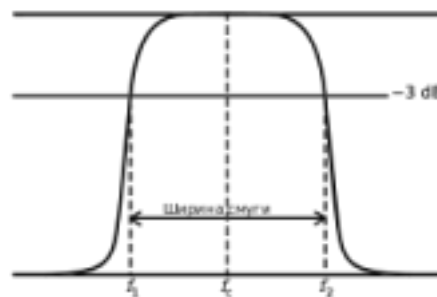


Рис. 1.1. Смуга пропускання.

Вимоги смуги пропускання визначаються їх призначенням, наприклад телефонний зв'язок 300-3400 Гц, телевізійне мовлення до 8 МГц. Ширина смуги

впливає на кількість переданої інформації, чим ширше тим більше, а ослаблення нерівномірності покращує відтворення форми сигналу.

В даний час оброблення аудіосигналів проводиться переважно в цифровому вигляді за допомогою звукових процесорів. Сучасне програмне забезпечення дозволяє здійснювати високу складність для перетворення звукових сигналів і створювати найнеймовірніші звукові ефекти. В аналоговій техніці майже кожен окремий звуковий ефект

створюється шляхом використання окремого пристрою, коли кожен такий пристрій може коштувати дуже дорого. У цифровій техніці якість обробки сигналів набагато менше залежить від якості апаратури. Для різних маніпуляцій зі звуком не потребується постійна зміна обладнання, досить змінити програмне забезпечення. Саме тому цифрова техніка сьогодні майже витіснила зі студій стару аналогову апаратуру.

Механізми цифрової обробки звуку реалізуються як в програмному, так і апаратному виконанні. Найбільш часто обробка звуку здійснюється за допомогою звукових карт з використанням звукових редакторів спеціального призначення.

У аудіотехніці частотна корекція звукових сигналів здійснюється за допомогою різних пристроїв та фільтрів, які можуть бути у вигляді окремої апаратури або програмного продукту:

- фільтри обмеження смуги частот,
- фільтри плавного підйому і спаду АЧХ,
- смугові фільтри,
- фільтри «присутності»
- графічні еквайзери,
- параметричні еквайзери,
- параграфічні еквайзери,
- кросовери.

12

По тому, які частоти фільтром пропускаються (затримуються), фільтри, використовувані при частотній корекції, підрозділяються на наступні групи.

1. Фільтр низьких частот (Lowpass - LP) виділяє нижні частоти до

частоти зрізу  $c$

$f$  пригнічує частоти вище цієї частоти.

2. Фільтр високих частот (Highpass - HP) виділяє частоти вище частоти зрізу  $i$  і пригнічує частоти нижче цієї частоти.

3. Смуговий фільтр (Bandpass - BP) виділяє частоти вище частоти зрізу  $c_l$  і нижче частоти зрізу  $c_h$ . Частоти нижче  $c_l$  вище  $c_h$  придушуються.

4. Смуговий режекторний фільтр (Bandreject -BR) виділяє частоти вище частоти зрізу  $c_h$  і нижче частоти зрізу  $c_l$ . Частоти нижче  $c_h$  вище  $c_l$  придушуються.

5. Вузькосмуговий фільтр (Resonator filter) пропускає частоти в вузькій смузі поблизу частоти зрізу  $c$

$f$ .

6. Вузькосмуговий режекторний фільтр (Notch filter) пригнічує частоти у вузькій смузі поблизу частоти зрізу  $c$

$f$ .

7. Все пропускний фільтр - фазовий фільтр (Allpass filter) пропускає всі частоти, але змінює фазу вихідного сигналу.

## РОЗДІЛ 2

### ОСНОВИ ЦИФРОВОЇ ФІЛЬТРАЦІЇ.



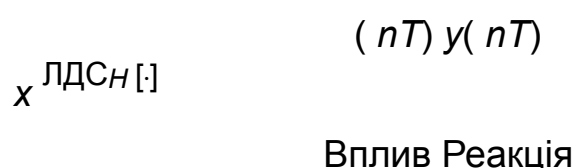
## 2.1 Лінійні дискретні системи

Лінійні системи займають достатньо значне місце в системах обробки інформації. Багато з цих систем фільтри. В системах ЦОС достатньо широке застосування знаходять цифрові фільтри.

Всі реальні системи в тій чи іншій мірі є нелінійні. Але в певному діапазоні деякі системи мають невелику нелінійність і їх можна віднести до класу лінійних. Це значно спрощує процедуру аналізу та синтезу систем, бо для лінійних систем розроблені ефективні методи їх опису, моделювання та аналізу.

Поняття системи досить широко використовується як в повсякденному житті, так і в науці і техніці. В найбільш загальному розумінні, системою називають будь-яку сукупність предметів будь-якої природи, що взаємодіють між собою. При цьому системи можуть бути розбиті на підсистеми, які самі є системами. Сукупність взаємопов'язаних електронних елементів та пристроїв, що забезпечують виконання задач, пов'язаних з певним перетворенням інформаційних сигналів електричної природи, називають системою обробки сигналів.

Для можливості застосування математичних методів при вивченні системи обробки інформації, потрібно мати її математичну модель. З цією метою будь-яку систему обробки сигналів умовно будемо зображати у вигляді прямокутника (рис. 2.1). Зліва прямокутника стрілка вказує на вхід системи.  $x(nT)$  позначає вхідний сигнал системи або зовнішній вплив і представляє собою дію на систему як зовнішнього середовища, так і інших систем.



Стрілка справа вказує *вихід системи*, а  $y(t)$  це *реакція системи, відгук або вихідний сигнал*. Всередині прямокутника вказують характеристики системи, які, як правило, дозволяють встановити зв'язок між вхідним і вихідним сигналами. Таке умовне зображення системи обробки сигналів використовується коли виконується аналіз системи, тобто знаходження вихідного сигналу  $y(t)$  при відомих вхідному сигналові  $x(t)$  і характеристиках системи, внутрішня структура системи та її побудова не розглядається.

Для кожного виду системи характерний певний вид вхідних і вихідних сигналів. Позначимо простір вхідних сигналів як  $X$ , а простір вихідних сигналів -  $Y$ . В цьому випадку кажуть, що система обробки сигналів однозначно перетворює вхідний сигнал  $x \in X$  в реакцію  $y \in Y$ , встановлює взаємно однозначну відповідність між елементами вхідного  $X$  і вихідного  $Y$  просторів сигналів. В математиці така взаємно однозначна відповідність між просторами функцій носить назву *оператора*. Будемо позначати цей оператор як  $H(\cdot)$ , де точка умовно позначає деяку функцію. Тоді для системи, зображеної на рис. 2.1 можемо записати таке

$$\text{співвідношення між входом і виходом } y(t) = H[x(t)].$$

В деяких випадках при описі систем обробки сигналів потрібно додатково вказувати величини, які характеризують взаємодію різних частин системи один на одного, внутрішню взаємодію. Кажуть, що ці величини характеризують *положення (стан) системи в різні моменти часу* в процесі перетворення вхідного сигналу  $x \in X$  в реакцію  $y \in Y$ . Ці величини називають *змінними стану* системи. В кожен момент часу змінні стану представляють собою певний вектор, а множину всіх можливих векторів змінних стану називають *простором станів* системи.

Вхідні і вихідні сигнали системи та вектор станів залежать від часу, тому кажуть, що вони характеризують *функціонування* або *поведінку* системи у часі.

15

*Математичною моделлю системи обробки сигналів* називають сукупність чотирьох елементів: простір вхідних впливів  $X$ , простір вихідних реакцій  $Y$ , простір станів і оператор  $H(\cdot)$ .

Розглянемо оператор  $L(\cdot)$ , який задовольняє наступним умовам: - *адитивності*

$$L(x_1 + x_2) = L(x_1) + L(x_2); \quad (2.1)$$

$$L(x) = \sum_{j=1}^n L_j(x_j) \quad (2.1)$$

- *однорідності*

$$L(\alpha x) = \alpha L(x) \quad (2.2)$$

Такий оператор  $L(\cdot)$  називають лінійним. Якщо система описується лінійним оператором  $L(\cdot)$ , то вона називається лінійною.

Співвідношення (2.1) і (2.2) можна об'єднати в одне, а саме

$$L(\alpha x + \beta y) = \alpha L(x) + \beta L(y) \quad (2.3)$$

яке отримало назву *принципу суперпозиції*. Тоді лінійну систему можна означити як систему, що задовольняє принципу суперпозиції.

Для дискретних систем вхідні і вихідні сигнали є дискретними, вони

за дані лише в окремі фіксовані моменти часу. Їх опис здійснюється на основі кінцево-різницевих виразів. У загальному випадку для дискретної системи, на ос

нові кінцево-різницевих виразів, різницеве рівняння має

вигляд:  $\nabla \nabla \nabla$

$$\begin{aligned} & y_n y_{n-1} y_{n-2} y_{n-3} \\ & a_n a_{n-1} a_{n-2} a_{n-3} \end{aligned} + + \dots + + =$$

$$\begin{aligned} & (y_n - a_n y_{n-1}) - (y_{n-1} - a_{n-1} y_{n-2}) + (y_{n-2} - a_{n-2} y_{n-3}) - \dots \\ & \Delta \nabla y_n - \Delta \nabla (a_n y_{n-1}) + \Delta \nabla (a_{n-1} y_{n-2}) - \dots \end{aligned} \quad (2.4)$$

$$\begin{aligned} & x_m x_{m-1} x_{m-2} x_{m-3} \\ & b_m b_{m-1} b_{m-2} b_{m-3} \end{aligned} (y_n - a_n y_{n-1}) - (y_{n-1} - a_{n-1} y_{n-2}) + (y_{n-2} - a_{n-2} y_{n-3}) - \dots$$

де позначено  $\Delta = - y_t y_{t-1} y_{t-2} y_{t-3} (iii) ( ) ( -1 )$  - різниця назад (або зростаюча різниця) першого порядку,

$$\Delta = \Delta \Delta = \Delta - = - - + = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ | & | & | \\ | & | & | \end{bmatrix} y_t y_{t-1} y_{t-2} y_{t-3} y_{t-4} y_{t-5} y_{t-6} y_{t-7}$$

$$( ) ( ) ( ) ( ) ( ) ( ) ( ) ( )_2$$

$$y_t y_{t-1} y_{t-2} y_{t-3} y_{t-4} y_{t-5} y_{t-6} y_{t-7}$$

$$= - + \quad \begin{matrix} iii \\ - - \\ 1 \ 1 \ 1 \end{matrix} 2$$

- різниця назад другого порядку і т. д. У загальному випадку зростаюча різниця порядку  $n$

$$\nabla^n = - \sum_{i=0}^{n-1} \binom{n-1}{i} (-1)^i \nabla^{n-1-i}$$

В (2.4) приріст дискретного аргументу  $t$

При нормованому часі різницеве рівняння має вигляд

$$\sum_{i=0}^{n-1} \binom{n-1}{i} (-1)^i \nabla^{n-1-i} y(t) = b$$

(2.4A)  $\sum_{i=0}^{n-1} \binom{n-1}{i} (-1)^i \nabla^{n-1-i} y(t) = b$

$$\sum_{i=0}^{m-1} \binom{m-1}{i} (-1)^i \nabla^{m-1-i} y(t) = b$$

частіше використовується вже приведені

$$\sum_{i=0}^{n-1} \binom{n-1}{i} (-1)^i \nabla^{n-1-i} y(t) = b$$

$$+ + \dots + - + =$$

$$\sum_{i=0}^{n-1} \binom{n-1}{i} (-1)^i \nabla^{n-1-i} y(t) = b$$

(2.4Б)  $\sum_{i=0}^{n-1} \binom{n-1}{i} (-1)^i \nabla^{n-1-i} y(t) = b$

$$\sum_{i=0}^{m-1} \binom{m-1}{i} (-1)^i \nabla^{m-1-i} y(t) = b$$

$m$

$110$

або у вигляді

$$y(n) = \sum_{m=0}^{n-1} b(m)x(n-m) + a(n) \quad (2.4B)$$

яке ще має назву алгоритму роботи ЛДС.

## 2.2 Опис ЛДС у часі

Задача опису ЛДС у часі полягає у встановленні залежності між вхідними та вихідними сигналами, які представлені у часовій області. Для цього треба знати відповідні характеристики системи, які повинні також бути залежними від дискретного часу.

Дискретні сигнали, що використовуються в системах ЦОС, досить різноманітні. І задля уніфікації задач аналізу їх проходження через ЛДС треба мати можливість представляти такі складні сигнали у вигляді зваженої суми деяких стандартних сигналів. Тоді можна знайти відгук на кожен складову зваженої суми, результат скласти і знайти відгук на весь складний сигнал. І отримати від-

17

повідь на задачу аналізу проходження складного сигналу через ЛДС.

Отже треба знати реакцію ЛДС на дію стандартного сигналу. Таким чином, часові характеристики ЛДС представляють собою реакції на певні стандартні дискретні сигнали.

В теорії ЛДС такими стандартними сигналами є одиничний імпульс і функція у вигляді одиничного стрибка. Розглянемо перший одиничний імпульс. Він визначається наступним виразом:

$$\delta(n) = \begin{cases} 1, & n=0 \\ 0, & n \neq 0 \end{cases}$$

$$\delta = \begin{cases} 1, & n=0 \\ \neq 0, & n \neq 0 \end{cases} \quad (2.5)$$

На рис. 2.2 зображено одиничний імпульс.

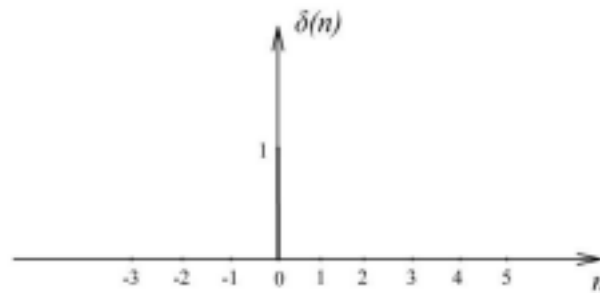


Рис. 2.2. Одиничний імпульс

Можна розглядати також зсунуті у часі одиничні імпульси.

Затриманий у часі на  $m$  дискретних інтервалів одиничний імпульс (див. рис. 2.3, а) запишеться так:

$$\delta(n-m) = \begin{cases} 1, & n=m \\ 0, & n \neq m \end{cases}$$

$$\delta - = \begin{cases} 1, & n=m \\ \neq 0, & n \neq m \end{cases} \quad (1.6A)$$

$$\delta(n-m) = \begin{cases} 1, & n=m \\ 0, & n \neq m \end{cases}$$

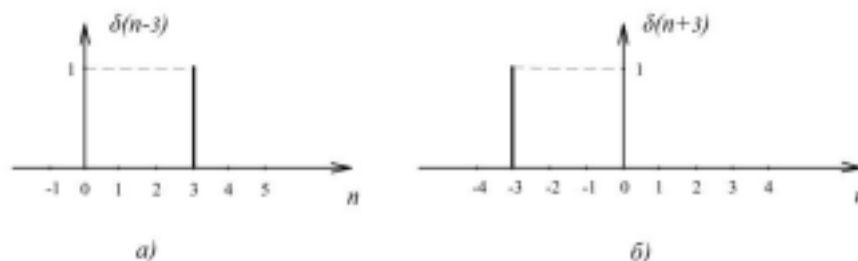


Рис. 1.3. Затриманий у часі а) і випереджаючий б) одиничні імпульси

Випереджаючий на  $m$  дискретних інтервалів одиничний імпульс (рис.2.3, б)

$$\delta(n-m) = \begin{cases} 1 & n=m \\ 0 & n \neq m \end{cases} \quad (2.6Б)$$

В усіх трьох виразах (2.5), (2.6А) і (2.6Б) дискретна змінна  $n, m, \dots = \pm 0, 1, 2, \dots$ . Відгук стаціонарної ЛДС,  $h(n-m)$ ,  $n, m, \dots$

$$h(n-m) = \delta(n-m) = \begin{cases} 1 & n=m \\ 0 & n \neq m \end{cases} \quad (2.7)$$

яка знаходиться в нульовому стані, на дію тестуючого одиничного сигналу  $\delta(n)$  (2.5) має назву *імпульсної характеристики*.

Умова *фізичної можливості* для стаціонарних ЛДС в термінах імпульсної характеристики:

$$h(n-m) = 0 \text{ для } n < m$$

Розглянемо дискретний одиничний стрибок. Будемо визначати його виразом:

$$\sigma(n) = \begin{cases} 1 & n \geq 0 \\ 0 & n < 0 \end{cases} \quad (2.8)$$

На рис. 2.4 зображено тестовий сигнал у вигляді дискретного одиничного стрибка.



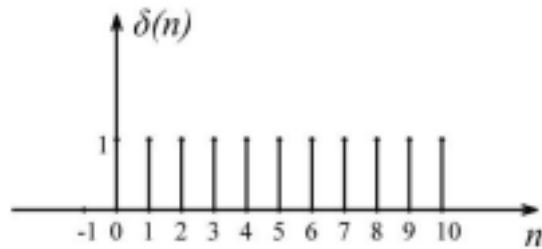


Рис. 2.4. Одиничний стрибок

Можна розглядати також зсунуті у часі одиничні стрибки. Формули іден тичні як у імпульсної характеристики

$$\delta(n-m)$$

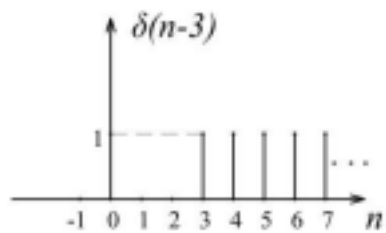
$$\sigma^- = \begin{cases} 1 & n \geq m \\ 0 & n < m \end{cases} \quad (2.9A)$$

$$\delta(n-m)$$

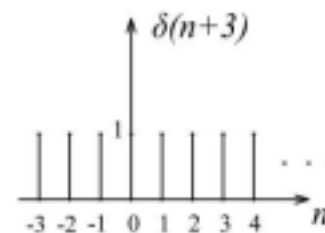
$$\delta(n-m)$$

$$\sigma^+ = \begin{cases} 1 & n \geq m \\ 0 & n < m \end{cases} \quad (2.9B)$$

$$\delta(n-m)$$



а)



б)

Рис. 1.5. Затриманий у часі а) і випереджаючий б) одиничні стрибки  
Випереджаючий на  $m$  дискретних інтервалів одиничний стрибок (рис.1.5, б)

Між типами тестуючих сигналів існує зв'язок, що виражається

співвідношеннями:

$$\sigma = \delta - \sum_{m=-\infty}^{\infty} g(n-m) \delta(n-m) \quad (2.10)$$

$$\nabla \sigma = \delta - \sum_{n=-\infty}^{\infty} g(n) \delta(n) \quad (2.11)$$

де різниця назад  $\nabla \sigma = \sigma - \sigma - (n, n, n) ( ) ( 1)$ , а  $\nabla = - - = n n ( 1 1 )$  - приріст у дискретному нормованому часі. Тому ми можемо переписати (2.11):

$$\delta = \nabla \sigma = \pm \pm (n, n, n, , , , \dots) ( ) 0 1 2 \quad (2.12)$$

На основі тестового сигналу (2.8) записується визначення ще однієї характеристики лінійних дискретних систем, яка називається *перехідною характеристикою*.

Реакція стаціонарної ЛДС, що знаходиться в нульовому стані, на дію одиничного стрибка (2.11) називається її перехідною характеристикою,

$$\text{тобто } g(n) = \sigma = [ ] ( )^{0 1 2} [ ] \quad (2.13)$$

20

Умова *фізичної можливості* для стаціонарних ЛДС в термінах перехідної характеристики (2.13) має вигляд:

$$g(n) = < 0 \text{ } \hat{=} \hat{=} 0.$$

Згідно зі співвідношеннями (2.11) і (2.12) можна записати інше співвідношення між перехідною та імпульсною характеристикою ЛДС. Імпульсна характеристика

$$h_{n-m} g_{n-m} = \nabla^{-1} \delta(n-m), \quad 0, 1, 2, \dots \quad (2.14A)$$

для стаціонарної ЛДС. В (2.14)  $\nabla^{-1} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} g_{n-m} g_{n-m}^{-1} \delta(n-m)$  - приріст назад за дискретною змінною  $n$ .

Перехідна характеристика (3.14) при будь-якому фіксованому  $m$

$$g_{n-m} h_{n-m} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} g_{n-m-k} g_{n-m-k}^{-1} \delta(n-m-k) \quad (2.14B)$$

$m$  ЛДС.  
для стаціонарної

Розглянемо деякий дискретний сигнал

$$s_n = \sum_{k=0}^{N-1} a_k \delta(n-k), \quad n = 0, 1, 2, \dots, N-1 \quad (2.15)$$

Такий сигнал можна записати в термінах стандартних сигналів: одиничного імпульсу (2.5) або одиничного стрибка (2.8). На основі одиничного імпульсу

$$s_n = \sum_{k=0}^{N-1} a_k \delta(n-k) = \sum_{k=0}^{N-1} a_k \delta(n-k) \quad (2.16)$$

тобто сигнал представлений у вигляді зваженої суми зсунутих у часі одиничних імпульсів, роль вагових коефіцієнтів відіграють відповідні відліки сигналу (2.15). Співвідношення (2.16) представляє дискретну згортку самого сигналу  $s_n$  (2.15) і одиничного імпульсу  $\delta(n)$  (2.5).

На основі означення імпульсної характеристики стаціонарної ЛДС (2.7) та представлення (2.16) дискретного сигналу (2.15) в термінах одиничного імпульсу  $\delta(n)$  відгук запишеться як:

$$y(n) = \sum_{k=0}^{n-1} s(k)h(n-k) \quad (2.17)$$

Відповідно, відгук стаціонарної ЛДС представляє собою дискретну згортку сигналу  $s(n)$ ,  $n = 0, 1, 2, \dots, N-1$ , що діє на систему, і імпульсної характеристики  $h(n)$ .

Оскільки операція згортки комутативна, то співвідношення (2.24) можна записати і в іншому вигляді:

$$y(n) = \sum_{k=0}^{n-1} h(k)s(n-k) \quad (2.18)$$

Обидві формули є рівноцінними і використання залежить від конкретного виду вхідного сигналу та імпульсної характеристики.

### 2.3 Опис ЛДС у комплексній (z-області) та частотній областях

Найбільш загальним для аналогових сигналів є операторний метод їх зображення в комплексній площині:

$$X(p) = \int_0^{\infty} x(t)e^{-pt} dt \quad (2.19)$$

де  $p = \sigma + j\omega$  – комплексний оператор Лапласа або комплексна частота.

На відміну від аналогових сигналів і систем перетворення (2.19) не приводить до раціональних функцій при математичному описі дискретних сигналів і систем на комплексній  $P$ -площині. Цій умові відповідає  $Z$  перетворення дискретних сигналів, що визначається співвідношенням

$$\begin{aligned}
 Zx &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] z^{-n} \\
 &= \sum_{n=0}^{\infty} x[n] z^{-n} + \sum_{n=-\infty}^{-1} x[n] z^{-n} \\
 &= \sum_{n=0}^{\infty} x[n] z^{-n} + \sum_{n=0}^{\infty} x[-n-1] z^{n+1} \\
 &= \sum_{n=0}^{\infty} x[n] z^{-n} + z \sum_{n=0}^{\infty} x[-n-1] z^n
 \end{aligned}
 \tag{2.20}$$

Так як

$$\exp\{j\omega nT\} = \exp\{j(\sigma + j\omega) nT\} = \exp\{\sigma nT\} \exp\{j\omega nT\}
 \tag{2.21}$$

22

то усі безкінечні періодичні повторення нулів та полюсів дискретного фільтра в площині  $s$  перетворюються в одну точку в площині  $z$ .

$Z$ -перетворення, обчислене на одиничному колі, призводить до перетворенню Фур'є дискретного сигналу, який визначає його спектр:

$$\begin{aligned}
 Xz &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] e^{-j\omega nT} \\
 &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] e^{-j\omega nT}
 \end{aligned}
 \tag{2.22}$$

В часовій області зв'язок між входом та виходом описується за допомогою різницевого рівняння та згортки. В  $Z$ -області зв'язок між входом та виходом системи описується за допомогою системної функції

$$Y(z) = \frac{b_0 z^k + b_1 z^{k-1} + \dots + b_m}{a_0 z^m + a_1 z^{m-1} + \dots + a_n} \quad (2.23A)$$

або

$$Y(z) = H(z) X(z) \quad (2.23B)$$

Стійкість системи при характеризуються особливими точками (полюсами) та нулями системної функції.

Нуль – значення  $z$ , при яких СФ дорівнює нулю. Особлива точка (поліус) – значення  $z$ , при яких знаменник СФ дорівнює нулю.

В частотній області зв'язок між входом та виходом має назву частотної характеристики  $H(e^{j\omega})$  (2.24). Він описує частотний взаємозв'язок між впливом та реакцією. Використовуються амплітудно-частотні (АЧХ)  $A(\omega)$  (2.25) та/або фазо-частотні (ФЧХ)  $\phi(\omega)$  (2.26) характеристиками.

$$Y(e^{j\omega}) = H(e^{j\omega}) X(e^{j\omega}) \quad (2.24)$$

$$A(\omega) = |H(e^{j\omega})| \quad (2.25)$$

$$H e^{j \omega} = \frac{1 - e^{-j \omega}}{1 - e^{-j \omega_0}} \quad (2.26)$$

### 2.4 Структури цифрових фільтрів

Ми розглянули різницеве рівняння цифрового фільтра у вигляді алгоритму (2.4В). Згідно цього виразу сигнал на виході фільтра залежить від затриманого вхідного, а також від попередніх відліків на виході, тому для реалізації фільтра нам потрібна лінія затримки.

З теорії z-перетворення, затримка на один відлік відповідає множенню образу  $z^{-1}$  на  $z^{-1}$ . Також ми потребуємо помножувачі на постійні коефіцієнти  $a$

та  $b$  суматори

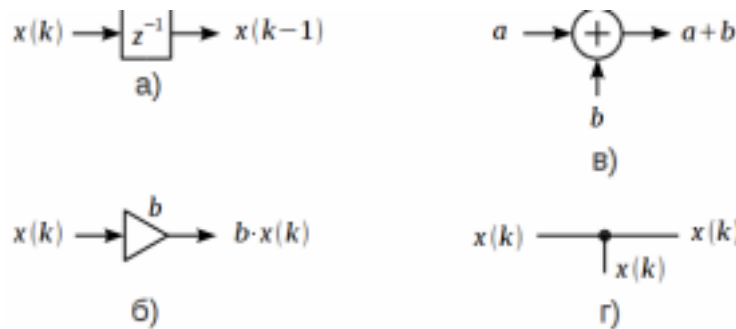


Рис. 2.6 Позначення блоків цифрового фільтра.

Різницеве рівняння СІХ-фільтра не має рекурсивної частини:

$$y_k = \sum_{m=0}^{k-1} b_m x_{k-m}$$

$$\sum_{m=0}^m \dots = 0 \quad .27)$$

Структурна схема нерекурсивного СІХ-фільтра зображена на

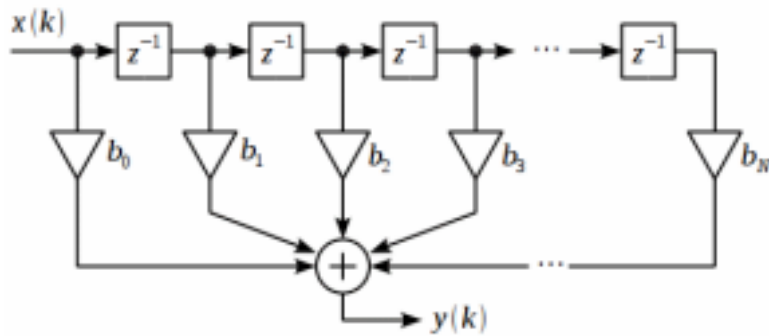


рис.2.7.

Рис.2.7 Структурна схема нерекурсивного СІХ-фільтра

В загальному випадку СІХ-фільтр порядку  $N$  має  $N+1$  ліній затримки та  $N+1$  коефіцієнт. Якщо коефіцієнт  $b_0$

$b_0 = 1$ , то получимо СІХ-фільтр порядку  $N$

у якого помноження на  $b_0$

$b_0 = 1$  буде тривіальним. Імпульсна характеристика СІХ

фільтра завжди скінченна і повністю співпадає з коефіцієнтами

фільтра. При побудові НІХ-фільтра алгоритм роботи фільтру

можна привести до

вигляду:

$$\sum_{k=0}^m \sum_{m=0}^m b_m a_m y_k x_k$$

$$\dots$$

$$\dots$$

$$\dots$$

$$\dots$$

$$\dots$$

$$\dots$$

$$\dots$$

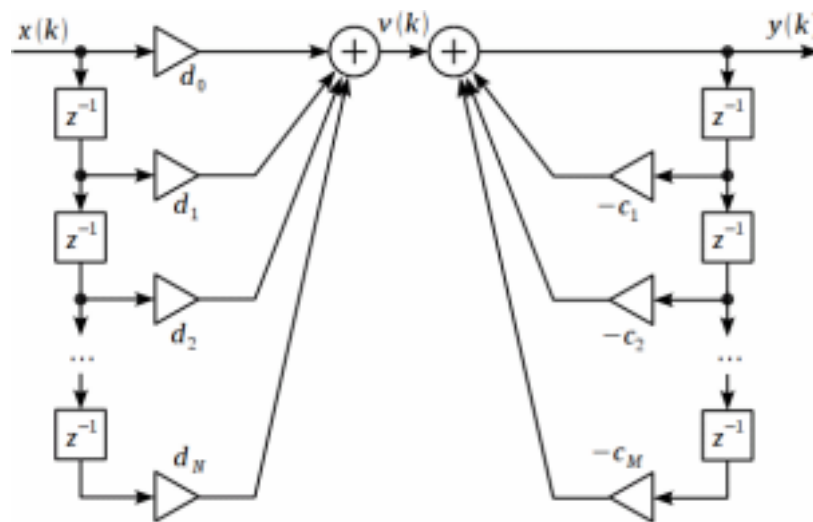
$$\dots$$

$$\dots$$

$$\dots$$



У виразі (2.28) можна виділити нерекурсивну частину  $v(k)$  та рекурсивну частину  $y(k)$ . Тоді НІХ-фільтр можна представити як суму нерекурсивної та рекурсивної частин.



Мал.2.8 Прямая форма НІХ-фільтра

Таке представлення НІХ-фільтра має назву прямої форми реалізації. Кількість ліній затримки дорівнює  $N + M$ , що більше ніж кількість ліній затримки

25

СІХ-фільтру того ж порядку (порядок НІХ-фільтра дорівнює максимальній степені поліному чисельника або знаменника системної функції). З'єднав лінії затримки структури (рис.2.9), маємо канонічну форму НІХ фільтра

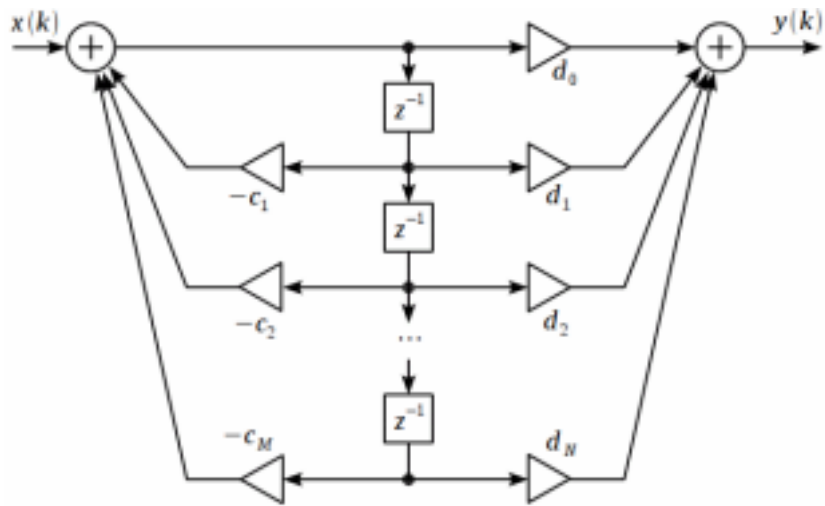


Рис.2.9 Канонічна форма НІХ-фільтра

У канонічній формі НІХ-фільтра кількість ліній затримки завжди дорівнює порядку фільтра.

## 2.5 Характеристики цифрових фільтрів НЧ

Як ми говорили, однією з форм представлення цифрового фільтра, це представлення системною функцією  $H(z)$ :

$$\begin{aligned}
 Y(z) &= \sum_{n=0}^{\infty} y[n] z^{-n} \\
 X(z) &= \sum_{n=0}^{\infty} x[n] z^{-n} \\
 H(z) &= \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{\sum_{n=0}^{\infty} y[n] z^{-n}}{\sum_{n=0}^{\infty} x[n] z^{-n}} \\
 &= \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \dots + b_M z^{-M}}{1 + c_1 z^{-1} + c_2 z^{-2} + \dots + c_N z^{-N}}
 \end{aligned}
 \tag{2.29}$$

Частотний коефіцієнт передачі дискретного фільтра (

)<sup>j</sup> H e

ω:

26

$$Y e b a H e d c a ( ) ( ) , äå ; , 0 .$$

$$= = = = = \neq \sum \sum (2$$

$$j n n n m$$

$$X e a a ( )_1$$

$$j M M n m$$

$$a e c e$$

$$\omega - \omega - \omega$$

$$j m j m$$

$$+ m m$$

$$= = 0 1 0 0$$

$$0 .30)$$

Амплитудно-частотна характеристика (АЧХ) цифрового фільтра це  
мо дуль  $H ( ) \omega$ , а фазочастотна (ФЧХ) - аргумент  $\Phi \omega ( )$ :

$$H H e ( ) ( ) ; \omega =$$

j

$$\begin{aligned}
 & \omega \\
 & \arg \left( \frac{H e^{j\omega}}{H e^{j\omega}} \right) = \arctan \left( \frac{\text{Im} \left( \frac{H e^{j\omega}}{H e^{j\omega}} \right)}{\text{Re} \left( \frac{H e^{j\omega}}{H e^{j\omega}} \right)} \right) \\
 & \tau(\omega) = - \frac{d\phi(\omega)}{d\omega} \quad .31)
 \end{aligned}$$

Групова затримка - похідна від

$$\phi(\omega) = \arg \left( \frac{H e^{j\omega}}{H e^{j\omega}} \right) \quad .32)$$

$$\tau(\omega) = - \frac{d\phi(\omega)}{d\omega}$$

АЧХ і ФЧХ та групова затримка цифрового фільтра неперервні функції частоти. При цьому  $e^{j\omega}$  періодична функція з періодом  $2\pi$ , так як

$e^{j(\omega + 2\pi)} = e^{j\omega} e^{j2\pi} = e^{j\omega}$ . Таким чином, характеристику цифрового фільтра можна проаналізувати тільки на інтервалі  $2\pi$  рад/с.

ЦФ також визначається своєю імпульсною характеристикою, перетворення Фур'є від якої дає частотний коефіцієнт передачі. Якщо частотний коефіцієнт передачі – періодична функція частоти, імпульсна характеристика  $h(k)$  дискретного фільтра визначається перетворенням Фур'є  $e^{j\omega k}$ :

$$H(\omega) = \sum_{k=0}^{\infty} h(k) e^{-j\omega k}$$

$$h(k) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} H(\omega) e^{j\omega k} d\omega, \quad 0, 1, 2, \dots$$

$$\dots \quad .33)$$

Розраховувати імпульсну характеристику через інтеграл не зручно, кількість відліків імпульсної характеристики  $h_k()$  НЧ-фільтра нескінченна, і їх обчислити неможливо, але якщо фільтр стійкий, то  $h_k()$  зменшується зі збіль-

27

шенням  $k$ , й можна вирахувати задану кількість відліків імпульсної характеристики за допомогою швидкого перетворення Фур'є (FFT).

Цей шлях розрахунку приводить до частотного коефіцієнта передачі в частотній області, з послідуочим перетворенням в часову.

При синтезі цифрових фільтрів НЧ ми маємо три частотних полоси. Полосу послаблення, полосу пропускання та затухання (рис. 2.10).

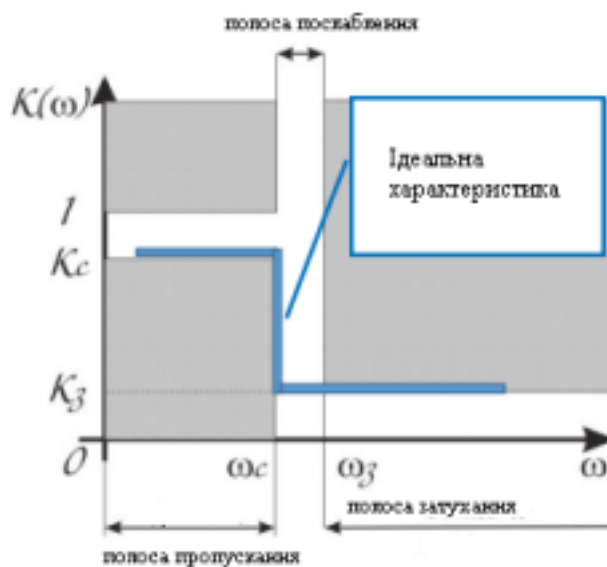


Рис.2.10 АЧХ НЧ фільтру

Ступінь близьості реальної та ідеальної характеристик фільтру оцінюють наступними параметрами:

$\omega_c$ - частота зрізу;

$\omega_z$ - границя полоси затухання;

$K_c$  – рівень АЧХ який визначає нерівномірність в полосі пропускання;  $K_3$  - рівень АЧХ який визначає послаблення в полосі затухання.

Додатково в зв'язку з ефектом Гіббса в полосах пропускання та затухання можливі пульсації.

Також іноді визначають, як якісну характеристику крутизна АЧХ.

28

### РОЗДІЛ 3. СИНТЕЗУВАННЯ ФІЛЬТРУ НЧ

Смуга пропускання фільтра нижніх частот лежить в межах від нульової частоти до частоти зрізу  $\omega_c$ . Зазвичай частоту зрізу визначають як частоту, на якій величина  $K_j(\omega)$  дорівнює  $1/20 \approx 0.05$  від максимального значення (або в логарифмічних одиницях менше максимального значення на 3 дБ). Смуга за тримування (придушення) починається від частоти затримування  $\omega_3$  і триває до безкінечності.

Іноді можна зустріти визначення частоти затримування як частоти, на якій величина затримки менше максимального значення на 40 дБ, що відповідає зменшенню амплітуди в 100 разів. У реальних фільтрів між смугами пропускання і затримування знаходиться перехідна смуга. У ідеального фільтра перехідна смуга відсутня. Властивості реальних фільтрів сильно залежать від того, яка саме математична функція обрана для апроксимації частотної характеристики ідеального фільтра, тобто від того якими поліномами описуються їх передавальні функції. Саме вибір виду апроксимуючого полінома (а відповідно і розташування його нулів і полюсів на комплексній площині) визначають вид амплі

літудно-частотних характеристик в смузі пропускання, в перехідній полосі і в смузі затримання.

Найбільш часто застосовуються апроксимації поліномами Баттерворта, Чебишева і Кауера. Фільтри, одержувані на основі даних апроксимацій називають відповідними іменами - фільтр Баттерворта, фільтр Чебишева, фільтр Кауера. також застосовуються еліптичні фільтри і фільтри Бесселя.

29

Фільтри Баттерворта характеризуються монотонної і найбільш плоскою амплітудно-частотної характеристикою в смузі пропускання, при цьому в па діння характеристики відбувається недостатньо різко.

Фільтри Чебишева відрізняються різким спадом амплітудно-частотних характеристик в перехідній смузі, але в смузі пропускання ці характеристики не є монотонними. На практиці застосовуються два види фільтрів Чебишева, які отримали назву фільтрів першого та другого роду.

Фільтри Бесселя характеризуються фазочастотними характеристиками близькими до ідеальних, відповідними лінійній однорідній функції від частоти. Цей тип фільтрів практично не спотворює форму вхідного сигналу, але їх амплітудно-частотні характеристики в перехідній смузі, ще більш пологі, навіть у порівнянні з фільтрами Баттерворта.

### **3.1 Фільтри Баттерворта**

Передавальна функція передачі фільтра Баттерворта (Butterworth filter) не має нулів, а її полюси рівномірно розташовані на комплексній площині в лівій половині окружності одиничного радіуса. Завдяки такому розміщенню АЧХ фільтра Баттерворта виявляється дуже простий і

монотонно спадної в зоні нижніх частот де  $\omega$  - частота зрізу фільтра Баттерворта,  $N$  - порядок фільтра Баттерворта.

$$|H(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^{2N}}}$$

Апроксимуюча функція Баттерворта, використовувана для отримання максимально гладкої АЧХ фільтра без урахування вимог до ФЧХ. АЧХ таких фільтрів не має пульсацій ні в смузі пропускання, ні в смузі затримання. Фільтр Баттерворта має АЧХ, яка в середині смуги пропускання близька до плоскої, а за межами смуги пропускання швидкість загасання збільшується і при порядку фільтра рівному  $N$  може досягати  $20 \cdot N$  дБ на декаду. До недоліків викорис-

тання функції Баттерворта можна віднести те, що при заданому порядку фільтри, створені на її основі, мають найширшу перехідну смугу в порівнянні з фільтрами, які використовують інші апроксимуючі функції.

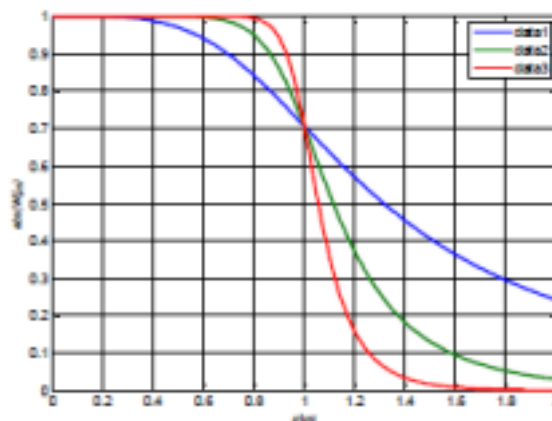


Рис.3.1. АЧХ нормованого фільтра Баттерворта



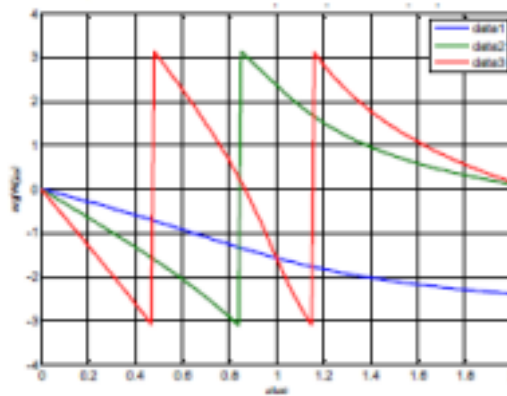


Рис.3.2. ФЧХ нормованого фільтру Баттерворта

### 3.2 Фільтри Чебишева

Апроксимуюча функція Чебишева на відміну від максимально плоскої апроксимації Баттерворта допускає нерівномірність АЧХ в смузі пропускання або смузі затримання фільтра. В області частоти зрізу АЧХ фільтрів Чебишева має майже прямокутну форму, але при цьому вони мають велику нерівномірність АЧХ в смузі пропускання. Чим більше пульсацій в смузі пропускання фільтра Чебишева, тим більше крутий вигляд має АЧХ в області частоти зрізу для фільтра заданого порядку. Фільтри Чебишева можуть бути двох видів:

- фільтри Чебишева I роду - АЧХ фільтра пульсує в смузі пропускання і є гладкою в смузі затримання. Передавальна функція фільтра Чебишева I роду не має нулів, а її полюси розташовані в лівій половині еліпса на комплексній площині.

- фільтри Чебишева II роду - АЧХ фільтра є гладкою в смузі пропускання і пульсує в смузі затримання.

Фільтри Чебишева не можуть мати пульсації одночасно і в смузі пропускання, і в смузі затримання. У порівнянні з фільтром Баттерворта того ж порядку фільтр Чебишева забезпечує більш крутий спад АЧХ в області переходу від смуги пропускання до смуги

затримування, проте нелінійність їх ФЧХ істотно вище.

Характеристика фільтра Чебишева першого роду

$$|A(\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \epsilon^2 T^2(\omega/\omega_c)}} \quad (1)$$

Поліном Чебишева при  $\omega/\omega_c < 1$  коливається в діапазоні  $(-1, 1)$ , а при  $\omega/\omega_c > 1$  необмежено зростає за абсолютною величиною. Цим визначається поведінка АЧХ фільтра Чебишева першого роду, яка в смузі пропускання коливається між одиницею і величиною  $1/\epsilon$ , а поза нею монотонно загасає до нуля. Залежно від порядку фільтра АЧХ на нульовій частоті має значення 1 (при непарному порядку фільтра) або  $1/\epsilon$  (при парному значенні порядку). На частоті зрізу коефіцієнт передачі фільтра дорівнює рівню пульсацій АЧХ в смузі пропускання,

$$|A(\omega_c)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \epsilon^2}} \quad (2)$$

При синтезі фільтрів Чебишева першого роду замість нерівномірності пульсацій  $\epsilon$  можуть використовувати показник, який має назву рівня пульсацій  $R_p$  і задається в децибелах.

$$R_p = 20 \lg \frac{1}{\epsilon} = 20 \lg \frac{1}{\sqrt{1 + \epsilon^2}} \quad (3)$$

Передавальна функція фільтру Чебишева другого роду має як полюси, так і нулі. Зв'язана з передавальною функцією Чебишева першого роду

$$W(s)W(s_2) = -1.$$

Тому фільтру Чебишева 2 роду іноді називають інверсними фільтрами Чебишева.

АЧХ

$$|H(j\omega)| = \frac{1}{\epsilon \sqrt{1 - \epsilon^2 T_c^2(\omega)}}.$$

Характеристика у полосі пропускання монотонно затухає, а в полосі за тримки коливається між нулем та значенням  $\frac{1}{\epsilon}$ .

$$\frac{1}{\epsilon}.$$

У зв'язку з інверсійною природою фільтру, дещо інакше розуміється значення частоти зрізу. Частотою зрізу фільтру Чебишева другого роду враховується початок полоси затримки фільтру, а не кінець полоси пропускання.

АЧХ фільтру другого роду на нульовій частоті дорівнює 1, а на частоті зрізу – заданому рівню пульсацій в полосі затримки.

### 3.3 Еліптичні фільтри

Еліптичні фільтри (фільтри Кауєра) (elliptic filter, Cauer filter) в деякому сенсі вміщують в себе властивості фільтрів Чебишева першого та другого роду. АЧХ цього типа фільтрів мають пульсації як в полосі затримки, так і в полосі пропускання. За рахунок цього при фіксованому порядку фільтру вдається за

безпечити максимально можливу крутизну АЧХ в перехідній зоні між

полоса ми затримки та пропускання.

Системна функція еліптичного фільтра має як полюси так і нулі. Нулі цього типу фільтра є чисто мнимими й утворюють комплексно-спряжені пари.

33

Кількість нулів дорівнює максимальному парному числу, але не перевершує порядок фільтра.

Використання такого типу фільтра дозволяє синтезувати таку форму АЧХ, яка забезпечує повне подавлення компонент спектра в полосі затримки поблизу частоти зрізу.

Апроксимуюча еліптична функція використовується для фільтрів з самою крутою АЧХ при заданому порядку фільтра. Але вони мають найпоганішу форму ФЧХ порівняно з іншими типами фільтрів.

АЧХ має пульсації однакової величини як в полосі пропускання, так і в полосі затримки

$$A K_j, \quad \omega = \omega = + \varepsilon \omega \gamma$$

$$\left( \right) \left( \right) \left( \right)$$

$$R, \quad 22$$

$$1_N$$

$$\left( \right)$$

${}^2R, N \omega \gamma$  - еліптична функція Якобі.

### 3.4 Фільтри Бесселя

Загальною властивістю фільтрів Баттерворта, Чебишева, Кауєра є то, що різні спектральні складові вхідного сигналу проходячи через фільтр мають різну часову затримку. Виникаючі спотворення із-за цього збільшуються зі зростанням порядку фільтра та рівня пульсацій.

Коли подібне спотворення сигналу недопустиме, і важніше передати сигнал без спотворень, ніж визначати характер вносимого затухання, використовуються так звані фільтри Бесселя (Bessel filter).

Апроксимуюча функція Бесселя використовується для отримання най більш лінійної ФЧХ фільтру без врахування АЧХ. В результаті ці фільтри мають майже постійну групову затримку.

АЧХ фільтра Бесселя стримиться до гауссової кривої зі збільшенням по рядку фільтру. Практична цінність фільтрів Бесселя складається в тому, що для

34

них залежність групової затримки від частоти є максимально гладкою і мало змінюється в полосі пропускання.

Системна функція має вигляд

$$H(s) = \beta_0 \sum_{k=0}^{N_k} \frac{\beta_k}{s^{2k}} \binom{N_k}{k} \frac{2!}{(N_k - k)!}$$

Вона має тільки полюси, які лежать у додатній області речової осі.

## **РОЗДІЛ 4.**

### **МОДЕЛЮВАННЯ РОБОТИ ФІЛЬТРУ НЧ**

Фільтри НЧ мають велике використання в аудіосистемах. Для моделювання оберемо фільтр НЧ, який використовується у сабвуферах. Їх задача відтворювати низькі звуки, вибухи, грохот, шум приходящих машин. Їх конструкція не дозволяє використовувати високі звуки,

середня частота зрізу 60-80Гц.

Бо якщо до них надходять більш високі частоти їх динамік, який створює потужну звукову хвилю, може вийти з ладу.

Тому для такого фільтру дуже важлива крутизна АЧХ і менш пульсації. Для цього дуже підходить еліптичний фільтр.

Для моделювання використаємо бібліотеку SPTool Matlab.

#### 4.1 Опис SPTool

Графічний інтерфейс SPTool (Signal Processing Tool) (рис.4.1) являє собою сукупність інтерактивних інструментів, забезпечує зручний наочний і швидкий доступ до важливих функцій ЦОС і підтримує широкий спектр операцій обробки сигналів.

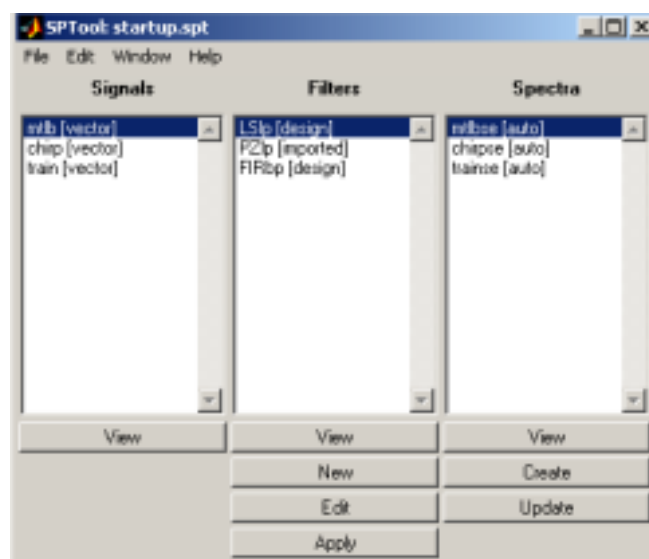


Рис. 4.1 Головне вікно SPTool

Додатково SPTool забезпечує множину інших можливостей: імпорт/експорт сигналів та спектрів, вимірювання деяких характеристик та пара метрів.

SPTool складається з чотирьох графічних компонент:

- Signal Browser – дозволяє можливості просмотра, вимірювання та аналізу сигналів;
- Filter Designer – дозволяє різними методами розраховувати та редагувати різні типи цифрових фільтрів;
- Filter Viewer – дає можливість повністю проаналізувати характеристики розрахованого фільтра;
- SpectrumViewer – дозволяє досліджувати сигнали в частотній області різними методиками розрахунку спектра.

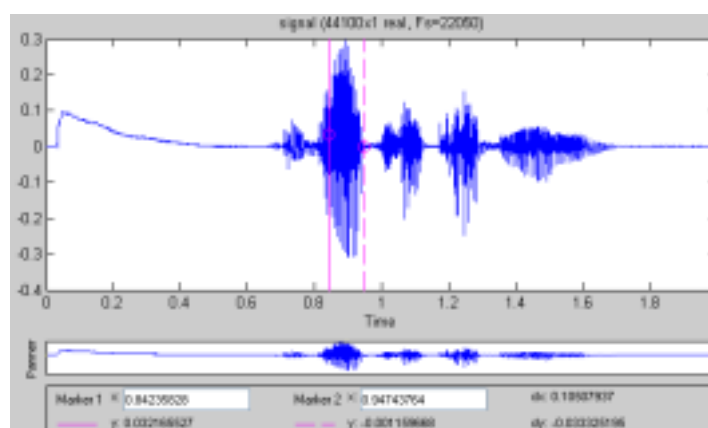


Рис. 4.2 Вікно Signal Browser



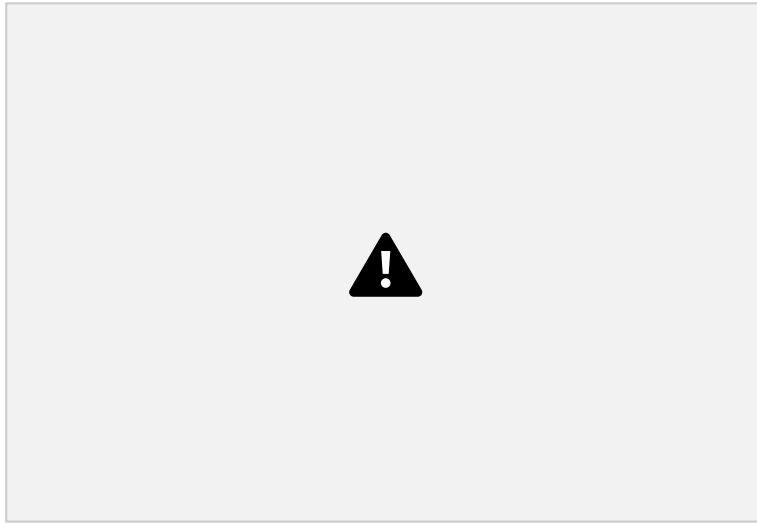


Рис. 4.3 Вікно Filter Designer



Рис. 4.4 Вікно Filter Viewer

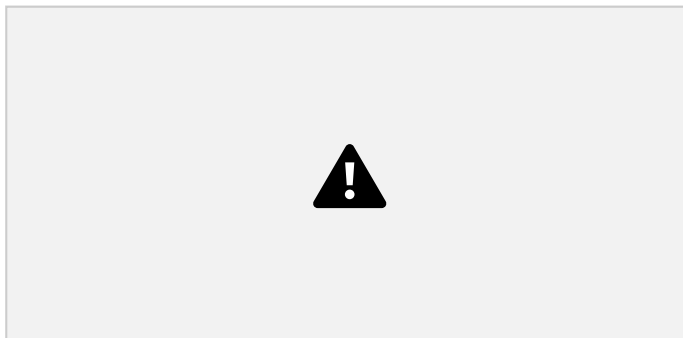


Рис. 4.5 Вікно SpectrumViewver

## 4.2 Схема фільтрації

Формуємо фільтр

Рис.4.6. Параметри еліптичного фільтру

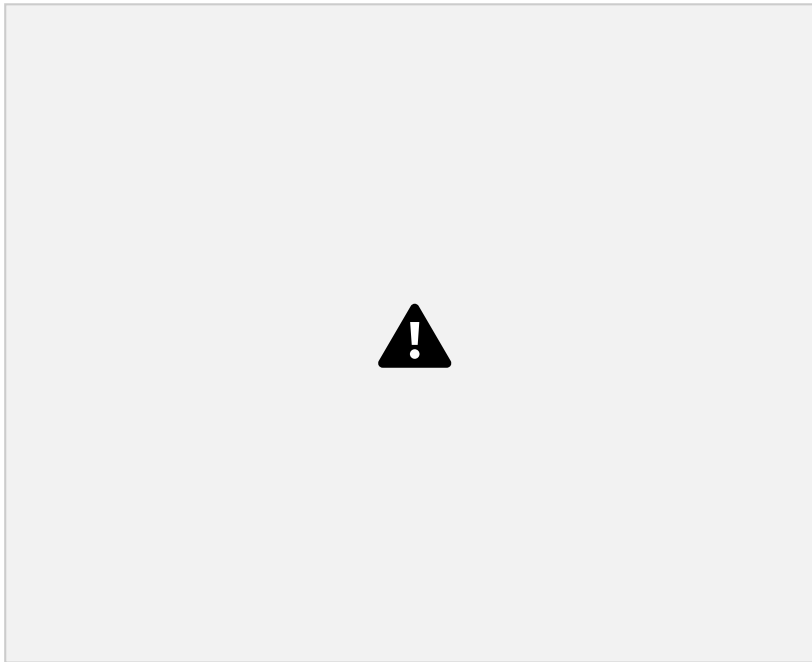


Рис.4.7 АЧХ фільтру

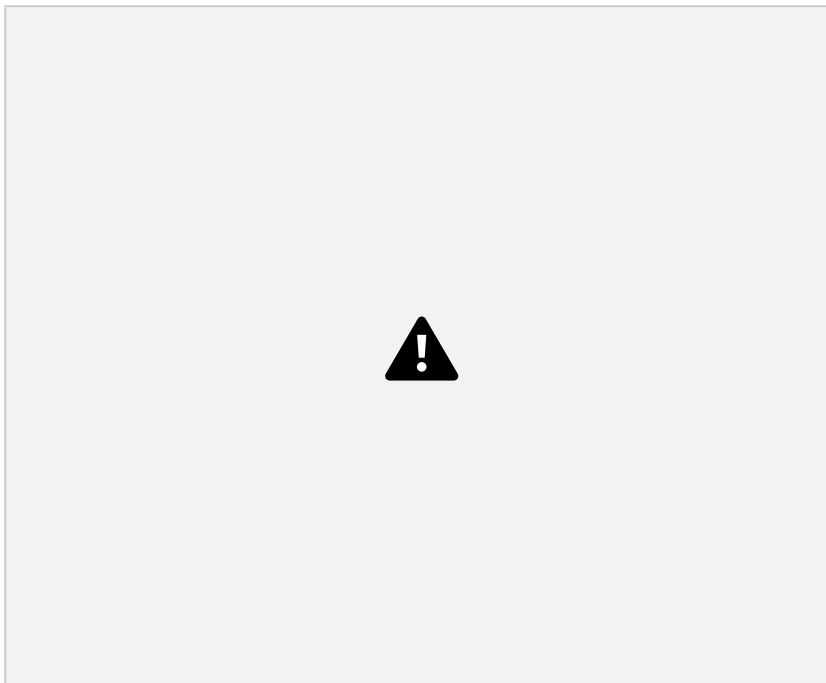


Рис. 4.8 ФЧХ фільтру

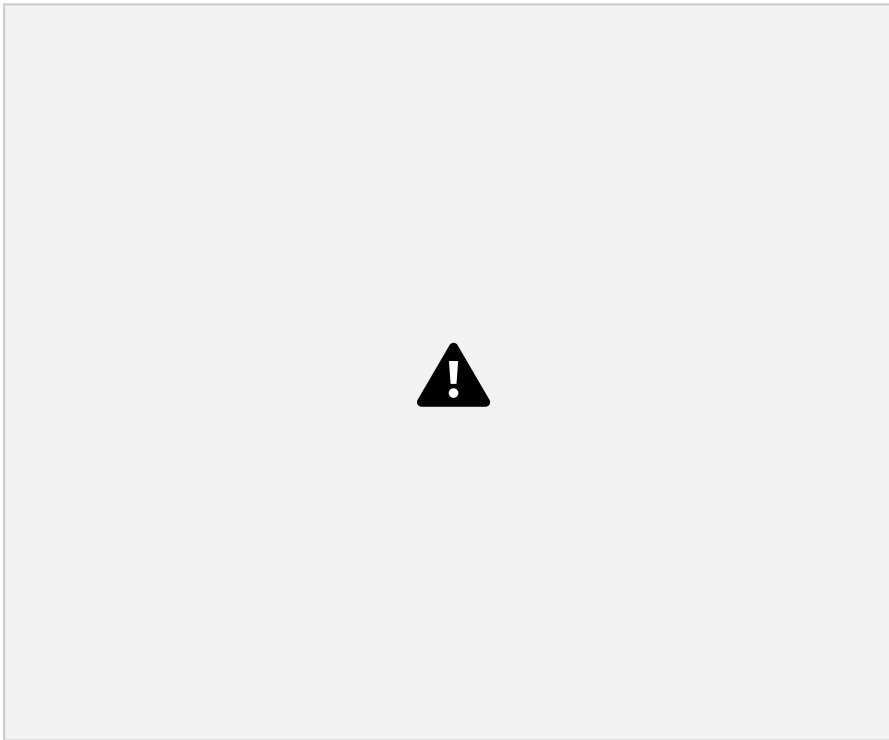


Рис.4.9 Імпульсна

характеристика

Завантажуємо сигнал «гудок паровоза»

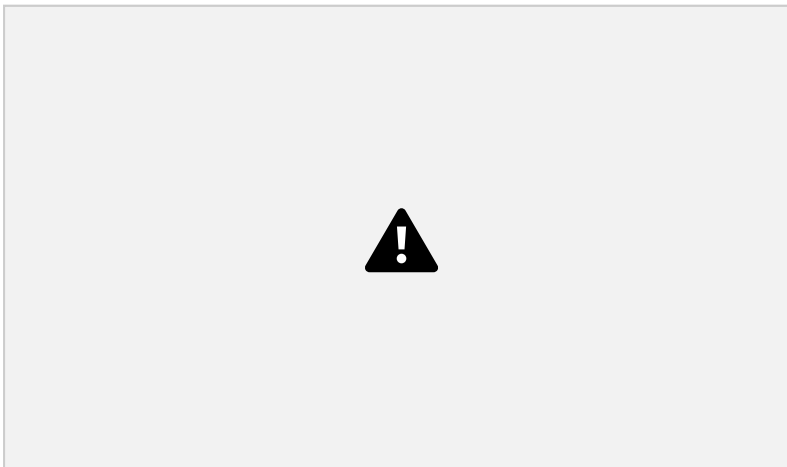


Рис. 4.10 Сигнал «гудок

паровоза» та його спектр

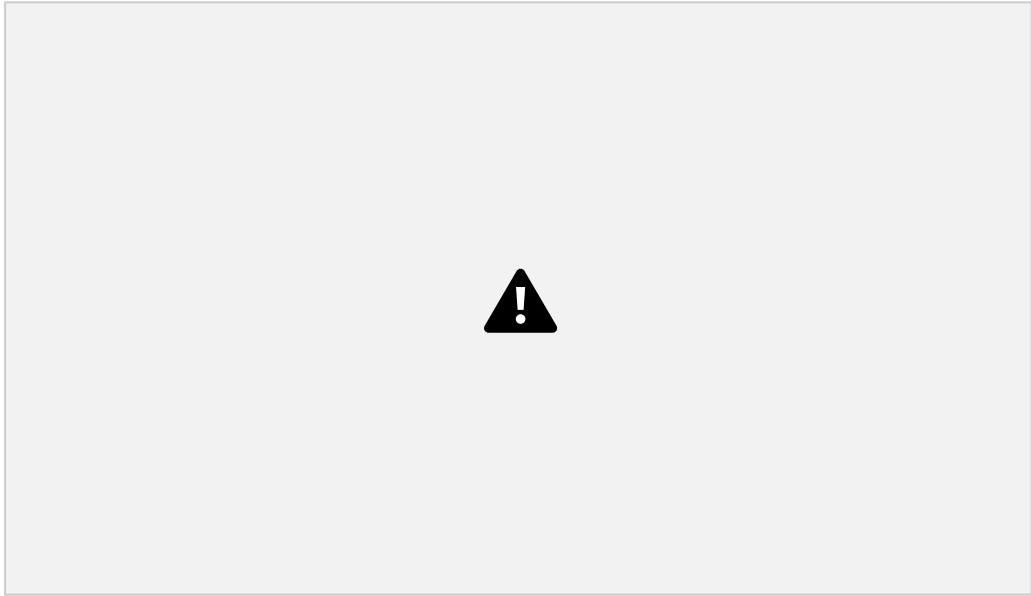


Рис.4.11 Відфільтрований сигнал та його спектр

Зі спектру відфільтрованого сигналу видно, що більшість високо частотних складових щезла.

**ВИСНОВОК.**

1.Проведений в роботі аналіз видів та методів синтезу цифрових фільтрів НЧ.

2.Розглянуто різні методи синтезування фільтрів НЧ.

3.Проаналізовано використання фільтрів в цифровій обробці

аудіосигналів. 4.Синтезований фільтр та проведена фільтрація

аудіосигнала.

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Солонина А.И., Улахович Д.А. и др. Основы цифровой обработки сиг налов: курс лекций. СПб: БХВ-Петербург, 2005.*
2. *Гольденберг Л.М., Матюшкин Б.Д., Поляк М.Н. Цифровая обработка сигналов: учебное пособие для вузов. М.: Радио и связь, 1990.*
3. *Айфичер, Эммануил С., Джервис, Барри У. Цифровая обработка сиг налов: практический подход. - М.: Изд. дом "Вильямс",*

2004. - 992 с. 4. *Сергиенко А. Б.* Цифровая обработка сигналов, 2-е изд. СПб.: Питер, 2006.

5. *Скляр Б.* Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение. – М., С-Пб, К, 2003. – 1097с.

6. *Дьяконов В., Абраменкова И.* Matlab – обработка сигналов и изображений. – С-Пб, Питер, 2002. – 602с.

7. <http://aprodeus.narod.ru>

8. <http://parkaudio.ua>

9. <http://www.dsplib.ru>

10. *Вологдин Э.И.* Методы и алгоритмы обработки звуковых сигналов: Курс лекций. - СПб.: СПбГУТ, 2009. - 96 с.

11. *Попов О.Б.* Компьютерный практикум по цифровой обработке аудио сигналов : учеб. пособие / О.Б. Попов .— М. : Горячая линия – Телеком, 2010 .— 165 с.