МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

НАЦІОНАЛЬНИЙ АВІАЦІЙНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

ФАКУЛЬТЕТ АЕРОНАВІГАЦІЇ ЕЛЕКТРОНІКИ ТА ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЙ

КАФЕДРА АЕРОКОСМІЧНИХ СИСТЕМ УПРАВЛІННЯ

ДОПУСТИТИ ДО ЗАХИСТУ
Завідувач кафедри АКСУ
___________Юрій МЕЛЬНИК

«____» ______________ 2023р.

КВАЛІФІКАЦІЙНА РОБОТА

(ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА)

ВИПУСКНИКА ОСВІТНЬОГО СТУПЕНЯ

“БАКАЛАВР”

Тема: «Синтез системи управління БПЛА при дії на неї структурованих та неструктурованих збурень»

Виконавець: Грибан Іван Миколайлвич___________________________

Керівник: Абрамович Олена Оленксандрівна______________________

Нормоконтролер: ____

Київ 2023

НАЦІОНАЛЬНИЙ АВІАЦІЙНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

Факультет аеронавігації електроніки та телекомунікацій

Кафедра аерокосмічних систем управління

Спеціальність 151 «Автоматизація та комп’ютерно-інтегровані технології»

ЗАТВЕРДЖУЮ
Завідувач кафедри АКСУ
_________Юрій МЕЛЬНИК
«_____» ___________2023 р.

ЗАВДАННЯ

на виконання кваліфікаційної роботи

Грибана Івана Миколайовича_______________________________________

(прізвище, ім’я, по батькові випускника в родовому відмінку)

1.Тема кваліфікаційної роботи: «Синтез системи управління БПЛА при дії на неї структурованих та неструктурованих збурень»

затверджена наказом ректора від «13» 04.2023р. № 507/ст

2. Термін виконання роботи: з “22” травня 2023 р. по"18" червня 2023 р.

3. Вихідні дані до роботи: __Модель БПЛА , задана в просторі станів_____

____

____

____

4. Зміст пояснювальної записки: Вступ. Особливості БПЛА як об’єкта дослідження. Робастна параметрична оптимізація цифрових систем управління польотом БПЛА. Практичне використання методу параметричного синтезу для робастних дискретних систем управління малим БПЛА. Висновки

5. Перелік обов’язкового графічного (ілюстративного) матеріалу:

____Моделювання системи управління БПЛА__________________________

____

6. Календарний план-графік

№ пор	Завдання	Термін виконання	Відмітка про виконання
1	Уточнення постановки задачі	23.05.2023	
2	Збір інформації	25.05.2023-04.01.2023	
3	Аналіз літературних джерел	05.06.2023	
4	Розробка детального змісту дипломної роботи	06.06.2023	
5	Вступ	07.06.2023	
6	Розділ 1.	06.06.2023-08.06.2023	
7	Розділ 2.	08.06.2023-10.06.2023	
9	Розділ 3.	10.06.2023-12.06.2023	
10	Оформлення роботи	13.06.2023	

7. Дата видачі завдання: “1” ___травня_____ 2023 р.

Керівник кваліфікаційної роботи _____________ Абрамович О.О.
(підпис керівника) (П.І.Б.)

Завдання прийняв до виконання ______________ Грибан І.М.
(підпис випускника) (П.І.Б.)

РЕФЕРАТ

Текстова частина роботи: 63 стор., 7 рис., 1 табл..

Об’єкт дослідження – системи управління аерокосмічними рухомими об’єктами, зокрема безпілотними літальними апаратами (БПЛА).

Предмет дослідження – методи та алгоритми проектування робастних дискретних систем управління для широкого класу об’єктів, зокрема для БПЛА

Мета роботи – розробка науково-обґрунтованих методик та алгоритмічного і програмного забезпечення параметричної оптимізації робастних дискретних систем управління рухом БПЛА.

Методи дослідження ґрунтуються на основі сучасних методів аналізу, синтезу і моделювання систем управління

У роботі проведено дослідження системи управління малого БПЛА, розроблено алгоритм робастної багатомодельної H_2/H_∞-оптимізації для дискретних систем управління польотом; отримано інтерактивну процедуру робастної параметричної оптимізації для дискретних систем; отримано алгоритми розрахунку оцінок показників якості та робастності оптимізованої системи; досліджено робастну стійкість дискретних систем при дії на них структурованих та неструктурованих параметричних збурень за допомогою теореми Харитонова.

СИСТЕМА УПРАВЛІННЯ, БЕЗПІЛОТНИЙ ЛІТАЛЬНИЙ АПАРАТ. СИНТЕЗ, ОПТИМИЗАЦІЯ.

ЗМІСТ

ВСТУП

Актуальність теми дослідження. Сучасний етап розвитку систем управління аерокосмічними об’єктами характеризується прогресом техніки та зростанням конкуренції, що відповідно призводить до різкого підвищення вимог до рівня безпеки та економічності польоту. Наявність в Україні розвинутої авіаційної промисловості зумовлює необхідність конкурування із іншими державами та урахування світових тенденцій проектування. За таких умов надзвичайної актуальності набуває створення методології проектування робастних систем управління аерокосмічними об’єктами, що є одним із головних напрямків розвитку сучасної теорії та практики автоматичного управління взагалі та систем управління польотом зокрема, оскільки робастні системи дозволяють зберегти стійкість системи управління та утримати якість у припустимих межах при зміні параметрів об’єкта у широкому діапазоні, а це дозволяє уникнути застосування більш складних, повільно діючих, дорогих адаптивних систем.

У данній роботі розглядається малий БПЛА, що використовується у сільському господарстві, у трубопровідному транспорті, для екологічної розвідки акваторії моря, у військових цілях. Враховуючи те, що у малих БПЛА обмеження на вагу, вартість, габарити є досить жорсткими, що не дозволяє використовувати достатню кількість навігаційних вимірювачів, які є датчиками систем управління. Тому використовуються досить прості, апробовані на практиці структури систем управління. З іншого боку, перед БПЛА ставляться вимоги щодо високої якості та робастності систем управління польотом. Тому при розробці БПЛА виникла необхідність розробки так званого H_2/H_∞ підходу для малих БПЛА. У відомій раніше літературі H_2/H_∞ підхід використовувався для дослідження неперервних системи управління польотом БПЛА. Проте виникла необхідність впровадження H_2/H_∞ підходу в дискретному вигляді для малих БПЛА.

Мета даної дипломної роботи **–** розробка науково-обґрунтованих методик та алгоритмічного і програмного забезпечення параметричної оптимізації робастних дискретних систем управління рухом БПЛА. Для досягнення поставленої мети ставляться такі основні **завдання:**

– отримати науково-обґрунтовану методику визначення комплексного показника якості та робастності системи, який мінімізується в ході виконання оптимізаційної процедури;

– отримати номінальні й параметрично збурені моделі розімкненої та замкненої системи управління рухом БПЛА;

– розробити методику та алгоритм визначення штрафних функцій процедури параметричної робастної оптимізації для дискретних систем управління рухомими об’єктами;

– оцінити вплив неструктурованих параметричних збурень на стійкість дискретних систем управління БПЛА;

– проаналізувати результати виконання процедури робастної параметричної оптимізації для бічного та подовжнього каналів дискретних систем управління БПЛА.

Об’єктом дослідження є системи управління аерокосмічними рухомими об’єктами, зокрема безпілотними літальними апаратами (БПЛА).

Предметом дослідження є методи та алгоритми проектування робастних дискретних систем управління для широкого класу об’єктів, зокрема для БПЛА.

РОЗДІЛ 1

ОСОБЛИВОСТІ БПЛА ЯК ОБ'ЄКТА ДОСЛІДЖЕННЯ. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

1.1. БПЛА як об'єкт дослідження

Останнім часом безпілотні літальні апарати (БПЛА) усе більше застосовуються як у цивільних, так і у військових цілях:

1.У сільському господарстві [1]. На борту БПЛА встановлюється інфрачервоний датчик для визначення температури повітря обробленої поверхні. По сигналу датчика визначається необроблене поле, над яким температура нижча, ніж над обробленим.

2.У трубопровідному транспорті [2] для виявлення витоку нафти чи газу. Лінія шляху БПЛА задається по лінії трубопроводу. Датчик реагує на знижену температуру в місці прориву трубопроводу і подає сигнал оператору.

3.Екологічна розвідка акваторії моря [3]: виявлення нафтових плям на поверхні. Зокрема, подібні апарати могли б з високою ефективністю контролювати автомобільний рух на магістралях, значно полегшуючи роботу ДАІ, а також інформуючи про наявність "пробок". Також застосування БПЛА дозволить швидко і з мінімальними витратами забезпечити подальший розвиток систем зв'язку (у тому числі і мобільних), теле- і радіомовлення, а також навігаційних систем.

4.Використання БПЛА у військових цілях [4]. Роботи зі створення БПЛА у військових цілях почалися ще в роки Першої світової війни. У 1930-і рр. з'явилися перші дистанційно пілотовані повітряні мішені, а наприкінці 1950-х - безпілотні розвідники. 1970-ми роками датуються науково-дослідні розробки й в області бойових (ударних) БПЛА, а також безпілотних літаків з великою висотою і тривалістю польоту, призначених для тривалого спостереження і використання в складі розвідувально-ударних комплексів. Безпілотні апарати оснащені різними видами авіаційного озброєння і здатні самостійно знаходити й ідентифікувати ціль.

Щоб виключити ризик для життя членів екіпажа, для безпосередньої розвідки використовуються тільки безпілотні ЛА. Вони будуються на основі новітніх досягнень в області технології «стелс», що забезпечують значне зниження радіолокаційної, інфрачервоної і візуальної помітності. Літальні апарати маскують, роблячи їх невидимими для людського ока. БПЛА покривають тонким шаром світовипромінювального полімеру, що змінює колір відповідно до фона. Якщо на такому БПЛА встановлені майже безшумні двигуни, то його практично неможливо знайти. БПЛА з подібними властивостями здатні виконувати завдання спеціального характеру, зокрема, відслідковувати перекидання зброї масової поразки, контролювати переміщення окремих командирів і політичних лідерів. БПЛА може скидати невеликі датчики, що, знаходячись на землі, здатні виявляти проходження транспортних засобів з хімічними і біологічними боєприпасами.

Після війни в Перській затоці, у військовий побут увійшов термін "безпілотний бойовий літальний апарат". До цілеї, що можуть бути знищені за допомогою БПЛА ранніх розробок, відносять: стаціонарні об'єкти, зокрема, аеродроми, склади зброї, центри управління, залізничні парки; малорухомі об'єкти, зокрема, зенітні комплекси, артилерію. БПЛА більш пізньої розробки зможуть розширити коло розв'язуваних задач, наприклад: здійснювати захист від балістичних і крилатих ракет; знищувати мобільні об'єкти і брати участь у повітряних боях. БПЛА з великою тривалістю і висотою польоту можуть використовуватися замість навігаційних супутників, що дозволить створити навігаційну систему, що по ефективності не програє GPS, оскільки має значно менші витраті на її розгортання й експлуатацію. Ті ж БПЛА можуть служити відмінним доповненням, а в ряді випадків і заміною штучних супутників Землі. Тепер проводяться випробовування безпілотних літаків, призначених для повітряного дослідження Марса. Поки для зйомки поверхні Червоної планети використовуються супутники. І хоча якість зображень, одержуваних за допомогою їх, все збільшується, залишається такі недоліки, як велика висота польоту (не можна зняти наземні об’єкти збоку), мала маневреність (неможливо швидко змінити траєкторію польоту), і великий час, необхідний для зйомки об’єктів з різних точок. БПЛА, навпроти, дозволяють знімати об’єкти з малої відстані (підвищується якість фотографій) і з усіх боків (літак може просто кружляти над своєю ціллю).

У роботі розглядається БПЛА (рис.1.1), який було розроблено в Корейському аерокосмічному науково-дослідному інституті (KADI) [4, 5]. Систему управління та навігації цього БПЛА було розроблено у відділі систем навігації та управління KADI спільним корейсько-українським колективом дослідників [4-6]. Український колектив очолював професор А.А.Тунік.

Рис.1.1 Безпілотний літальний апарат

Для подовжнього каналу основними режимами є набір висоти, крейсерський політ на постійній висоті, зниження.

Розглядаючи подовжній рух необхідно зазначити, що при наборі висоти відбувається зміна кута тангажу, тому необхідно в подовжньому каналі розглядати контур стабілізації кута тангажу та контур стабілізації висоти.

Структурна схема подовжнього каналу зображена на рис. 1.2.

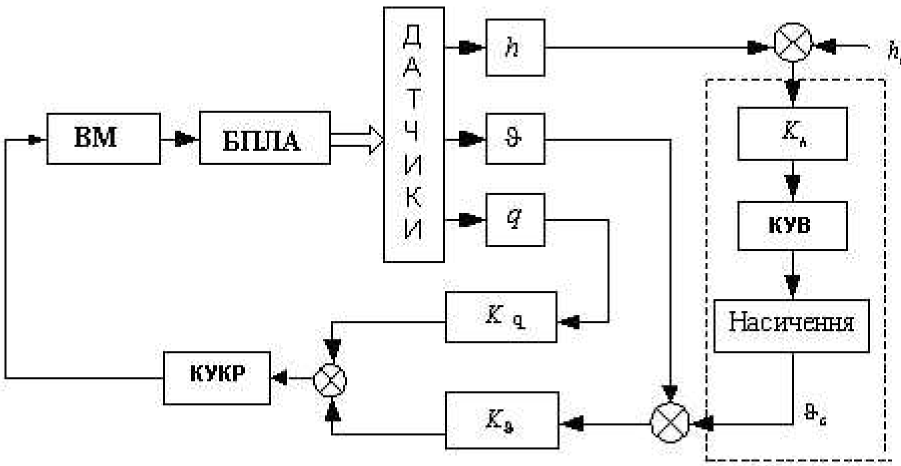


Рис. 1.2. Структурна схема повздовжнього каналу.

Оскільки як і набір висоти, так і зниження є ступінчатою функцією, то до повздовжнього каналу системи управління входять два контури: контур управління кутовими рухами КУКР (внутрішній контур стабілізації кута тангажу) і контур управління висотою КУВ (зовнішній контур, що є контуром стабілізації висоти), у яких використовуються пристрої динамічної корекції (ПД-регулятори).

На вхід регулятора кутових рухів надходять сигнали від датчиків висоти h, кута тангажу θ і кутової швидкості за тангажем q із коефіцієнтами підсилення K_h, K_{g}, K_q відповідно. Отже, вектор вимірюваних координат має вигляд $\mathbf{y} = [h, \theta, q]'$. Вектор стану для розглянутої системи визначається як $\mathbf{x} = [\alpha, \theta, q, h, \delta e]'$, а відхилення руля висоти є управління $\mathbf{u}$. Командний сигнал за висотою h_C подається із коефіцієнтом підсилення K_h на вхід регулятора висоти. В каналі враховується зона насичення нелінійних елементів, після проходження якої формується командний сигнал за тангажем ϑ_C.

Передавальна функція ПД-регулятора контура управління кутовими рухами КУКР має вигляд:

$$W_{C\vartheta q}(z) = 1 + \frac{K_4}{T} * \frac{(z-1)}{z} \tag{1.1}$$

Передавальна функція ПД-регулятора контура управління висотою КУВ має вигляд:

$$W_{Ch}(z) = K_h + \frac{K_5}{T} * \frac{(z-1)}{z} \tag{1.2}$$

Для управління подовжнім рухом БПЛА обрано закон управління , враховуючи (1.1) та (1.2) [4]:

$$u(z) = W_a(z) \cdot \left[W_h(z) \quad K_g \quad K_q\right] \cdot [h \quad g \quad q]^T; \tag{1.3}$$

Вектор $\vec{\mathbf{C}}_{\mathbf{n}}$ регульованих параметрів автопілоту подовжнього каналу, що визначається у результаті виконання процедури оптимізації, має вигляд

$$\vec{\mathbf{C}}_{\mathbf{n}} = [K_\vartheta,\ K_q, K_h, K_4, K_5] \tag{1.4}$$

Оскільки управління тягою відсутнє, то зміна істинної повітряної швидкості приводить до зміни параметрів в широких межах. Виникає задача оцінки якості та стійкості системи при зміні параметрів в заданих межах без використання прийнятих методів адаптації, тобто задача дослідження робастних систем.

1.2.Аналіз стану досліджень в галузі робастного управління

Рішенню математичних задач мінімізації норм в функціональних просторах посвячується більша частина статей по H^∞-оптимізації. В рамках теорії функцій цей напрямок активно розвивається з початку XX століття до наших днів [7].До його початків відносяться поліноми Чебишева і метод моментів Маркова. Теорія, що розвивалась на початку століття Піком, Шуром, Неванлінною, Каратеодорі, Фейером, отримала розвиток в кінці 60-х років у статтях Адамяна, Арова, Крейна [8-10] та Сарасона [11] про оператори Ганкеля та найкращих апроксимаціях аналітичними функціями. Рішення нових задач в теорії H^{∞}-оптимального управління в теперішній час пов’язано з новими результатами в цій області.

Обчислювальні питання теорії включають розробку зручних формул, алгоритмів та програм. Сюди можна віднести способи параметризації передавальних функцій, алгоритми факторизації та J-факторизація поліноміальних матриць, рішення Лур’є – Ріккаті, ітеративні методи розрахунку оптимальних регуляторів, параметричний опис класу всіх субоптимальних регуляторів із заданим рівнем функціоналу.

Вперше повне рішення для багатовимірного об’єкту було отримано спектральним методом, поєднавши параметризацію класу стійких передавальних функцій замкненої системи [12-14] з рішенням багатомірної проблеми Нехарі [15,16].

Огляд буде неповним, якщо не згадати про статті , опублікованих у вітчизняних журналах і присвячених рішенню тих же чи близьких математичних задач. Роботи по інваріантності систем управління [17,18] присвячені аналізу таких же питань грубості систем з зворотними зв’язками, що лягли в основу теорії H^{∞}-оптимального управління.

Відомо [19-21], що розглянуті задачі H^{∞}-оптимального управління є мінімаксними і допускають ігрову інтерпретацію. Саме такі ігрові задачі синтезу оптимального регулятора поставлені і вирішені в роботах Якубовича В.А. більше 30 років тому частотними методами [22-24]. Недивно такому збігу, оскільки цільова нерівність в задачі H^{∞}-оптимізації є різновидом частотних умов, які широко використовувались при аналізі систем регулювання і в теорії абсолютної стійкості. До мінімізації в просторі H^{∞} також привели деякі постановки задач адаптивного оптимального управління [25]. Робастним методам обробки сигналів посвячується також огляд в [26, 27].

1.3.Постановка задачі дослідження.

Для практичних цілей синтезу використовується так званий багатомодельний підхід, заснований на застосуванні складного критерію якості, що включає в себе оцінки якості номінальної й збуреної систем при детермінованих і випадкових збурюваннях, а також оцінки робастності системи з відповідними ваговими коефіцієнтами (множниками Лагранжа) [5, 28, 29]. Фактично такий підхід являє собою спробу багатокритеріальної оптимізації систем управління (СУ), коли векторний критерій зводиться до скалярного. Цей підхід дозволяє знайти компроміс між суперечливими вимогами якості і робастності СУ.

Описані в літературі процедури H_2/H_∞- оптимізації [5, 28, 29] розроблені для неперервних систем, тому кінцевою метою є безпосереднє застосування цього підходу до систем з дискретним часом [30-33]. Відомо [34], що збільшуючи H_2-норму зменшується H_∞-норма, і навпаки. Необхідно досягти компромісу між показниками якості та показниками робастності. Тому складний критерій якості складається з таких компонентів [30-33]

1) H_2-норма для кожної моделі дискретної системи в детермінованому випадку:

$$J_d = \sqrt{\sum_{k=0}^{\infty} \left[\mathbf{X_k^T} \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{X_k} + u^T \cdot \mathbf{R} \cdot u \right]}, \tag{1.4}$$

де: $X_к$ - вектор стану, U - вхідний вектор управління, Q,R - вагові матриці.

2) H_2- норма для кожної моделі дискретної системи в стохастичному випадку:

$$J_s = \sqrt{E_M \sum_{k=0}^{\infty} [\mathbf{X_k^T} \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{X_k} + u^T \cdot \mathbf{R} \cdot u]} \qquad (1.5)$$

3) H_∞-норма функції комплементарної чутливості дискретної системи для кожної моделі:

$$\|\mathbf{T}(j\omega)\|_\infty = \sup_{0 \le \omega \le \infty} \bar{\sigma}(\mathbf{T}(j\omega)), \qquad (1.6)$$

де: σ - сингулярне число матриці T, $\bar{\sigma}$- максимальне сингулярне число на заданій частоті. Відповідно до [34] $\|T\|_\infty$ є мірою робастності.

Невизначеність, яка розглядалась в цих системах, відносились до класу структурованих параметричних збурень, оскільки структура системи не змінювалась. Необхідно розглянути і неструктуровані параметричні збурення, які визначаються динамікою цифрової системи управління, які не враховувались спочатку [35].

В нашому випадку з фізичної точки зору ця неструктурована динаміка зводиться до наявності обчислювального запізнення в цифрових системах управління та наявності аналогових передімпульсних фільтрів для виключення явища накладання частот. Як правило, ці фільтри не враховуються при синтезі , проте їх вплив на динаміку замкнутої системи необхідно оцінити. В зв’язку з цим, задачею даного дослідження є аналіз впливу обчислювального запізнення та аналогових передімпульсних фільтрів на стійкість і якість цифрових систем управління, синтезованих по методиці, викладеній в [30,31].

Окрім обчислювального запізнення та передімпульсних фільтрів, в системі управління можуть виникати і інші неструктуровані збурення, пов’язані з наявністю нелінійностей в системі, пружних коливань і т. д. Проте, ці неструктуровані збурення визначаються конкретним типом об’єкта і розглядаються в окремих випадках, тоді як обчислювальне запізнення та передімпульсні фільтри існують в кожній системі, тому вони і будуть розглядатися в даній роботі. За звичай, використовують передімпульсні фільтри 1 та 2 порядків, полоса пропускання яких ширша за полосу пропускання системи і обмежується зверху частотою Найквіста.

Оскільки задача передімпульсної фільтрації вирішувалась для малого безпілотного літального апарату, для якого мала потужність бортового комп'ютера не дозволяє використовувати потужні методи фільтрації, то в даному випадку передімпульсним фільтром є неперервна ланка з досить малим значенням постійної величини часу. Таке припущення повністю підходить для рішення практичних задач [36,37].

В статті [38] така задача розглядалась для неперервних систем на основі теореми Харитонова та теореми про малий коефіцієнт підсилення. Проте, у нас задано дискретну систему управління. Виникає задача: оцінити вплив неструктурованих параметричних збурень на динаміку дискретної системи управління.

1.4. Висновки

В першому розділі диплому розглянуто безпілотний літальний апарат як об'єкт дослідження даної дипломної роботи. Вказано його переваги використання та області застосування безпілотних літальних апаратів. Зроблено історичний огляд досліджень в галузі робастного управління.

Поставлено такі задачі дослідження:

- вирішити процедуру робастної параметричної H_2 / H_∞- оптимізації для дискретних систем управління;

- оцінити вплив неструктурованих параметричних збурень на стійкість дискретних систем управління БПЛА;

РОЗДІЛ 2

РОБАСТНА ПАРАМЕТРИЧНА ОПТИМІЗАЦІЯ ЦИФРОВИХ СИСТЕМ УПРАВЛІННЯ ПОЛЬОТОМ БПЛА

2.1.Організація процедури оптимізації.

У процесі виконання процедури оптимізації робастних систем з однієї сторони досягається компромісне настроювання для збуреної й номінальної моделі та підбираються коефіцієнти, що задовольняють обом системам. З іншої ж сторони усі коефіцієнти разом характеризують співвідношення між якістю (точністю) і робастністю системи. Тому збільшення коефіцієнта, відповідального за якість системи, призводить до обмеження робастності та навпаки. При цьому обираються параметри, що забезпечують досягнення оптимального компромісу між якістю та робастністю системи за умови знаходження зазначених показників у деяких наперед заданих межах.

Процедура оптимізації передбачає створення моделей номінальної й збуреної систем, безпосередньо виконання оптимізації, оцінювання її результатів та моделювання [31]. Структурна схема алгоритму процедури оптимізації зображена на рис. 2.1. Процедура параметричної оптимізації складається з наступних кроків:

1. Перш за все створюється модель ЛА у просторі станів на підставі даних про швидкість, висоту і т. ін. Далі у просторі станів створюється модель послідовного зв’язку виконавчого механізму і номінальної й збуреної моделі ЛА. Отже, цей крок завершується розробкою моделі розімкненої системи управління.

2. Результатом другого кроку є створення номінальної й збуреної моделі замкненої системи «літак + автопілот». Потім ця модель використовується в програмі оптимізації та в програмі оцінювання .

3. На третьому кроці визначаються початкові величини параметрів автопілоту з огляду на запас стійкості замкненої системи, розраховуються полюса замкненої системи, необхідні для оцінки мінімальних і максимальних величин їхніх дійсних частин, а також максимальна величина відношення

$K = \max|\mathrm{Im}_i / \mathrm{Re}_i|$, i=1, 2 …n, де n – кількість полюсів замкненої системи; Im_i і Re_i – уявні та дійсні частини. Зазначені розрахунки необхідні для побудування штрафної функції процедури оптимізації.

4. Далі у просторі станів виконується розрахунок формуючого фільтра моделей Драйдена для номінальної та збуреної моделей та складається модель стохастичної системи як послідовне з’єднання детермінованої замкненої системи та формуючого фільтра (для номінального й збуреного випадків). Наступними етапами цього кроку є розрахунок показника якості, тобто H_2-норми номінальної й збуреної систем для детермінованого і стохастичного випадків, створення програми для розрахунку функції комплементарної чутливості детермінованої моделі для номінальної й збуреної систем і, нарешті, створення програми оцінювання.

5. На цьому кроці засобам пакету SimuLink розробляється програмне забезпечення для моделювання усіх вище розглянутих систем із урахуванням необхідних нелінійних функцій для заданої структури закону управління і виконавчого механізму.

6. Далі виконується програма оцінювання величини похибки за виходом детермінованої і стохастичної систем для номінального і збуреного випадків та розраховується граміан керованості. Результатом цього кроку є вибір вагових коефіцієнтів для програми оптимізації. При цьому слід враховувати, що якщо необхідно подавити деяку помилку більш за інші, то необхідно збільшити відповідний ваговий коефіцієнт. Потім здійснюється оцінювання показника

якості детермінованої і стохастичної моделей та H_∞-норми як функції комплементарної чутливості для обох моделей. Вибір вагових коефіцієнтів робить розмірними усі компоненти у композиції показника якості. Крок завершується розрахунком цільової функції для процедури оптимізації.

7. На цьому кроці за методом Нелдера-Міда створюється програма для виконання процедури оптимізації [39].

8. Далі безпосередньо виконується процедура оптимізації.

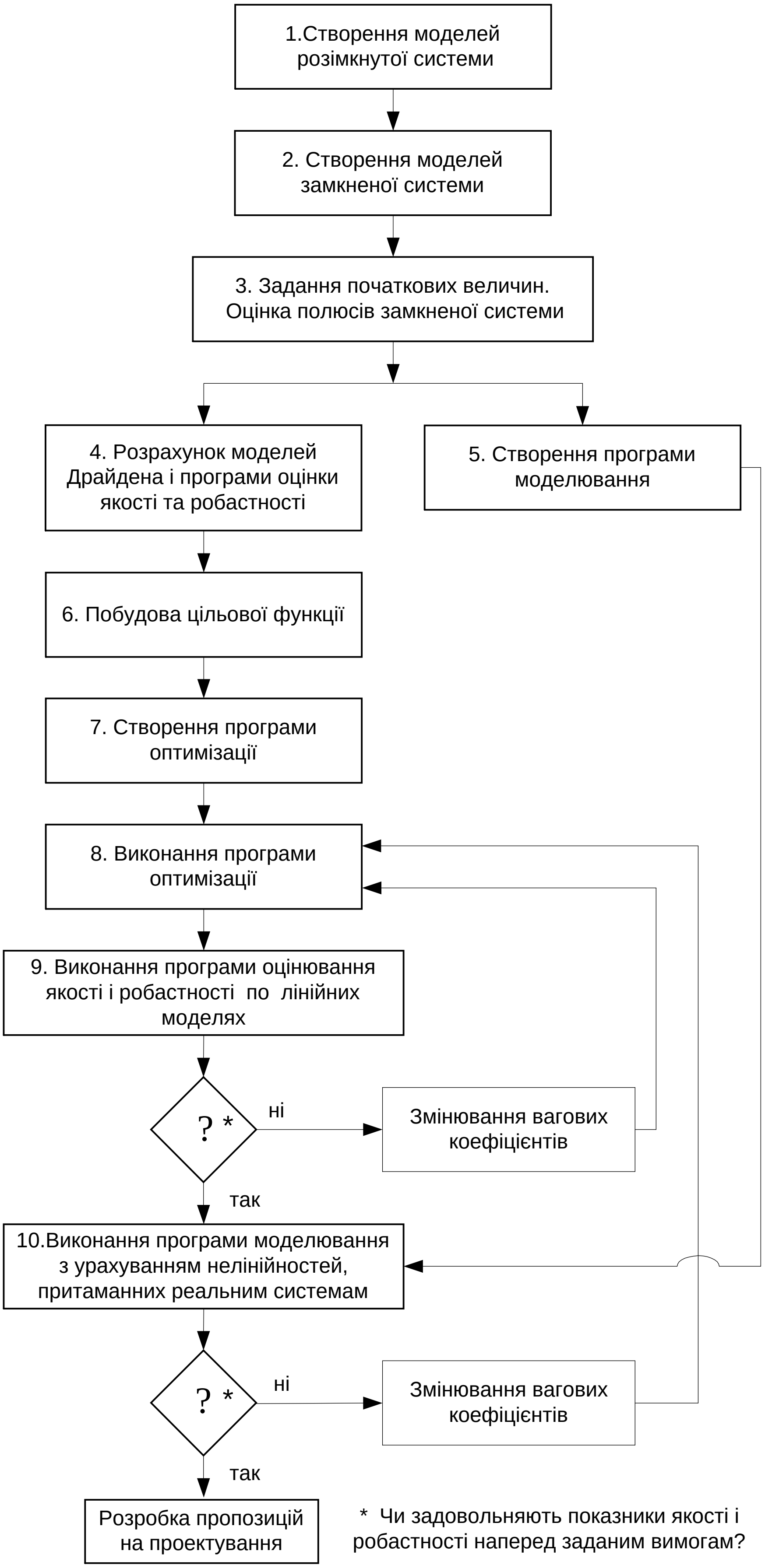
9. Наступним кроком є виконання програми оцінювання.

Тепер виконується перевірка умови, яка визначає, чи задовольняють показники якості і робастності наперед заданим вимогам до проектованої системи управління. Якщо результат може бути прийнятний з погляду вимог до якості і до робастності, то процедура оптимізації на цьому успішно закінчується. У противному випадку необхідно вибрати інші вагові коефіцієнти у цільовій функції (а іноді і обрати інші початкові параметри) та виконати програму оптимізації спочатку.

10. Після закінчення програми оптимізації виконується програма моделювання з урахуванням нелінійностей, притаманних реальним системам управління. Кожного разу після виконання цієї програми також здійснюється перевірка того, чи задовольняють показники якості і робастності деяким, наперед заданим вимогам, надаваним до проектованих систем. У разі невиконання цієї умови відповідні вагові коефіцієнти змінюються і процедура оптимізації повторюється. Таким чином процедура параметричної робастної оптимізації може проводитись декілька разів до отримання результатів, що задовольняють наперед заданим технічним вимогам до системи управління. Перший крок виконання оптимізації складається з визначення структури і початкових параметрів з погляду розміщення полюсів замкнутої системи в заданій області. Найбільш повне рішення цієї задачі міститься в [30], де розглянутий загальний випадок динамічних зворотних зв’язків по перемінним стани, однак реалізація цього методу вимагає розробки досить складного алгоритму. У той же час використання деяких стандартних команд MaTLab’a, хоча і дає тільки першу

«підказку» початкових значень параметрів регулятора, але в цілому приводить до їх перебування значно швидше. До них відноситься, наприклад, команда синтезу оптимального лінійно-квадратичного регулятора «lqr.m» у припущенні, що виміряються всі перемінні стани. Потім з матриці оптимальних коефіцієнтів підсилення віддаляються ті коефіцієнти, що відносяться до не вимірюваного в реальній системі перемінним стану. Після знаходження вектора початкових значень параметрів виконується процедура оптимізації, що у даній статті заснована на методі Нелдера-Міда. Знайдені при цьому оптимальні значення параметрів використовуються для оцінки як якості (у детермінованому і стохастичному випадках), так і робастності системи управління.

Рис. 2.1. Блок-схема алгоритму процедури оптимізації


1.Створення моделей розімкнутої системи
2. Створення моделей замкненої системи
3. Задання початкових величин. Оцінка полюсів замкненої системи
4. Розрахунок моделей Драйдена і програми оцінки якості та робастності
5. Створення програми моделювання
6. Побудова цільової функції
7. Створення програми оптимізації
8. Виконання програми оптимізації
9. Виконання програми оцінювання якості і робастності по лінійних моделях
? *
ні
Змінювання вагових коефіцієнтів
так
10.Виконання програми моделювання з урахуванням нелінійностей, притаманних реальним системам
? *
ні
Змінювання вагових коефіцієнтів
так
Розробка пропозицій на проектування
* Чи задовольняють показники якості і робастності наперед заданим вимогам?

2.2. Аналіз якості при дії на систему структурованих та неструктурованих параметричних збуреннях.

Невизначеність, яка розглядалась в вищевикладених системах, відносились до класу структурованих параметричних збурень, оскільки структура системи не змінювалась.

Необхідно розглянути і неструктуровані параметричні збурення, що визначаються динамікою цифрової системи управління і не враховуються на початок синтезу.

В нашому випадку з фізичної точки зору ця неструктурована динаміка зводиться до наявності обчислювального запізнення в цифрових системах управління та наявності аналогових передімпульсних фільтрів для виключення явища накладання частот.

Оскільки задача передімпульсної фільтрації вирішувалась для малого безпілотного літального апарату, для якого мала потужність бортового комп’ютера не дозволяє використовувати потужні методи фільтрації, то в даному випадку передімпульсним фільтром є неперервна ланка з досить малим значенням постійної величини часу.

Обчислювальне запізнення апроксимується за допомогою ряду Паде :

$$e^{-\tau s} = \frac{e^{-s\cdot\frac{\tau}{2}}}{e^{s\cdot\frac{\tau}{2}}} \cong \frac{\left(1-\frac{s\tau}{2m}\right)^{m}}{\left(1+\frac{s\tau}{2m}\right)^{m}} \qquad (2.1)$$

В статті [38] така задача розглядалась для неперервних систем на основі теореми Харитонова та теореми про малий коефіцієнт підсилення. Проте, у нас задано дискретну систему управління. Виникає задача: оцінити вплив неструктурованих параметричних збурень на динаміку дискретної системи управління.

Розглянемо замкнену систему, яка містить в зворотному зв'язку неструктуровані збурення (рис.2.2).

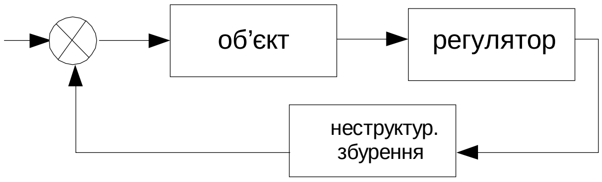


Рис.2.2..Замкнена система, на яку діють неструктуровані збурення.

Замкнена система, задана в дискретному вигляді, має передавальну функцію

$$W(z) = \frac{P(z)}{Q(z)}, \qquad (2.2)$$

полюси якої розміщуються в колі одиничного радіуса.

Якщо зробити заміну змінних за допомогою білінійного перетворення , то можна розглядати дискретну систему як неперервну. Для перетворення використовується підстановка

$$z = \frac{1+s}{1-s}. \qquad (2.3)$$

В результаті отримаємо неперервну систему з передавальною функцією

$$W(s) = \frac{P(s)}{Q(s)}, \qquad (2.4)$$

полюси якої розміщуються в лівій півплощині.

Спочатку наведемо декілька основних аспектів з теорії поліномів Харитонова.

Нехай $\delta(s)$- дійсний поліном. Ми можемо визначити його парну $¢^{пар}(s)$ та непарну $\delta^{непар}(s)$ частини. Запишемо

$$\delta(s) = \left(\underbrace{\delta_0 + \delta_2 s^2 + \delta_4 s^4 + \ldots}_{\delta^{пар}(s)} \right) + \left(\underbrace{\delta_1 s + \delta_3 s^3 + \delta_5 s^5 + \ldots}_{\delta^{непар}(s)} \right) \tag{2.5}$$

Визначимо сімейство поліномів з реальними інтервалами:

$$\delta(s) = \delta_0 + \delta_1 s + \delta_2 s^2 + \ldots + \delta_{n-1} s^{n-1} + \delta_n s^n \tag{2.6}$$

де $\delta_0 \in [x_0, y_0]$, $\delta_1 \in [x_1, y_1]$, $\delta_n \in [x_n, y_n]$

Чотири поліноми Харитонова, які входять в це сімейство, визначаються таким чином:

$$\begin{aligned} K^1(s) &= x_0 + x_1 s + y_2 s^2 + y_3 s^3 + x_4 s^4 + x_5 s^5 + \ldots \\ K^2(s) &= x_0 + y_1 s + y_2 s^2 + x_3 s^3 + x_4 s^4 + y_5 s^5 + \ldots \\ K^3(s) &= y_0 + x_1 s + x_2 s^2 + y_3 s^3 + y_4 s^4 + x_5 s^5 + \ldots \\ K^4(s) &= y_0 + y_1 s + x_2 s^2 + x_3 s^3 + y_4 s^4 + y_5 s^5 + \ldots \end{aligned} \tag{2.7}$$

Таким чином, розглянемо сімейство поліномів для об’єкта з передавальною функцією

$$g(s) = \frac{n(s)}{d(s)} \tag{2.8}$$

де $n(s)$- належить сімейству поліномів *N*, а $d(s)$ - належить сімейству поліномів *D*, які визначаються так:

$$\begin{aligned} n(s) &= n_0 + n_1 s + \ldots + n_p s^p, \text{де } n_i [\alpha_i, \beta_i], \forall\ i = 0, \ldots p \\ d(s) &= d_0 + d_1 s + \ldots + d_q s^q, \text{де } d_j [\gamma_j, \delta_j], \forall\ j = 0, \ldots p \end{aligned} \tag{2.9}$$

Нехай $K_N^i(s)$, $i = 1,2,3,4$ і $K_D^i(s)$, $i = 1,2,3,4$ визначаються поліномами Харитонова, пов’язаних з *N* і *D* відповідно. Далі ми можемо визначити 16 об’єктів

$$g(s) = \frac{K_N^i(s)}{K_D^i(s)} \tag{2.10}$$

Припустимо, що ΔP - неструктуровані параметричні збурення, які діють на систему.

Теорема 1 [38]: Якщо $g(s)$ - стійка передавальна функція, то замкнута система (рис.2.2) лишається стійкою для всіх неструктурованих збурень, які підходять умові $\|\Delta P\|_\infty \langle \alpha$, якщо і тільки якщо

$$\|g_i(s)\|_\infty \langle 1/\alpha \tag{2.11}$$

Теорема 2 [38]: Замкнута система (рис.2.2) лишається стійкою для всіх неструктурованих збурень, які підходять умові $\|\Delta P\|_\infty \langle \alpha$, якщо і тільки якщо

$$\alpha \langle 1/\max_i \|g_i(s)\|_\infty, \quad i = 1,\dots,n \tag{2.12}$$

де $g_i(s)$-передавальна функція об’єкта, представленого у вигляді поліномів Харитонова, n- кількість поліномів Харитонова.

Стандартна схема дискретної системи управління з неструктурованими параметричними збуреннями зображена на рис.2.3.

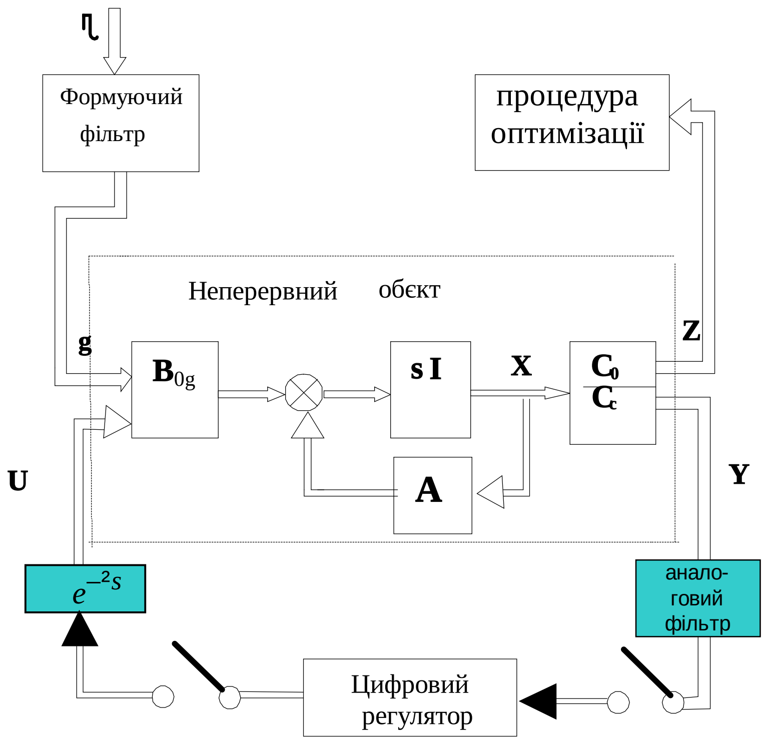


Рис.2.3. Дискретна система управління з неструктурованими параметричними збуреннями.

На рис.2.3 вектор η являє собою білий шум, вектор g – збуреннння (пориви вітру). Формуючий фільтр описаний стандартною моделлю Драйдена.

Матриця Bg0 на рис.2.3 поєднує вхід управління u і стохастичний вектор пориву вітру g в один вектор входу; матриця A – це матриця простору станів БПЛА, матриця C – матриця спостереження. Вектор ν являє собою шум вимірювань. Аналоговий фільтр виконує передімпульсну фільтрацію. Він є неперервною ланкою з досить малим значенням постійної величини часу[36,37]

$$W(p) = \frac{1}{0.01p + 1}. \tag{2.13}$$

Блок $e^{-\tau s}$ вказує на те, що в системі є обчислювальне запізнення, величина якого відома лише приблизно. Дана структурна схема використовувалась у вище описаному алгоритмі оцінки впливу неструктурованих збурень.

Розглянемо рішення задачі оцінки впливу неструктурованих збурень на стійкість дискретних систем управління на прикладі цифрової системи управління бічним рухом малого БПЛА.

Розглянемо сімейство поліномів для об'єкта з передавальною функцією

$$g(s) = \frac{n_0 + n_1 s + n_2 s^2 + \ldots + n_{10} s^{10}}{d_0 + d_1 s + d_2 s^2 + \ldots + d_{10} s^{10}} \tag{2.14}$$

де $n_0 \in [2.3 \cdot 10^6, 1.25 \cdot 10^6];$ $n_1 \in [8.8 \cdot 10^6, 4.4 \cdot 10^6];$

$n_2 \in [2.8 \cdot 10^7, 1.32 \cdot 10^7];$ $n_3 \in [3 \cdot 10^7, 1.5 \cdot 10^7];$

$n_4 \in [2.4 \cdot 10^7, 1.53 \cdot 10^7];$ $n_5 \in [1{,}604 \cdot 10^7, 0.104 \cdot 10^8];$

$n_6 \in [5.1 \cdot 10^5, 3.3 \cdot 10^5];$ $n_7 \in [-1397, -926];$

$n_8 \in [-51.68, -33.44];$ $n_9 \in [-0.021667, -0.01198];$

$n_{10} \in [0,0];$ $d_0 \in [0, 0];$

$d_1 \in [1.5 \cdot 10^4, 2.7 \cdot 10^4];$ $d_3 \in [7 \cdot 10^5, 4.4 \cdot 10^5];$

$d_4 \in [7.7 \cdot 10^5, 5.3 \cdot 10^5];$

$d_5 \in [4.4 \cdot 10^5, 3.55 \cdot 10^5];$ $d_6 \in [1.53 \cdot 10^5, 1.31 \cdot 10^5];$

$d_7 \in [1.3 \cdot 10^4, 1.25 \cdot 10^4];$ $d_8 \in [214, 212];$

$d_9 \in [1,1];$ $d_{10} \in [0,0];$

Отримаємо 16 поліномів Харитонова, відповідно до (2.7):

$$g_1(s) = \frac{K_N^1(s)}{K_D^1(s)}, \qquad g_2(s) = \frac{K_N^1(s)}{K_D^2(s)}, \qquad g_3(s) = \frac{K_N^1(s)}{K_D^3(s)},$$

$$g_4(s)=\frac{K_N^1(s)}{K_D^4(s)},\quad g_5(s)=\frac{K_N^2(s)}{K_D^1(s)},\quad g_6(s)=\frac{K_N^2(s)}{K_D^2(s)},$$

$$g_7(s)=\frac{K_N^2(s)}{K_D^3(s)},\quad g_8(s)=\frac{K_N^2(s)}{K_D^4(s)},\quad g_9(s)=\frac{K_N^3(s)}{K_D^1(s)},$$

$$g_{10}(s)=\frac{K_N^3(s)}{K_D^2(s)},\quad g_{11}(s)=\frac{K_N^3(s)}{K_D^3(s)},\quad g_{12}(s)=\frac{K_N^3(s)}{K_D^4(s)},$$

$$g_{13}(s)=\frac{K_N^4(s)}{K_D^1(s)},\quad g_{14}(s)=\frac{K_N^4(s)}{K_D^2(s)},\quad g_{15}(s)=\frac{K_N^4(s)}{K_D^3(s)}\quad g_{16}(s)=\frac{K_N^4(s)}{K_D^4(s)},$$

де

$$K_N^1=-0.02197\,s^9-51.68\,s^8-926\,s^7+330000\,s^6+1.604\cdot10^7\,s^5+2.4\cdot10^7\,s^4$$
$$+1.5\cdot10^7\,s^3+1.32\cdot10^7\,s^2+8.8\cdot10^6\,s+2.13\cdot10^6\ ;$$

$$K_N^2=-0.01198\,s^9-51.68\,s^8-1397\,s^7+330000\,s^6+1.046\cdot10^7 s^5+2.4\cdot10^7 s^4$$
$$+3\cdot10^7 s^3+1.32\cdot10^7 s^2+4.4\cdot10^6\,s+2.13\cdot10^6;$$

$$K_N^3=-0.02197\,s^9-33.44\,s^8-926\,s^7+5.1\cdot10^5\,s^6+1.604\cdot10^7\,s^5+19.63\,s^4$$
$$+1.5\cdot10^7\,s^3+2.8\cdot10^7\,s^2+8.8\cdot10^6\,s+1.25\cdot10^6;$$

$$K_N^4=-0.01198\,s^9-33.44\,s^8-1397\,s^7+5.1\cdot10^5\,s^6+1.046\cdot10^7\,s^5$$
$$+19.63\,s^4+3\cdot10^7\,s^3+2.8\cdot10^7\,s^2+4.4\cdot10^6\,s+1.25\cdot10^6;$$

$$K_D^1=s^9+214\,s^8+12500\,s^7+131000\,s^6+4.4\cdot10^5\,s^5+770000\,s^4$$
$$+710000\,s^3+4.4\cdot10^5\,s^2+15000\,s;$$

$$K_D^2=s^9+214\,s^8+13000\,s^7+131000\,s^6+355000\,s^5+770000\,s^4+$$
$$+1.1\cdot10^6\,s^3+4.4\cdot10^5\,s^2+27000\,s\ ;$$

$$K_D^3=s^9+212\,s^8+12500\,s^7+153000\,s^6+4.4\cdot10^5\,s^5+530000\,s^4$$
$$+710000\,s^3+700000\,s^2+15000\,s;$$

$$K_D^4=s^9+212\,s^8+13000\,s^7+153000\,s^6+355000\,s^5+530000\,s^4$$
$$+1.1\cdot10^6\,s^3+700000\,s^2+27000\,s;$$

Обчислимо 16 $\|H\|_{\infty}$ – норм:

$\|g_1(s)\|_{\infty} = 4.457;$ $\|g_2(s)\|_{\infty} = 3.87;$ $\|g_3(s)\|_{\infty} = 3.95;$ $\|g_4(s)\|_{\infty} = 3.45;$

$\|g_5(s)\|_{\infty} = 2.49;$ $\|g_6(s)\|_{\infty} = 2.28;$ $\|g_7(s)\|_{\infty} = 2.35;$ $\|g_8(s)\|_{\infty} = 2.13;$

$\|g_9(s)\|_{\infty} = 3.55;$ $\|g_{10}(s)\|_{\infty} = 3.11;$ $\|g_{11}(s)\|_{\infty} = 3.41;$ $\|g_{12}(s)\|_{\infty} = 2.99;$

$\|g_{13}(s)\|_{\infty} = 2.54;$ $\|g_{14}(s)\|_{\infty} = 2.28;$ $\|g_{15}(s)\|_{\infty} = 2.50;$ $\|g_{16}(s)\|_{\infty} = 2.24;$

Обчислимо α:

$$\sim \le \frac{1}{4.457} \le 0,22$$

Замкнена система залишається стійкою при дії на неї неструктурованих параметричних збурень, якщо H_{∞}-норма цих збурень не перевищує $\sim \le 0,22$.

H_{∞}-норма без неструктурованих параметричних збурень рівна $\|H_o\|_{\infty} = 1.1632$.

H_{∞}-норма з урахуванням неструктурованих параметричних збурень рівна $\|H_{зб}\|_{\infty} = 1.1744$.

$\|\Delta\|_{\infty} = \|H_{зб}\|_{\infty} - \|H_o\|_{\infty} = 0,0112$, що не перевищує α.

Таким чином ми довели, що система лишається стійкою.

2.3. Висновки

У другому розділі дипломної роботи:

1. Розроблено алгоритм робастної багатомодельної H_2/H_{∞}-оптимізації для дискретних систем управління польотом із врахуванням штрафної функції, яка гарантує стійкість системи в ході виконання оптимізаційної процедури.

2. Розроблено методику та алгоритм визначення штрафних функцій процедури параметричної робастної оптимізації для дискретних систем управління рухомими об’єктами.

3. Отримано інтерактивну процедуру робастної параметричної оптимізації для дискретних систем, що базується на виконанні вище приведеного алгоритму (п.1) та дозволяє досягти компромісу між якістю та робастністю в детермінованому та стохастичному випадках за допомогою зміни вагових коефіцієнтів в комплексному показнику „якість-робастність”.

4. Приведено алгоритм дослідження стійкісті робастних дискретних систем при дії на них структурованих та неструктурованих параметричних збурень за допомогою теореми Харитонова, що дозволяє оцінити максимальні норми неструктурованих збурень, при яких система зберігає стійкість.

5. Приведено на прикладі дискретної системи управління бічним каналом БПЛА рішення задачі оцінки впливу структурованих та неструктурованих збурень на стійкість дискретної системи управління.

РОЗДІЛ 3

ПРАКТИЧНЕ ВИКОРИСТАННЯ МЕТОДУ ПАРАМЕТРИЧНОГО СИНТЕЗУ ДЛЯ РОБАСТНИХ ДИСКРЕТНИХ СИСТЕМ УПРАВЛІННЯ МАЛИМ БПЛА

3.1. Номінальна та параметрично збурена моделі динаміки БПЛА

Для реалізації параметричної робастної оптимізації системи управління малого БПЛА необхідно визначити його моделі динаміки у просторі станів. Будемо вважати, що швидкість V_t=250 км/год відповідає номінальній моделі, а швидкість V_{tp}=200 км/год – збуреній.

На вхід регулятора повздовжнього каналу надходять сигнали від датчиків висоти h, тангажу θ і кутової швидкості за тангажем q, тобто вектор вимірюваних координат має вигляд $\mathbf{y}=[h,\theta,q]'$. Вектор стану для повздовжнього канала є таким $\mathbf{x}=[\alpha,\theta,q,h,\delta e]$. Номінальна й збурена моделі повздовжнього каналу малого БПЛА мають вигляд

$$\mathbf{A}=\begin{bmatrix} -0.0345 & 6 & -9.78 & 0 & 0 \\ -0.0041 & -1.76 & 0 & 0.99 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0.0033 & -25.7 & 0 & -2.19 & 0 \\ 0 & -69.4 & 69.4 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \tag{3.1}$$

$$\mathbf{Ap}=\begin{bmatrix} -0.0273 & 6 & -9.78 & 0 & 0 \\ -0.0064 & -1.39 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0.0036 & -16.1 & 0 & -1.73 & 0 \\ 0 & -55.6 & 55.6 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \tag{3.2}$$

$$\mathbf{B} = [0.36 \quad -0.16 \quad 0 \quad -31.1 \quad 0]', \qquad (3.3)$$

$$\mathbf{Bp} = [0.36 \quad -0.13 \quad 0 \quad -19.9 \quad 0]', \qquad (3.4)$$

де матриці збуреної моделі позначаються індексом “p”.

Номінальна й параметрично збурена моделі розімкненої системи визначаються для послідовного з’єднання виконавчого механізму ($\mathbf{W}_1$) та БПЛА ($\mathbf{W}_2$) у відповідності із рис. 3.1.

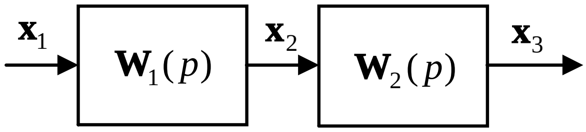


Рис. 3.1. Модель розімкненої системи

Результуюча передавальна функція є добутком передавальних функцій окремих ланок:

$$\mathbf{W}(\mathrm{p}) = \mathbf{W}_1(\mathrm{p}) \cdot \mathbf{W}_2(\mathrm{p}). \qquad (3.5)$$

Слід відзначити, що такий підхід є справедливим лише у тому випадку, коли з’єднання виходу попередньої ланки із входом наступного не змінює вихідних рівнянь кожної ланки і, отже, передавальної функції усього з’єднання.

Визначимо модель динаміки у просторі станів для послідовного з’єднання. Для цього спочатку запишемо модель для виконавчого механізму

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}_1 &= \mathbf{A}_1 \cdot \mathbf{x}_1 + \mathbf{B}_1 \cdot \mathbf{y}_2, \\ \mathbf{y}_1 &= \mathbf{C}_1 \cdot \mathbf{x}_1 + \mathbf{D}_1 \cdot \mathbf{y}_2, \end{aligned} \qquad (3.6)$$

а потім для БПЛА

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}_2 &= \mathbf{A}_2 \cdot \mathbf{x}_2 + \mathbf{B}_2 \cdot \mathbf{y}_{\mathbf{U}}, \\ \mathbf{y}_2 &= \mathbf{C}_2 \cdot \mathbf{x}_2 + \mathbf{D}_2 \cdot \mathbf{y}_{\mathbf{U}} \end{aligned} \qquad (3.7)$$

Якщо врахувати, що вектор стану послідовного з'єднання має вигляд $\mathbf{x}_3 = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$, то остаточно одержимо

$$\dot{\mathbf{x}}_1 = \mathbf{A_1} \cdot \mathbf{x_1} + \mathbf{B_1} \cdot (\mathbf{C_2} \cdot \mathbf{x_2} + \mathbf{D_2} \cdot \mathbf{u}),$$

$$\mathbf{y_1} = \mathbf{C_1} \cdot \mathbf{x_1} + \mathbf{D_1} \cdot (\mathbf{C_2} \cdot \mathbf{x_2} + \mathbf{D_2} \cdot \mathbf{u}). \qquad (3.8)$$

У результаті для послідовного з'єднання виконавчого механізму та БПЛА отримаємо такі матриці

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{A_1} & \mathbf{B_1} \cdot \mathbf{C_2} \\ 0 & \mathbf{A_2} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{B_1} \cdot \mathbf{D_2} \\ \mathbf{B_2} \end{bmatrix}, \qquad (3.9)$$

$$\mathbf{C} = [\mathbf{C}_1 \quad 0], \quad \mathbf{D} = [\mathbf{D_1} \cdot \mathbf{D_2}].$$

Визначення моделі послідовного з'єднання, представленого на рис. 3.1, для неперервних або дискретних ланок з однаковими періодами дискретності здійснюється в MATLAB за допомогою функції *series.*

За умови використання безінерційних моделей, описуваних матрицями статичних коефіцієнтів передачі, ця операція є еквівалентною операції множення моделей *sys=sys2ẽsys1*.

Наступним етапом є створення номінальних й збурених замкнених моделей. Для цього необхідно спочатку сформувати модель регулятора для збуреної і номінальної систем та поставити її в зворотній зв'язок.

Тепер перейдемо до визначення моделі замкненої системи із від'ємним зворотним зв'язком (рис. 3.2).

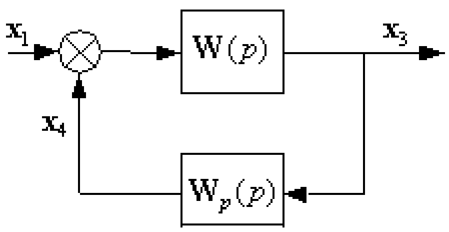


Рис. 3.2. Замкнена модель із від'ємним зворотним зв'язком

Результуюча передавальна функція для замкненої системи, до складу якої входять послідовне з’єднання виконавчого механізму та БПЛА ($\mathbf{W}$) та регулятора ($\mathbf{W}_p$) із вектором стану $\mathbf{x}_4$ є такою:

$$\mathbf{W}_з(\mathrm{p}) = \frac{\mathbf{W}(\mathrm{p})}{1 + \mathbf{W}(\mathrm{p}) \cdot \mathbf{W}_\mathrm{p}(\mathrm{p})}, \qquad (3.10)$$

при цьому знак плюс відноситься до від’ємного зворотного зв’язку, а мінус знак до додатнього.

Визначення номінальної й збуреної моделей замкненої системи виконується за допомогою функції *feedback*. Ця функція дозволяє визначити модель у контурі зі зворотним від’ємним зв’язком для неперервних або дискретних з однаковим періодом дискретності систем.

Наступним кроком є формування номінальної й збуреної моделей для розімкненої системи

За моделлю розімкненої системи можна обчислити запас стійкості за фазою та амплітудою, а також відповідні частоти для одновимірних систем. Запас стійкості за амплітудою являє собою значення амплітудної частотної характеристики на частоті, для якої фазова частотна характеристика складає –180 град. Запас стійкості за фазою є різницею між –180 град та значенням фазової частотної характеристики на частоті зрізу. Зазвичай, прийнятний компроміс між стійкістю і смугою пропускання забезпечує запас стійкості у межах між 30 і 60 град. Побудова логарифмічних частотних характеристик як неперервних, так і дискретних розімкнених систем з визначенням запасів стійкості здійснюється за допомогою функції *margin*.

3.2. Аналіз результатів процедури оптимізації дискретної системи управління малим БПЛА.

Процедуру робастної параметричної оптимізації було розроблено в пакеті програм MATLAB для дискретної систем управління подовжнім малого БПЛА.

Розглянемо результати оптимізації повздовжнього каналу дискретної системи управління, структурну схему якого представлено на рис. 1.2. Процедуру оптимізації бічного каналу дискретної системи управління розглянуто в другому розділі.

Процедура оптимізації складалась з програми розрахунку цільової функції, програми виконання оптимізації, програми оцінювання результатів оптимізації і програми моделювання отриманої оптимальної системи управління із урахуванням моделей нелінійних елементів, що дозволило врахувати властивості реальної апаратури.

Під час оптимізації використовувались дві лінійні моделі: номінальна (при істинній повітряній швидкості 250 км/год) і збурена (при істинній повітряній швидкості 200 км/год).

При дослідженні стохастичного випадку передбачалося, що на БПЛА діє турбулентний вітер, с.к.в. миттєвої швидкості якого дорівнює 2.5 м/сек.

Для цього випадку номінальна й збурена моделі повздовжнього каналу малого БПЛА мають вигляд

$$A=\begin{bmatrix} -0.0345 & 6 & -9.78 & 0 & 0 \\ -0.0041 & -1.76 & 0 & 0.99 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0.0033 & -25.7 & 0 & -2.19 & 0 \\ 0 & -69.4 & 69.4 & 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad (3.11)$$

$$\mathbf{B_p} = [0.36 \quad -0.16 \quad 0 \quad -31.1 \quad 0]';$$

$$A_p=\begin{bmatrix} -0.0273 & 6 & -9.78 & 0 & 0 \\ -0.0064 & -1.39 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0.0036 & -16.1 & 0 & -1.73 & 0 \\ 0 & -55.6 & 55.6 & 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad (3.12)$$

$$\mathbf{B_p} = [0.36 \quad -0.13 \quad 0 \quad -19.9 \quad 0]',$$

де матриці збуреної моделі позначаються індексом “p”.

Передавальні функції ПД-регуляторів для контурів швидких і повільних рухів для дискретної системи управління є такими:

$$W_{Ch}(z) = K_h + \frac{K_5}{T} * \frac{(z-1)}{z}, \tag{3.13}$$

$$W_{C\vartheta q}(z) = 1 + \frac{K_4}{T} * \frac{(z-1)}{z}. \tag{3.14}$$

У результаті процедури оптимізації визначається вектор параметрів автопілоту із наступними складовими

$$\vec{\mathbf{C}}_{\mathbf{n}} = [K_\vartheta,\ K_q, K_h, K_4, K_5]. \tag{3.15}$$

При виконанні процедури оптимізації для обчислення складного показника якості було обрано вагові коефіцієнти $\lambda_{0d} = \lambda_{pd} = 1.2$; $\lambda_{0s} = \lambda_{ps} = 10$, $\lambda_\infty = \lambda_{p\infty} = 0.4$. Для штрафної функції використовувались параметри: R1=0.9999, R2=0.0005. У результаті проведення процедури робастної параметричної оптимізації було отримано вектор параметрів автопілоту

$$\vec{\mathbf{C}}_{\mathbf{n}} = [-9.2\ \ -1\ \ -0.05\ \ 0.14\ \ 0.008] \tag{3.16}$$

Характеристики номінальної й збуреної дискретних систем представлено у таблиці 3.1.

Як і в першому випадку, с. к. в. змінних стану номінальної й збуреної систем, запаси стійкості за фазою і амплітудою та H_2- і H_∞-норми мають невеликі розходження, цілком припустимі з погляду функціонування системи у цілому.

Малі значення с.к.в. змінних стану у стохастичному випадку і H_2-норм у детермінованому випадку свідчать про те, що система має значний резерв якості, яким можна пожертвувати, якщо знадобиться підвищити робастність системи управління.

Мале відхилення характеристики номінальної та збуреної моделей свідчать про високу робастність системи.

Характеристики номінальної й збуреної дискретних систем. *Таблиця 4.1*

Об’єкт	С. к. в. змінних простору станів					Запас стійкості		H_2-Норма	H_∞-норма
	α (рад)	ϑ (рад)	q (рад·с$^{-1}$)	h (м)	δe (рад)	Фаза (гр.)	Амп. (дБ)		
Ном..	0.0007	0.0034	0.003	1.07	0.0017	145	20	1.59	0.43
Збур.	0.0009	0.0063	0.0035	1.39	0.0019	152	23	1.15	0.29

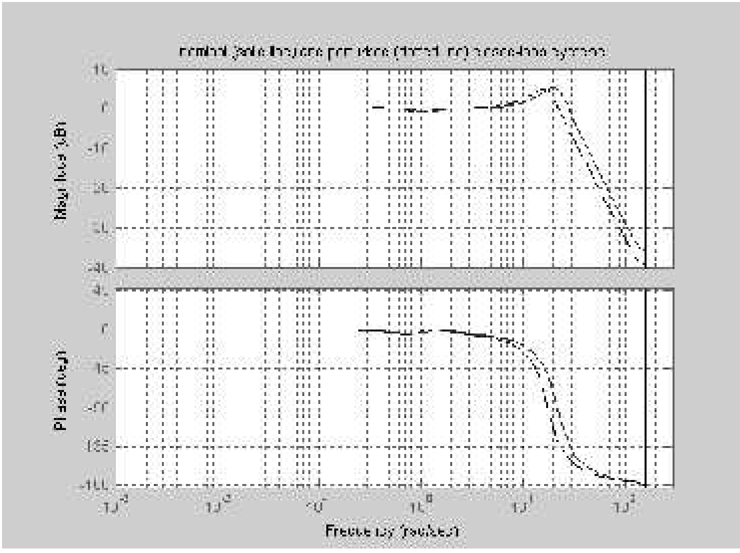


Рис. 3.2. ЛАЧХ та ЛФЧХ номінальної й збуреної дискретних систем управління подовжнім рухом БПЛА

ЛАЧХ та ЛФЧХ номінальної й збуреної дискретних систем управління повздовжнім рухом БПЛА представлені на рис. 3.2, при цьому суцільною лінією позначені характеристики номінальної системи, а пунктирною – збуреної. Мале відхилення характеристики номінальної та збуреної моделей свідчать про високу робастність системи.

3.3. Програмне забезпечення процедури оптимізації дискретної системи управління повздовжнім рухом БПЛА

Програмне забезпечення процедури оптимізації для дискретних систем складається з:

- програми розрахунку цільової функції для процедури оптимізації;
- програми виконання процедури оптимізації;
- програми оцінювання результатів оптимізації;
- програми моделювання із урахуванням моделей нелінійних елементів.

1. Програма розрахунку цільової функції для процедури оптимізації дискретної системи управління повздовжнім рухом БПЛА. (Ця і наступні програми створені за допомогою системи MATLAB).

```
%Optimization procedure is in a file "ohproba.m", evaluation -in the program "ehproba".
function f=fhproba(ps)
Wp=[10  10  0.01  0.01   0.01]; Aw=diag(Wp);
p=ps*Aw
```

Вектор *ps* – це масштабний вектор параметрів. Вектор *ps* – це масштабний вектор параметрів, який визначається як результат процедури оптимізації. Масштабування необхідно у тому випадку, якщо значення коефіцієнтів підсилення *Kth*, *Kq*, *Kh* відрізняються один від одного на декілька порядків, оскільки при такій великій різниці значень може суттєво погіршуватись збіжність процедури оптимізації. Умова зупинки програми для всіх параметрів однакова, тому необхідно, щоб всі параметри мали однакову вагу. Використання вагової матриці *Aw* дає можливість стримувати значення цих параметрів у межах одного порядку.

Задаємо в просторі стану четвірку матриць номінальної моделі об’єкта $\left[\mathrm{A0, D0, C0, D0}\right]$ при істинній повітряній швидкості 250 км/год та четвірку матриць збуреної моделі об’єкта $\left[\mathrm{A0p, D0p, C0, D0}\right]$ при істинній повітряній швидкості 200 км/год.

Розширені матриці *B0* та *B0p* номінальної та збуреної моделей використовуються при стохастичних збуреннях (пориви вітру) для побудови моделі формуючого фільтра за алгоритмом Драйдена.

```
%Assignment of components of variable parameter's vector x:
% p(1)=Kth(pitch gain); p(2)=Kq(pitch rate gain); p(3)=Kh(altitude gain);
%p(4)=T1 (pitch rate comp.); p(5)=T3; p(6)=T4 (altitude compensator)
Vt=69.4444;
%1-st stage: Creating a state-space UAV model:x=[VT,alpha,theta,q,h]';
A0=[-0.0345    5.9942   -9.7764        0    0;
       -0.0041   -1.7565        0     0.9860    0;
             0         0            0    1.0000    0;
        0.0033  -25.6814        0   -2.1905    0;
         0               -Vt          Vt        0      0 ];
B0 =[0.3576  -0.1628        0  -31.1037  0]';
Bg0=[-0.0345    5.9942        0;
     -0.0041   -1.7565    0.9860;
          0         0             1.0000;
          0         0                  0];
      0.0033  -25.6814   -2.1905;
Vtp=55.5556;
A0p=[-0.0273    5.9960   -9.7764        0      0;
         -0.0064   -1.3927        0      0.9971    0;
              0            0         0     1.0000      0;
          0.0036  -16.1243      0   -1.7339      0;
              0       -Vtp       Vtp        0       0 ];
  B0p=[0.3581    -0.1303     0   -19.8857  0]';
Bg0p=[-0.0273    5.9960          0;
         -0.0064   -1.3927      0.9971;
              0        0           1.0000;
       0.0036     -16.1243     -1.7339;
            0            0            0];
C0=[ 0 0 1 0 0; 0 0 0 1 0; 0  0  0  0  1];
```

D0=zeros(3,1);

Матриця *C0* відбиває розміри системи для даного автопілоту, який використовує три сигнали: висоту, кут тангажу, кутову швидкість за тангажом.

Задаємо четвірку матриць виконавчого механізму.

```
%The 2-nd stage: close-loop state-space form for
%series connection of UAV & actuator:
Ta=0.5;
sysac=ss(-1/Ta,1/Ta,1,0);
sysai=ss(A0,B0,C0,D0);
```

Робимо послідовне з'єднання виконавчого механізму та номінального об'єкта. Отримуємо розімкнену номінальну модель. За допомогою оператора *c2d* перетворюємо її в дискретну.

```
sysser=series(sysac, sysai);
sysd=c2d(sysser,0.02,'zoh');
```

Отримуємо дискретну розімкнену збурену модель.

```
sysaip=ss(A0p,B0p,C0,D0);
sysserp=series(sysac, sysaip);
sysdp=c2d(sysserp,0.02,'zoh');
```

Отримано четвірку матриць номінальної та збуреної моделей послідовного з'єднання виконавчого механізму та БПЛА для дискретної системи управління.

```
[Ase,Bse,Cse,Dse]=ssdata(sysd);
[Asep,Bsep,Csep,Dsep]=ssdata(sysdp);
```

Побудова дискретного регулятора та номінальної та збуреної моделей для дискретної системи управління.

```
% State-space model of controller (including compensator):
% Short period control loop (pitch angle & rate)
T=0.02;
nu=[(T+p(4)) -p(4)];
nu1=[(T*p(3)+p(5)) -p(5)];
d=[T 0];
pd=tf(nu, d, T);
pd1=tf(nu1,d, T);
sfb=pd*[p(1) p(2) pd1];
```

```
cls=feedback(sysd,sfb);
[Ac,Bc,Cc,Dc]=ssdata(cls);
```

В результаті отримали четвірку матриць замкненої номінальної моделі. Порахували її власні числа.

```
abs(eig(Ac));
```

Отримали четвірку матриць замкненої збуреної моделі. Порахували її власні числа.

```
clsp=feedback(sysdp,sfb);
[Acp,Bcp,Ccp,Dcp]=ssdata(clsp);
abs(eig(Acp));
```

Розрахунок передавальних функцій розімкнених номінальної та збуреної моделей для оцінки запасу стійкості та передавальних функцій замкнених номінальної та збуреної моделей для дискретних систем.

```
opsys=series(sysd,sfb);
tfos=tf(opsys);
tfcs=tf(cls);
opsysp=series(sysdp,sfb);
tfosp=tf(opsysp);
tfcsp=tf(clsp);
```

Створення моделей формуючого фільтра для номінальної та збуреної моделей по моделі Драйдена.

```
%matrices of disturbance's forming filter
ag=[-0.12  0  0; 0  0  1; 0  -0.0143  -0.2394];
bg=[0.5522  0; 0  0; 0  1];
cg=[1  0  0;  0  6.7e-4  0.0097; 0  1.39e-4  1.65e-3];
dg=[0  0; 0  0; 0  -0.0097];
formsys=ss(ag,bg,cg,dg);
agp=[-0.096  0  0; 0  0  1; 0  -0.0092  -0.192];
bgp=[0.4939  0; 0  0; 0  1];
cgp=[1  0  0;  0  6.05e-4  0.011; 0  1.01e-4  1.5e-3];
dgp=[0  0; 0  0; 0  -0.011];
formsysp=ss(agp,bgp,cgp,dgp);
```

Побудова номінальної та збуреної моделей для розрахунку стохастичної частини показника якості.

```
%For stochastic part of the performance index
C0ex=eye(4); D0ex=zeros(4,3);
airex=ss(A0(1:4,1:4),Bg0(1:4,:),C0ex,D0ex);
stsx=series(formsys,airex);
[aex,bex,cex,dex]=ssdata(stsx);
cex1=[zeros(3,2) eye(3) zeros(3,2)];
dex1=zeros(3,2);
stsx1=ss(aex,bex,cex1,dex1);
stsx_d=c2d(stsx1,0.02);
ops=series(sfb,sysd);
clsto=feedback(eye(3),ops);
clstoch=series(stsx_d,clsto);
[Acl,Bcl,Ccl,Dcl]=ssdata(clstoch);
eig(Acl);
```

В результаті отримали четвірку матриць замкненої номінальної стохастичної моделі. Порахували її власні числа.

```
airexp=ss(A0p(1:4,1:4),Bg0p(1:4,:),C0ex,D0ex);
stsxp=series(formsysp,airexp);
[aexp,bexp,cexp,dexp]=ssdata(stsxp);
stsx1p=ss(aexp,bexp,cex1,dex1);
stsx_dp=c2d(stsx1p,0.02);
opsp=series(sfb,sysdp);
clstop=feedback(eye(3),opsp);
clstochp=series(stsx_dp,clstop);
[Aclp,Bclp,Cclp,Dclp]=ssdata(clstochp);
eig(Aclp);
```

В результаті отримали четвірку матриць замкненої збуреної стохастичної моделі. Порахували її власні числа.

Визначення вагових матриць для розрахунку показника якості, які підбираються на основі граміану керованості.

```
%stohastic Qs=[0.4  0.3  3  1.4  0.1 1 ]; Qs=diag(Qs);
Qs=Qs^0.5;
C=[eye(6) zeros(6,11)];
C1=Qs*C;
```

Розрахунок показника якості для номінальної та збуреної моделей.

```
BB=Bcl*Bcl';
G=dlyap(Acl,BB);
Gs=trace(C1*G*C1')
BBp=Bclp*Bclp';
Gp=dlyap(Aclp,BBp);
Gsp=trace(C1*Gp*C1')
```

Оцінка середньоквадратичних значень змінних простору станів.

```
disp(' sgm_u  sgm_al      sgm_th    sgm_q    sigm_alt sigm_de')
rms_n=[sqrt(G(1,1)) sqrt(G(2,2)) sqrt(G(3,3)) sqrt(G(4,4)) sqrt(G(5,5)) sqrt(G(6,6))]
rms_n=[sqrt(Gp(1,1)) sqrt(Gp(2,2)) sqrt(Gp(3,3)) sqrt(Gp(4,4)) sqrt(Gp(5,5)) sqrt(Gp(6,6))]
```

Розрахунок штрафної функції для дискретних систем управління.

```
% The 3-rd stage: Calculate the penalty function
Z=eig(Ac);
Zp=eig(Acp);
```

Знаходження максимального абсолютного значення із масиву *Z3*.

```
for i=1:10;
   if abs(Z(i,1))>=0.001
      Z1(i,1)=Z(i,1);
   elseif  abs(Z(i,1))<0.001
      Z1(i,1)=0;
   end
end
Z1=Z1(1:8);
for i=1:10;
   if abs(Zp(i,1))>=0.001
```

```
        Z2(i,1)=Zp(i,1);
    elseif  abs(Zp(i,1))<0.001
        Z2(i,1)=0;
    end
end
Z2=Z2(1:8);
Z3=[Z1;Z2];
dmax=max(abs(Z3))
```

Розрахунок штрафної функції за порушення найменшої відстані d_{m1} до кола одиничного радіуса

```
P=1000000;
R1=exp(0);
R2=exp(-7.5);
if     dmax>=R1
    Pf0=P
elseif dmax<R1 & dmax>0.95
    Pf0=P*0.25*(1+cos(pi*(dmax)))^2
elseif d<0.95
    Pf0=0
End
```

Розрахунок штрафної функції за порушення найбільшої відстані d_{m2} до кола з малим радіусом

```
dmin=min(abs(Z3))
if  dmin<=R2
    Pf1=P
elseif dmin>R2
    Pf1=P*0.25*(1-cos(pi*(dmin)))^2
End
```

Розрахунок повної штрафної функції.

Pf=Pf0+Pf1

Розрахунок H_∞ -норм для номінальної та збуреної моделей для дискретної системи управління.

```
% The 4-th stage: Calculate Performance Index and cost function
%deterministic part
%Hinf-norm:
disp('Hinf-norms')
sys1=series(pd,sysd);
fb1=feedback(sys1,[p(1) p(2)],1,[1,3]);
sys2=series(pd1,fb1);
[ninf, fpeak]=norm(sys2,inf)
sys1p=series(pd,sysdp);
fb1p=feedback(sys1p,[p(1) p(2)],1,[1,3]);
sys2p=series(pd1,fb1p);
[ninfp, fpeakp]=norm(sys2p,inf)
```

Розрахунок H_2 -норм для номінальної та збуреної моделей для дискретної системи управління.

```
BB=Bc*Bc';
BBp=Bcp*Bcp';
Gd=dlyap(Ac,BB);
Gdp=dlyap(Acp,BBp);
Cexd=[zeros(6,1) eye(6) zeros(6,3)];
Qd=[0.4  0.3  3  1.4  1.2 1 ];  Qd=diag(Qd);  Q=Qd^0.5;
Cd=Q*Cexd;
Jd=trace(Cd*Gd*Cd')
Jdp=trace(Cd*Gdp*Cd')
```

Розрахунок цільової функції для процедури оптимізації дискретної системи управління.

```
f =10*(Gs+Gsp)+1.2*(Jd+Jdp)+0.4*(ninf+ninfp)+Pf
```

2. Програма виконання процедури параметричної робастної оптимізації дискретної системи управління повздовжнім рухом БПЛА за методом Нелдера-Міда.

%OHproba- optimization procedure for UAV longitudinal channel of autopilot

% Related programs are "fhproba" & "ehpr_t"

ps =[-2.8839 -0.4896 -1.8000 21.7300 3.9400];

%ps = [-4.1421 -0.1629 -57.7633 50.5206 1.1376];

options=optimset('display','iter','TolX',0.01,'Tolfun',0.1)%,'MaxIter',10000,'MaxFunEvals',10000);

ps=fminsearch('fhproba',ps,options)

Функція *fminsearch* показує, що для процедури оптимізації вибрано алгоритм Нелдера-Міда. Вхідні величини вибираються з точки зору стійкості системи. Кінцеві параметри визначаються шляхом збіжності процедури оптимізації.

3. Програма оцінювання результатів процедури оптимізації дискретної системи управління повздовжнім рухом БПЛА.

Програма використовується для оцінки результатів оптимізації не тільки з точки зору оцінювання суттєвих детермінованих характеристик, які використовувалися для розрахунку цільової функції, а також і з точки зору оцінювання деяких стохастичних характеристик БПЛА у збуреній атмосфері. Отже, мета цієї програми – оцінка якості та динамічних характеристик, які отримано під час виконання процедури оптимізації. Для детермінованих систем визначаються такі динамічні характеристики, як частотні характеристики, H_2-норми, запаси стійкості за амплітудою та фазою, смуги пропускання. Для стохастичних систем – це середньоквадратичне відхилення за умови дії на систему зовнішніх збурень, що визначається за допомогою функції *gram*, у результаті виконання якої визначається ковариаційна матриця, по діагоналі якої розміщуються середньоквадратичні відхилення заданих параметрів.

%EValuation of UAV's longitudinal channel robust stochastic optimization for

%different cruise speeds;

%Related files are: "fhproba.m", "ohproba.m" .

%Assignment of components of variable parameter's vector x:

%Assignment of components of variable parameter's vector x:

% p(1)=Kth(pitch gain); p(2)=Kq(pitch rate gain); p(3)=Kh(altitude gain);

%p(4)=T1 (pitch rate comp.); p(5)=T3(altitude compensator);

```
p =[  -9.2 -1 -0.05 0.14 0.008]
disp('     Kth        Kq        Kh      Tnum_p    Tnum_h ')
Wp=[10  10  0.01  0.01  0.01]; Aw=diag(Wp);
ps=p*inv(Aw)
```

Вектор *ps* – це масштабний вектор параметрів.

Задаємо в просторі стану четвірку матриць номінальної моделі об'єкта $[A0, D0, C0, D0]$ при істинній повітряній швидкості 250 км/год та четвірку матриць збуреної моделі об'єкта $[A0p, D0p, C0, D0]$ при істинній повітряній швидкості 200 км/год.

```
Vt=69.4444;
%1-st stage: Creating a state-space UAV model:x=[VT,alpha,theta,q,h]';
A0=[-0.0345    5.9942   -9.7764         0    0;
       -0.0041   -1.7565         0    0.9860    0;
                 0            0         0    1.0000    0;
          0.0033  -25.6814      0   -2.1905    0;
                0          -Vt        Vt        0        0 ];
B0 =[0.3576  -0.1628         0  -31.1037  0]';
Bg0=[-0.0345    5.9942        0;
          -0.0041   -1.7565    0.9860;
                  0         0        1.0000;
          0.0033  -25.6814   -2.1905;
                0         0                 0];
Vtp=55.5556;
A0p=[-0.0273    5.9960   -9.7764         0      0;
```

```
      -0.0064   -1.3927         0    0.9971      0;
           0         0           0    1.0000      0;
       0.0036  -16.1243     0   -1.7339      0;
           0       -Vtp       Vtp        0          0 ];
  B0p=[0.3581    -0.1303     0   -19.8857  0]';
Bg0p=[-0.0273    5.9960           0;
    -0.0064   -1.3927      0.9971;
         0           0            1.0000;
    0.0036  -16.1243     -1.7339;
         0         0                  0];
 C0=[ 0 0 1 0 0; 0 0 0 1 0; 0  0  0  0  1]  ;
D0=zeros(3,1);
```

Побудова дискретної розімкненої номінальної та збуреної моделей БПЛА у просторі стану шляхом послідовного з'єднання виконавчого механізму та об'єкта.

```
%State space of actuator and controller:
Ta=0.5;
sysac=ss(-1/Ta,1/Ta,1,0);
sysai=ss(A0,B0,C0,D0);
sysser=series(sysac, sysai);
sysd=c2d(sysser,0.02,'zoh');
sysaip=ss(A0p,B0p,C0,D0);
sysserp=series(sysac, sysaip);
sysdp=c2d(sysserp,0.02,'zoh');
[Ase,Bse,Cse,Dse]=ssdata(sysd);
[Asep,Bsep,Csep,Dsep]=ssdata(sysdp);
```

Побудова дискретного регулятора для заданої дискретної системи.

```
% Short period control loop (pitch angle & rate)
T=0.02;
nu=[(T+p(4)) -p(4)];
nu1=[(T*p(3)+p(5)) -p(5)];
```

```
d=[T 0];
pd=tf(nu, d, T);
pd1=tf(nu1,d, T); %altitude channel
sfb=pd*[p(1) p(2) pd1];
cls=feedback(sysd,sfb);
[Ac,Bc,Cc,Dc]=ssdata(cls);
abs(eig(Ac))
clsp=feedback(sysdp,sfb);
[Acp,Bcp,Ccp,Dcp]=ssdata(clsp);
abs(eig(Acp))
```

Отримаємо четвірки матриць замкненої номінальної та збуреної моделей для дискретної системи управління. Перевірили їх власні числа.

Розрахунок передавальних функцій розімкнених номінальної та збуреної моделей для оцінки запасу стійкості та передавальних функцій замкнених номінальної та збуреної моделей для дискретних систем.

```
opsys=series(sysd,sfb);
tfos=tf(opsys);
tfcs=tf(cls);
opsysp=series(sysdp,sfb);
tfosp=tf(opsysp);
tfcsp=tf(clsp);
```

Створення моделей формуючого фільтра для номінальної та збуреної моделей по моделі Драйдена.

```
%matrices of disturbance's forming filter
ag=[-0.12  0  0; 0  0  1; 0  -0.0143  -0.2394];
bg=[0.5522  0; 0  0; 0  1];
cg=[1  0  0;  0  6.7e-4  0.0097; 0  1.39e-4  1.65e-3];
dg=[0  0; 0  0; 0  -0.0097];
formsys=ss(ag,bg,cg,dg);
```

```
agp=[-0.096  0  0; 0  0  1; 0  -0.0092  -0.192];
bgp=[0.4939  0; 0  0; 0  1];
cgp=[1  0  0;  0  6.05e-4  0.011; 0  1.01e-4  1.5e-3];
dgp=[0  0; 0  0; 0  -0.011];
formsysp=ss(agp,bgp,cgp,dgp);
```

Побудова номінальної та збуреної моделей для розрахунку стохастичної частини показника якості.

```
%For stochastic part of the performance index
C0ex=eye(4); D0ex=zeros(4,3);
airex=ss(A0(1:4,1:4),Bg0(1:4,:),C0ex,D0ex);
stsx=series(formsys,airex);
[aex,bex,cex,dex]=ssdata(stsx);
cex1=[zeros(3,2) eye(3) zeros(3,2)];
dex1=zeros(3,2);
stsx1=ss(aex,bex,cex1,dex1);
stsx_d=c2d(stsx1,0.02);
ops=series(sfb,sysd);
clsto=feedback(eye(3),ops);
clstoch=series(stsx_d,clsto);
[Acl,Bcl,Ccl,Dcl]=ssdata(clstoch);
eig(Acl)
airexp=ss(A0p(1:4,1:4),Bg0p(1:4,:),C0ex,D0ex);
stsxp=series(formsysp,airexp);
[aexp,bexp,cexp,dexp]=ssdata(stsxp);
stsx1p=ss(aexp,bexp,cex1,dex1);
stsx_dp=c2d(stsx1p,0.02);
opsp=series(sfb,sysdp);
clstop=feedback(eye(3),opsp);
clstochp=series(stsx_dp,clstop);
[Aclp,Bclp,Cclp,Dclp]=ssdata(clstochp);
```

eig(Aclp)

Розрахунок стохастичного показника якості для номінальної та збуреної моделей.

```
%stohastic part
BB=Bcl*Bcl';
G=dlyap(Acl,BB);
C=[eye(6) zeros(6,11)];
Gs=trace(C*G*C')
BBp=Bclp*Bclp';
Gp=dlyap(Aclp,BBp);
Gsp=trace(C*Gp*C')
```

Оцінка середньоквадратичних значень змінних простору станів.

```
disp(' sgm_u  sgm_al     sgm_th    sgm_q    sigm_alt   sigm_de  ')
rms_n=[sqrt(G(1,1))    sqrt(G(2,2))    sqrt(G(3,3))    sqrt(G(4,4))    sqrt(G(5,5)) sqrt(G(6,6))]
rms_p=[sqrt(Gp(1,1))  sqrt(Gp(2,2))  sqrt(Gp(3,3))  sqrt(Gp(4,4))  sqrt(Gp(5,5)) sqrt(Gp(6,6))]
```

Оцінка H_∞-норм замкнених систем номінальної та збуреної моделей як міри робастності для дискретної системи управління.

```
%deterministic part:
%Hinf-norm:
disp('Hinf-norms')
sys1=series(pd,sysd);
fb1=feedback(sys1,[p(1) p(2)],1,[1,3]);
sys2=series(pd1,fb1);
[ninf, fpeak]=norm(sys2,inf)
sys1p=series(pd,sysdp);
fb1p=feedback(sys1p,[p(1) p(2)],1,[1,3]);
sys2p=series(pd1,fb1p);
```

```
[ninfp, fpeakp]=norm(sys2p,inf)
```

Детерміновані показники якості для номінальної та збуреної моделей для дискретних систем управління.

```
BB=Bc*Bc';
BBp=Bcp*Bcp';
Gd=dlyap(Ac,BB);
Gdp=dlyap(Acp,BBp);
Cexd=[zeros(5,1) eye(5) zeros(5,4)];
Jd=trace(Cexd*Gd*Cexd')
Jdp=trace(Cexd*Gdp*Cexd')
```

Побудова логарифмічних характеристик замкненої номінальної та збуреної моделей, запаси стійкості для номінальної та збуреної моделей дискретних систем управління повздовжнім рухом.

```
figure(1)
grid on
bode(cls(3,1),'b',clsp(3,1),'k--',{0.001,1000}), title('nominal (solid line) and perturbed (dotted line) closed-loop systems')
figure(2)
grid on
bode(tfos,'b',tfosp,'m',{0.001,1000}), title(' nominal (solid line)  and perturbed (dotted line)  open-loop systems')
figure(3)
margin(tfos),title('Stability margins of "nominal" system'),grid on
figure(4)
margin(tfosp), title('Stability margins of perturbed system'),grid on
```

3.4. Оцінка впливу структурованих та неструктурованих параметричних збурень.

Розглянемо випадок повздовжнього руху. Замкнена система, задана в дискретному вигляді, має передавальну функцію

$$W(z)=\frac{P(z)}{Q(z)}, \quad (3.16)$$

полюси якої розміщуються в колі одиничного радіуса.

Якщо зробити заміну змінних за допомогою білінійного перетворення , то можна розглядати дискретну систему як неперервну. Для перетворення використовується підстановка

$$z=\frac{s+1}{s-1}. \quad (3.17)$$

В результаті отримаємо неперервну систему з передавальною функцією

$$W(s)=\frac{P(s)}{Q(s)}, \quad (3.18)$$

полюси якої розміщуються в лівій півплощині.

Згідно з теоремою про граничну норму неструктурованого параметричного збурення, система залишається стійкою під час дії неструктурованих параметричних збурень, якщо збільшення H_∞-норми не перевищує граничну норму α. В зв'язку з цим були проведені наступні дослідження [40].

1. Розглянемо сімейство поліномів для об'єкта з передавальною функцією

$$g(s)=\frac{n_0+n_1s+n_2s^2+\ldots+n_{10}s^{10}}{d_0+d_1s+d_2s^2+\ldots+d_{10}s^{10}} \quad (3.19)$$

де $n_0\in\left[9.6\cdot10^8, 1.12\cdot10^8\right]$; $n_1\in\left[4.5\cdot10^{10}, 1.9\cdot10^{10}\right]$;

$n_2\in\left[1.04\cdot10^{11}, 5.2\cdot10^{10}\right]$; $n_3\in\left[8.5\cdot10^{10}, 5.1\cdot10^{10}\right]$;

$n_4\in\left[1{,}67\cdot10^{10}, 1\cdot10^{10}\right]$; $n_5\in\left[1{,}04\cdot10^{9}, 6{,}6\cdot10^{8}\right]$;

$n_6\in\left[1{,}45\cdot10^{7}, 9{,}2\cdot10^{6}\right]$; $n_7\in\left[-3.5\cdot10^{4}, -2{,}197\cdot10^{4}\right]$;

$n_8 \in [-1635, -1043]$; $n_9 \in [-7, -4{,}5]$;

$n_{10} \in [0{,}0018,\ 0{,}0012]$; $d_0 \in [0,\ 0]$;

$d_1 \in \left[2.1 \cdot 10^8,\ 2.1 \cdot 10^8\right]$; $d_3 \in \left[5.99 \cdot 10^9,\ 3.8 \cdot 10^9\right]$;

$d_4 \in \left[3.9 \cdot 10^9,\ 2.6 \cdot 10^9\right]$;

$d_5 \in \left[7.5 \cdot 10^8,\ 6.2 \cdot 10^8\right]$; $d_6 \in \left[1.3 \cdot 10^8,\ 1.2 \cdot 10^8\right]$;

$d_7 \in \left[4.4 \cdot 10^6,\ 4.3 \cdot 10^6\right]$; $d_8 \in \left[6.24 \cdot 10^4,\ 6.2 \cdot 10^4\right]$;

$d_9 \in [406,\ 405]$; $d_{10} \in [1, 1]$;

2. Отримаємо 16 поліномів Харитонова:

$$g_1(s) = \frac{K_N^1(s)}{K_D^1(s)}, \quad g_2(s) = \frac{K_N^1(s)}{K_D^2(s)}, \quad g_3(s) = \frac{K_N^1(s)}{K_D^3(s)},$$

$$g_4(s) = \frac{K_N^1(s)}{K_D^4(s)}, \quad g_5(s) = \frac{K_N^2(s)}{K_D^1(s)}, \quad g_6(s) = \frac{K_N^2(s)}{K_D^2(s)},$$

$$g_7(s) = \frac{K_N^2(s)}{K_D^3(s)}, \quad g_8(s) = \frac{K_N^2(s)}{K_D^4(s)}, \quad g_9(s) = \frac{K_N^3(s)}{K_D^1(s)},$$

$$g_{10}(s) = \frac{K_N^3(s)}{K_D^2(s)}, \quad g_{11}(s) = \frac{K_N^3(s)}{K_D^3(s)}, \quad g_{12}(s) = \frac{K_N^3(s)}{K_D^4(s)},$$

$$g_{13}(s) = \frac{K_N^4(s)}{K_D^1(s)}, \quad g_{14}(s) = \frac{K_N^4(s)}{K_D^2(s)}, \quad g_{15}(s) = \frac{K_N^4(s)}{K_D^3(s)} \quad g_{16}(s) = \frac{K_N^4(s)}{K_D^4(s)},$$

де

$$K_N^1 = 0.0012\,s^{10} - 7\,s^9 - 1635\,s^8 - 21970\,s^7 + 9.2 \cdot 10^6\,s^6 +$$
$$+ 1.04 \cdot 10^9\,s^5 + 1.67 \cdot 10^{10}\,s^4 + 5.1 \cdot 10^{10}\,s^3 + 5.2 \cdot 10^{10}\,s^2 + 4.5 \cdot 10^{10}\,s + 9.6 \cdot 10^8\,;$$

$$K_N^2 = 0.0012\,s^{10} - 4{,}5\,s^9 - 1635\,s^8 - 35000\,s^7 + 9.2\cdot 10^6\,s^6 + 6{,}6\cdot 10^8\,s^5 + 1.67\cdot 10^{10}\,s^4 +$$
$$+ 8{,}5\cdot 10^{10}\,s^3 + 5.2\cdot 10^{10}\,s^2 + 1{,}9\cdot 10^{10}\,s + 9.6\cdot 10^8$$

$$K_N^3 = 0.0018\,s^{10} - 7\,s^9 - 1043\,s^8 - 21970\,s^7 + 1{,}45\cdot 10^7\,s^6 + 1{,}04\cdot 10^9\,s^5 + 1\cdot 10^{10}\,s^4 +$$
$$+ 5{,}1\cdot 10^{10}\,s^3 + 1{,}04\cdot 10^{11}\,s^2 + 4{,}5\cdot 10^{10}\,s + 1{,}12\cdot 10^8$$

$$K_N^4 = 0.0018\,s^{10} - 4{,}5\,s^9 - 1043\,s^8 - 35000\,s^7 +$$
$$+ 1{,}45\cdot 10^7\,s^6 + 6{,}6\cdot 10^8\,s^5 + 1\cdot 10^{10}\,s^4 + 8{,}5\cdot 10^{10}\,s^3 + 1{,}04\cdot 10^{11}\,s^2 + 1{,}9\cdot 10^{10}\,s + 1{,}12\cdot 1$$

$$K_D^1 = s^{10} + 406\,s^9 + 62400\,s^8 + 4.3\cdot 10^6\,s^7 +$$
$$+ 1.2\cdot 10^8\,s^6 + 7.5\cdot 10^8\,s^5 + 3.9\cdot 10^9\,s^4 + 3.8\cdot 10^9\,s^3 + 2.3\cdot 10^8\,s^2 + 2.1\cdot 10^8;$$

$$K_D^2 = s^{10} + 405\,s^9 + 62400\,s^8 + 4.4\cdot 10^6\,s^7 + 1.2\cdot 10^8\,s^6 +$$
$$+ 6{,}2\cdot 10^8\,s^5 + 3.9\cdot 10^9\,s^4 + 5{,}99\cdot 10^9\,s^3 + 2.3\cdot 10^8\,s^2 + 2.1\cdot 10^8\,s;$$

$$K_D^3 = s^{10} + 406\,s^9 + 62000\,s^8 + 4.3\cdot 10^6\,s^7 + 1.3\cdot 10^8\,s^6 +$$
$$+ 7.5\cdot 10^8\,s^5 + 2{,}6\cdot 10^9\,s^4 + 3.8\cdot 10^9\,s^3 + 3.3\cdot 10^8\,s^2 + 2.1\cdot 10^8\,s$$

$$K_D^4 = s^{10} + 405\,s^9 + 62000\,s^8 + 4.4\cdot 10^6\,s^7 +$$
$$+ 1.3\cdot 10^8\,s^6 + 6{,}2\cdot 10^8\,s^5 + 2{,}6\cdot 10^9\,s^4 + 5{,}99\cdot 10^9\,s^3 + 3.3\cdot 10^8\,s^2 + 2.1\cdot 10^8\,s$$

3. Обчислимо 16 $\|H\|_\infty$ – норм:

$\|g_1(s)\|_\infty = 1{,}81;$ $\|g_2(s)\|_\infty = 2{,}32;$ $\|g_3(s)\|_\infty = 1{,}75;$ $\|g_4(s)\|_\infty = 2{,}20;$

$\|g_5(s)\|_\infty = 6{,}58;$ $\|g_6(s)\|_\infty = 81{,}62;$ $\|g_7(s)\|_\infty = 6{,}62;$ $\|g_8(s)\|_\infty = 43{,}08;$

$\|g_9(s)\|_\infty = 1{,}15;$ $\|g_{10}(s)\|_\infty = 1{,}42;$ $\|g_{11}(s)\|_\infty = 1{,}49;$ $\|g_{12}(s)\|_\infty = 1{,}76;$

$\|g_{13}(s)\|_\infty = 8{,}46;$ $\|g_{14}(s)\|_\infty = 13{,}80;$ $\|g_{15}(s)\|_\infty = 43{,}2;$ $\|g_{16}(s)\|_\infty = 5{,}43;$

4. Обчислимо α:

$$\alpha \le \frac{1}{81{,}62} \le 0{,}012$$

Замкнена система залишається стійкою при дії на неї неструктурованих параметричних збурень, якщо H_∞-норма цих збурень не перевищує $\alpha \le 0{,}012$.

H_∞-норма без неструктурованих параметричних збурень рівна $\|H_o\|_\infty = 0.3294$.

H_∞-норма з урахуванням неструктурованих параметричних збурень рівна $\|H_{зб}\|_\infty = 0{,}3358$.

$\|\Delta\|_\infty = \|H_{зб}\|_\infty - \|H_o\|_\infty = 0{,}0064$, що не перевищує α.

Таким чином ми довели, що система лишається стійкою.

Оцінка впливу неструктурованих параметричних збурень, які визначаються динамікою початкової цифрової системи управління, що не враховується, задовольняє умовам теореми 1 та теореми 2 і не впливає на якість та стійкість системи, що підтверджує результат експерименту.

3.5. Програма оцінки впливу структурованих та неструктурованих параметричних збурень на стійкість дискретної системи управління

Задаємо 16 поліномів Харитонова.

%num

*a0=9.6*10^8;b0=1.12*10^8;a1=4.5*10^10;b1=1.9*10^10;a2=1.04*10^11;*

*b2=5.2*10^10;a3=8.5*10^10;b3=5.1*10^10;a4=1.67*10^10;b4=10^10;*

```
a5=1.04*10^9;b5=6.6*10^8;a6=1.45*10^7;b6=9.2*10^6;a7=-3.5*10^4;
b7=-2.197*10^4;a8=-1635;b8=-1043;a9=-7;b9=-4.5;
a10=0.0018;b10=0.0012;
%den
x0=0;y0=0;x1=2.1*10^8;y1=2.1*10^8;x2=3.3*10^8;y2=2.3*10^8;
x3=5.99*10^9;y3=3.8*10^9;x4=3.9*10^9;y4=2.6*10^9;
x5=7.5*10^8;y5=6.2*10^8;x6=1.3*10^8;y6=1.2*10^8;
x7=4.4*10^6;y7=4.3*10^6;x8=6.24*10^4;
y8=6.2*10^4;x9=406;y9=405;x10=1;y10=1;
K1num=[b10 a9 a8 b7 b6 a5 a4 b3 b2 a1 a0];
K2num=[b10 b9 a8 a7 b6 b5 a4 a3 b2 b1 a0];
K3num=[a10 a9 b8 b7 a6 a5 b4 b3 a2 a1 b0];
K4num=[a10 b9 b8 a7 a6 b5 b4 a3 a2 b1 b0];
K1den=[y10 x9 x8 y7 y6 x5 x4 y3 y2 x1 x0];
K2den=[y10 y9 x8 x7 y6 y5 x4 x3 y2 y1 x0];
K3den=[x10 x9 y8 y7 x6 x5 y4 y3 x2 x1 y0];
K4den=[x10 y9 y8 x7 x6 y5 y4 x3 x2 y1 y0];
tf1=tf(K1num,K1den)
tf2=tf(K1num,K2den)
tf3=tf(K1num,K3den)
tf4=tf(K1num,K4den)
tf5=tf(K2num,K1den)
tf6=tf(K2num,K2den)
tf7=tf(K2num,K3den)
tf8=tf(K2num,K4den)
tf9=tf(K3num,K1den)
tf10=tf(K3num,K2den)
tf11=tf(K3num,K3den)
tf12=tf(K3num,K4den)
tf13=tf(K4num,K1den)
```

tf14=tf(K4num,K2den)

tf15=tf(K4num,K3den)

tf16=tf(K4num,K4den)

Для кожного полінома рахуємо H_∞-норму.

```
t1=feedback(tf1,1);
t2=feedback(tf2,1);
t3=feedback(tf3,1);
t4=feedback(tf4,1);
t5=feedback(tf5,1);
t6=feedback(tf6,1);
t7=feedback(tf7,1);
t8=feedback(tf8,1);
t9=feedback(tf9,1);
t10=feedback(tf10,1);
t11=feedback(tf11,1);
t12=feedback(tf12,1);
t13=feedback(tf13,1);
t14=feedback(tf14,1);
t15=feedback(tf15,1);
t16=feedback(tf16,1);
[ninf1]=norm(t1,inf)
[ninf2]=norm(t2,inf)
[ninf3]=norm(t3,inf)
[ninf4]=norm(t4,inf)
[ninf5]=norm(t5,inf)
[ninf6]=norm(t6,inf)
[ninf7]=norm(t7,inf)
[ninf8]=norm(t8,inf)
[ninf9]=norm(t9,inf)
[ninf10]=norm(t10,inf)
```

[ninf11]=norm(t11,inf)

[ninf12]=norm(t12,inf)

[ninf13]=norm(t13,inf)

[ninf14]=norm(t14,inf)

[ninf15]=norm(t15,inf)

[ninf16]=norm(t16,inf)

Знаходимо коефіцієнт alfa.

alfa=1/81.6259

3.6. Висновки

У третьому розділі наведено результати практичного використання розробленої робастної цифрової системи управління малими БПЛА:

1. Отримано номінальну та параметрично збурену моделі динаміки БПЛА, які необхідні для реалізації параметричної робастної оптимізації.

2. Для повздовжнього каналу по розробленому алгоритму робастної багатомодельної H_2/H_∞-оптимізації для дискретних систем управління польотом із врахуванням штрафної функції, виконано інтерактивну процедуру робастної параметричної оптимізації для дискретних систем, що базується на виконанні вище приведеного алгоритму. Це дало можливість досягти компромісу між якістю та робастністю в детермінованому та стохастичному випадках за допомогою зміни вагових коефіцієнтів в комплексному показнику „якість-робастність”.

3. Зроблено аналіз результатів виконання процедури робастної параметричної оптимізації для повздовжнього каналів дискретних систем управління БПЛА.

4. Для повздовжнього каналу досліджено стійкість робастних дискретних систем при дії на них структурованих та неструктурованих параметричних збурень за допомогою теореми Харитонова.

ВИСНОВКИ

В дипломній роботі розглянуто безпілотний літальний апарат як об’єкт дослідження. Вказано його переваги використання та області застосування безпілотних літальних апаратів. Зроблено історичний огляд досліджень в галузі робастного управління.

Розроблено алгоритм робастної багатомодельної H_2/H_∞-оптимізації для дискретних систем управління польотом із врахуванням штрафної функції, яка гарантує стійкість системи в ході виконання оптимізаційної процедури. Отримано інтерактивну процедуру робастної параметричної оптимізації для дискретних систем, що базується на виконанні вище приведеного алгоритму та дозволяє досягти компромісу між якістю та робастністю в детермінованому та стохастичному випадках за допомогою зміни вагових коефіцієнтів в комплексному показнику „якість-робастність”.

Приведено алгоритм дослідження стійкості робастних дискретних систем при дії на них структурованих та неструктурованих параметричних збурень за допомогою теореми Харитонова, що дозволяє оцінити максимальні норми неструктурованих збурень, при яких система зберігає стійкість.

У третьому розділі наведено результати практичного використання розробленої робастної цифрової системи управління малими БПЛА

СПИСОК БІБЛІОГРАФІЧНИХ ПОСИЛАНЬ ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. *Туник А.А., Ищенко А.М.* Повышение эффективности обнаружения и распознования обработанной постелающей поверхности//Труды второй Научно-технической конференции ”Методы управления системой эффективности функционирования электрофицированных и ПНК.- К.:КІІЦА, 1993. –С.54

2. *Туник А.А., Ищенко А.М.* Тепловизионный способ контроля состояния продуктопроводов с борта ВС//Труды Всесоюзной Научно-технической конференции: “Научно- технический прогресс и эксплуатация воздушнго транспорта”.- К.:КІІЦА, 1990.-С.52

3. *Туник А.А., Ищенко А.М.* Система оперативного обнаружения загрязнения водной поверхности//Труды международного научного семинара по аэрокосмическому мониторингу земных покровов и атмосферы.- К.: Общество экономии, 1993.-С.33

4. *Tunik A. A. , Ahn I. K. , Yeom C. H.* . Robust Optimization of Control Law of Flight in Stochastically Disturbed Atmosphere//Proceedings of Millennium Conference on Air and Space Sciences, Technology and Industries.- Hankook Aviation University.- Apr. 28, 2000.-Seoul, Korea.-P. 122 – 133.

5. *Tunik A.A.,.Ahn I.K, Ryu H., Lim C.H., Lee H.C.* Platform Airship’s Robust Stabilization in Stochastic Atmosphere// Proceedings of the KSAS Fall Annual Meeting.- Sejong Univ., Seoul.- 2001.-P.293-299.

6. *Ahn I. K. , Ryu H., Larin V., Tunik A.* Integrated Navigation, Guidance and Control Systems for Small Unmanned Aerial Vehicles //Proceedings of the World Congress Aviation in the XXI-st Century.- Kyiv.-2003.-P. 5.15-5.25.

7. *Пеллер В. В., Хрущев С.В.* Операторы Ганкеля, наилучшие приближения и стационарные гауссовские процессы.-Успехи мат. наук.- 1982.- Т.37. -Вып.1. -С.53-124.

8. *Адамян В.М., Аров Д.З., Крейн М.Г.* О бесконечных ганкелевых матрицах и обобщенных задачах Каратеодори – Фейера и Ф. Рисса//Функциональный аналіз и его приложения. -1968.-Т.2. -№1. -С.1-19.

9. *Адамян В.М., Аров Д.З., Крейн М.Г.* Бесконечные ганкелевые матрицы и обобщенные задачи Каратеодори – Фейера и И. Шура//Функциональный анализ и его приложения. -1968.-Т.2.- №4. -С.1-17.

10. *Адамян В.М., Аров Д.З., Крейн М.Г.* Аналитические свойства пар Шмидта ганкелева оператора и обобщенная задача Шура – Такаги//Математический сборник.-1971.-Т.86.-№1. -С.34-75.

11. *Sarason D.* Generalized interpolation in H_{∞}.//Trans. Amer.Math. Soc.-1967. -V. 127.- №2.-P.179-203.

12. *Youla D.C., Bongiorno J.J., Lu C.N.* Single-loop feedback – stabilization of linear multivariable dynamical plants//Automatica.-1974.-V.10.-P.159-173.

13. *Youla D.C., Bongiorno J.J., Jabr H.A.* Modern Wiener-Hopd design of optimal controllers. Parts 1, 2//IEEE Trans. on Automatic Control. -1976.- V. AC-21 .- P. 3-13, 319-338.

14. *Walker D.J.* Relationship between three discrete time H^{∞} algebraic Riccati equation solutions//Int. J.Control.- V.52.-№4.-P.801-809.

15. *Francis B.A., Doyle J.C.* Linear control theory with and H^{∞} optimality criterion.// SIAM J. Contr. Opt. -1987.- V.25.-P.815-844.

16. *Glover K.* All optimal Hankel-norm approximations of linear multivariable systems and their L_{∞}-error bounds// Int. J. Control.- 1984. -V.39. -P.1115-1193.

17. *Кухтенко А.И.* Проблема инвариантности в автоматике.-Киев: ГИТЛС УССР.-С.1689-1697.

18. *Якубович В.А.* Оптимизация и инвариантность линейных стационарных систем управления (обзор)// Автоматика и телемеханіка.- 1984.- №8. –С. 5-45.

19. *Jonckheere E.A., Juang J.C., Silverman L.M.* Spectral theory of the linear-quadratic and H^{∞} problem//Linear Algebra and Its Applications. -1989. -V. 122/123/124.-.273 p.

20. *Papavassilopoulos G.P.* On the linear quadratic Gaussian Nash game with one-step delay observation sharing pattern// IEEE Trans. on Automatic Control. - 1982.- V. AC-27.- №5.- P. 1065-1071.

21. *Peterson I.R.* Disturbance attention and H^{∞} optimization: a designed method based on the algebraic Riccati equation// IEEE Trans. on Automatic Control.- 1987.-V. AC-32. -P. 427-429.

22. *Якубович В.А.* О синтезе оптимальных управлений в линейной дифференциальной игре с квадратичным функционалом платежа//Доклад АН СССР. -1970.-т.195.- №2. -С.296-299.

23. *Якубович В.А.* Решение одной алгебраической задачи, встречающейся в теории управления//Доклад АН СССР.- 1969.- т.193. -№1.-С.57-60.

24. *Якубович В.А.* Факторизация симметричных матричных многочленов//Доклад АН СССР. -1970.- т.194. -№3. -С.532-535.

25. *Барабанов А.Е.* Оптимальное управление линейным дискретным динамическим объектом с усредненным функционалом качества//Доклад АН СССР.-1990.- т.312.- №5. -С.1053-1057.

26. *Первозванский А.А.*, *Барабанов А.Е.* Оптимизация по равномерно-частотным показателям (Н-теория)//Автоматика и телемеханика.- 1992.- №9.- С.3-32.

27. *E.de Paiva*, *Carvalho J.R.*, *Ferreira P.A.* An H_2/H_{∞} PID Heading Controller for AURORA-1 Semi-Autonomous Robotic Airship//Proceedings of AIAA 14th Lighter-Than-Air Technical Committee Convention and Exhibition.-Akron, USA.-Session 2.-2001.-P.21-27.

28. *Schoemig E, Sznaier M.* Mixed H_2/H_{∞} Control of Multimodel Plants//Journal of Guidance, Control and Dynamics.-№. 3.-May – June.-1995.-P. 525 – 531

29. *Soylemez M.T.*, *Munro N.* A Parametric Solution to the Pole Assignment Problem Using Dynamic Output-Feedback//IEEE Trans. on Automatic Control.-2001.-May.-Vol. 46.-№5.-P. 711-723.

30. *Туник А.А., Абрамович Е.А.* Многомодельный подход к параметрической робастной оптимизации цифровых систем управления полетом//Проблеми управління і інформатики.- 2004.-№2.-С. 32-43.

31. *Туник А.А., Абрамович Е.А.* Оценка влияний неструктурированных параметрических возмущений на робастность и качество замкнутых цифровых систем управления//Матеріали 11-ої міжнародної конференції з управління „Автоматика-2004".- К.: Національний університет харчових технологій, 2004.-Т. 1.-С.41.

32. *Тунік А.А., Абрамович О.О*. Оцінка впливу передімпульсної фільтрації на динаміку цифрової системи//Збірник праць Міжнародної Науково-технічної конференції "Авіа-2004".- К.:НАУ, 2004.-Т. 2.-С.26.32-26.35.

33. *Тунік А.А., Абрамович О.О.* Робастна параметрична оптимізація дискретної системи управління, яка має неструктуровані параметричні збурення// Вісник НАУ.-2004.-№ 2.-С.31-35

34. *Chapellat H., Dahleh M., Bhattacharyya S.P*. Robust stability under structured and unstructured perturbations//IEEE Transactions on Automatic Control.-vol.35.- №.10.-October 1990.- P. 1100-1107.

35. *Skogestad S. , Postlethwaite I.* . Multivariable Feedback Control. Analysis and Design.-John Wiley & Sons.- 1997.- 559 p.

36. *Stevens B.L., Lewis F.L*. Aircraft Control and Simulation.-J. Wiley & Sons Inc.-1992.- 617 p.

37. *Tunik A.A., Abramovich E.A.* Parametric Robust Optimization of the Digital Flight Control Systems// Вісник НАУ .- 2003.-№ 2.-С.31-37.

38. *Kouvaritakis B., Postlethwaite I.* Principal gain and phases: intensitive robustness for assessing the closed-loop stability property// IEE Proc. D: Control theory and Applications.- 1982. -Nov. -P.233-241.

39. *Отто Дж. М. Смит*. Автоматическое регулирование.-Москва.-1962.-С.405-417

40. *Абрамович О.О., Тунік А.А.* Багатомодельний підхід до параметричної робастної оптимізації дискретних систем керування//Збірник праць Міжнародної Науково-технічної конференції “Авіа-2003”.- К.:НАУ, 2003.-Т. 2.-С.9-12