

**НАЦІОНАЛЬНИЙ АВІАЦІЙНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ФАКУЛЬТЕТ ТРАНСПОРТУ, МЕНЕДЖМЕНТУ І ЛОГІСТИКИ**

КАФЕДРА ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ

**Методичні рекомендації з організації самостійної роботи студентів
з дисципліни «Вища математика»**

для студентів галузі знань: 16 «Хімічна та біоінженерія»
Спеціальність: 162 «Біотехнології та біоінженерія»
Освітньо-професійні програми: «Фармацевтична біотехнологія»
«Екологічна біотехнологія та біоенергетика»

Укладач: к.т.н., Петрусенко В.П.

Методичні рекомендації розглянуті та схвалені
на засіданні кафедри вищої математики

Протокол № ____ від «__» ____ 20__ р.

Завідувач кафедри _____ І. Ластівка

Тема: Лінійна алгебра

Завдання для самостійної роботи

1. Обчислення визначників 2-го, 3-го і старших порядків.
2. Знаходження суми, різниці, добутку матриць.
3. Знаходження рангу матриць.
4. Знаходження оберненої матрицю.
5. Розв'язання квадратної СЛАР методом Крамера, через обернену матрицю.
6. Розв'язання довільної СЛАР методом Гаусса.
7. Дослідження СЛАР на сумісність за теоремою Кронекера-Капеллі.

Література

1. Антоненко В.Ф., Ключ І.С., Горідько Р.В., Чуб Л.О. Вища математика. Модуль 1. Лінійна, векторна алгебра та аналітична геометрія: Навч. посібник. – К.: Книжкове вид-во НАУ, 2006. – 300 с.
2. Дубовик В.П., Юрик І.І. Вища математика: Навч. посібник. –К.: А.С.К., 2001. – 681с.
3. Денесюк В.П., Репета В.К. Вища математика. Частина 1: Навч. посібник. – К.: Книжкове вид-во НАУ, 2007. – 295 с.

Методичні рекомендації

1. Опрацювання матеріалу лекцій
2. Підготовка до практичних занять
3. Виконання домашніх завдань до практичних занять
4. Виконання індивідуального домашнього завдання
5. Опрацювання літератури.

Питання для самоконтролю

1. Що називається визначником другого порядку?
2. Що називається визначником третього порядку?
3. Що називається визначником n -го порядку?
4. Що таке транспонування визначника? Що відбувається з величиною визначника в результаті його транспонування?
5. Властивості визначників.
6. Що називається мінором і алгебраїчним доповненням елемента a_{ij} визначника n -го порядку?
7. Сформулювати і довести властивість про розкладання визначника за елементами його рядка (стовпця).
8. Що називають матрицею?
9. Дайте визначення розмірності матриці. Яка матриця називається квадратною? Що таке порядок квадратної матриці?
10. Що називається визначником матриці?
11. Яка матриця називається матрицею-рядком, а яка матрицею-стовпцем?
12. Яка матриця називається діагональною, одиничною?
13. Як визначається сума двох матриць? Які властивості має ця операція?
14. Яка матриця називається невинродженою?
15. При яких умовах можна знайти добуток двох матриць?

16. Що називається рангом матриці?
17. Дайте визначення оберненої матриці. За яких умов існує обернена матриця?
18. Які операції називаються елементарними перетвореннями матриці?
19. Що називається системою m лінійних рівнянь з n невідомими?
20. Яка система рівнянь називається сумісною, несумісною?
21. Яка система рівнянь називається визначеною, невизначеною?
22. Яка матриця системи називається розширеною?
23. Записати формули Крамера. В якому випадку вони застосовуються?
24. Записати систему рівнянь у вигляді матричного рівняння. Як знайти розв'язок матричного рівняння?
25. Які перетворення називаються елементарними перетвореннями системи?
26. У чому полягає метод Гаусса?
27. Яка система рівнянь називається однорідною? За яких умов однорідна система лінійних рівнянь має єдиний нульовий розв'язок; безліч розв'язків?
28. Сформулювати теорему Кронекера-Капеллі.

Тема 2: Елементи векторної алгебри

Завдання для самостійної роботи

1. Виконання лінійних операцій над векторами.
2. Обчислення координат і модуля вектора за його початком і кінцем
3. Знаходження скалярного, векторного та мішаного добутоків векторів.
4. Обчислення кута між векторами, проекції вектора на вісь.
5. Встановлення лінійної залежності та незалежності векторів, розкладання вектора за базисом.
6. Обчислення площі трикутника, об'єму паралелепіпеда за відомими координатами вершин.

Література

1. Дубовик В.П., Юрик І.І. Вища математика: Навч. посібник. – К.: А.С.К., 2001. – 681с.
2. Антоненко В.Ф., Ключ І.С., Горідько Р.В., Чуб Л.О. Вища математика. Модуль 1. Лінійна, векторна алгебра та аналітична геометрія: Навч. посібник. – К.: Книжкове вид-во НАУ, 2006. – 300 с.

Методичні рекомендації

1. Опрацювання матеріалу лекцій _____
2. Підготовка до практичних занять _____
3. Виконання домашніх завдань до практичних занять _____
4. Виконання індивідуального домашнього завдання _____
5. Опрацювання літератури _____

Питання для самоконтролю

1. Чим відрізняються скалярні величини від векторних величин?
2. Які ви знаєте типи векторів?
3. Якими способами можна задати вектор?
4. Як виконуються лінійні операції над векторами, які задано в геометричній формі?

5. Як виконуються лінійні операції над векторами, які задано в алгебраїчній формі?
6. Чому дорівнює сума n векторів ($n \geq 3$), які утворюють замкнуту лому лінію?
7. Які вектори називаються колінеарними?
8. Які вектори називаються компланарними?
9. При виконанні яких умов вектори будуть рівними?
10. Записати координатну форму вектора \overrightarrow{AB} , якщо відомо координати його початку і кінця: $A(x_1, y_1, z_1)$, $B(x_2, y_2, z_2)$.
11. Чи може належати до базису нульовий вектор?
12. Які вектори називаються лінійно залежними та лінійно незалежними?
13. Із скількох векторів складається базис на прямій, на площині, у просторі?
14. Як визначається положення точки у полярній, циліндричній та сферичній системах координат?
15. Які ви знаєте способи обчислення скалярного добутку двох векторів?
16. За яких умов скалярний добуток двох векторів дорівнює нулеві?
17. Що таке скалярний квадрат і чому він дорівнює?
18. За яких умов вектор \vec{c} буде дорівнювати векторному добутку векторів \vec{a} і \vec{b} ?
19. Якщо $[\vec{a}\vec{b}] = \vec{c}$, то чому дорівнює чисельно довжина вектора \vec{c} ?
20. Що таке векторний квадрат і чому він дорівнює?
21. Чи може проекція вектора на вісь бути від'ємною?
22. За яких умов добуток трьох векторів $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ буде називатись мішаним або векторно-скалярним?
23. Що таке кругова перестановка векторів $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ і як вона впливає на величину їх мішаного добутку?
24. Відомо, що вектори $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ співпадають відповідно з ребрами паралелепіпеда, що виходять із однієї точки. Чому дорівнює об'єм даного паралелепіпеда?
25. Відомо, що вектори $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ співпадають відповідно з ребрами трикутної піраміди, що виходять з однієї точки. Чому дорівнює об'єм даної піраміди?

Тема 3: Елементи аналітичної геометрії

Завдання для самостійної роботи

1. Побудова рівнянь прямих за різними елементами. Знаходження кута між двома пертинаючими прямими, заданими в загальному вигляді, в кіничному вигляді, з кутовим коефіцієнтом. Знаходження відстані від заданої точки до прямої. Знаходження відхилення точки від заданої прямої.
2. Побудова рівнянь площин за різними елементами. Знаходження кута між двома пертинаючими площинами. Знаходження відстані від заданої точки до площини. Знаходження відхилення точки від заданої площини.

3. Побудова рівнянь прямої у просторі за різними елементами. Знаходження кута між двома пертинаючими прямими. Знаходження відстані між паралельними прямими.

4. Знаходження кута між прямою і площиною. Знаходження точки перетину прямої і площини.

Література

1. Дубовик В.П., Юрик І.І. Вища математика: Навч. посібник. –К.: А.С.К., 2001. – 681с.

2. Денесюк В.П., Репета В.К. Вища математика. Частина 1: Навч. посібник. – К.: Книжкове вид-во НАУ, 2007. – 295 с.

3. Антоненко В.Ф., Клюс І.С., Горідько Р.В., Чуб Л.О. Вища математика. Модуль 1. Лінійна, векторна алгебра та аналітична геометрія: Навч. посібник. – К.: Книжкове вид-во НАУ, 2006. – 300 с.

4. Математика для економістів : навч. посіб. У 3 ч. Ч. 1 / І.О. Ластівка, В.С. Коновалюк, І.В. Шевченко [та ін.]. – К.: НАУ, 2012. – 432 с.

5. Математика для економістів : навч. посіб. для студ. заочної форми навчання. У 3 ч. Ч. 1 / І.О. Ластівка, Я.В. Крисак, І.В. Шевченко [та ін.]. – К. : НАУ, 2012. – 328 с.

Методичні рекомендації

1. Опрацювання матеріалу лекцій
2. Підготовка до практичних занять
3. Виконання домашніх завдань до практичних занять
4. Виконання індивідуального домашнього завдання
5. Опрацювання літератури.

Питання для самоконтролю

1. Лінії та площини та їх рівняння:
 - у декартових координатах;
 - у полярній системі координат;
 - параметрично заданої кривої.
2. Різні форми рівняння прямої на площині (загальне, канонічне, параметричне, через дві точки, з кутовим коефіцієнтом, у відрізках, нормальне). Взаємне розміщення двох прямих.
3. Різні форми рівняння площини (загальне, неповні рівняння, через три точки, у відрізках, нормальне). Взаємне розміщення двох площин.
4. Різні форми рівняння прямої у просторі (канонічне, параметричне, через дві задані точки, як перетин двох площин). Взаємне розміщення двох прямих у просторі.
5. Взаємне розміщення прямої і площини у просторі і різні умови, які з цим пов'язані.

Тема : Вступ до математичного аналізу

Завдання для самостійної роботи

1. Множини. Класифікація числових множин. Операції над множинами.

2. Функція. Класифікація функцій. Елементарні функції.
3. Послідовність. Границя послідовності.
4. Границя функції.
5. Неперервність функції. Властивості неперервних функцій.
6. Точки розриву функції та їх класифікація.

Література

1. Антоненко В.Ф., Ключ І.С., Горідько Р.В., Чуб Л.О. Вища математика. Модуль 1. Лінійна, векторна алгебра та аналітична геометрія: Навч. посібник. – К.: Книжкове вид-во НАУ, 2006. – 300 с.
2. Дубовик В.П., Юрик І.І. Вища математика: Навч. посібник. –К.: А.С.К., 2001. – 681с.
3. Денесюк В.П., Репета В.К. Вища математика. Частина 1: Навч. посібник. – К.: Книжкове вид-во НАУ, 2007. – 295 с.
4. Математика для економістів : навч. посіб. У 3 ч. Ч. 1 / І.О. Ластівка, В.С. Коновалюк, І.В. Шевченко [та ін.]. – К.: НАУ, 2012. – 432 с.
5. Математика для економістів : навч. посіб. для студ. заочної форми навчання. У 3 ч. Ч. 1 / І.О. Ластівка, Я.В. Крисак, І.В. Шевченко [та ін.]. – К. : НАУ, 2012. – 328 с.

Методичні рекомендації

1. Опрацювання матеріалу лекцій
2. Підготовка до практичних занять
3. Виконання домашніх завдань до практичних занять
4. Виконання індивідуального домашнього завдання
5. Опрацювання літератури.

Питання для самоконтролю

1. Множини.
2. Числові множини. Класифікація числових множин.
3. Операції над множинами.
4. Поняття функції.
5. Основні властивості функцій.
6. Обернена функція.
7. Складена функція.
8. Класифікація елементарних функцій.
9. Графіки основних елементарних функцій.
10. Перетворення графіків функцій.
11. Послідовності.
12. Границя числової послідовності.
13. Теорема про границі послідовності.
14. Визначені та невизначені вирази.
15. Границя функції в точці.
16. Односторонні границі.
17. Основні теореми про границі функцій.
18. Перша важлива границя. Наслідки.
19. Друга важлива границя. Наслідки.

20. Порівняння нескінченно малих функцій.
21. Застосування еквівалентностей до відшукування границь.
22. Неперервність функції у точці.
23. Точки розриву функції та їх класифікація.
24. Основні властивості функцій, неперервних у точці.
25. Властивості функцій, неперервних на відрізку.

Тема : Диференціальне числення функції однієї змінної

Завдання для самостійної роботи

1. Похідна. Означення, різні змісти похідної, правила диференціювання. Похідна складеної, оберненої, параметрично та неявно заданої функцій. Логарифмічне диференціювання. Таблиця похідних.
2. Диференціал, різні змісти диференціала. Властивості, застосування.
3. Похідні та диференціали вищих порядків.
4. Теорема Ролля, Лагранжа і Коші. Правило Лопітала. Формула Тейлора.
5. Застосування диференціального числення для дослідження функцій. Схема дослідження функцій та побудова графіка.

Література

1. Крисак Я.В., Левковська Т.А., Горідько Р.В., Чуб Л.О., Вишневецький О.А. Вища математика. Модуль 2. Вступ до математичного аналізу. Диференціальне числення функції однієї змінної: Навч. посібник. – К.: Книжкове вид-во НАУ, 2006. – 284 с.
2. Дубовик В.П., Юрик І.І. Вища математика: Навч. посібник. –К.: А.С.К., 2001. – 681с.
3. Денисюк В.П., Репета В.К. Вища математика. Частина 1: Навч. посібник. – К.: Книжкове вид-во НАУ, 2007. – 295 с.
4. Математика для економістів : навч. посіб. У 3 ч. Ч. 1 / І.О. Ластівка, В.С. Коновалюк, І.В. Шевченко [та ін.]. – К.: НАУ, 2012. – 432 с.
5. Математика для економістів : навч. посіб. для студ. заочної форми навчання. У 3 ч. Ч. 1 / І.О. Ластівка, Я.В. Крисак, І.В. Шевченко [та ін.]. – К. : НАУ, 2012. – 328 с.
6. Овчинников П.П. Вища математика: підручник: у 2-х ч./ Ч. 1: Лінійна і векторна алгебра. Аналітична геометрія. Вступ до математичного аналізу. Диференціальне і інтегральне числення / П.П. Овчинников, Ф.П. Яремчук, В.М. Михайленко; за заг. ред. П.П. Овчинникова; пер. з рос. П.М. Юрченка. – 3-те вид., випр. – К. : Техніка, 2007. – 600 с.

Методичні рекомендації

1. Опрацювання матеріалу лекцій
2. Підготовка до практичних занять
3. Виконання домашніх завдань до практичних занять
4. Виконання індивідуального домашнього завдання

5. Опрацювання літератури.

Питання для самоконтролю

6. Дайте означення похідної функції.
7. Геометричний, механічний і фізичний зміст похідної.
8. Правило диференціювання суми та різниці двох функцій.
9. Правило диференціювання добутку та частки і двох функцій.
10. Рівняння дотичної та нормалі до кривої в заданій точці.
11. Правило диференціювання складеної функції.
12. Правило диференціювання оберненої функції.
13. Правило диференціювання неявно заданої функції.
14. Правило диференціювання параметрично заданої функції.
15. Логарифмічне диференціювання функції.
16. Що називається диференціалом функції?
17. Геометричний та механічний зміст диференціала.
18. Формула для наближеного обчислення значення функції за допомогою диференціала.
19. Похідна функції n -го порядку.
20. Знаходження похідних вищих порядків від функцій, заданих параметрично та неявно.
21. Диференціал функції n -го порядку.
22. Сформулюйте та доведіть теорему Ферма. В чому полягає її геометричний зміст?
23. Сформулюйте та доведіть теорему Ролля, вкажіть її геометричний зміст.
24. Сформулюйте та доведіть теорему Лагранжа. Пояснить її геометричний зміст.
25. Сформулюйте та доведіть теорему Коші.
26. В чому суть правила Лопіталя?
27. Формула Тейлора і Маклорена для довільної функції
28. Сформулюйте достатні умови монотонності функції на проміжку.
29. Які точки називаються критичними?
30. Сформулюйте необхідні умови існування екстремуму.
31. Сформулюйте достатні умови існування екстремуму.
32. Яка крива називається опуклою, вгнутою?
33. Сформулюйте достатні умови опуклості та вгнутості .
34. Що називається асимптотою кривої?
35. Як визначаються вертикальні, горизонтальні та похилі асимптоти?

Тема: Інтегральне числення функції однієї змінної

Завдання для самостійної роботи

7. Поняття первісної та невизначеного інтеграла.
8. Таблиця основних інтегралів.
9. Метод безпосереднього інтегрування.
10. Метод підстановки (заміни змінної).

11. Внесення функції під знак диференціала.
12. Метод інтегрування частинами.
13. Поняття комплексного числа.
14. Дії над комплексними числами в алгебраїчній формі.
15. Геометричне зображення комплексних чисел.
16. Модуль і аргумент комплексного числа.
17. Тригонометрична форма комплексного числа.
18. Дії над комплексними числами у тригонометричній формі.
19. Показникова форма комплексного числа.
20. Інтегрування елементарних дробів.
21. Інтегрування раціональних дробів.
22. Інтегрування виразів, що містять квадратичні ірраціональності.
23. Інтегрування диференціальних біномів.
24. Підстановки Ейлера.
25. Інтегрування тригонометричних функцій за допомогою універсальної тригонометричної підстановки.
26. Частинні випадки інтегрування тригонометричних функцій.
27. Означення та умови існування визначеного інтеграла.
28. Властивості визначеного інтеграла.
29. Формула Ньютона-Лейбніца.
30. Заміна змінної у визначеному інтегралі.
31. Формула інтегрування частинами у визначеному інтегралі.

Література

1. Ластівка І.О., Коновалюк В.С., Ковтонюк І.Ю., Паламарчук Ю.А., Петрусенко В.П., Чуб Л.О. Вища математика. Модуль 3. Невизначений та визначений інтегралі: Навч. посібник – К.:Книжкове вид-во НАУ, 2007. – 208 с.
2. Математика для економістів : навч. посіб. У 3 ч. Ч. 2 / І.О. Ластівка, В.С. Коновалюк, І.В. Шевченко [та ін.]. – К.: НАУ, 2012. – 432 с.
3. Математика для економістів : навч. посіб. для студ. заочної форми навчання. У 3 ч. Ч. 2 / І.О. Ластівка, Н.І. Затула, І.В. Шевченко [та ін.]. – К. : НАУ, 2014. – 260 с.
4. Дубовик В.П., Юрик І.І. Вища математика: Навч. посібник. –К.: А.С.К., 2001. – 681с.
5. Денесюк В.П., Репета В.К. Вища математика. Частина 2: Навч. посібник. – К.: Книжкове вид-во НАУ, 2009. – 276 с.

Методичні рекомендації

1. Опрацювання матеріалу лекцій
2. Підготовка до практичних занять
3. Виконання домашніх завдань до практичних занять
4. Виконання індивідуального домашнього завдання
5. Опрацювання літератури.

Питання для самоконтролю

36. Що називається первісною функції?
37. Що називається невизначеним інтегралом від даної функції?
38. Сформулювати теорему про існування первісної.
39. Сформулювати і довести основні властивості невизначеного інтеграла.
40. У чому суть інваріантності формули інтегрування?
41. Написати і перевірити диференціюванням таблицю основних інтегралів.
42. У чому полягає метод безпосереднього інтегрування?
43. У чому полягає метод заміни змінної?
44. У чому полягає метод інтегрування частинами?
45. Що називається комплексним числом?
46. Як записується комплексне число в алгебраїчній формі?
47. Як записується комплексне число в тригонометричній формі?
48. Як записується комплексне число в показниковій формі?
49. Як знаходиться модуль і аргумент комплексного числа?
50. Як визначаються дії над комплексними числами в алгебраїчній формі?
51. Як визначаються дії над комплексними числами в тригонометричній формі?
52. Написати і довести формулу Муавра.
53. Вивести формулу для добування кореня з комплексного числа.
54. Записати формулу Ейлера.
55. Який раціональний дріб називається правильним?
56. Які раціональні дроби називаються елементарними?
57. Записати розклад правильного раціонального дроби на елементарні дроби.
58. В чому полягає метод інтегрування раціонального дроби?
59. Запишіть підстановку в інтегралах вигляду $\int R(\sin x, \cos x) dx$.
60. Як обчислюються інтеграли виду $\int \sin^m x \cos^n x dx$?
61. Що називається визначеним інтегралом?
62. Сформулювати теорему про існування визначеного інтеграла.
63. Сформулювати і довести теорему про похідну від інтеграла із змінною верхньою межею.
64. Записати і довести формулу Ньютона-Лейбніца.
65. У чому полягає метод заміни змінної у визначеному інтегралі?
66. У чому полягає метод інтегрування частинами у визначеному інтегралі?