УДК 519.872

Коба О.В., д.ф.-м.н.
Інститут кібернетики ім. В.М. Глушкова НАНУ

СИСТЕМА ОБСЛУГОВУВАННЯ З ОБМЕЖЕНИМ ЧИСЛОМ ПОВТОРЕНЬ ЗАЯВОК

Системи масового обслуговування (СМО) з поверненням заявок доволі молода гілка теорії систем обслуговування [1-5]. Одна з перших робіт з цієї тематики є робота професора Будапештського університету ім. Л. Етвоша Ласло Лакатоша, що присвятив її практичній задачі моделювання посадки повітряного судна з направленням в зону очікування. Як математичну модель цього процесу Лакатош розглядав СМО *M/M/1* з поверненням, в якій вхідний потік є потік Пуассона з параметром λ, час обслуговування розподілений за експоненціальним законом з параметром μ; обслуговування заявки починається відразу в момент її появи в системі або в моменти, що відрізняються від моменту появи на час, кратний деякому T у відповідності з $FCFS$ дисципліною обслуговування. Л.Лакатош у роботі [6] вивчив поведінку такої СМО методом вкладених ланцюгів Маркова; ним було віднайдено твірну функцію величини черги і встановлено умову ергодичності:$\lambda/\mu < e^{-\lambda T}(1-e^{-\mu T})/(1-e^{-\lambda T})$. Лакатош вперше розглянув системи з повторенням з детермінованою орбітою та $FCFS$дисципліною обслуговування.

Розглянемо СМО *M/D/1* зі сталим часом перебування на орбіті, вхідним потоком Пуассона з параметром λ, часом обслуговування $\tau > 0$. Допускається m циклів на орбіті, кожний цикл тривалості $T > \tau$. Якщо ж обслуговування через m або менше циклів так і не наступило, то заявка губиться.

Ймовірність втрати заявки позначимо як Q_m. Для функціонування системи цей показник і являє найбільший інтерес.

Введемо марковський процес$Z(t) = (\kappa(t), N_k(t); \overline{\zeta}(t))$, де$\kappa(t)$ - індикатор зайнятості каналу; $N_k(t)$ - число затриманих в k -ий раз заявок $(1 \le k \le m)$; $\overline{\zeta}(t) = (\zeta_0(t), \zeta_{kj}(t))$, де $\zeta_0(t)$ - час до закінчення обслуговування заявки, що знаходиться в каналі, якщо $\kappa(t) = 1$; $\zeta_0(t) = 0$, якщо $\kappa(t) = 0$; $\zeta_{kj}(t)$ - час до повернення j -ої заявки з числа $(1 \le j \le N_k(t))$.

Теорема 1. При будь-яких $0 < \tau < T$, $\lambda > 0$, $m \ge 1$ процес $Z(t)$ має ергодичний розподіл.

Доведення теореми базується на теоремі Сміта для регенеруючих процесів [7].

Визначимо ймовірність втрати заявки. В загальному випадку обчислення Q_m проводиться методом Монте-Карло. Проте в умовах малого навантаження, коли $\rho = \lambda\tau \to 0$, можна знайти асимптотику Q_m. Позначимо $\lambda\tau = \rho$.

Теорема 2. Нехай $\lambda > 0, T > 0$ фіксовані, $\tau \to 0$. (В даному випадку, це те саме, що $\rho \to 0$). Тоді $Q_m \sim c_m \rho^{m+1}$.

Сталі c_m можна визначити способом рекурентного обчислення наступним чином. Введемо сталі c_{ki}, де $0 \le k \le m, k + 1 \le i \le m + 1$. Тоді за умови малого навантаження сталі c_{ki} визначаються як $c_{0i} = 1/i!$, $1 \le i \le m+1$; $c_{ki} = \sum_{j=k+1}^{i} \frac{c_{k-1,j}}{(i-j)!}, 1 \le k \le m,\ k + 1 \le i \le m + 1$. Отже маємо: $c_k = c_{k,k+1}, 0 \le k \le m$.

Використані джерела

1. *Artalejo J.A* classified bibliography of research in retrial queueing. Progress in 1990-1999. *Top*. 1999. N7. P.187-211.

2. *Artalejo J.A* classified bibliography of research in retrial queueing. Progress in 2000-2009. *Mathematical and Computer Modeling*. 2010, Vol 51, P.1071-1081.

3. *Kucheryava O.M.* Modelling of Convergent Network// Electronics and Control Sysrems. – 2(48), 2016. – pp.122-126.

4. *Serebriakova, S.V.* Algorithm of the Statistical Modeling of Retrial Queuing System GI / G / m / 0 / / K / D // Proceedings *Aviation in the XXI Century,* October, 2018, Kyiv, Ukraine, pp. 4.3.47 - 4.3.50.

5. *Коба Е.*В. Система типа *M/M/1/0* с повторением и комбинированной дисциплиной обслуживания //Кибернетика и системный анализ. – №3. 2017. – С.67-72.

6. *Lakatos L.* On a simple continuous cyclic-waiting problem // Annales Univ. Sci. – Budapest, Sect. Comp. – 1994. – №14. – P. 105-113.

7. *Smith W.L.* Regenerative stochastic processes // Proc. Roy. Soc. London A. – 1995. – 232. – P. 6-31.