

УДК 539.3:624.071:624.04(045)

А.І. Білеуш, д-р техн. наук  
 Д.Е. Прусов, канд. техн. наук  
 В.К. Веремієнко  
 О.В. Воцило

## МОДЕЛЮВАННЯ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ В ЗАДАЧАХ МЕХАНІКИ ҐРУНТІВ

НАУ, кафедра реконструкції аеропортів та автошляхів, e-mail: gaa-nau@ukr.net

*Проведено аналіз методів моделювання неоднорідних та анізотропних ґрунтових масивів з урахуванням їх реальної поведінки під час дослідження напружено-деформованого стану на підставі методу скінченних елементів з метою забезпечення їх міцності під навантаженням.*

### Вступ та постановка проблеми

Дослідження напружено-деформованого стану неоднорідних та анізотропних матеріальних середовищ пов'язано з використанням загальних алгоритмів вирішення проблем теорії пружності, пластичності й повзучості та ефективних числових методів їх комп'ютерної реалізації, в яких практичне застосування тих чи тих математичних моделей ґрунтових масивів є важливою та актуальною проблемою в розв'язанні задач механіки ґрунтів.

Одним з актуальних питань будівництва промислових та цивільних, дорожніх та авіаційних об'єктів є забезпечення стійкості ґрунтових масивів при взаємодії з конструкціями будівель і споруд.

Як свідчать теоретичні дослідження, проблеми міцності і стійкості ґрунтів є частковими задачами загальної теорії граничної рівноваги ґрунтів. Гранична рівновага ґрунту в даному елементарному околі відповідає такому напруженому стану, коли деякий додатковий вплив може порушити рівновагу. Напружений стан характеризується ще й тим, що протилежний зсув в елементарному околі (скінченному елементі) дорівнює граничному для даного ґрунту значенню. Це, як правило, відбувається в другій фазі напруженого стану при суцільному розвитку зон граничної рівноваги, коли необхідно застосовувати теорію нелінійно деформованого твердого тіла з урахуванням геометричної нелінійності – використання тензора скінченних деформацій Коші–Гріна – і фізичної нелінійності – співвідношення теорії пластичності з використанням тензора пружностей для пружно-пластичного деформування [1; 2].

Числове розв'язання задач стійкості ґрунтових масивів виконується з використанням різних моделей на підставі методу скінченних елементів (МСЕ) за моментною схемою [3; 4]. Постановкою задачі припускається дискретне моделювання суттєво неоднорідних шарів ґрунту, а також наявність твердих укралень, які моделюють елементи конструкцій покриттів, основ і фундаментів.

У приграничних з твердими вкрапленнями шарах ґрунту необхідно утворювати додаткові дискретні шари елементів моделі (згущення сіткової області), де відбувається концентрація напружень і, як наслідок, виникає необхідність дослідження моделі півпростору в першому граничному стані за критерієм руйнування (розвитку зсувних деформацій) з використанням співвідношень нелінійної механіки ґрунтів [5–7]. Так виникає необхідність дослідження неоднорідного граничного півпростору з урахуванням геометричної та фізичної нелінійності в постановці задачі, а за вихідні співвідношення МСЕ використовується теорія нелінійної пружності та пластичності з застосуванням різних підходів до моделювання переміщень, деформацій і напружень [8].

Більшість моделей розроблено для використання в розрахунках за схемами МСЕ, за якими моделювання дозволяє розв'язувати задачі з урахуванням реальної поведінки ґрунтів.

Реалізація цієї схеми повинна враховувати закономірності поведінки ґрунтів і реакції моделей на різні типи впливів, що є досить складним питанням у теоретичних дослідженнях ґрунтового півпростору.

### Мета дослідження

У процесі моделювання задач механіки ґрунтів здебільшого використовують двовимірні моделі. Для таких моделей напруження можуть бути визначені для тривимірної системи декартових координат, зображеної на рис. 1.

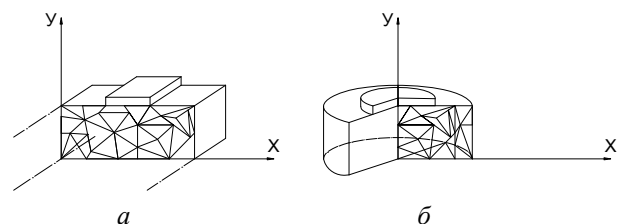


Рис. 1. Приклади задач за плоскою (а) та за осесиметричною (б) деформаціями

При аналізі за плоскими деформаціями величина  $\sigma_{zz}$  відповідає напруженню, перпендикулярному площині розрізу. Під час осесиметричного аналізу  $x$  дає радіальний напрямок,  $y$  – осьовий напрямок, а  $z$  – дотичний напрямок.

У цьому разі  $\sigma_{xx}$  буде являти собою радіальне напруження, а  $\sigma_{zz}$  дотичне.

Моделі плоских деформацій застосовують для конструкцій, що мають більш-менш однорідний перетин, з однорідними схемами за напруженням і навантаженням на відрізок довжини, перпендикулярному перетину (напрямок  $z$ ).

Перпендикулярні перетину переміщення дорівнюють нулю, а нормальні напруження в напрямку  $z$  враховуються цілком.

Осесиметричні моделі застосовуються для круглих конструкцій, що мають більш-менш однорідний радіальний перетин, зі схемою навантажень, розподілених навколо центральної осі й однакових станів за напруженням і деформацією в радіальних напрямках.

Зауважимо, що в осесиметричних задачах координата  $x$  зображує радіус, а координата  $y$  – вісь симетрії. У цьому разі координати  $x$  не повинні бути негативними.

У випадку двовимірної моделі скінченних елементів при виборі моделі плоских чи осесиметричних деформацій є тільки два ступеня вільності переміщення вузлів у напрямку  $x$  та  $y$ .

Ґрунти і скельні породи під дією навантажень мають нелінійні залежності між напруженнями і деформаціями. Така нелінійна за напруженнями-деформаціями поведінка може моделюватися з різним ступенем складності.

Зі збільшенням ступеня складності збільшується кількість розглянутих параметрів.

Моделі сипучого середовища та Мора–Кулона можуть вважатися наближенням першого порядку для реальної поведінки ґрунту. У цих моделях, що розглядаються як пружні або сильно пластичні, кількість основних параметрів, якими оперують інженери-геотехніки через брак інших даних, які достовірно можливо визначити на підставі лабораторних чи натурних досліджень, обмежена.

### Основні моделі ґрунтів

У механіці ґрунтів використовується значна кількість моделей, що дозволяють моделювати механізм поведінки ґрунту під навантаженням.

Найбільш розповсюджена модель ґрунту – сипуче середовище, під яким розуміють суцільне середовище з такими статичними властивостями:

– середовище не має міцності на розтяг;  
– нормальні напруження в ньому можуть бути тільки стискаючими;

– дотичні напруження в середовищі не перевершують зусиль внутрішнього тертя, що залежать від коефіцієнта внутрішнього тертя середовища (поки дотичні напруження менше зусиль внутрішнього тертя, середовище не деформується);

– деформації середовища можливі тільки тоді, коли дотичні напруження досягають величин зусиль внутрішнього тертя;

– у критичному стані середовище має тільки деформації зрушення, його об'ємні деформації дорівнюють нулю.

Сипуче середовище є розрахунковою моделлю сипучого тіла. За своїми статичними властивостями сипучі тіла значно відрізняються від сипучого середовища:

– усі сипучі тіла стисливі, оскільки частки їх неабсолютно тверді;

– деформації зрушення сипучих тіл можуть супроводжуватися значними об'ємними деформаціями зі зміною пористості;

– одночасно з деформаціями сипучого тіла змінюється коефіцієнт внутрішнього тертя;

– у сипучих тілах завдяки зчепленню можуть розвиватися значні зусилля розтягу;

– величини зчеплення та опору розтяганню залежать від механічного складу і вологості сипучого тіла.

Сипуче середовище не є досконалою моделлю сипучого тіла, тому для практичних цілей здебільшого використовують наближені методи розрахунку.

У деяких випадках властивості сипучого тіла, що не враховані розрахунковою моделлю, можуть відігравати велику роль, і розбіжності між результатами, отриманими за допомогою статички сипучого середовища, і дійсністю, виявляються значними. Тому при розрахунках гірського тиску сипучого тіла на підземні споруди часто зовсім відмовляються від сипучого середовища як розрахункової моделі.

Методами статички сипучого середовища було розв'язано такі задачі:

– взаємодія сипучих тіл із твердими, теоретично абсолютно твердими конструкціями;

– визначення активного тиску сипучого тіла на масивну підпірну стінку, при зрушенні її вбік від сипучого тіла;

– стійкість укосів, схилів.

На сьогодні при моделюванні роботи ґрунтів на комп'ютерах з використанням різних за формою скінченних елементів найчастіше використовують такі моделі ґрунту:

– пружно-лінійну модель;

– модель Мора–Кулона;

– модель тріщинуватих скельних порід;

– модель ґрунту, що твердіє;

- модель м'яких ґрунтів;
- модель м'яких текучих ґрунтів.

Пружно-лінійна модель – закон Гука для ізотропної та лінійної пружності. Модель містить два параметри пружної твердості:

- модуль Юнга  $E$ ;
- коефіцієнт Пуассона  $\nu$ .

Пружно-лінійна модель є недостатньо гнучкою для моделювання поведінки ґрунту. Вона застосовується переважно для масивних твердих конструкцій, розташованих у ґрунті.

Розповсюджена модель Мора–Кулона застосовується звичайно для першого наближення стану ґрунту. Модель містить п'ять параметрів:

- модуль Юнга  $E$ ;
- коефіцієнт Пуассона  $\nu$ ;
- зчеплення  $c$ ;
- кут тертя  $\phi$ ;
- кут дилатансії  $\psi$ .

Модель Мора–Кулона (рис. 2) – це пружна ідеально-пластична модель (без твердіння).

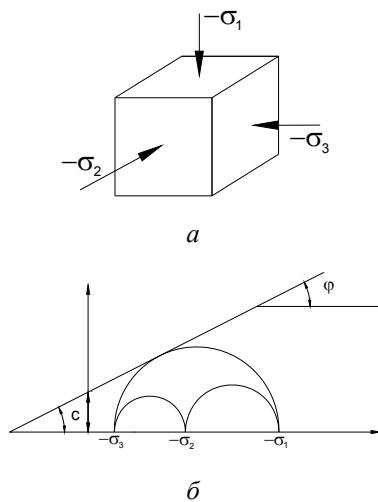


Рис. 2. Модель Мора–Кулона:  
а – головні напруження; б – діаграма зсуву

У площині  $\sigma_n$  і  $\tau$  номінальна пряма може бути подана в такому вигляді:

$$\tau = \sigma_n \operatorname{tg} \phi + c,$$

де  $\sigma_n$ ,  $\tau$  – нормальне напруження і напруження зсуву відповідно.

Наразі існує багато моделей ґрунтів – від пружно-пластичної моделі Мора–Кулона до самих складних сучасних закономірностей роботи ґрунту під навантаженням, які дозволяють описати практично всі аспекти пружно-пластичної поведінки ґрунтів, як при одноразових, так і циклічних навантаженнях. Ці моделі були розроблені для застосування в розрахунках різних задач МСЕ.

Для повної реалізації цієї схеми є дві основні перешкоди:

- закономірності поведінки, що добре описують роботу ґрунтів, потребують для визначення основних параметрів складних спеціальних досліджень, що виходять за межі інженерних розрахунків;
- ув'язування цих закономірностей поведінки з нормативними документами і використанням їх в моделях зі скінченними дво- і тривимірними елементами.

Наразі практично не існує нормативів, які б урахували складні сучасні закономірності.

Модель тріщинуватих скельних порід – анізотропна пружно-пластична модель, в якій пластичне зрушення можливе тільки за дуже обмежені кількості напрямків зрушення.

Така модель може бути використана для моделювання поведінки шаруватих чи тріщинуватих скельних ґрунтів.

Найчастіше для моделювання тріщинуватих скельних порід використовують критерій відмови Barton–Bandis – емпіричний вираз для моделювання опору зсуву кам'яних тріщинуватих скельних порід. Це дає можливість визначити показники моделі при польових чи лабораторних випробуваннях на основі прикладання вертикальних зусиль до окремих уламків та замірювання сили зсуву.

Нелінійний критерій Barton–Bandis пов'язує величину нормального тиску та силу зрізу (зсуву), використовуючи для цього вираз:

$$\tau = \sigma_n \operatorname{tg} \left[ \phi_b + JRC \log_{10} \left( \frac{JCS}{\sigma_n} \right) \right],$$

де  $\phi_b$  – кут тертя по поверхні зсуву;  $JRC$ ,  $JCS$  – коефіцієнт, що характеризує величину зерен поверхні зсуву та зусилля компресії відповідно.

Модель ґрунту, що твердіє – гіперболічна модель пружно-пластичного типу, що формується як пластична з твердінням при зрушенні. Ця модель враховує також твердіння при стисканні, щоб змоделювати необоротне ущільнення ґрунту при першому навантаженні стисканням.

Ця модель другого порядку, що дозволяє моделювати поведінку пісків, гравійно-піщаних сумішей, а також більш м'яких ґрунтів, наприклад, глин і суглинків.

Модель м'яких ґрунтів дозволяє моделювати поведінку м'яких ґрунтів, наприклад, нормально ущільнених глин чи торфу.

Модель дуже добре підходить для ситуацій, в яких переважним є первинне ущільнення.

Оцінка довгострокових осідань може бути зроблена при аналізі дренажної поведінки ґрунту. Це дає можливість передбачити кінцеву ситуацію, хоча процес ущільнення за цією схемою не розглядається.

Модель м'яких текучих ґрунтів – це модель другого порядку, що формується як в'язкопластична. Вона дозволяє моделювати стан м'яких ґрунтів, наприклад, нормально ущільнених глини чи торфу залежно від часу.

Модель враховує стискання ґрунту і дає можливість визначити інтервал часу (тривалість) ущільнення ґрунту.

При розгляді швидкого навантаження водонасичених ґрунтів глинистого типу пластичний розрахунок може служити для наближення граничного випадку недренажної поведінки.

Пластичний розрахунок (рис. 3) вибирається для виконання аналізу за пружно-пластичними деформаціями, при якому немає необхідності брати до уваги розсіювання в часі надлишкового внутрішньопорового тиску.

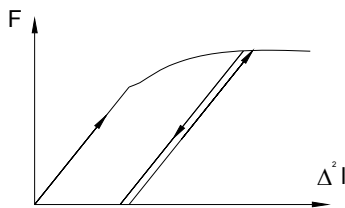


Рис. 3. Зображення ідеальної пружно-пластичної поведінки ґрунту

Матриця твердості в нормальному пластичному розрахунку заснована на вихідній недеформованій геометрії.

Це найбільш розповсюджений у геотехнічній практиці тип розрахунку. Така постановка дає можливість визначити інтервал часу (тривалість) деформування ґрунту під навантаженням, коли застосовується ця модель.

Під час розвантаження поведінка ґрунту буде пружною і зворотною. Довжина пластичної деформації заздалегідь є невизначеною.

## Висновок

Вибір та застосування тієї або іншої моделі залежить від поставленої задачі. Параметри визначають за допомогою класичних геотехнічних методів традиційної механіки ґрунтів, кореляції або спеціальних засобів оптимізації.

Адекватне використання розглянутих моделей поведінки ґрунту, параметри яких визначають на підставі різних підходів, узгоджених з надійним та універсальним скінченим елементом, є основою для проведення досліджень напружено-деформованого стану ґрунтового півпростору при розв'язанні реальних задач.

## Література

1. *Оден Дж.* Конечные элементы в нелинейной механике сплошных сред. – М.: Мир, 1976. – 464 с.
2. *Теллес Д.К.Ф.* Применение метода граничных элементов для решения неупругих задач. – М.: Стройиздат, 1987. – 160 с.
3. *Баженов В.А., Сахаров А.С., Цыхановский В.К.* Моментная схема метода конечных элементов в задачах нелинейной механики сплошной среды // Прикладная механика: Междунар. науч. журн. – К.: Ин-т механики НАН Украины, 2002. – Т. 38(48), №6. – С. 24–63.
4. *Шимановский А.В., Цыхановский В.К.* Теория и расчет сильнонелинейных конструкций. – К.: Сталь, 2005. – 432 с.
5. *Харр М.Е.* Основы теоретической механики ґрунтов. – М.: Изд-во лит. по стр-ву, 1971. – 320 с.
6. *Цытович Н.А., Тер-Мартросян З.Г.* Основы прикладной геомеханики в строительстве. – М.: Высш. шк., 1981. – 317 с.
7. *Прагер В.* Введение в механику сплошных сред. – М.: Изд-во иностр. лит., 1963. – 312 с.
8. *Цыхановський В.К., Прусов Д.Е.* Метод скінчених елементів у задачах дослідження неоднорідного півпростору з урахуванням геометричної і фізичної нелінійності // Опір матеріалів та теорія споруд: Наук.-техн. зб.– К.: КНУБА, 2004. – Вип. 75. – С. 87–95.

Стаття надійшла до редакції 01.02.06.

Проведен анализ методов моделирования неоднородных и анизотропных ґрунтовых массивов с учетом их реального поведения при исследовании напряженно-деформированного состояния на основе метода конечных элементов с целью обеспечения их прочности при нагружении.

The modeling methods of heterogeneous and anisotropic soil mass taking into consideration real behavior have been carried out analysis by strain-stress state investigation on the basis of finite element method for assurance reliability.